

Linhas de curvatura durante uma eversão com singularidades de um ovaloide

Douglas Hilario da Cruz (Professor-IME/UFG)

21 de outubro de 2025

Gaspard Monge estudou curvas, em uma superfície, que estavam relacionadas de forma natural com um problema de otimização de linhas de transporte. Monge descobriu que essas curvas formam duas famílias de curvas sobre a superfície com uma propriedade geométrica especial (que para Monge era muito natural): caminhar nas curvas de uma das famílias é caminhar nas linhas onde a superfície mais se curva e caminhar nas curvas da outra família é caminhar nas linhas onde a superfície menos se curva. Monge batizou as curvas acima de linhas de curvatura. A superfície estudada por Monge é transversal às linhas de transporte.

Um caso muito interessante é quando a superfície é ortogonal às linhas de transporte. Se cada ponto da superfície for transportado seguindo a mesma direção e com a mesma velocidade, todos os pontos transportados formam uma nova superfície que preserva a equação das linhas de curvatura da superfície inicial. Quando a superfície é um ovaloide, isto é, quando é fechada, convexa e com curvatura positiva, uma eversão com singularidades ocorre ao transportar a superfície ao longo das linhas de transporte. A eversão, além de inverter os lados da superfície, também inverte o significado geométrico das linhas de curvatura.

Stephen Smale provou que é possível realizar uma eversão, sem singularidades, de uma esfera. A eversão sem singularidades é muito mais sofisticada que a eversão acima.

No seminário, vamos mostrar a inversão do significado geométrico das linhas de curvatura durante a eversão com singularidades. E vamos exibir o desenho animado das linhas de curvatura durante uma eversão com singularidades do elipsoide de Monge.