

Soluções Auto Similares do Fluxo Redutor de Curvas na Esfera

Hiuri Reis*

*Instituto de Matemática e Estatística – UFG. Hiuri_reis@ufg.br

O fluxo redutor de curvas (FRC) é uma equação de evolução de curvas sobre uma superfície que se comporta como a equação do calor em um curto período de tempo. No entanto, após um tempo, a equação pode se tornar singular. O estudo das soluções auto similares são de fundamental importância para a compreensão do fluxo.

As soluções auto similares para o FRC no plano são bem conhecidas. As duas soluções mais simples são as retas, que não se movem ao longo do fluxo, e os círculos que encolhem a um ponto em tempo finito. Outra solução é a curva Grim Reaper, gráfico da função $f(x) = \ln(\cos x)$, que é a única curva de translação do plano. Em [2], Altschuler obteve uma curva que gira a uma velocidade constante, chamada espiral yin-yang. Além dos círculos, há outras curvas que encolhem homoteticamente ao longo do fluxo. Eles foram classificados pela Abresch e Langer em [1]. Uma discussão das curvas que se expandem dessa maneira pode ser encontrada em [4]. Mais recentemente, em [3], Halldorsson deu uma classificação completa das soluções autos similares do FRC no plano Euclidiano.

Nessa palestra, vamos discutir sobre as soluções auto similares do Fluxo Redutor na esfera, isto é, soluções que evoluem pelo fluxo de um campo conforme da esfera. Provaremos que uma curva na esfera é uma condição inicial de uma solução por isometrias do FRC se, e somente se, sua curvatura geodésica é proporcional ao ângulo entre seu vetor tangente e um vetor fixo. Usando esta caracterização, descreveremos a geometria de tais curvas na esfera, estudaremos seu comportamento qualitativo e provaremos a convergência dos fins dessas curva para o equador determinada pelo vetor fixo. Para finalizar a palestra, mostraremos os progressos no estudo das soluções que evoluem pelo fluxo do campo conforme da esfera $V = v^T$, onde v é um vetor fixo não nulo de \mathbb{R}^3 .

Referências

- [1] Abresch, U.; Langer, J., The normalized curve shortening flow and homothetic solutions. J. Diff. Geom. 23 (1986), no. 2, 175-196. MR 845704.
- [2] Altschuler, S. J., Singularities of the curve shrinking flow for space curves. J Diff. Geom. 34 (1991), no. 2, 491-514. MR 1131441.
- [3] Halldorsson, H. P., Self-similar solutions to the curve shortening flow. Trans. Amer. Math. Soc. 364 (2012), no. 10, 5285-5309. MR 2931330.
- [4] Ishimura, N., Curvature evolution of plane curves with prescribed opening angle. Bull. Austral. Math. Soc., 52 (1995) no. 2, 287-296. MR 1348488
- [5] Mantegazza, C., Lecture notes on mean curvature flow. Progress im Mathematics, vol. 290, Birkhauser/Springer Basel AG, Basel, 2011. MR 2815949