UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALÉM DO RACIONALISMO

MAXWELL GONÇALVES ARAÚJO

GOIÂNIA
2009

sistema de bibliotecas ufg

UFG

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1. Identificação do material bibliográfico: **[X] Dissertação** **[ ] Tese**

2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	**Maxwell Gonçalves Araújo**				
E-mail:	**mxnte@yahoo.com.br**				
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página? [**X**]Sim [ ] Não					
Vínculo empregatício do autor	**SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE GOIÁS**				
Agência de fomento:				Sigla:	
País:	**Brasil**	UF:	**GO**	CNPJ:	**01.409.705/0001-20**
Título:	**O ensino da Matemática para além do racionalismo**				
Palavras-chave:	**Conhecimento, Ensino, Educação Crítica, Comunicação, Lógica, Racionalismo**				
Título em outra língua:	**The Mathematics teaching beyond rationalism**				
Palavras-chave em outra língua:	**Knowledge, Education, Education Review, Communication, logic, Rationalism**				
Área de concentração:	**Métodos e Técnicas de Ensino - Ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática**				
Data defesa: (dd/mm/aaaa)	**10/12/2009**				
Programa de Pós-Graduação:	**Mestrado em Educação em Ciências e Matemática**				
Orientador (a):	**Prof. Dr. Juan Bernardino Marques Barrio**				
E-mail:	**juanbmb@hotmail.com**				
Co-orientador (a):*					
E-mail:					

*Necessita do CPF quando não constar no SisPG

3. Informações de acesso ao documento:

Liberação para disponibilização?[1] [**X**] total [ ] parcial

Em caso de disponibilização parcial, assinale as permissões:
[ ] Capítulos. Especifique: ____
[ ] Outras restrições: ____

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.
O Sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

____ Data: ____ / ____ / _____

Assinatura do(a) autor(a)

[1] Em caso de restrição, esta poderá ser mantida por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Todo resumo e metadados ficarão sempre disponibilizados.

MAXWELL GONÇALVES ARAÚJO

O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALÉM DO RACIONALISMO

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação da Universidade Federal de Goiás, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Juan Bernardino Marques Barrio

GOIÂNIA
2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
GPT/BC/UFG

A659e

Araújo, Maxwell Gonçalves.
O ensino da matemática para além do racionalismo [manuscrito] / Maxwell Gonçalves Araújo. - 2009.
xv, 71 f. : il., figs, tabs.

Orientador: Prof. Dr. Juan Bernardino Marques Barrio.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Programa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, 2009.
Bibliografia.
Inclui lista de figuras.

1. Conhecimento Matemático. 2. Matemática – Ensino. 3. Matemática – Educação crítica. I. Título.

CDU: 51:37.02

O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALÉM DO RACIONALISMO

Por

MAXWELL GONÇALVES ARAÚJO

Dissertação aprovada para obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Goiás, sendo a Banca examinadora formada por:

____
Presidente: Prof. Juan Bernardino Marques Barrio, Dr., UFG
Orientador

____
Membro: Prof. Duelci Aparecido de Freitas Vaz, Dr., PUC Go.

____
Membro: Prof. Rogério Ferreira, Dr., UFG.

Goiânia, 10 de dezembro de 2009.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os meus professores com os quais me formei e devido aos quais, hoje, tenho a honra de dizer que também sou um professor!

Neste momento oportuno
Vou dizer para cada aluno
Que estude constantemente
Sem tirar de sua mente
O seu livro e o professor

Com muita certeza digo
É ele o seu grande amigo
Que na vida lhe conduz
É seu grande protetor
Quem vive sem professor
Vaga nas trevas sem luz

Ele na sua missão
No setor da educação
Posso muito bem dizer
Que é o melhor companheiro
Mais fiel e verdadeiro
Que nos ajuda a vencer

Com muita simplicidade
Aí vai esta verdade
De um poeta agricultor,
Na referência que faço
Envio um fraterno abraço
Para cada professor

Patativa do Assaré

Eu não tenho dúvida nenhuma da importância de qualquer esforço, que não deve inclusive ser um esforço exclusivo do matemático (professor de Matemática), por exemplo, mas que deveria ser, no meu entender, um esforço do homem e da mulher, de qualquer profissão, que é exatamente o esforço de nos reconhecer como corpos conscientes matematicizados.

A nossa presença no mundo implicou, indiscutivelmente, a invenção do mundo... O passo decisivo que nos tornamos capazes de dar foi exatamente o passo em que o suporte em que estávamos virou mundo e a vida que vivíamos começou a virar existência. E nessa passagem, nessa transição do suporte para o mundo é que se instala a história, é que começa a se instalar a cultura, a invenção da linguagem, o pensamento que não apenas se adentra no objeto que está sendo pensado, mas que já se enriquece da possibilidade de comunicar e comunicar-se. Nesse momento a gente se transformou também em matemáticos. A vida que vira existência se matematiza. Uma das grandes preocupações dos educadores deve ser a de propor aos jovens, estudantes, alunos, educandos, que antes e ao mesmo tempo em que descobrem que quatro vezes quatro são dezesseis, descobrem também que há uma forma Matemática de estar no mundo.

(Entrevista de Paulo Reglus Neves Freire a Ubiratan D'Ambrosio)

- Texto adaptado -

A FAMÍLIA

Fato, é que sou fã
de muito afã me lia ato,
por este contrato de grande valor...
Este relato, de fino trato, a vocês: amor!

por Maxwell Gonçalves Araújo

Aos que me fizeram refúgio...

RESUMO

Desde Platão até o presente muitas foram as correntes filosóficas que tentaram dotar o conhecimento matemático de uma concepção única. Mesmo assim, a perspectiva Racionalista dos séculos XVII e XVIII, de forma quase que absoluta, é a que tem uma grande influência, até hoje, no Ensino da Matemática. Nesse sentido, apesar da implementação de ações que visam amenizar essa visão racional, os problemas referentes ao ensino e às dificuldades na aprendizagem da Matemática, persistem.

Esse crer/fazer/pensar/ensinar uma Matemática escolar, sem nenhum tipo de questionamento, ou seja, sem um pensar crítico-reflexivo, tem recebido críticas, em particular, por meio da Educação Matemática Crítica, que tem em Skovsmose um de seus maiores referentes. Em vista disso, faz-se necessário refletir sobre essa relação que se concebe entre o conhecimento matemático e a sociedade.

Neste trabalho buscamos evidenciar a importância da perspectiva histórica/filosófica/social do ensino da Matemática, de modo que os processos de ensino e de aprendizagem tenham um verdadeiro significado social. Nesse sentido, sem dogmas, o individuo deve ser artesão de sua própria educação que lhe garanta um desenvolvimento integral mais harmonioso e mais humano. Para isso, é preciso pensar/repensar que o ensino da Matemática, que leve a uma aprendizagem realmente significativa, não pode estar alheio ao processo de construção do conhecimento matemático. Para isso, este ensino deve ser focado ***para além do racionalismo.***

Palavras-chave: Conhecimento, Ensino, Educação Crítica, Comunicação, Lógica, Racionalismo.

ABSTRACT

From Plato to the present were the many philosophies that tried to acquire the mathematical knowledge of a unique design. Still, the rationalist perspective of seventeenth and eighteenth centuries, almost to absolute, always has a great influence, even today, in Mathematics Teaching. In this sense, despite the implementation of actions aimed at alleviating the rational view, the problems relating to education and the difficulties in learning Mathematics, persist.

This believe/do/think/teach a school mathematics, without any questioning, that is, without a critical and reflective thinking has been criticized, particularly by means of Critical Mathematics Education, which takes one of his biggest Skovsmose referents. In view of this, it is necessary to reflect on this relationship is conceived between mathematical knowledge and society.

In this work we demonstrate the importance of historical/philosophical/social teaching of mathematics, so that the processes of teaching and learning have a true social significance. Accordingly, no dogma, the individual must be craftsman of his own education that will guarantee a more harmonious and integral development of more humane. For this, we need to think/rethink the teaching of mathematics, leading to a significant learning really can not be alien to the construction of mathematical knowledge. To do this, this education should be focused ***beyond rationalism***.

Keywords: Knowledge, Education, Education Review, Communication, logic, Rationalism.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

> A destruição do passado... é um dos fenômenos mais característicos e lúgubres do final do século XX. Quase todos os jovens de hoje crescem numa espécie de presente contínuo, sem qualquer relação orgânica com o passado público da época em que vivem. Por isso os historiadores, cujo ofício é lembrar o que os outros esquecem, tornam-se mais importantes que nunca...
>
> (Hobsbawm, 1996, p. 13)

Ao analisarmos histórica e filosoficamente as concepções acerca da construção do conhecimento matemático, de Platão ao século XX, nos deparamos fundamentalmente com duas visões. Uma que utiliza o conhecimento matemático, exclusivamente no seu aspecto lógico, como instrumento da razão para explicar a realidade sócio-político-cultural (e também a própria Matemática), na qual se encontram os filósofos racionalistas, desde Platão, até Descartes (1596-1650), Espinosa (1632-1677), Leibniz (1646-1716), Hegel (1770-1831). A segunda concepção tem como base, exclusivamente a experiência, privilegiando a intuição, e tem nos empiristas Newton (1642-1727), Locke (1632-1704), Berkeley (1602-1678) e Hume (1711-1776) seus expoentes.

Na passagem do século XVIII para o XIX, Immanuel Kant (1724-1804) revê essa tendência de associar o pensamento à análise pura e simples e inaugura o neo-racionalismo. Nesta vertente o conhecimento parte da experiência, entretanto, deve tornar-se independente desta para que seja universal. Assim, Kant aceita as formas a priori da razão, afirmando, entretanto, que elas necessariamente devem ser conjugadas aos dados da experiência para que possa haver conhecimento, ou seja, considera que intuição/experiência e lógica/razão devem ser consideradas.

Três novas correntes filosóficas aparecem no século XIX, que buscam explicar a natureza do conhecimento matemático: o Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo.

O Logicismo, do matemático alemão Frege (1848-1925) tem o propósito de reduzir a aritmética à lógica, e mais tarde B. Russell (1872-1970) apresenta a proposta de reduzir toda a Matemática à lógica. No Formalismo, Hilbert (1862-1943) busca unir o método logicista ao método axiomático, como uma forma de garantir a consistência nas investigações em Matemática. No cerne do Intuicionismo moderno, fundado por Brouwer (1881-1966), a Matemática em sua formação abstrata é considerada puramente intuitiva, e independente da lógica. Estas três correntes possuíam como características comuns: (i) o abandono da experiência como fonte de conhecimento; (ii) e o consenso do caráter absoluto do conhecimento matemático.

Na realidade, mesmo que tanto a visão Neo-racional de Kant, como o Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo Moderno tenham buscado dotar a Matemática de uma fundamentação sólida, todas falharam em seus propósitos, e a natureza do saber matemático passou a ser novamente questionada.

E, apesar de todas estas tentativas, a perspectiva Racionalista dos séculos XVII e XVIII é quem influencia até hoje, de forma quase que absoluta, na Filosofia e no Ensino da Matemática.

Quanto ao ensino de Matemática, em particular no Brasil, até a expulsão dos jesuítas em 1758, eram eles que ministravam o ensino da Matemática, completamente alheios à realidade da colônia. A colônia ficou sem nenhum sistema de ensino, minimamente organizado até 1808, com D. João VI que se busca proporcionar educação superior exclusivamente para uma elite aristocrática e nobre que se opunha à corte. Logo após a independência, os legisladores e governantes externaram preocupações educacionais, que, na realidade, não se concretizaram.

Em 1837, fundou-se o Colégio Pedro II, em cujo currículo estabeleceu-se o ensino da aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, cada qual constituindo uma disciplina autônoma. Surgiram então, textos didáticos para estas disciplinas, traduzidos dos textos franceses do final do século XVII ou neles inspirados.

Com a República, o ensino da Matemática continuou a ser ministrado quase que nos mesmos padrões do Império. A aritmética e álgebra eram desenvolvidas de forma programática como uma sucessão de regras e fórmulas não justificadas, com ênfase em aspectos práticos, embora essa preocupação utilitária se manifestasse em problemas absurdamente artificiais. A geometria, por outro lado, era justificada e ensinada de forma dedutiva, sendo valorizada pelas classes dominantes porque “ensinava” a pensar. As escolas da elite jamais prescindiam da geometria, enquanto as poucas escolas profissionalizantes importavam-se menos com ela. Convém notar, porém que mesmo, sendo dedutiva, a geometria acabava se convertendo numa sucessão das regras arbitrárias para a maioria dos alunos, pois estes não compreendiam as deduções.

Nas reformas das décadas de 1930 e 1940, criou-se o Ministério da Educação e a reforma Francisco Campos, introduz uma Educação Primária de 4 anos e um currículo seriado para a Secundária, tendo o ginásio de 4 anos, seguido de um curso de humanidades ou de um curso de ciências, ambos de 3 anos. Neste currículo, ocorre a fusão das disciplinas de trigonometria, álgebra, aritmética e geometria em uma só, denominada evidentemente, Matemática, desaparecendo os velhos livros de cada uma dessas áreas.

Desde o início dos anos trinta até o final dos anos cinqüenta pouca coisa modificou-se no ensino da Matemática. No entanto, os cursos de licenciatura em Matemática das escolas superiores estavam a par do intenso progresso matemático do século XX, e em 1955 é realizado em Salvador o I Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática. Neste, reconheceu-se que o currículo secundário necessitava de atualização, devendo-se buscar maior entrosamento com o conteúdo universitário. No entanto, mudanças só ocorreram, a partir de um movimento europeu e norte-americano.

No fim da década de 1950 e na década de 1960, os estadunidenses promoveram uma redução de sua educação Matemática e científica, amparada em volumosas verbas, e na França, ocorre a reorganização axiomática e dedutiva do conhecimento matemático, através da teoria de conjuntos, promovida pelo grupo Bourbaki[2]. Assim, a Matemática elementar se aproxima

[2] Nicolas Bourbaki, personagem fictício de um pseudônimo coletivo, adotado em 1935 por um grupo de jovens matemáticos reunidos em Paris, com o propósito de redigir um tratado de análise que permitiria reorganizar e simplificar as Matemáticas, utilizando uma terminologia e notações cuidadosamente pensadas. Esta sociedade “secreta” reuniu os maiores matemáticos franceses em vários livros, dando origem à chamada Matemática Moderna.

da superior e dessas duas fontes nasce a Matemática Moderna, que de forma rápida é adotada no Brasil.

Esta Matemática propunha-se a eliminar o ensino de Matemática baseado na memorização de regras e no treino de algoritmos, e a teoria dos conjuntos foi introduzida buscando unificar a linguagem dos vários ramos da disciplina, enfatizando-se tópicos modernos nos currículos, tipo matrizes e probabilidades. Editaram-se traduções didáticas do *School Mathematics Study Group* (SMSG) e surgiram os primeiros livros didáticos brasileiros de Matemática Moderna. Após 1965, com a II Conferência Interamericana de Educação Matemática Moderna, esta se disseminou no Brasil.

No entanto, para a maioria dos professores, esta Matemática trouxe apenas mudanças superficiais no ensino. Os antigos problemas persistiram com um novo problema: aos tradicionais desenvolvimentos algébricos acrescentaram-se as novas operações com conjuntos. Em linhas gerais, a Matemática Moderna produziu um ensino tão ineficaz quanto o anterior.

Apesar de resultados duvidosos, a Matemática de então constitui-se numa experiência de grande importância. O movimento atual de educação Matemática deve creditar seus acertos a quem aprendeu com os erros da "Moderna Matemática". As discussões metodológicas de 1975 até hoje têm grande importância no surgimento de uma reflexão crítica que se faz a partir do anterior.

> Se a Matemática Moderna não produziu os resultados pretendidos, o movimento serviu para desmistificar muito do que se fazia no ensino da Matemática e mudar – sem dúvida para melhor – o estilo das aulas e das provas e para introduzir muitas coisas novas, sobretudo a linguagem moderna de conjuntos. Claro que houve exageros e incompetência, como em todas as inovações. Mas o salto foi altamente positivo. Isso se passou, com essas mesmas características em todo o mundo [...]. (D'AMBRÓSIO, 1998, p. 57-59)

Na década de 1980, com o esgotamento desta Matemática, começam as reações e discussões acerca da forma de se ensinar este conhecimento. Busca-se, a partir de uma nova orientação do pensamento e da organização das situações de ensino-aprendizagem, possibilitar uma visão mais integrada e menos compartimentalizada, promovendo as chamadas intraconexões das diferentes áreas.

Esta preocupação não apenas com o que ensinar, mas também como ensinar está no foco das propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Brasil, advindos da lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). No entanto, apesar desta nova tentativa, até hoje os problemas referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, vinculados a uma visão racional deste conhecimento, persistem.

Esse crer/fazer/pensar/ensinar uma Matemática escolar, sem nenhum tipo de questionamento, ou seja, sem um pensar crítico-reflexivo, tem recebido críticas em particular por meio da Educação Matemática Crítica, que tem em Skovsmose um de seus maiores defensores. Em vista disso, faz-se necessário refletir sobre essa relação que se concebe entre o conhecimento matemático e a sociedade (Figura 1).

Figura 1 *- Relação que se concebe entre o conhecimento matemático e a sociedade*

Nesse sentido, neste trabalho buscamos evidenciar a importância da perspectiva histórica/filosófica/social do ensino da Matemática, como afirma Hobsbawm, citado na epígrafe desta introdução. Só conseguimos entender o presente a partir de uma visão crítica do nosso passado que nos permite atuar em sociedade de forma mais consciente, fazendo com que, tanto professores como alunos, sejam capazes de pensar e refletir sobre suas ações.

Com estes objetivos, dividimos a dissertação em três capítulos. No capítulo 1, desenvolvemos uma breve história acerca da construção do conhecimento matemático, buscando uma perspectiva filosófica que deve orientar o caminhar.

No capítulo 2, revisamos como o ensino da Matemática tem sido desenvolvido ao longo dos tempos, com foco na linguagem utilizada para tal fim.

No capítulo 3, desenvolvemos algumas propostas, no sentido de fazer com que os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática tenham um verdadeiro significado social.

Por último, em “Um repensar como conclusão”, reafirmamos que o ensino da Matemática, que leve a uma aprendizagem realmente significativa, não pode estar alheio ao processo de construção deste conhecimento. Para isso, este ensino deve ser focado ***para além do racionalismo.***

CAPÍTULO 1

A CONSTRUÇÃO HISTÓRICA DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

> É preciso que haja uma necessidade, tanto em filosofia quanto nas outras áreas, do contrário não há nada. Um criador não é um ser que trabalha pelo prazer. Um criador só faz aquilo de que tem absoluta necessidade. Essa necessidade — que é uma coisa bastante complexa, caso ela exista — faz com que um filósofo se proponha a inventar, a criar conceitos, e não a ocupar-se em refletir.
>
> (Gilles Deleuze)

> A Matemática vai sendo desenvolvida à medida que se faz necessária. O mesmo pode ser feito através de um novo enfoque à resolução de problemas. A modelagem é o melhor exemplo desse enfoque.
>
> (Ubiratan D´Ambrosio)

Nossa História começa com o desenvolvimento da escrita como padrão de comunicação do conhecimento, onde toda essa significação simbólica se fez (e ainda se faz) mister. Contudo, pelo fato de concentrarmos nossas atenções em outros momentos, as considerações históricas que forem realizadas serão colocadas sem o aprofundamento que, com certeza, estes momentos merecem**.** Estes apontamentos têm a função de nos situar em momentos históricos onde identificaremos o viés filosófico que mantém as mãos dadas entre a ciência e a natureza.

Simplificando o crédito dado pelos cristãos, romanos e gregos, à pluralidade de substâncias que compõem o universo, admite-se no Método de Descartes, apenas, três classificações: a extensa (matéria), a pensante (alma) e o infinito (Deus). O conhecimento se realiza ao apreendermos as essências destas substâncias e suas operações fundamentais, possível, apenas, por meio do conceito de causalidade. Logo, o conhecimento como representação significava que a inteligência não interagia diretamente com os corpos, e sim com a idéia que fazíamos deles. Assim sendo, as relações de causa aconteciam entre coisas de mesma substância e a garantia de representação adequada nos era dada pelo método.

Contudo, pretendemos observar que essa “identificação substancial” é encontrada em momentos históricos diferentes, e não apenas no Método. E mais, desejamos identificar cada consideração histórica como sendo um representante de um obstáculo epistemológico que guiou (ou atrapalhou) o desenvolvimento histórico matemático. Com isso, queremos verificar os efeitos da comunicação na educação Matemática, as relações entre o pensar matemático ontem e hoje e o que podemos sugerir para tentar melhorar este relacionamento, indo além da racionalidade científica.

Acredito que um bom começo para uma reflexão sobre *o que é aprendido* seja nos alertarmos para o cuidado em pensar que

> ... tudo é quantificado, tendendo a excluir a qualidade e mesmo transformar a qualidade em determinações mensuráveis. O real é submetido a todo momento às noções rígidas, exatas, dos números. Empreendimento paradoxal, comenta Alexandre Koyré, porque a realidade cotidiana na qual vivemos e existimos não é Matemática, nem mesmo matematizável: “Ela é o domínio do movediço, do impreciso, do ‘mais ou menos’ e do ‘cerca de’ [...]” (NOVAES, 1992, p. 342).

1.1) REFLETINDO SOBRE O MÉTODO E O ENSINO

Do final do séc. XVIII ao início do séc. XX, foram criadas diversas sociedades literárias e científicas no Brasil. Ao recordá-las, notamos que, para todas, o foco foi o desenvolvimento, e este, juntamente com a melhoria da qualidade da instrução pública, tiveram vida efêmera.

Nossas origens científicas enraizadas na cultura portuguesa, cuja tradição Matemática não era das melhores em tempos de colonização, justificam a demora de resultados satisfatórios e de algum lampejo de valorização científica nessa área. Ela (a Matemática) só se desenvolveu em qualidade e quantidade no Brasil a partir da década de 1930. A década de 1920 foi uma preparação para os acontecimentos que iriam emergir na década seguinte. Uma destas preparações foi a “Semana de Arte Moderna”, onde uma parte expressiva da intelectualidade se mobilizou para conscientizar a população da necessidade de solução dos grandes problemas da época: econômica, política, saúde pública, desemprego, educação, saneamento básico, moradia, entre outros.

Mesmo com a interferência de vários estudiosos progressistas, a Matemática, inicialmente, teve suas origens (no Brasil) na Academia Real Militar (1810), depois na Escola Politécnica (1896 – Rio de Janeiro), como uma disciplina exclusiva do curso de Engenharia, ambas com professores vindos da Universidade de Coimbra, considerada medieval e com fortes influências positivistas[3].

Nesse ambiente, desenvolve-se o ensino da Matemática no Brasil, como disciplina, e desde então apresenta muitas dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem, que são enfrentados pelos professores e pelos alunos e que, na sua grande maioria, são velhos conhecidos das teorias educacionais. Em muitos casos, o aluno é aprovado ou reprovado sem ter conseguido entender o que lhe foi ensinado na escola, e o conhecimento "adquirido" fica sem utilização. Ou seja, muitas das vezes, o aluno não consegue efetivamente ter acesso a esse saber.

Por outro lado, estiliza-se um professor que, "consciente" de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e nem repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico, procura novos elementos, em sua maioria, receitas de como ensinar, acreditando que possam melhorar o presente quadro. O grande interesse dos professores pelos materiais didáticos e pelos jogos, presentes em encontros, conferências, cursos, são uma evidência disso. Nestes eventos se percebe a grande procura por atividades programadas que discutem questões relativas a esse tema. Diante de um novo material ou de um jogo desconhecido, os professores ficam maravilhados com a sensação de terem encontrado a solução, a fórmula mágica para os problemas que enfrentam no dia-a-dia da sala de aula.

[3] A filosofia positiva de Isidore Auguste Marie François Xavier Comte (Montpellier, 19 de janeiro de 1798 – Paris, 5 de setembro de 1857 – filósofo francês, fundador da Sociologia e do Positivismo) nega que a explicação dos fenômenos (naturais, ou sociais) provenha de um só princípio. A visão positiva não considera as causas dos fenômenos (Deus ou natureza). Pesquisa, apenas, as suas leis, vistas como relações abstratas e constantes entre fenômenos observáveis.

No entanto, o professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais ou jogos são importantes para o ensino e a aprendizagem da Matemática nem do momento em que devem ser, necessariamente, utilizados. De um modo geral, costuma-se justificar a importância desses recursos, apenas, pelo "caráter motivacional", ou pela "alegria das aulas e das crianças", ou ainda, pelo paradigma: "o ensino da Matemática tem de partir do concreto". Porém, "será que podemos afirmar que o material concreto ou jogos pedagógicos são realmente indispensáveis para que ocorra uma efetiva aprendizagem da Matemática?" (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

A primeira vista, pode parecer que todos concordem e respondam sim a esta pergunta. Entretanto, isto não é verdade. Não há necessidade de objetos na sala de aula (mesmo porque, muitas vezes, eles nem existem), mas sim, de objetivos, "de situações em que a resolução de um problema implique a utilização dos princípios lógico-matemáticos a serem ensinados" (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

Isto se deve ao fato de que, apesar do material ser objetivo, ele pode ser considerado como algo abstrato, porque esses objetos existem apenas na escola, com a finalidade do ensino de um conteúdo específico, e não possuem, na maioria das vezes, conexão com o mundo da criança. O concreto para a criança não significa necessariamente algo manipulável, mas, sim, as situações que ela tem que enfrentar socialmente. Não podemos responder à questão proposta por Fiorentini e Miorin, sem antes fazer uma reflexão mais profunda sobre o assunto.

Na verdade, cada material se esconde atrás de uma visão de educação, de Matemática, de homem, de mundo. Existe subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica. Devido a esse fato é que existem diferentes propostas de trabalho, as quais possuem materiais com características muito próprias, que são utilizados, também, de forma distinta e em momentos diferentes nos processos de ensino e de aprendizagem.

> O avanço das discussões sobre o papel e a natureza da educação e o desenvolvimento da psicologia, ocorrida no seio das transformações sociais e políticas contribuíram historicamente para as teorias pedagógicas que justificam o uso na sala de aula de materiais "concretos" ou jogos

> fossem, ao longo dos anos, sofrendo modificações e tomando feições diversas. (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

Um exemplo disso é que, até o séc. XVI acreditava-se que a capacidade de assimilação da criança era idêntica à de um adulto, apenas menos desenvolvida. Assim, o ensino tinha como objetivo corrigir as deficiências ou defeitos da criança. Isto era feito através da transmissão do conhecimento. Sua aprendizagem era considerada passiva, tendo como base a memorização de: regras, fórmulas, procedimentos, verdades localmente organizadas. O professor nesta situação (como transmissor e expositor de um conteúdo pronto e acabado) via o uso de materiais ou objetos como pura perda de tempo. Este tipo de atividade serviria, apenas, para perturbar o silêncio e/ou a disciplina da classe. Quando utilizados, o faziam de maneira puramente demonstrativa, servindo, apenas, de auxiliar à exposição, à visualização e à memorização do aluno. Em suma, este exemplo constitui a base do chamado “Ensino Tradicional” cujo nascimento enraíza-se nas águas positivistas que, até hoje, ainda fluem em muitas de nossas escolas.

Já no séc. XVII é possível encontrarmos considerações que se opõem a este tipo de ensino. Iohannis Amos Comenius (1592/1670), já dizia:

> *Quanto mais numerosos são os usos para que a natureza prepara determinada coisa, tanto mais minuciosamente a distingue*. Por exemplo: quanto mais distintamente um animal tem os membros divididos em articulações, tanto mais é capaz de um movimento mais distinto: como o cavalo mais que o boi, o lagarto mais que o caracol, etc. Também uma árvore, que tenha estendido bem os braços dos ramos e das raízes, é mais resistente e mais bela.
>
> Portanto, na instrução da juventude, importa fazer tudo o mais distintamente possível, de modo que, não só quem ensina, mas também quem aprende, entenda, sem nenhuma confusão, onde está e o que faz. Importa, por isso, que todos os livros utilizados nas escolas sejam elaborados segundo este luminoso exemplo da natureza (COMENIUS, 2001, p. 274-275).

No séc. XVIII, Rousseau (1712/1778), ao valorizar o trabalho manual, a experiência direta das coisas, o jogo, passa a considerar a Educação como um processo natural do desenvolvimento da criança. Ele valoriza uma escola que valorize os aspectos biológicos e psicológicos do aluno em desenvolvimento: o interesse, o sentimento, a criatividade, a espontaneidade e o processo de aprendizagem, priorizando, às vezes, estes aspectos em detrimento da aprendizagem dos conteúdos. Objetiva-se, com isso, fazer com que o homem conserve uma forma simples de viver, uniforme e solitária, prescrita pela natureza, evitando, assim, grande parte de seus problemas.

Navegando por estas águas é que surgem, primeiramente, as propostas de Johann Heinrich Pestalozzi (1746/1827) e de um jovem professor que o visitou em sua escola: Friedrich Froebel (1782/1852). Pioneiros na configuração da "escola ativa", Pestalozzi e Froebel acreditavam que uma educação atingiria, verdadeiramente, o seu objetivo se proviesse da atividade dos jovens.

O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, ao defender que a Educação deveria começar pela percepção de objetos manipuláveis, com a realização de ações concretas e experimentações. Fundou um internato onde o currículo adotado dava ênfase a excursões ao ar livre, manipulação de objetos onde as descrições deveriam preceder as definições, atividades dos alunos como canto, desenho, modelagem, jogos. Os conceitos nasceriam das operações sobre as coisas, através da experiência direta. Froebel foi um dos primeiros a falar em auto-educação, um conceito que só se difundiria no início do século XX, graças ao movimento da Escola Moderna, de Maria Montessori (1870-1952) e Célestin Freinet (1896-1966).

Crítico da escola tradicional, Freinet tinha como objetivo básico desenvolver uma escola popular. Suas propostas, hoje em dia, continuam, ainda, a ser uma grande referência para a educação – a criança considerada o centro da educação – pois, a educação começa desde que a criança nasce e não, apenas, na idade da razão.

> A criança tem a necessidade e o direito de buscar sozinha, de descobrir e se alegrar com suas descobertas, de encontrar seu lugar no mundo, de analisar este mesmo mundo, de dominar física e mentalmente seu ambiente e inserir-se nele.
> Contudo, para que essa inserção seja eficaz, a criança deve aprender a realidade com um certo rigor de pensamento. Deve-se, então, fornecer-lhe meios necessários a sua formação científica ao longo do desenvolvimento de sua personalidade, considerada globalmente e diretamente ligada à sua vivência cotidiana (PAIVA, 2002, p. 13).

Mais tarde, Montessori e Decroly (1871/1932), inspirados em Pestalozzi, desenvolveram uma didática especial (ativa) para a Matemática. Maria Montessori acreditava não haver aprendizado sem ação. Médica e educadora italiana, após experiências com crianças excepcionais, desenvolveu, no início do séc. XX, diferentes materiais de manipulação destinados à aprendizagem da Matemática. Com forte apelo à "percepção visual e tátil", estes materiais foram posteriormente estendidos para o ensino de "classes normais". Defendia a idéia de que, na Matemática, nada deve ser dado à criança sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a pensar, a agir, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração.

Já Ovide Decroly parte da observação global do fenômeno para, após análise, decompô-lo. Não põe nada na mão da criança. Não utiliza materiais para que ela construa. Apenas sugere como ponto de partida os fenômenos naturais (como, por exemplo: a quantidade de chuva num determinado tempo ou crescimento de uma planta para introduzir contagem e/ou medições).

Emma Castelnuovo classifica os métodos de Decroly e de Montessori, respectivamente, em "ativo – analítico" e "ativo – sintético" (sintético porque construtivo). Segundo ela, em ambos os métodos falta "algo" que conduza a criança à indução própria do matemático. Castelnuovo se baseia na teoria piageteana a qual aponta para outra direção:

> A idéia fundamental da ação é que ela seja reflexiva. Que o interesse da criança não seja atraído pelo objeto material em si ou pelo ente matemático, senão pelas operações sobre o objeto e seus entes. Operações que, naturalmente, serão primeiro de caráter manipulativo para depois interiorizar-se e posteriormente passar do concreto ao abstrato. Recorrer à ação, [...] não conduz de todo a um simples empirismo, ao contrário, prepara a dedução formal ulterior, desde que tenha presente que a ação, bem conduzida, pode ser operatória, e que a formalização mais adiantada o é também (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

O "concreto" deve ter por finalidade: exercitar as faculdades sintéticas (sintética no sentido de permitir ao aluno construir o conceito a partir do concreto) e analíticas (analítica por que, nesse processo, a criança deve discernir no objeto aqueles elementos que constituem a globalização) da criança. Para tanto, o objeto deve ser móvel, para que possa sofrer uma transformação onde a criança possa identificar a operação subjacente.

Nesse sentido, o material deverá ser artificial e também ser transformável por continuidade, devido ao fato de recorrermos aos fenômenos naturais, onde há sempre continuidade, porém, limitada pela própria natureza (podem conduzir à idéia de infinito, porém lhes falta o caráter de continuidade e de movimento).

Em contrapartida, a corrente psicológica Behaviorista também apresenta sua concepção de material, e principalmente, de jogo pedagógico. Segundo SKINNER (1904), (apud FIORENTINI e MIORIM, 1993), a aprendizagem é uma mudança de comportamento (desenvolvimento de habilidades ou mudanças nas ações) que resulta como conseqüência de estimulações externas, controladas por meio de reforços. A Matemática, nesta perspectiva, é vista, muitas vezes, como um conjunto de técnicas, regras, fórmulas e algoritmos que os alunos têm de dominar para resolver os problemas que o mundo tecnológico apresenta.

Nos métodos de ensino que trabalham com técnicas de ensino como instrução programada (estudo através de módulos instrucionais ou fichas) ou com o emprego de modernos recursos tecnológicos audiovisuais (projetores, televisores, computadores, equipamentos de áudio e vídeo...), os jogos pedagógicos, são mais valorizados que os materiais concretos. Introduzidos no início de um novo conteúdo, eles têm a finalidade de despertar o interesse da criança. E no final, o intuito é de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades.

> ... o jogo didático serve para fixação ou treino da aprendizagem. É uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico. Ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

Esta diversidade de concepções acerca do concreto aponta para a necessidade de ampliar nossa reflexão. Antes de optar por um material ou por um jogo, devemos identificar com clareza a nossa proposta político-pedagógica (sobre o tipo de aluno que queremos formar, sobre qual Matemática acreditamos ser importante para esse aluno, sobre o papel histórico da escola).

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem, estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da Matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

Que outra função tem o ensino de Matemática senão o próprio ensino da Matemática? Lançamos mão de todos os recursos que dispomos para cumprir esta tarefa fundamental. Deve ser dado, ao aluno, o direito de aprender não de forma mecânica, repetitiva; o fazer sem saber o que faz, nem por que faz, mas um aprender que, para ele, tenha significado. Onde participa "raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade" (FIORENTINI e MIORIM, 1993).

Para que isto ocorra, o material ou o jogo podem ser fundamentais. Neste sentido, o mais adequado, nem sempre, será o já construído ou o visualmente mais bonito. Durante a construção de um material, muitas vezes, o aluno tem a oportunidade de aprender de forma mais efetiva. Porém, em outros momentos, o mais importante será a discussão e resolução de uma situação-problema ligada ao contexto do aluno, ou ainda, a discussão e utilização de um raciocínio mais abstrato.

1.2) AS ORIGENS – CONSIDERAÇÕES HISTÓRICO-CULTURAIS

> O historiador assemelha-se a um equilibrista que anda em corda bamba, presa a dois altíssimos pólos distantes, sem ter por baixo a rede protetora que lhe amorteça a possível queda. Esse é o risco que assume ao tratar de encaixar os cubos certos que fazem gravuras na história, com os poucos fragmentos que o tempo, esse deus voraz, não consumiu.
>
> (Irineu Bicudo)

Com o devido critério já antes mencionado, observaremos a afirmação "tudo é número", cujas raízes estão fundadas na Escola Pitagórica (segunda metade do século 500 a. C.). Outra realidade, outra existência, outra cultura. Podemos considerar o fato de que a Matemática é a ciência da quantidade e do espaço, mas, cada geração de matemáticos formula uma definição de acordo com suas luzes sociais.

Fala-se, já a bastante tempo, de uma ciência crítica, de uma juventude preparada para a realização de mudanças e transformações na chamada sociedade moderna. A aprendizagem voltada para os avanços tecnológicos, para a globalização, para os princípios étnicos e éticos, para a solidariedade universal e o respeito à natureza. Contudo, o compartilhar ainda se restringe à boa vontade e aos apelos da Pedagogia da Autonomia rebuscada de tempos em tempos do juízo final da tão criticada Metodologia Tradicionalista.

Mesmo com a função de justificar visões de mundo, entender o passado, compreender o presente, fazer projeções para o futuro, refletir sobre a sociedade, acompanhar o desenvolvimento das sociedades e dos valores da humanidade, a História vive de crises, de revoluções, assim como mudam os paradigmas científicos. Na *Perspectiva Historicista* de Thomas S. Kuhn, a ciência desenvolve-se segundo determinadas fases (Estabelecimento de um paradigma – Ciência normal – Crise – Revolução científica – Estabelecimento de um novo paradigma) ilustrando bem essa visão epistemológica.

Já GASTON BACHELARD (2005, p. 121), afirma que "por uma tendência quase natural, o espírito pré-científico condensa num objeto todos os conhecimentos em que esse objeto desempenha um papel, sem se preocupar com a hierarquia dos papéis empíricos". A ciência simplifica o real e complica a razão, sendo que, no estudo da evolução do conceito de número em uma dada civilização ou cultura, segundo Hegel, o espírito ou a idéia expressa um conceito de número de forma peculiar, baseada na Filosofia de História de cada uma. Portanto, a Matemática desenvolvida por duas culturas diferentes, não se classificam com o avanço maior ou menor de uma em relação a outra. São, simplesmente, distintas.

A cultura histórica é um organismo que nasce, atinge a puberdade, envelhece, morre, e "sua vida" é representada pelas formas expressivas da sociedade como: a arte, a literatura, a Matemática, que acompanham a fisionomia da fase de sua evolução. Porém, ao "morrer no antes", se torna exemplo no agora, criando melhores perspectivas para o depois. Assim, os dias de Auschwitz e o Holocausto ainda amanhecem na memória, não para chocar, mas para nos emocionar, nos lembrar o quanto a discriminação é perversa, a maldade é insana, o homem pode ser sinistro... ou bom, apesar dos pesares. Lembramos a invasão russa do Afeganistão em 1979, para lembrar o quanto foi alto o preço pago por um povo a uma atitude desumana. Até hoje eles tentam recuperar a paz que lhes foi roubada. Então perguntamos: quais são os conhecimentos que não podemos deixar de lembrar? Questionamento bastante subjetivo para iniciarmos uma reflexão sobre o nosso trabalho.

Segundo Lintz, a evolução de qualquer organismo passa pelas fases da ornamentação primitiva, arte, ornamentação posterior, onde a primeira, rica em idéias, porém, sem fundamentação precisa e/ou sem sistematização; a segunda, ganha-se riqueza em expressividade, fundamentação (há o sugimento de grandes sistemas) e equilíbrio, porém com conteúdo simbólico; a terceira se caracteriza pela racionalidade exagerada, situada em um ambiente tecnicista, de alta especialização.

Nossa tentativa nesse primeiro momento será identificar estas fases na História Geral da Matemática. Esse enfoque diferencia-se da idéia original de Lintz que o faz em cada momento civilizatório, em cada desenvolvimento cultural diferente.

Nosso recorte terá o foco em três momentos (o Espaço Plástico e o Espaço Mágico, o Método de Descartes, a Teoria do Caos e a Geometria Fractal), tentando identificar as mudanças, as revoluções observadas de que falamos e a sua relação com a epígrafe de Paulo Freire citada no início do trabalho. Assim, se estabelecem as conexões entre os referidos capítulos, os quais desaguarão no leito de nossa proposta (o que se propõe!).

1.3) O ESPAÇO PLÁSTICO E O ESPAÇO MÁGICO

> Um indivíduo que tenha lido e compreendido os autores gregos e romanos têm mais consciência e experiência que aquele cujas impressões são restritas ao presente. Ele percebe que homens submetidos a circunstâncias diferentes avaliam de forma diferente à que adotamos nos dias de hoje. Seu próprio julgamento tornar-se-á, portanto, mais independente.
>
> (Ernst Mach)

Quando deixou de ser nômade e passou a viver um princípio de sociedade, o homem começou a sentir a necessidade de contar. A primeira idéia deu origem à correspondência biunívoca (mais tarde, servindo de base para o trabalho com os conceitos que envolvem função). Os dedos das mãos, as pedras, se transformam em instrumentos utilizados nessa correspondência, cujos traços (decimais) são conservados e considerados até os dias de hoje. Porém, grupos de pedras possuem características efêmeras que inviabilizam a conservação de informações numéricas a longo prazo. A primeira ideia inovadora foi registrar valores através de marcas em ossos e bastões. Começa, assim, uma linguagem que se desenvolveu dentro de princípios, cujo objetivo era facilitar o trabalho do homem que calculava (mesmo sem saber disso).

A tendência da linguagem de se desenvolver do concreto para o abstrato pode ser percebida em muitas das medidas de comprimento em uso atualmente, cujas denominações (palmo, pé, polegada) derivam de partes do corpo.

Tudo isso colaborou com o desenvolvimento matemático, transformando-o em algo muito maior do que apenas contar e medir. A origem dos primeiros indícios de uma estrutura, que mais tarde seria chamada de Matemática, se perde em tempos sem registros. Ora se deve à necessidade prática (na visão de Heródoto - os "estiradores de cordas" do antigo Egito, por exemplo), ora ao lazer sacerdotal e ritual (na visão de Aristóteles). Logo, nossa observação cronológica terá como princípio destacar pontos importantes segundo motivações pessoais, dispostos em um terreno mais firme da história da Matemática registrada em documentos que foram, de certa forma, preservados.

A partir, principalmente das significativas contribuições devidas aos babilônios, a cultura grega surge da fusão de um grande número de povos que vieram da África, de regiões do Mediterrâneo, da Ásia. Dominaram toda a região, hoje chamada de Grécia, o sul da Itália e o norte da África, apresentando uma magnífica junção entre mitologia e realidade, onde a religiosidade e os feitos heróicos influem em sua concepção de número. Um bom exemplo disso é a grande importância dada ao número doze, citado nos trabalhos de Hércules, relacionado aos apóstolos de Cristo e às faces do Dodecaedro (Figura 2) que, desde Platão, representava o Universo.

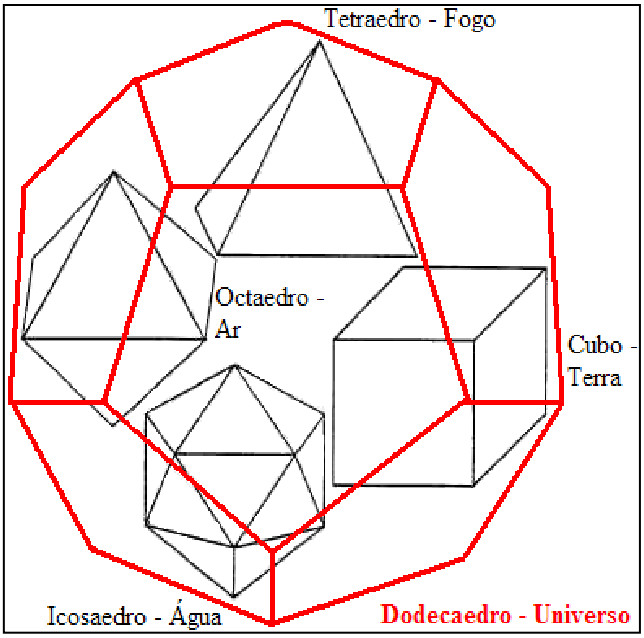

***Figura 2** - Dodecaedro / O Universo*

Sua Matemática está intimamente ligada ao estudo da Astronomia e da Física, no intuito de formalizá-las. O fantástico, o sobrenatural e o racional caminham de mãos dadas na tentativa de explicar os fenômenos da natureza, e assim, a Geometria Grega apresenta um grande número de contribuições. Em seu tratado *De Architectura*, Marcus Vitruvius Pollio (80/75? - 25 a.C. – arquiteto, engenheiro, agrimensor e pesquisador romano), faz a seguinte referência:

> A geometria é também de grande assistência para o arquiteto, e em particular, ela nos ensina o uso da régua e do compasso com os quais podemos planejar corretamente os edifícios e depois traçar, no canteiro de obras, com precisão, os ângulos retos e usar corretamente o nível e o fio de prumo. Com o auxílio da ótica, a iluminação adequada pode ser feita com vistas nos pontos cardeais. É verdade que a aritmética nos ajuda a calcular o custo total e o dimensionamento da obra, mas as difíceis questões de simetria são resolvidas pelas teorias geométricas e seus métodos práticos. (POLLIO, [--], 1999. p. 16.)

Por volta do séc. VI a.C. surge o estilo arquitetônico denominado *Coríntio*, cujo dimensionamento obedecia às estritas regras de simetria baseadas em proporções de suas partes. Como disse Protágoras, o homem passa a ser considerado a medida de todas as coisas. O corpo masculino torna-se padrão do perfeito e suas medidas inspiraram o posicionamento das colunas do *Pathernon* (Figura 2). Rudimentos de perspectiva dão o acabamento a uma obra que foi construída para homenagear os deuses e o belo.

A procura da forma de visualização da realidade, tornar geométrica a representação, eis o espírito científico da Matemática grega na tarefa da formação de uma ciência da realidade com "respostas" para o porquê matemático. A comunicação entre o concreto e o abstrato que possibilita ao homem desde o contato com a natureza perceptiva até o espírito vislumbrado através da minoração do medo. A ficção cede espaço para a poética do saber, liberta da ação de uma “semente do mal” imaginária, infantil, não informativa. Representatividade essa vivida historicamente com a “criação” da “medida do tempo”, cuja eficácia se traduz na evolução das espécies e, cronologicamente, é a corporeificação da História. Assim nasce o número como unidade plástica.

Figura 3 *- Pathernon*

No início da era cristã, paralelamente à cultura grega, se desenvolvia uma “cultura mágica” que, no *sentido da caverna*, apresentava o Universo como uma coleção de *entidades ocultas* como a Alquimia baseada na *transmutação de substâncias*. A verdade revelada identifica o número como substância, revelando a Álgebra como a Matemática das entidades ocultas e do número sacramental. A música demonstra bem a diferença do foco matemático entre gregos e árabes, onde “o método de formação dos intervalos na teoria musical árabe é essencialmente algébrico, ao contrário do grego que era geométrico” (LINTZ, 1999, p. 344). Nascem as fórmulas, as raízes, o uno, o feudo, o Islã e o fanatismo religioso. O bem e o mal em uma contrastante luta, a economia ligada à terra e o poder da palavra é a lei dos homens.

Dialogando novamente com Bachelard, identificamos o obstáculo epistemológico substencialista (ornamentação primitiva), onde a possibilidade de falarmos de substencialismos ocultos, íntimos, da qualidade evidente,

> ... levariam ao esquecimento do aspecto vago e infinitamente tolerante da substancialização, ao descuido com o movimento epistemológico que é alternado, do interior para o exterior das substâncias, prevalecendo-se da experiência externa evidente, mas escapando à crítica pelo mergulho na intimidade (BACHELARD, 2005, p. 121).

...E a nossa presença no mundo implicou, indiscutivelmente, a invenção do mundo... O passo decisivo que nos tornamos capazes de dar foi exatamente o passo em que o suporte em que estávamos virou mundo e a vida que vivíamos começou a virar existência. Nesse momento a gente se transformou também em matemáticos. (Entrevista de Paulo Reglus Neves Freire a Ubiratan D'Ambrósio)

1.4) O MÉTODO DE DESCARTES

O professor é... uma mistura de todos, uma soma de tudo.

(Sandra Mamede[4])

René Descartes, filósofo e matemático francês (Haia, atual Descartes, Indre-et-Loire[5], 1596 – Estocolmo, 1650), possui um conjunto de obras importantes para uma reflexão sobre o modo de pensar cientificamente. Porém, sua principal preocupação era a construção de um método único aplicável a todos os campos de investigação. Dentre sua vasta contribuição, destacamos: *Regulae ad Directionem Ingenii* (Regras para a Direção do Espírito, escrito em 1628 e publicado em 1701) e *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* (Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências, 1637), o qual foi, inicialmente, publicado com os três apêndices:

1) *La dioptrique* (A Dióptrica), onde Descartes utiliza a Matemática como elemento modelador. Analisando a reflexão das cônicas, ele percebeu sua aplicação na construção de lentes telescópicas:

$$(\text{método analítico} \xrightarrow{\text{compreensão}} \text{óptica});$$

2) *La géométrie* (A Geometria): a) leva a Geometria Analítica ao

[4] Professora de português, francês e literatura do ensino público em Salvador.
[5] Departamento da França, na região Central, com capital na cidade de Tours. A República Francesa é dividida administrativamente em cem departamentos (em francês: *départements*): 96 metropolitanos e 4 ultramarinos (francês: *départements d'outre-mer*), os DOM. Cada departamento constitui tanto uma divisão administrativa como um estado e uma coletividade territorial (em francês: *collectivité territoriale*).

conhecimento de seus contemporâneos; b) fornece uma aritmetização da geometria; c) classifica e retifica curvas; d) identifica as cônicas; e) trabalha com normais e tangentes; f) através de uma Álgebra geométrica, faz cumprir os objetivos do método (libertar a geometria de diagramas por meio de processos algébricos e, com interpretações geométricas, atribuir significados às operações da álgebra);

3) *Les météores* (Os Meteoros), onde, através de sua concepção mecanicista e de sua metodologia, pôde desenvolver explicações alternativas para os fenômenos atmosféricos ou sublunares.

As *Regulae* propõem investigar a verdade das coisas e pensar as ciências (partes da Matemática) como mutuamente dependentes (todas têm conexão entre si) e cuja reorganização depende de um grau de certeza tão eficiente quanto o da Matemática pura (Matemática universal). A conquista do conhecimento se traduz em dois caminhos: a experiência e a dedução/intuição. O processo possui duas etapas: uma analítica e uma sintética; a primeira parte é o procedimento heurístico; a segunda é a reversão das etapas analíticas, é a solução propriamente dita ou a construção, ou, ainda, a confirmação dos passos da análise.

> ... podemos observar que a concepção cartesiana do método de análise e síntese tem traços semelhantes com a concepção de Papus e da prática geométrica dos antigos geômetras. Mas, em Descartes, o método é utilizado para resolver um problema que não pertence à Geometria. Descartes começa decompondo o problema, tentando reduzí-lo para outros mais simples, até alcançar um primeiro princípio, algo reconhecido pela luz natural da razão. Depois disso, revertendo os passos anteriores, reconstrói o problema e para entendê-lo bastará seguir o caminho estipulado por último, na síntese, em suma, de um princípio claro e distinto até a completa concepção do problema. Isso, efetivamente, confirma que ele foi um seguidor do método dos antigos geômetras gregos. O método é entendido, por ele, como constituído de duas etapas inseparáveis, análise e síntese. Então, podemos dizer que Descartes, inspirado por esse método geométrico, fará a transposição metodológica das Ciências exatas para outras áreas do conhecimento. De fato, isso indica que o ideal metodológico grego será retomado, mas agora com um grande diferencial, está voltado para questões mais amplas (VAZ, 2007, p. 117-118).

Assim, não é o desejo de Descartes ensinar um Método a cada um para bem conduzir sua razão, e sim, mostrar de que maneira ele se esforçou para conduzir a dele. As contradições encontradas em outros estudiosos mostrou-lhe que não podia crer com certeza absoluta em nada que lhe fora apresentado por senso comum ou exemplo.

> Descartes salienta a importância dos vários recursos que o homem tem a seu dispor para obter o conhecimento verdadeiro, a saber: a inteligência, a imaginação, os sentidos e a memória. Através da inteligência, concebem-se as coisas que existem e as relações entre elas. Pela imaginação, pode-se comparar, conservar, reproduzir, dissociar e combinar. Pelos sentidos, podemos receber as impressões externas por meio da audição, olfato, tato, visão e paladar. Pela memória, conservam-se e evocam-se os conhecimentos adquiridos. Tudo que existe de perceptível, pode ser representado como extensão e forma. Na verdade, Descartes tenta estabelecer uma estreita relação entre o sujeito e o objeto do conhecimento (VAZ, 2007, p. 120).

Notadamente, exibe-se aos nossos olhos o obstáculo verbal, a *esponja epistemológica*. “Nesse caso, tratar-se-á de uma explicação verbal com referência a um substantivo carregado de adjetivos, substituto de uma substância com ricos poderes” (BACHELARD, 2005, p. 91). É o estado da *arte* da área científica.

> *...E nessa passagem, nessa transição do suporte para o mundo é que se instala a história, é que começa a se instalar a cultura, a invenção da linguagem, o pensamento que não apenas se adentra no objeto que está sendo pensado, mas que já se enriquece da possibilidade de comunicar e comunicar-se.*
>
> (Entrevista de Paulo Reglus Neves Freire a Ubiratan D’Ambrósio)

1.5) A TEORIA DO CAOS E A GEOMETRIA FRACTAL

> Eu vi um menino correndo, eu vi o tempo brincando
> ao redor do caminho daquele menino.
> (*Força Estranha* – Caetano Veloso[6])

Quando criança, perguntamos sobre o mundo e sobre a vida. Quando

[6] Disponível em: http://letras.terra.com.br/caetano-veloso/44727/. Acesso em: 17 dez. 2008.

crescemos, continuamos a perguntar sobre o mundo e sobre a vida. Nossas idéias nunca se satisfazem com relação ao destino, ao futuro, à cura, à explicação dos fatos. Para VAZ (2007: p. 6-7)

> ... os pensadores do século XVII, chamados sábios, dedicavam-se a uma gama de estudos científicos, técnicos, metafísicos, políticos e biológicos. Evidentemente que alguns desses sábios dedicavam-se mais a determinados assuntos do que a outros. Não existia diferença entre filósofo e cientista; somente nos meados do século XIX é que essa distinção ocorre. Descartes, por exemplo, estudou uma variedade de problemas matemáticos, biológicos, físicos e metafísicos.

É comum a aceitação de que a Matemática empírica, que existe devido não necessariamente a *fundamentos*, mas a *razões* empíricas que levaram a uma determinada formulação, tenha se transformado em uma Matemática dedutiva, formal, como a Matemática contida em Os Elementos (séc. III a. C) de Euclides. Considerada como um grande momento da História da Matemática, essa transformação se dá, segundo muitos historiadores, por meio da intervenção de Platão (427-348/7 a.C.).

Ao longo dos tempos, a discussão ideológica/epistemológica acerca do pensamento tem determinado o processo de construção do conhecimento científico. Contemplamos uma evolução no sentido do tratamento da informação, lingüística, idéias, porém, uma involução se destaca quando o assunto é autonomia científica. BICUDO (1998: p. 7 -apud VAZ -2007) investiga essa transformação e chega à seguinte tese:

> A mudança, pois, da Matemática "empírica" para a Matemática "pura" está intimamente associada ao caráter idealista, antiempírico da Filosofia eleática[7] e, sobretudo, da Filosofia de Platão. Como destaca van der Waerden[8] a respeito do platonismo: "Verdade, que significa as idéias. São as idéias que têm Ser verdadeiro, não as coisas que são observadas pelos sentidos. As idéias podem, às vezes, ser contempladas, em momentos de Graça, através da reminiscência do tempo em que a alma vivia mais perto de Deus, no reino da Verdade; mas isso pode acontecer somente depois de os erros dos sentidos terem sido conquistados pelo pensamento concentrado. O caminho que

[7] Eleatismo: doutrina filosófica cujo representante principal, Parmênides, defendia a tese da unidade e imobilidade absolutas do ser (FERREIRA, 2000).

[8] Bartel Leendert van der Waerden (1903 - 1996), graduou-se pelas Universidades de Amsterdam e de Gottingen (1919 a 1925). Seu principal cargo como professor foi o de Matemática pela Universidade de Zurich (Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/vanderw.html. Acesso em: 14 dez. 2007).

leva a esse estado é aquele da dialética...”.

Nesse sentido, Platão por considerar propedêutica a dialética, ele incentiva, assim, a estruturação dedutiva sistemática da Matemática e conduz a Filosofia Matemática a um caminho todo novo, separando-se dos pitagóricos, que mantinham no mesmo plano a Ciência e a Filosofia e de Sócrates, cuja investigação prudente se deteve na determinação da hipótese.

Já Descartes, idealiza um Método aplicável em todos os campos para investigar a verdade das coisas, pensando as ciências como *mutuamente dependentes*, reorganizando-as.

Podem-se perceber as semelhanças de pensamento entre o conhecimento matemático e a sociedade, nas falas de Descartes, Kant. Freire... Mutuamente dependentes!:

> “A afinidade entre Freinet e Paulo Freire pode ser notada, entre outros aspectos, no que diz respeito à crença na capacidade do aluno em organizar sua própria aprendizagem, à utilização do método global e à preocupação com a educação das classes populares” (PAIVA, 2002, p. 18).

Essa leitura pode ser representada na figura abaixo, que conecta a Matemática com diferentes aspectos.

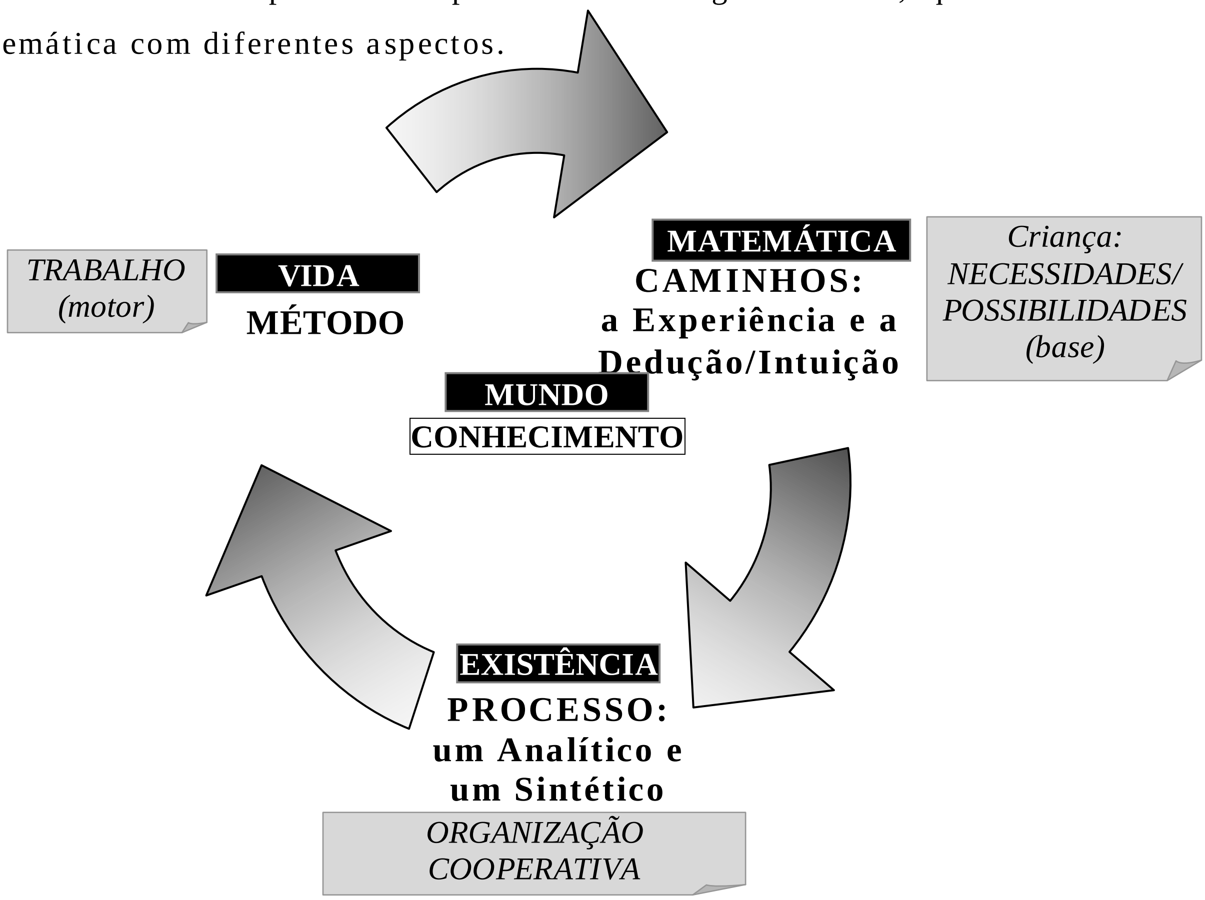

Figura 4 *- Organograma (Conhecimento, Método, Caminhos, Processo)*

De acordo com MENEGHETTI (2005):

> Uma posição intermediária aos dois grupos é possível ser verificada em Kant, para o qual todo conhecimento parte da experiência (trata-se aqui do que denominou de sintético); entretanto, o conhecimento deve tornar-se independente da experiência, pois a ciência deve ser universal e necessária (essas são as condições a priori do conhecimento). Há, então, na filosofia kantiana uma tentativa de se considerar, equilibradamente, na constituição do conhecimento, ambos os aspectos: o intuitivo e o lógico. Entretanto, apesar de tal tentativa, depois de Kant a experiência é novamente posta de lado. Foi o que sucedeu também na Filosofia da Matemática.

No início do século XIX, surgem os movimentos Logicista, Intuicionista e Formalista. O primeiro se preocupa em escrever todos os axiomas matemáticos na forma de proposições lógicas. O segundo procurou sistematizar a Matemática partindo sempre da intuição. No início do século XX, sentiu-se a necessidade de livrar a Matemática de paradoxos. Para tanto, seria necessário organizar a Matemática, por meio de axiomas claros, de tal modo a não gerar opiniões contrárias. Isto se tornou o objetivo principal do terceiro movimento: provar que as idéias Matemáticas seriam isentas de contradições.

Algumas tendências da Matemática do século passado já eram percebidas no final do séc. XIX. Entre estas, podemos citar a correspondência entre áreas da Matemática até então não relacionadas e a crescente interatividade entre matemáticos de diversas nacionalidades. Apesar destas compatibilidades, o séc. XX não foi menos imune ao tradicionalismo e ao destaque de certas escolas Matemáticas, graças ao estado da pesquisa em determinadas áreas, a força de alguns indivíduos, fatores externos como o desenvolvimento de campos associados (como a física, a estatística e a ciência da computação), pressões econômicas e sociais que usualmente servem para apoiar aplicações.

Contudo, uma aproximação filosófica entre as ciências tornou-se inevitável, e com isso surgiram abordagens que integram terapias físicas e psicológicas, como previu CARL GUSTAV JUNG (1982. p. 351-379) talvez o primeiro a estender a psicologia clássica a esses novos domínios, quando afirma que:

> Mais cedo ou mais tarde, a física nuclear e a psicologia do inconsciente se aproximarão cada vez mais, já que ambas, independentemente uma da outra e a partir de direções opostas, avançam para território transcendente. [...] A psique não pode ser totalmente diferente da matéria, pois como poderia de outro modo movimentar a matéria? E a matéria não pode ser alheia à psique, pois de que outro modo poderia a matéria produzir a psique? Psique e matéria existem no mesmo mundo, e cada uma compartilha da outra, pois do contrário qualquer ação recíproca seria impossível. Portanto, se a pesquisa pudesse avançar o suficiente, chegaríamos a um acordo final entre os conceitos físicos e psicológicos. Nossas tentativas atuais podem ser arrojadas, mas acredito que estejam no rumo certo .

Um segundo exemplo seria a convergência entre a tendência orgânica da Teoria Geral dos Sistemas e a tendência mecanicista da Teoria Cibernética, onde ambas costumam contribuir para o desenvolvimento de tecnologias: tanto para lidar com sistemas naturais (técnicas de gerenciamento, educacionais, de terapia familiar e outras), como para embasar a construção de sistemas artificiais.

Talvez o termo Complexidade, utilizado por Edgar Morin, seja a palavra-chave para que possamos iniciar o nosso entendimento com relação às implicações de uma nova visão de mundo nos paradigmas ditos emergentes. Se os avanços da Física, Química e Biologia, forem tomados como ponto de partida da idéia de que o mundo é regido por um emaranhado de ações, relações e interações, perpassados por fenômenos aleatórios, geradores de incerteza e imprevisibilidade, isto é o bastante para questionarmos antigas formas de conceber e pensar a realidade. A complexidade, assim observada, se impõe através de dificuldades ao mesmo tempo empíricas e lógicas.

Essa complexidade pode ser encontrada tanto no mundo físico quanto no mundo político – o que acontece em um ponto repercute em outros. Isso caracteriza o chamado efeito borboleta: se uma borboleta bate suas asas em uma região do planeta, esta ação pode, por uma série de causas e efeitos dinâmicos, provocar um furacão do outro lado do mundo. Este efeito retrata, de forma metafórica, o que chamamos de *Teoria do Caos*, onde está inserido o estudo da *Geometria Fractal* (termo proposto por Benoît B. Mandelbrot, matemático francês, nos anos 70) em Matemática. Bons exemplos da aplicabilidade desta teoria são os estudos da variabilidade espacial em agregação de solo, das previsões meteorológicas, da movimentação financeira na bolsa de valores, da dinâmica do coração, da caracterização e da descrição de falhas sísmicas, etc., notadamente, situações de incerteza, de cunho probabilístico.

Assim, ao ver o tempo brincando ao redor, torna-se relativo o ato de medir. Surge o obstáculo quantitativo (a ornamentação posterior).

> Sobre essa questão do medir, na aparência tão pobre, é possível perceber o divórcio entre o pensamento do realista e o pensamento do cientista. O realista pega logo na mão o objeto particular. Porque o possui, ele o descreve e mede. Esgota a medição até a última decimal, como o tabelião conta uma fortuna até o último centavo. Ao inverso, o cientista *aproxima-se* do objeto primitivamente mal definido. E, antes de tudo, *prepara-se* para medir. Pondera as condições de seu estudo; determina a sensibilidade e o alcance de seus instrumentos. Por fim, é *o seu método de medir*, mais do que o *objeto de sua mensuração*, que o cientista descreve. O objeto medido nada mais é que um grau particular da aproximação do método de mensuração. O cientista crê no *realismo* da medida mais do que na *realidade* do objeto (BACHELARD, 2005, p. 261-262).

Assim, desdobram-se os origamis da Matemática Moderna, repletos de sutilezas, de "obvialidades não percebidas", de "velhas novidades". Uma consciência científica envolvendo objetos gerados pela repetição de um mesmo processo recursivo, apresentando *auto-semelhança* e *complexidade infinita*. Comportamentos produzidos pela interferência de pequenos detalhes, mas que levam a resultados surpreendentes[9].

A ciência moderna se caracteriza com a expansão infinita do universo e com a geometrização do espaço. Esta revolução científica, cujo palco é o séc. XVII, floresce com Descartes cuja primeira semente foi lançada por Galileu, responsável pela estrutura do novo modo de operacionalizar da ciência. Sua intenção era matematizar todos os fenômenos, dando-lhes características geométricas, e construindo leis que tornavam inteligíveis os mesmos. A experiência do dia a dia é substituída pelo mundo geométrico, ou seja, utiliza-se o impossível para explicar o real, como interpretou Koyré. O naturalismo renascentista é substituído pelo tudo é possível, onde Deus é referência explícita através do *cogito* 'Descarteano'.

---

[9] O Efeito Borboleta foi analisado pela primeira vez em 1963 por Edward Lorenz. Aquela viagem imprevisível, onde o pneu furou, uma peça do motor estragou, choveu demais durante o trajeto impedindo o prosseguimento do translado, o deslizamento de encostas e a queda da ponte são fatores que não podiam ser previstos, mas que mudaram o curso da História (ou, no caso, da viajem).

Com o geometrizar e o duvidar metódico, desproviza-se de qualidades sensíveis o objeto. O homem se reduz ao *pensar para, logo, existir*, porém, sem qualidades. Quando entra em ação no campo da verdade, a dúvida metódica reduz o campo do saber a proposições Matemáticas.

A virada de jogo do moderno sobre o antigo tem seu triunfo repousado na prevalência do inconsciente (inclusive sobre Deus) e o sujeito operado pela psicanálise só pode ser o sujeito da ciência (visão defendida por Jacques-Marie Émile Lacan (1901/1981 – psicanalista francês).

> *...Eu não tenho dúvida nenhuma da importância de qualquer esforço, que não deve inclusive ser um esforço exclusivo do matemático (professor de Matemática), por exemplo, mas que deveria ser, no meu entender, um esforço do homem e da mulher, de qualquer profissão, que é exatamente o esforço de nos reconhecer como corpos conscientes matematicizados.*
>
> (Entrevista de Paulo Reglus Neves Freire a Ubiratan D'Ambrósio)

CAPÍTULO 2

O ENSINO DA MATEMÁTICA

> A educação é o ponto em que decidimos se amamos o mundo o bastante para assumir a responsabilidade por ele e, com tal gesto, salvá-lo da ruína que seria inevitável, não fosse a renovação e a vinda dos pequenos e dos jovens.
> A educação é, também, onde decidimos se amamos nossas crianças o bastante para não expulsá-las de nosso mundo e abandoná-las a seus próprios recursos, tampouco arrancar de suas mãos a oportunidade de empreender algo novo e imprevisto para nós, preparando-as, em vez disso, com antecedência, para a tarefa de renovar um mundo comum.
>
> (Hannah Arendt)

Nos idos e vindos tempos de revolução científica, a Matemática desenvolveu formalmente seus parâmetros, sua utilização, sua estruturação como ciência. Tem-se a falsa impressão de que a Matemática, após um grande período sem sequer ter sido considerada como ciência, hoje ocupa uma presença em *tudo* o que a subjetividade humana pode influenciar. Outro fato é que a ludicidade, a manipulação de formas e símbolos concretos, são a panacéia da vez e os instrumentos ditos "tradicionalistas" como os livros didáticos, estão, a cada dia, ocupando um espaço cada vez mais apertado por outros recursos pedagógicos. Será que a Matemática está mesmo presente em tudo? Se jogar ou manipular objetos é a solução metodológica da Matemática, como fica a Matemática Pura nessa História? Seria, agora, necessária? Coerentemente às necessidades de um mundo moderno, com vistas interdisciplinares e em mais um dos auges da dita revolução tecnológica, tentamos, ainda, encontrar respostas a estas perguntas.

2.1) A REPRESENTAÇÃO DOS OBSTÁCULOS DA LINGUAGEM

> A compreensão dos diferentes tipos de representação dos conceitos matemáticos interfere fortemente no desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Como a linguagem Matemática não é um organismo fechado em si mesmo nem subsiste sem uma convivência direta com outras formas de comunicação, é preciso articular o uso dos símbolos matemáticos com outras linguagens para facilitar a elaboração de conceitos.
>
> (Luiz Carlos Pais)

A variedade de símbolos matemáticos, utilizados desde os primeiros contatos do aluno com esta disciplina, se torna um problema a partir do momento em que sua compreensão está longe de ser um fato evidente. Apesar de seu caráter universal, sua utilização é fonte de referência para a elaboração da aprendizagem e para a rapidez comunicativa. Porém, o seu aprendizado requer uma parceria com outras formas de comunicação. Qualquer tentativa de contato onde prevalecem os símbolos aritméticos ou algébricos, sem as devidas conexões com a linguagem materna, está fadada à falta de resposta. Sua conexão com outras famílias de ícones, desenhos, línguas (falada e escrita) é de caráter fundamental.

> Quando as palavras e as expressões empregadas em uma disciplina perdem o sentido para o educando, torna-se impossível esperar a formação de conceitos ou qualquer outra aprendizagem significativa. Esse problema agrava-se na tendência pedagógica tradicional do ensino da Matemática porque prioriza a linguagem em detrimento da compreensão (PAIS, 2006, p. 77).

Na Psicologia Cognitiva o ensino desta disciplina destaca a importância semântica dos novos termos que surgem nas primeiras séries do ensino fundamental. Nesta fase de aprendizagem, os alunos estão em fase de expansão da leitura e da escrita, mostrando-se necessária a sintonia entre a educação Matemática e a alfabetização, com o intuito de alcançar a interpretação e a codificação de informações. Questões relacionadas à linguagem utilizada neste momento podem dar origem a dificuldades na aprendizagem do educando.

Quando se inicia a escolaridade, compreender termos matemáticos não é fácil e muito menos simples para os estudantes. Na dinâmica do processo, estes termos podem vir a se transformar em *obstáculos lingüísticos*, que se caracterizam pelo seguinte fato: "o aluno domina o sentido de uma palavra ou expressão, que aprendeu no ambiente do cotidiano, mas que no contexto disciplinar assume um significado completamente diferente" (PAIS, 2006, p. 77). Eis alguns exemplos:

a) *Cálculo*: agregação sólida que se cria na bexiga, nos rins, no fígado; solução de problemas;
b) *Quadrado*: conservador; disposição especial das tropas de infantaria que consiste em se ordenarem formando quatro frentes para resistir aos ataques da cavalaria inimiga; quadrilátero com todos os ângulos internos retos e os lados iguais; expoente de uma potência igual a 2;
c) *Cubo*: sólido de seis faces quadradas iguais entre si; terceira potência de um número; medida de madeira sem fundo para cubar areia, pedra brita, etc.; vão em que cai a água na roda hidráulica; peça central das rodas de um veículo;
d) *Propriedade*: posse legal de alguma coisa; casa, prédio, campo, etc.; virtude particular; qualidade inerente.

2.2) A IDEOLOGIA DA CERTEZA E O PARADIGMA DO EXERCÍCIO

> A Matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração Matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade Matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político ou ideológico.
> A Matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da Matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema.
> (A base da Ideologia da Certeza – Ole Skovsmose)

Nossa experiência, no contexto de sala de aula de Matemática, é moldada de uma forma bem diferente do que em outras situações. Receitas no exercício desta ciência não têm a cozinha como origem. Num mundo onde o paradigma do verdadeiro-falso domina, temos que lidar com pseudoproblemas. Nessa realidade, reconhecemos o poder das ferramentas Matemáticas, mas não sabemos muito sobre as hipóteses que devemos fazer para resolver uma determinada situação-problema. Este é o esconderijo perfeito da Ideologia da Certeza.

O adjetivo de argumento definitivo atribuído à Matemática, lhe confere a função de suporte ao debate político. É uma linguagem que se envolve com a apresentação de sugestões políticas, administrativas e tecnológicas. Seus dados são referências constantes nos debates sociais. Esse cunho político defendido por vários teóricos, aponta para a discriminação, onde os "iletrados matematicamente" não têm capacidade de lidar com a complexidade do mundo moderno. Os "menos favorecidos", "as mulheres", os acríticos matematicamente, são filtrados dessa qualidade por meios sócio-político-econômicos. A Matemática como linguagem de poder torna o que as equações mostram e o que expressam, verdadeiramente, os números, em certeza de reforço do *status quo*.

Tradicionalmente, a Matemática obedece à premissa da solução única para problemas, questões, desafios. Na busca da resposta certa, aprende-se as regras e familiariza-se com a disciplina, mas, não com a criatividade. Regras são importantes em instituições, companhias, porém, não estabelecem cidadania crítica. Mais importante que resolver exercícios, é aprender a construir estratégias utilizando-se conceitos matemáticos e analisando-se diferentes situações.

> A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. Ela é parte de nossa cultura tecnológica e exerce muitas funções, as quais podem ser (mais) bem caracterizadas por uma leve reformulação da Primeira Lei de Kranzberg: o que a Matemática está produzindo não é bom nem ruim, nem é neutro. D'Ambrosio, usando uma formulação mais incisiva, enfatiza que a Matemática é parte de nossas estruturas tecnológicas, militares, econômicas e políticas e como tal, um recurso tanto para maravilhas como para horrores. Fazer uma crítica da Matemática como parte da educação Matemática é um interesse da educação Matemática crítica. Parece não haver muito espaço no paradigma do exercício para que tais interesses sejam levados em conta (SKOVSMOSE, 2000, p.2).

> E... *A vida que vira existência se matematiza. Uma das grandes preocupações dos educadores deve ser a de propor aos jovens, estudantes, alunos, educandos, que antes e ao mesmo tempo em que descobrem que quatro vezes quatro são dezesseis, descobrem também que há uma forma Matemática de estar no mundo.*
> (Entrevista de Paulo Reglus Neves Freire a Ubiratan D'Ambrósio)

2.3) A MATEMATIZAÇÃO DOS SABERES SOCIAIS

> A educação Matemática pode ser entendida como síntese de uma produção individual e coletiva, resultante de várias articulações, entre as quais enumeramos: intuições, momentos, experiências, teorias, condições locais, situações vivenciadas, referências históricas.
> (Luiz Carlos Pais)

O saber matemático caracteriza-se por apresentar objetividade, abstração, generalidade, formalização, como referência à condução dos primeiros passos em direção à aprendizagem. Mas, não se resume a isso. Nosso atual desafio é ensinar levando-se em consideração a subjetividade situada no fenômeno cognitivo. No caso da Matemática, espera-se, ainda, a constante superação de retornos, rupturas, conflitos. Vale lembrar que existe uma dose de incerteza em *toda* experiência cognitiva. Porém, a prática educativa não se resume ao aspecto científico. A aprendizagem de conceitos, sozinha, não contempla os objetivos escolares em sua totalidade.

Hoje, embora parte da humanidade esteja mais consciente: das ameaças que pesam sobre o ambiente natural e da utilização irracional dos recursos naturais que conduzem a uma degradação acelerada do meio ambiente (que atinge a todos), ainda não há meios eficientes para solucionar esses problemas; a crença de que o crescimento econômico pudesse beneficiar a todos e permitisse conciliar o progresso material e a equidade, o respeito da condição humana e o respeito à natureza, está a cair por terra.

As políticas sociais que regulam e/ou propiciam condições de manutenção e reprodução de uma parcela da população, configurando padrões de direitos sociais próprios a cada nação, são consideradas uma função intrínseca do estado moderno. Requerem avaliação do espaço teórico específico das políticas públicas que se estabelece no âmbito da intervenção do Estado. Considerando-se que a esfera social constitui-se em *locus* privilegiado para se desvendar a contradição principal que movimenta a sociedade, a intervenção estatal por meio das políticas sociais é, em si mesma, uma manifestação contraditória do capitalismo.

É com essa vida da sociedade que a legislação tem a ver, e foi nela que o direito nasceu como forma de organizar as relações entre os homens, de modo a garantir um mínimo de simetria nessas relações, assegurando, assim, a justiça, ou seja, que um mínimo de equidade nelas reinasse. No entanto, tão logo conseguimos apreender-se como uma coletividade, a humanidade percebeu que o tecido social não se constituía como uma teia de membros iguais. Uma intensa luta de interesses colocava esses elementos em situação de conflito, gerando muitas formas de violência e opressão.

Em meio a tudo isso, a educação tenta sobreviver e cumprir seu papel fundamental pautado no desenvolvimento das pessoas e das sociedades. Ela aponta para a necessidade de se construir uma escola voltada para a formação de cidadãos, os quais vivem numa era marcada pela competição e pela excelência, em que progressos científicos e avanços tecnológicos definem exigências novas para os jovens que ingressarão no mundo do trabalho. Tal demanda impõe uma revisão dos currículos, que orientam o trabalho cotidianamente realizado pelos professores e especialistas em educação do nosso país.

Nesse sentido, as políticas educacionais devem ser suficientemente diversificadas e concebidas de modo que a educação não seja um fator suplementar da exclusão social. Os tempos e os campos dela devem ser repensados, completar-se e interpenetrar-se, de modo que, cada indivíduo, ao longo de sua vida, possa tirar o melhor proveito de um ambiente educativo em constante transformação.

Os sistemas educativos formais, cuja tendência tem sido a de privilegiar o acesso a um tipo de conhecimento, em detrimento de outras formas de aprendizagem, devem conceber a educação de forma mais ampla, seja ao procederem reformas educativas ou ao elaborarem propostas curriculares.

> As práticas educativas se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições e a história compreende o registro desses fundamentos. Portanto, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer a esses registros e a interpretações dos mesmos. Isso é igualmente verdade ao se fazer o ensino das várias disciplinas. Em especial da Matemática, cujas raízes se confundem com a história da humanidade.
> [...] A realidade [entorno natural e cultural] informa [estimula, impressiona] indivíduos e povos que em conseqüência geram conhecimento para explicar, entender, conviver com a realidade, e que é organizado intelectualmente, comunicado e socializado, compartilhado e organizado socialmente, e que é então expropriado pela estrutura de poder, institucionalizado como sistemas [normas, códigos], e mediante esquemas de transmissão e de difusão, é devolvido ao povo mediante filtros [sistemas] para sua sobrevivência e servidão ao poder (D`AMBROSIO, 1999).

A Declaração Mundial sobre a Educação para Todos destaca, em um dos seus artigos, que toda pessoa (criança, adolescente ou adulto) deve poder se beneficiar de uma formação concebida para responder às suas necessidades educativas fundamentais. Essas necessidades compreendem tanto os instrumentos de aprendizagem essenciais (leitura, escrita, expressão oral, cálculo, resolução de problemas) como conteúdos educativos (conceitos, atitudes, valores), dos quais o ser humano tem necessidade para viver e trabalhar com dignidade, participar plenamente do desenvolvimento, melhorar a qualidade de sua existência, tomar decisões de forma esclarecida e continuar a aprender.

2.4) POR QUE ENSINAR MATEMÁTICA?

> Tenho me referido com freqüência ao ensino fundamental, propondo um novo *trivium*, organizado em instrumentar o aluno para viver na sociedade moderna, através de três vertentes:
> Instrumentos comunicativos: é a capacidade de processar informação escrita, o que inclui leitura, escritura e cálculo, na vida quotidiana.
> Instrumentos analíticos: é a capacidade de interpretar e manejar sinais e códigos e de

> propor e utilizar modelos na vida quotidiana.
> <u>Instrumentos tecnológicos</u>: é a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas.
>
> (Ubiratan D´Ambrosio)

Como expressão da mente humana, a Matemática "reflete a vontade ativa, a razão contemplativa, e o desejo da perfeição estética". A intuição e a lógica, a individualidade e a generalidade, a construção e a análise, são os seus elementos básicos. Levando-se em consideração os diferentes aspectos enfatizados pelas diferentes tradições, "é somente a influência recíproca destas forças antitéticas e a luta por sua síntese que constituem a vida, a utilidade, e o supremo valor da Ciência Matemática" (COURANT e ROBBINS, 2000, p. I).

A expansão do raciocínio e outras competências associadas se aplicam a uma variedade de situações cotidianas. Contribuem: com a formalização do saber, com novos olhares para a compreensão das ciências e do mundo em que vivemos, com o desenvolvimento da leitura e da escrita, com o desenvolvimento da linguagem simbólica, e justificam a presença da Matemática na educação.

> Sem dúvida alguma, todo o desenvolvimento da Matemática tem suas raízes psicológicas em exigências mais ou menos práticas. No entanto, uma vez desencadeado pela pressão de aplicações necessárias, inevitavelmente ganha impulso por si e transcende os confins da utilidade imediata. Esta tendência da ciência aplicada para a teórica aparece na História Antiga e também em muitas contribuições à Matemática Moderna por engenheiros e físicos (COURANT e ROBBINS, 2000, p. I).

Este fragmento ilustra o que havíamos apontado anteriormente (p. 34) quando discutimos a transformação da Matemática empírica em uma Matemática dedutiva, formal. Se a ciência é a reunião de fatos, teorias e métodos nos textos atuais, então os cientistas são homens que, com ou sem sucesso, empenharam-se em contribuir com um ou outro elemento para essa constelação específica. O desenvolvimento torna-se um processo gradativo, através do qual esses itens foram adicionados, isoladamente ou em combinação, ao estoque sempre crescente que constitui o conhecimento e a técnica científicos. A história da ciência torna-se o instrumento que registra tanto esses aumentos sucessivos como os obstáculos que inibiram sua acumulação. Por isso,

> Preocupado com o desenvolvimento científico, o historiador parece então ter duas tarefas principais. De um lado deve determinar quando e por quem cada fato, teoria ou lei científica contemporânea foi descoberta ou inventada. De outro lado, deve descrever e explicar os amontoados de erros, mitos e superstições que inibiram a acumulação mais rápida dos elementos constituintes do moderno texto científico. Muita pesquisa foi dirigida para esses fins e alguma ainda é (KUHN, 2006, p. 20).

A Matemática é o conhecimento que utiliza símbolos para comunicar significados que revelem os aspectos do mundo, e estes podem nos ajudar a compreender o passado. Portanto, se:

- uma imagem vale mais que mil palavras, ... quais são essas palavras?;
- o entendimento de nosso passado determina nossa habilidade para entender o presente, ... como separamos a verdade das crenças?;
- nós escrevemos nossas histórias, pessoalmente ou culturalmente, ... como nos definimos?;
- vasculhamos anos e séculos através de uma história “distorcida”, ... como encontrar a verdade original?

Nesse sentido, a Matemática como linguagem deve ser útil aos alunos para resolver situações que apareçam em suas vidas, no sentido que possam usar suas idéias. Requer dois momentos a compreensão do educando de uma determinada situação-problema ou um determinado conhecimento: *semiosis* e *noesis*, não existindo *noesis* sem *semiosis*. *Semiosis* seria a representação realizada por meio de signos e a *noesis*, a aquisição (representação) conceitual de um objeto. Assim, se o próprio conceito é uma representação, este tem um valor que é relativo à sua realidade (cultural, temporal, espacial).

A teoria dos registros de representação semiótica pode ser apresentada ao professor como uma opção para auxiliar na compreensão de como melhor organizar situações de aprendizagem na disciplina e esclarece que, para a apropriação de conhecimentos, necessita da noção de representação a qual possibilita a interação indivíduo/atividades cognitivas de pensamento, permitindo registros de representação diversificados acerca de um mesmo objeto no ambiente matemático.

De forma geral, pode-se constatar que o progresso dos conhecimentos acompanha-se da criação e do desenvolvimento de novos sistemas semióticos e específicos, coexistindo mais ou menos com o primeiro deles: o sistema da língua natural. Por isso, a separação entre a formação do pensamento científico e do desenvolvimento de simbolismos específicos é impossível como forma de representação dos objetos e suas relações.

> Com isso, entende-se que, a variedade de registros que um indivíduo é capaz de expressar acerca de um determinado conhecimento depende necessariamente do trabalho que foi desenvolvido com ele, enquanto discente, ao longo de seus estudos, pois se entende que esse conhecimento é construído, desenvolvido e ampliado através de diferentes enfoques.
>
> Assim, um ensino que considere essa teoria só é possível se o futuro docente for orientado em seu curso de formação sobre a importância da mesma e confrontado com situações nas quais ela seja evidenciada (ANDRADE & KAIBER, 2009).

Esta fala, e nossa própria percepção, nos permitem uma liberdade de escolhas e, como não de propostas.

CAPITULO 3

O QUÊ SE PROPÕE?

> Haveria considerável avanço na educação global da sociedade se fosse dedicado tempo equivalente, tanto à revolução científica quanto às revoluções políticas, tanto a Mendel e à Genética, quanto aos generais, tanto ao desenvolvimento da medida do tempo quanto à elaboração de constituições.
>
> (Matthews)

"A clareza da linguagem assume uma importância especial quando se trata de fornecer informações para o aluno realizar uma atividade ou de solicitar a resolução de um problema" (PAIS, 2006, p.54). Ao falarmos de livros didáticos destinados a alunos do ensino fundamental, a linguagem torna-se ainda mais específica, pois, a utilização de recursos gráficos (ícones, desenhos, logomarcas, símbolos, fotos) deve ser equilibrada e em sintonia com os conteúdos explorados. A linguagem vem ampliar a relação conhecimento matemático e a sociedade, como mostra a Figura 5. Neste caso, o cuidado maior deve se concentrar nas interpretações dúbias que podem ampliar as dificuldades de aprendizagem (obstáculo lingüístico). Interpretar de forma analítica e buscar a compreensão do enunciado são condições essenciais para se resolver problemas. Destes aspectos destacamos: Comunicação; Educação e possíveis aplicações sociais.

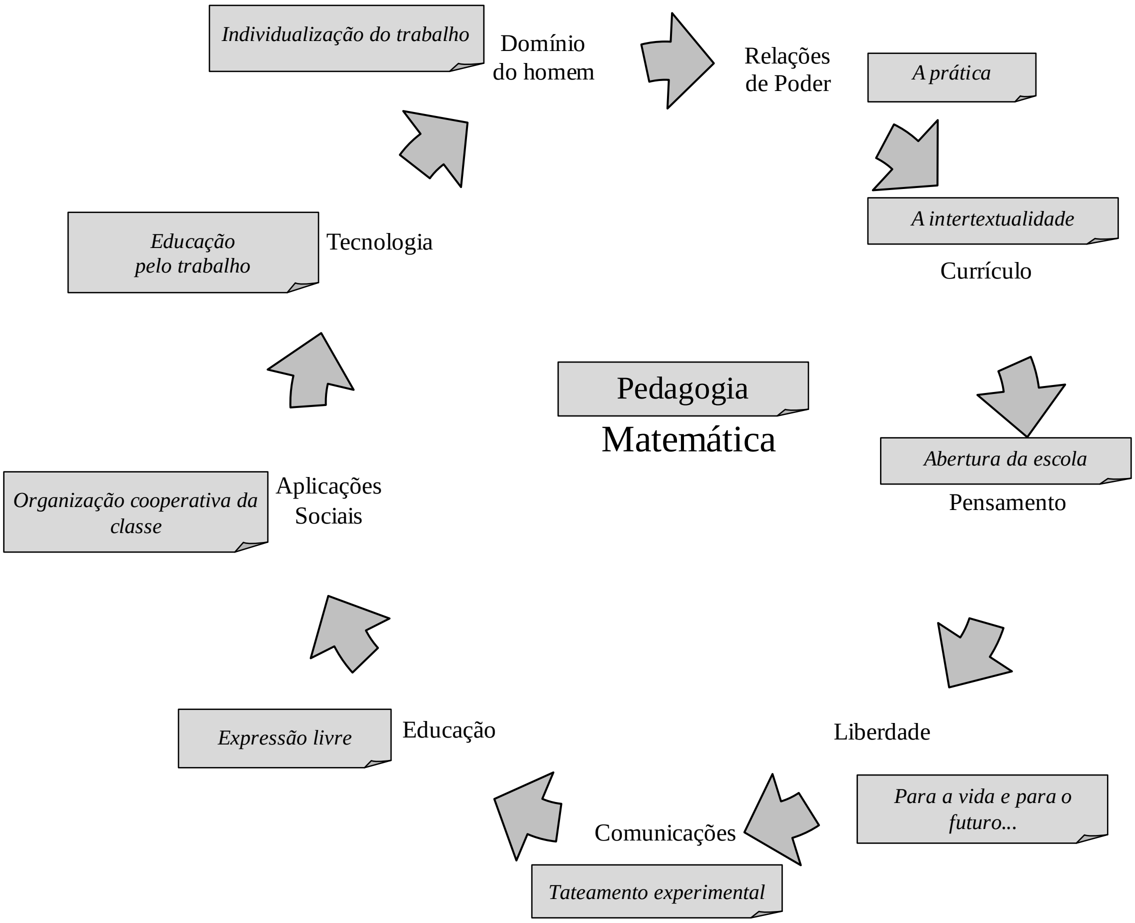

Figura 5 *- Organograma (A Matemática e suas conexões)*

3.1) COMUNICAÇÃO E LÓGICA

> Pergunto coisas ao buriti; e o que ele responde é: a coragem minha. Buriti quer todo o azul, e não se aparta de sua água – carece de espelho. Mestre não é quem sempre ensina, mas quem de repente aprende.
>
> (João Guimarães Rosa)

> O objetivo de uma armadilha para coelhos é pegar coelhos. Quando estes são agarrados, esquece-se a armadilha. Objetivo das palavras e dos nomes é transmitir o sentido do ser, a melodia da existência. Quando esta é apreendida, as palavras são esquecidas.
>
> (A via de Chuang Tzu)

Uma mulher, uma enorme barriga, contrações, suspiros, a força, o alívio, um choro, um primeiro contato externo. Nascem os primeiros sons de um novo homem e/ou uma nova mulher que, a partir daquele momento, será mais um(a) comunicador(a) nessa rede de culturas, enredos, emoções. A comunicação se faz presente desde que o feto se desenvolve e, para sua mãe, manifesta-se ainda na placenta envolvente. Dentro de seu mundo protegido, ele já "externa" seus primeiros anseios, um movimento que se transforma em sua primeira forma de se comunicar com o mundo aqui fora.

Da sala de parto ao quarto, uma enfermeira, o médico, todos conversam, questionam, respondem, sorriem. No quarto, uma televisão, um rádio, um telefone. Pela janela, estridentes automóveis movem-se na pressa do dia-a-dia. A sonoridade das buzinas, dos passos na calçada, do vendedor de frutas, do bêbado no bar... Tudo se transforma em dados de uma cultura em movimento, de um ambiente onde os moldes sociais se entrelaçam, determinando as características particulares de uma sociedade em formação. Os trâmites do desenvolvimento, a política, a arte, as ciências, a linguagem. Tudo se transforma na razão da existência humana, na principal diferenciação entre o homem e a natureza.

> *O homem está no pensamento, na vontade-de-poder e na liberdade.* Pensamento, vontade-de-poder e liberdade são palavras que clareiam o ser-humano, que visualizam o halo que cinge a sua fonte desde o nascimento. Elas se mostram na *experiência*. Aqui compreendemos que elas são nossa verdade maior (BUZZI, 1989, p. 62).

Da expressão corporal, onde o homem se manifesta em sua *prima expressione*, até o mais alto grau de complexidade lingüística, tudo "conta" a História do apogeu da evolução, que se mistura ao aperfeiçoamento dos modos de se registrar fatos e esboçar contatos *ex professo*. O meio social se funde em nosso desenvolvimento no ato de se relacionar com o meio ambiente, com as pessoas, com o mundo.

Dessa interação nasce a Cultura de um povo. Decifra-se signos, símbolos, idéias, para se entender o que se passa no universo que os criou. Pulsa uma nova forma de vislumbrar o mundo. Sons, luzes, imagens, ação. O teatro da vida se processa em cada ato. A vida como destaque na berlinda da expressividade, a natureza como coadjuvante. A poesia como "Arte maior" vem coroar a simetria das palavras em harmonia com as idéias de quem escreve. A mesma pessoa que, ao longe, expressa ao sensível público suas interpretações da magia da existência humana. O cérebro processa a lógica das organizações icônicas, transformando novamente os vultos soltos em uma folha de papel, em sensações reais, quase tangíveis.

As sensações forâneas estabelecem as características do habitat e promovem uma reação em seus integrantes, determinando seu perfil social e identificando os dados de sua legitimação. Com efeito, surgem, então, diferentes ambientes onde cada um cria sua forma particular de se conectar com o mundo. As diversas línguas faladas no mundo nos servem como exemplo da dimensão alcançada pela expressividade humana, pela sua necessidade de dialogar com o sistema que o cerca. Assim, se respeitamos os princípios do "comunicar com", preservamos nossa História dentro de um contexto, mantendo os traços culturais, promovendo as qualidades inerentes de um determinado povo. Faz-se a construção dos vínculos entre as nações, transformando o mundo numa grande taba. "E para que serve a comunicação? Serve para que as pessoas se relacionem entre si, transformando-se mutuamente e a realidade que as rodeia" (BORDENAVE, 1982, p. 36).

Sendo assim, a aplicabilidade da comunicação na docência permeia (ou, pelo menos deve permear) a realidade, a cultura, o meio social de cada um. Com essa característica, deve-se facilmente atingir o principal objetivo da comunicação em educação: tornar o nosso educando-educador um cidadão *crítico*, sociável, capaz de conquistar sua liberdade com ética, com humanidade, com inteligência para identificar nas comunicações a que tem acesso, o que de mais relevável será para sua cidadania, para sua profissionalização (foreground e background).

As mudanças epistemológicas têm um papel de tornar a pesquisa mais humanizada e dinâmica. A aproximação de pesquisadores-professores e professores-pesquisadores melhora a formação e, consequentemente, o trabalho docente. Para ilustrar este fato, farei uso das idéias de MARTINS (1988: p. 22) que apontam:

> se o conceito de leitura está geralmente restrito à decifração da escrita, sua aprendizagem, no entanto, liga-se por tradição ao processo de formação global do indivíduo, à sua capacitação para o convívio e atuações social, política, econômica e cultural. Saber ler e escrever, já entre gregos e

> romanos, significava possuir as bases de uma educação adequada para a vida, educação essa que visava não só ao desenvolvimento das capacidades intelectuais e espirituais, como das aptidões físicas, possibilitando ao cidadão integrar-se efetivamente à sociedade, no caso à classe dos senhores, dos homens livres. [...] Apesar de séculos de civilização, as coisas hoje não são muito diferentes. Muitos educadores não conseguiram superar a prática formalista e mecânica, enquanto para a maioria dos educandos aprender a ler se resume à decoreba de signos lingüísticos, por mais que se doure a pílula com métodos sofisticados e supostamente desalienantes. Prevalece a pedagogia do sacrifício, do aprender por aprender, sem se colocar o *porquê*, *como* e *para quê*, impossibilitando compreender verdadeiramente a função da leitura, o seu papel na vida do indivíduo e da sociedade.

3.2) A EDUCAÇÃO CRÍTICA

"Matematizar significa, em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entendimento. Ambos, estudantes e professores, devem estar envolvidos no controle desse processo" (SKOVSMOSE, 2001, p. 51).

A Escola de Frankfurt foi a primeira a desenvolver uma teoria crítica da sociedade. Tem como objeto de estudo a indústria cultural (cultura de massa), onde a teoria crítica da comunicação e o uso das tecnologias por parte da classe dominante são personagens de uma chamada repressão à cultura popular, um dos focos sociais combatidos pela educação crítica.

Na visão da Educação Matemática Crítica de Skovsmose, a Matemática possui dois pólos de estudo: A Matemática teórica e a Matemática crítica. A primeira trata de sua racionalidade teórica, da teorização e da conceituação do perfil matemático da natureza. Já esta última, trata da identificação dos modelos matemáticos que influenciam decisões sociais, políticas e econômicas; trabalha o contexto interdisciplinar e exploração eficaz dos recursos tecnológicos disponíveis. Segundo ela, a Matemática possui características formativas e/ou alienadoras. Sua subjetividade alicerça-se no conhecimento crítico de sua força formativa e sua objetividade representa a abstração contemplativa.

Não se pode separar estes vieses, pois, sua peculiaridade dita exata dialogará com suas características sociais por meio deste contato, possibilitando-lhe a identificação do seu objeto de estudo, característico das ciências: os elementos que se fundam em conjuntos que apresentam padrões naturais comuns.

A Matemática crítica estabelece a tese da familiaridade, onde a comunicação do senso comum está próxima às estruturas conceituais da Matemática escolar. É a pedagogia do conhecimento "empírico" diário, onde a autonomia ajuda na estruturação do conhecimento, tornando-o democrático. Frente a este fato, vivencia-se a Matemática questionando-a no intuito da resolução de um problema, seja ele social, econômico, ético, jurídico, etc, através de um modelo matemático que se desenvolve em situações "libertadoras" de ensino e aprendizagem.

Com certa simplicidade, podemos ilustrar que o pensamento matemático de natureza determinística, apesar de todo seu rigor e certeza de resultados, nem sempre é utilizado para o bem comum. É preciso um *novo olhar* para que nas *entrelinhas* da ciência se veja o que a realidade deve considerar.

3.3) APLICAÇÕES SOCIAIS

3.3.1) OS JUROS E OS DIREITOS DO CONSUMIDOR

Nosso exemplo começa quando um pequeno empresário da área de Informática solicitou-me uma fórmula que calculasse os valores das mensalidades de uma compra a prazo, porém, que fosse a mais honesta possível. O raciocínio utilizado nessa empreitada foi o seguinte:

Suponhamos que a compra seja no valor inicial de R$ 10000,00, com juros de 5,5% ao mês e o financiamento seja em três anos, ou, 36 meses. Façamos: C = 10000,00; i = 0,055; N_{tot} = 36. Geralmente, os financiamentos são feitos de duas formas:

Modo 01) 10 000,00 . 0,055 = R$ 550,00

550,00 . 36 meses = R$ 19 800,00

19 800,00 + 10 000,00 = 29 800,00

29 800,00 : 36 = prestações de $\boxed{\text{R\$ 827,78}}$

Modo 02) Juros Compostos $\rightarrow M = C.\,(1+i)^t$, onde: M = Montante; C =

Capital principal; i = taxa; t = tempo. Assim, teremos:

$$M = 10000 \cdot (1 + 0{,}055)^{36}$$

$$M = 10000 \cdot (1{,}055)^{36} \cong R\$\ 68\ 720{,}85$$

Logo, as prestações serão iguais a:

R\$ 68 720,85 : 36 = $\boxed{R\$\ 1\ 908{,}91}$

Porém, ambos os métodos são injustos, sem contar os financiamentos feitos com tabelas que o consumidor não tem a mínima idéia de sua origem. Logo, honestamente falando, o raciocínio de todo empresário e de todo consumidor deveria ser o seguinte:

1° mês:

Devo: R\$ 10 000,00 $\begin{cases} :36 = R\$\ 277{,}78 \\ \text{juros} = R\$\ 550{,}00 \end{cases} \Rightarrow \text{prestação}_1\ (p_1) = \boxed{R\$\ 827{,}78}$

2° mês:

Devo: R\$ 10 000,00 – R\$ 277,78 (já pago na primeira) = 9 722,22

9 722,22 $\begin{cases} :35 = R\$\ 277{,}78 \\ \text{juros} = R\$\ 534{,}72 \end{cases} \Rightarrow p_2 = \boxed{R\$\ 812{,}50}$

3° mês:

Devo: R\$ 9 722,22 – R\$ 277,78 = 9 444,44

9 444,44 $\begin{cases} :34 = R\$\ 277{,}78 \\ \text{juros} = R\$\ 519{,}44 \end{cases} \Rightarrow p_3 = \boxed{R\$\ 797{,}22}$

4° mês:

Devo: R\$ 9 444,44 – R\$ 277,78 = 9 166,66

9 166,66 $\begin{cases} :33 = R\$\ 277{,}78 \\ \text{juros} = R\$\ 504{,}17 \end{cases} \Rightarrow p_4 = \boxed{R\$\ 781{,}94}$

E assim sucessivamente, até a 36ª prestação...

Note que uma prestação p_n qualquer é dada por:

p_n = 277,78 + $\left[10000 - (n - 1) . 277{,}78\right] . i$ onde n é o número da prestação. Para conferirmos, fazendo n = 4, teremos:

$$p_4 = 277{,}78 + \left[10000 - (4 - 1) . 277{,}78\right] . 0{,}055 = R\$\ 781{,}9 \qquad \text{(I)}$$

Se chamarmos o tempo total (no caso, igual a 36) de N_{tot}, temos (comparando com (I)):

$$p_4 = \underset{\downarrow}{277{,}78} + \left[\underset{\downarrow}{10000} - (4 - 1) . 277{,}78\right] . \underset{\downarrow}{0{,}055} = R\$\ 781{,}9$$

$$p_n = \frac{C}{N_{tot}} + \left[C - n - 1 . \frac{C}{N_{tot}}\right] . i \qquad \text{(II)}$$

Fazendo os produtos possíveis, a equação (II) ficará da seguinte forma:

$$\boxed{p_n = \frac{C}{N_{tot}} + C.i - \frac{C.n.i}{N_{tot}} + \frac{C.i}{N_{tot}}} \qquad \text{(III)}$$

Voltando ao esquema dos meses, vemos que as prestações p_1, p_2, p_3, p_4, ... formam uma Progressão Aritmética, cuja fórmula do termo qualquer é dada por: $\boxed{A_n = A_1 + (n - 1) . r}$ onde:

A_n é um termo qualquer;

A_1 é o primeiro termo da progressão;

n é a posição do termo a ser calculado;

r é a razão da P. A. Note que:

$\boxed{A_1 = \frac{C.i.N_{tot} + C}{N_{tot}}}$, baseando-se nos cálculos do Modo 01. Já temos os dois primeiros termos de (III). Se isolarmos $-\frac{C.i}{N_{tot}}$ nos dois últimos termos, teremos: $-\frac{C.i\,(n - 1)}{N_{tot}}$. Se comparada à fórmula do termo geral da P. A. vemos que r = $-\frac{C.i}{N_{tot}}$. Articulamos, assim, os conhecimentos de Matemática com a realidade e, ainda, encontramos uma fórmula

(III) justa para o cálculo das prestações de um financiamento qualquer. Que pena que o empresário não tenha "gostado" da fórmula. Porém, é assim que deve funcionar a Matemática em nosso cotidiano.

3.3.2) MEDIR... PARA QUÊ SERVE MEDIR?

> Qualquer ponto de um rizoma pode ser conectado a qualquer outro e deve sê-lo. É muito diferente da árvore ou da raiz que fixam um ponto, uma ordem. A árvore lingüística começa ainda num ponto S e procede por dicotomia. Num rizoma, ao contrário, cada traço não remete necessariamente a um traço lingüístico: cadeias semióticas de toda natureza são aí conectadas a modos de codificação muito diversos.
> [...] Um rizoma não cessaria de conectar cadeias semióticas, organizações de poder, ocorrências que remetem às artes, às ciências, às lutas sociais. Uma cadeia semiótica é como um tubérculo que aglomera atos muito diversos, lingüísticos, mas também perceptivos, mímicos, gestuais, cogitativos: não existe língua em si, nem universalidade da linguagem, mas um concurso de dialetos, de patoás, de gírias, de línguas especiais.
> [...] Os fios da marionete, considerados como rizoma ou multiplicidade, não remetem à vontade suposta una de um artista ou de um operador, mas à multiplicidade das fibras nervosas que formam por sua vez uma outra marionete seguindo outras dimensões conectadas às primeiras. Os fios ou as hastes que movem as marionetes — chamemo-los a trama. Poder-se-ia objetar que sua multiplicidade reside na pessoa do ator que a projeta no texto. Seja, mas suas fibras nervosas formam por sua vez uma trama. E eles mergulham através de uma massa cinza, a grade, até o indiferenciado...
> (Gilles Deleuze e Félix Guattari)

Se observarmos bem, todo ambiente, até mesmo o natural, é composto de formas. Estas formas são compostas de dimensões, de lados, de proporções. A medida é o que determina estas dimensões, estes lados, estas proporções. Já na pré-história, o homem primitivo fazia estimativas entre a sua altura e as alturas das cavernas onde seria, possivelmente, sua próxima moradia. Tudo leva a crer que estes rudimentos de mensurabilidade foram o início da arquitetura.

Mas, para quê "tantas" unidades de medida? Quando o homem começou a sentir a necessidade de medir, utilizou o próprio corpo para atribuir unidade de medida a determinadas coisas. O palmo, o pé, a polegada, já citados, eram as referências consideradas por ele, mas que, com o passar do tempo, notou-se que não havia uma única referência, um único padrão. O corpo de uma pessoa é diferente de outro (não existe simetria nem em um mesmo corpo) e, portanto, implica em unidades de medida com mesmo nome, porém, com amplitudes diferentes. Hoje, existem unidades padronizadas, para que o mundo inteiro possa utilizar. Contudo, o fato é que, atualmente, nos envolvemos com o trabalho tanto na imensidão macro, como no ambiente micro. Ao se verificar nano partículas, seria desagradável considerá-las em quilômetros, ou até mesmo, metros. Ao mesmo tempo, seria de desnecessário sofrimento, trabalhar com dimensões planetárias utilizando o metro, ou até mesmo o quilômetro, como padrão de mensuração.

E os decimais? Como participam desta História? Ao considerarmos as frações decimais, vemos que as mesmas são representações racionais desses números. No dia a dia, verifica-se a presença marcante dos números decimais. Em comparação, podemos dizer que em poucas situações utilizaremos a fração "propriamente dita". Afinal, ninguém vai ao supermercado comprar cinco inteiros e meio de arroz e pagar R$ $\frac{555}{50}$ em dinheiro.

De uma galáxia a outra, os anos-luz se multiplicam, e junto com eles, também, as dificuldades em se representar na forma usual, qualquer uma destas mensurações. O *googol* (o algarismo 1 seguido de 100 zeros) é um destes números. O *googolplex* (o algarismo 1 seguido de um *googol* de zeros) é outro. Apesar da sua grandeza, estes números estão longe de "atingirem" outra grandeza mais fascinante ainda pelo seu "tamanho", e cuja consideração é inevitável: o infinito. Para nossa sorte, a herança decimal que nos foi deixada, tem em seu domínio as potências decimais. O simbolismo matemático concentra-se em facilitar a representação de um conhecimento, de uma estimativa, de uma medida. Estas nos dão a idéia de distância, de tamanho, de proporcionalidade, de mundo. Logo, o *googol* é representado por "10^{100}", o *googolplex* por "$10^{10^{100}}$" e o infinito por "∞".

Há uma conexão tão forte entre as naturezas macro e micro, que o trabalho com mensurações maximizadas ou minimizadas, cuja necessidade de potências decimais é evidente, não são a única coisa em comum. Ao verificarmos o macrocosmo e o microcosmo, ao olharmos através das galáxias ou o interior do núcleo de um átomo, verificamos que sua maior parte é composta de vazio, de *nada*... mas isso é uma outra história...

Abordando as unidades de medida e o sistema de numeração decimal por estes ângulos, estamos considerando:

a) O conhecimento pertinente (Para quê serve o conhecimento "que deve" ser apreendido na escola?);
b) As conexões entre pessoas e entre estas e o mundo;
c) Cada pessoa com sua realidade social e, ao mesmo tempo, com sua realidade particular, cujo trabalho do homem é tentar adaptar esta realidade com a cultura de onde ele vive;
d) A pessoa que influencia o mundo com seu desenvolvimento interno, como partícipe da evolução desse mundo;
e) O ser considerado como deve ser: humano.

Concluindo esta linha de pensamento, reflitamos sobre o ensino com o auxílio das palavras de Gilles Deleuze e Félix Guattari: "A árvore impõe o verbo "ser", mas o rizoma tem como tecido a conjunção "e... e... e...". Há nesta conjunção força suficiente para sacudir e desenraizar o verbo ser". Então, sejamos rizomáticos e tenhamos como ponto chave de nossa profissão a ponte que une, e não a avalanche que bloqueia.

Por que o rizoma? Devido ao fato de que

> o modelo linear contido na interpretação cartesiana é redimensionado por uma visão de maior complexidade, envolvendo diversas outras dimensões, muito além da formalidade textual do saber. Daí a justificativa de adotar a imagem do rizoma, com suas inúmeras pontas, para ilustrar os filamentos contidos na produção dos conceitos e dos modelos e suas implicações no fenômeno da aprendizagem. Assim, não resta dúvida: a tentativa de projetar essa visão não-cartesiana na educação Matemática pode parecer um atentado à boa ordem das estruturas dessa ciência, mas essa não é nossa intenção, uma vez que o objeto em questão é

> essencialmente pedagógico e visa compreender os labirintos da aprendizagem.
> A questão refere-se aos dasafios de trabalhar com recursos para viabilizar a expansão da construção conceitual, sem recair na tentação de ficar oscilando entre as duas pontas das dicotomias usuais *(argumentação científica e argumentação didática*[10]*)* (PAIS, 2006, p.60-61).

Para que se possa superar a versão “tradicional” de ensino, precisamos trazer o aluno à participação efetiva de suas aulas, utilizando os mais variados recursos didático-pedagógicos (material concreto, vídeo, retro projetor, laboratórios, Internet, etc). Na Matemática crítica, este fato caracteriza o contexto interdisciplinar e a exploração eficaz dos recursos tecnológicos (ou o contexto multidisciplinar que, segundo D’Ambrósio, deve acontecer primeiro para que se efetive o Interdisciplinar). O professor que utiliza apenas o livro didático como recurso deverá ampliar as suas estratégias de ensino/aprendizagem. Para que mudanças se efetivem, é necessário que as mesmas aconteçam na primeira fase do ensino fundamental, onde o aluno “deve” aprender fazendo, familiarizando-se, por exemplo, com a adição, a subtração, a multiplicação, a divisão, dentro de um supermercado, fazendo compras. Para se compreender as quatro operações, ele precisaria entender suas praticidades, suas aplicações.

A própria vida é um espelho para a prática pedagógica. O saber utilizar e interpretar símbolos matemáticos que ajudem a representar a realidade é dificuldade evidente na maioria dos alunos. Entender, compreender, abstrair situações lógicas concretas, é uma necessidade para se alcançar o entendimento dos fatos do cotidiano. A valorização cultural é de extrema necessidade para se ter um parâmetro social, mas, não justifica a falta de primor nas considerações formais do saber. Por que a evolução educacional não se orienta pelos caminhos do desenvolvimento tecnológico? A falta de compromisso social inibe o envolvimento de classes econômicas, políticas, tecnológicas, etc. no projeto evolutivo da educação.

---

[10] Fragmento acrescentado pelo autor.

3.3.3) CIBERCULTURA – RIZOMA VIRTUAL

> O tempo pontual não anunciaria o fim da aventura humana, mas sim, sua entrada em um ritmo novo que não seria mais o da história. Seria um retorno ao devir sem vestígios, inassinalável, das sociedades sem escrita? Mas enquanto que o primeiro devir fluía de uma fonte imemorial, o segundo parece engendrar a si mesmo instantaneamente, brotando das simulações, dos programas e do fluxo inesgotável dos dados digitais. O devir da oralidade parecia ser imóvel, o da informática deixa crer que vai muito depressa, ainda que não queira saber de onde vem e para onde vai. Ele é a velocidade.
>
> (Pierre Lévy)

Virtual, atual, possível e real. A referência para interpretar os desafios pedagógicos para a inserção dos recursos tecnológicos da informática na educação depende da compreensão das relações entre esses termos. O cuidado semântico com a palavra virtual é nosso primeiro olhar em direção a essa compreensão. O virtual está em estado de latência à procura da criatividade para se atualizar. Traz em sua essência as condições para ser processado através da atualização. Quando isto acontece, torna-se proposta para a resolução de determinado problema. À medida que se atualiza, o virtual gera novas propostas. O possível é um estado latente, porém, com resultado definido. Não existe materialmente, mas, dispensa criatividade. Precisa, apenas, de ser colocado em movimento. É um projeto que só precisa ser executado em seu planejamento. O real é o possível materializado. “Está relacionado ao aspecto material e pertence à ordem imediata das substâncias, das propriedades físicas e das determinações” (PAIS, 2006, p.82).

Originária do latim *virtualis*, derivado de *virtus*, a palavra *virtual* está associada à virtude, força, potência. No campo da informática, caracteriza-se por suas virtudes, em ser potencialmente capaz de sugerir determinada resposta. Logo, o virtual não é oposto ao real. O virtual é potencialmente real, dependendo para tanto da criação.

Toda atualidade é rodeada por uma névoa virtual. “Todo acontecimento atual é envolvido por círculos de virtualidade, que se expandem em novas dimensões que circulam o aqui e o agora”. Estes círculos ilustram tanto a relação entre o atual e o virtual, como também “a complexidade do rizoma cognitivo, em que são articuladas soluções atuais e realidade virtuais” (PAIS, 2006, p.84).

Ao cometermos algum erro, este pode ser lógico ou ideológico. Quando o erro é lógico, aceitamos as premissas fundamentais aceitas *a priori*. Porém, quando o erro é ideológico, vivemos este fato como se fosse uma ameaça à nossa existência. “A aceitação apriorística das premissas que constituem um domínio racional pertence ao domínio da emoção e não ao domínio da razão”. Assim, concluímos que todo sistema racional tem fundamentos emocionais, e “pertencemos, no entanto, a uma cultura que dá ao racional uma validade transcendente, e ao que provém de nossas emoções, um caráter arbitrário” (MATURANA, 2002, p. 51-52). Portanto,

> a solução de problemas não é compatível com a lógica da repetição ou da cópia. Por mais simples que seja, a criatividade da solução de um problema manifesta-se na atualização de uma idéia. Essa é uma conexão possível entre a resolução de problemas e a prática pedagógica da educação Matemática (PAIS, 2006, p.87).

Quando adota-se o rizoma como ilustração do emaranhado do trabalho didático, quer-se reforçar a impossibilidade de separação entre ensino e aprendizagem. Ele expõe um trabalho didático “articulado com outros coletivos, criando uma ampla rede de compromisso social e educacional” (PAIS, 2006, p.91). Em oposição está a estrutura da árvore, com seus níveis de hierarquia. Os mais fortes sustentam todos os demais (dos mais fracos até os pequenos ramos).

A cibercultura coloca o ser humano diante de um momento revolucionário – o da explosão de conhecimentos. O indivíduo fica à deriva, num mar de informações que ele precisa escolher, selecionar e filtrar para depois se organizar em grupos e comunidades para trocar idéias, compartilhar interesses e criar uma inteligência coletiva (um aprendizado cooperativo). Com o uso das novas tecnologias de informação e comunicação, adaptadas aos dispositivos de educação a distância (audiovisual, multimídia interativa e videoconferência, entre outros), o professor favorece o gerenciamento dos aprendizados, estimula o intercâmbio de saberes, cria o *aprendizado cooperativo* e se torna o *animador da inteligência coletiva da turma*.

Logo, a idéia rizomática não é um atentado filosófico à idéia cartesiana. Mostra uma dinâmica no pensamento que deve ser entendida como uma ampliação da visão do conhecimento. Uma perspectiva para muito, muito além do racionalismo.

UM REPENSAR COMO CONCLUSÃO

> A educação Matemática permite a compreensão do que se faz ao educar, [...], do sentido que fazem as teorias que estudam assuntos da educação. E, preponderadamente, um fazer mediativo que leva ao autoconhecimento, à autocrítica e, portanto, ao conhecimento e crítica do mundo (BICUDO, 1999, p.25).

Acreditamos que na constituição do conhecimento matemático, não se pode dizer que o intuitivo precede o lógico ou que o lógico precede o intuitivo, tomando apenas um deles uma posição privilegiada, mas que o intuitivo apóia-se no lógico e vice-versa, em níveis cada vez mais elaborados. Ou seja, ambos, intuitivo e lógico, são importantes na constituição do saber matemático, e devem ser considerados equilibradamente. Ademais, o processo pelo qual essa constituição se dá não é estático e sim dinâmico, tomando a forma de uma espiral, sendo necessário haver em cada um de seus níveis, um equilíbrio entre ambos os aspectos: lógico e intuitivo.

Tal perspectiva para a Educação Matemática sustenta-se na necessidade de que o ensino de Matemática consiga abranger a dimensão crítica do conhecimento, evidenciando seu papel nas relações com a ciência, com a tecnologia e com o contexto social. Isso vem reforçar o fato de que os educadores da Matemática, mesmo muitas vezes não conhecendo os pressupostos de um enfoque diretamente vinculado à relação CTS (Ciência, Tecnologia, Sociedade), sentem a necessidade de que o conhecimento matemático proporcione a formação de um cidadão que compreenda o funcionamento e repercussão dos produtos e processos tecnológicos usados pela sociedade contemporânea.

A Educação Matemática, em seu sentido crítico, intenciona contribuir para preparar os alunos para a cidadania, estabelecendo a Matemática como uma ciência que analisa as características críticas de relevância social, favorecendo a compreensão dos mecanismos sociais existentes para que ele, enquanto cidadão possa dispor deles ou lutar para consegui-los, a fim de transformar a realidade em que está inserido.

Por outro lado, diversos trabalhos têm destacado aspectos que conectam Filosofia e História da Matemática com a Educação Matemática, mostrando-nos que tais campos científicos caminham influenciando-se uns aos outros no desenvolvimento do saber matemático.

A Sabedoria de um homem se mensura através da sua usual capacidade de "simplificar" o conhecimento, para que o mesmo seja real, seja degustado por aquele que aprende, pelo ser humano que, num "presente futuro", "irá", também, ensinar. O pensamento 'Freireano', também, caminha por essas águas, onde é preciso tornar as "coisas" simples e não se "fazer simplismos". A Matemática como fenômeno, é material básico para a elaboração de um mundo mais significativo e menos obscuro. Sentido esse que se mostra por meio de um significado, a partir do momento que se torna necessário.

Necessita-se que se "enxugue" o mar de falta de significados, de sentidos, que tem inundado as salas de aula através de fórmulas e equações. Deve-se melhorar a formação do professor com o conhecimento da epistemologia da Matemática, com uma maior compreensão da estrutura das ciências bem como do espaço que ocupam no sistema intelectual. Para tanto, a história, a filosofia e a sociologia da ciência podem contribuir para um entendimento mais integral de matéria científica, ou seja, podem contribuir para a superação destes problemas.

Não está em questionamento a aplicabilidade dos conhecimentos matemáticos. Se bem mediados, refletem cotidianamente situações que dependem de gerenciamento, interpretação (relativismo lingüístico), conexões (relação com a realidades não-Matemáticas), influência econômica, modelos computacionais, etc. O *overbooking*, o *Annual Danish Aggregated Model* (ADAM – "raciocínio experimental" na economia política), o *design* tecnológico, são alguns exemplos. Contudo, uma Matemática Crítica em Ação também possui limites e estes devem ser considerados. Ela é posta em ação por um integrante do contexto onde, a mesma, é operada. Parafraseando Skovsmose isto levanta a questão do significado para além do agir "responsavelmente", racionalmente, no tratamento de figuras e números.

Assim, a Educação Matemática precisa de conhecimentos dinâmicos e abertos para todos os tipos de cultura. Ministrar esta disciplina não pode ser apenas o cerne da nossa profissão. Ensinar Matemática deve ser um ato/processo de criação de ambientes onde se concebem, se encaixam e se regularizam situações de aprendizagem. Aprendizagem que se constrói respeitando a capacidade de absorção individual, sua formação, inserção no meio social e sua linguagem.

É evidente que esta é nossa leitura, inacabada, incompleta... como toda história, que representa um olhar. Outros olhares levariam a outras histórias.

O grande desafio para que ocorram mudanças, na formação e na atuação do docente, é a permanente reflexão sobre sua dinâmica pessoal de modo a articulá-la com o processo de desenvolvimento social. Alheio ao processo de construção do conhecimento matemático seu ensino será sempre racional, incompleto e sem significado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Luísa Silva; KAIBER, Carmen Teresa. *A formação de professores em matemática e os registros de representação semiótica*. Trabalho X EGEM X - Encontro Gaúcho de Educação Matemática - Comunicação Científica: 02 a 05 de junho de 2009, Ijuí/RS. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_28.pdf. Acesso em: 27 nov. 2009.

ARENDT, Hannah. *A condição humana*. 10 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2005.

BACHELARD, Gaston. *A formação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

BICUDO, I. *Platão e a Matemática*. In: Revista Letras Clássicas 2: 301-315. São Paulo, 1998. In: VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. *A influência da Matemática nas regras para a direção do espírito e em o discurso do método.* Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista (Campus de Rio Claro), Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Orientador: Irineu Bicudo. Rio Claro: [s.n.], 2007.

BICUDO, Maria A. V. *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: EDNESP,1999.

BORDENAVE, Juan E. Díaz. *O que é comunicação*. São Paulo: Brasiliense, 2003.

BUZZI, Arcângelo R. *A antropologia*. In: BUZZI, Arcângelo R. *Introdução ao pensar –o ser, o conhecimento, a linguagem*. 18. ed. Petrópolis: Vozes, cap. 2. p. 61-78, 1989.

COMENIUS, Iohannis Amos. *Didactica Magna*. Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. Disponível em: http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/didaticamagna.pdf. Acesso em: 27 set. 2009.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. *O que é Matemática?* Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática*: da teoria à prática. 4. ed. Campinas: Papirus, 1998.

___ *A História da Matemática -questões historiográficas e políticas e reflexos na educação Matemática*. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani org. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. Editora UNESP, São Paulo, 1999. p. 97-115. Disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/unesp.htm. Acesso em: 18 mar. 2009.

___ *Cultural framing of mathematics teaching and learning*. In: R. Biebler,

R. W. Scholz, R. Strässer, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 443-455). Dordrecht: Kluwer. In: SKOVSMOSE, Ole. *Cenários para investigação*. 2000. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/skovsmose(Cenarios)00.pdf. Acesso em: 29 ago. 2009.
___ *Educação Matemática – da teoria à prática*. 12 ed. Campinas, SP: Papirus, 2005.

DELEUZE, Gilles. *O ato de criação*. 19[--]. Disponível em: http://www.renatoferracini.com/Gilles_Deleuze__O_ato_de_Criao.pdf. Acesso em: 17 abr. 2009.
DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix. *Mil Platôs: capitalismo e esquizofrenia*. São Paulo: Ed. 34, 2000. In: ARAÚJO, Denize Correa. *Janela da Alma: por uma poética do desfocamento*. Revista Tecnologia e Sociedade. Curitiba; nº.1, outubro de 2005. p. 115. Disponível em: http://www.ppgte.ct.utfpr.edu.br/rev01/rev01_artigo07.pdf. Acesso em: 17 abr. 2009.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática*. Boletim SBEM – São Paulo: 1993, ano 04, nº. 07. Disponível em: http://www.matematicahoje.com.br/telas/sala/didaticos/recursos_didaticos.asp?aux=C. Acesso em: 26 set. 2009.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Miniaurélio século XXI escolar: o minidicionário da língua portuguesa*. 4 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, p. 252, 2000.

HOBSBAWN, Eric. *Era dos extremos*: o breve século XX (1914-1991). Trad. Marcos Santarrita. São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

JUNG, Carl Gustav. *Aion*. CW, vol. 9, ii, 1951a. In: CAPRA, Fritjof. *Jornadas para além do espaço tempo*. In: JUNG, Carl Gustav.. *O ponto de mutação*. São Paulo: Cultrix, p. 351-379, 1982.

KUHN, Thomas S. *Introdução: um papel para a história*. In: KUHN, Thomas S. *A estrutura das revoluções científicas*. Tradução de Beatriz Vianna Doeira e Nelson Boeira. 9. ed. São Paulo: Perspectiva, p. 19-28, 2006.

LÉVY, Pierre. *As tecnologias da inteligência – o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Ed. 34, p. 115, 1993.

LINTZ, Rubens G. *História da Matemática – volume I*. Blumenau: Ed. da FURB, 1999.

MARTINS, Maria Helena. *Ampliando a noção de leitura*. In: MARTINS, Maria Helena. *O que é leitura?* São Paulo: Brasiliense, p. 22-35, 1988.

MATTHEWS, Michael R. *História, filosofia e ensino de ciências: a tendência atual de reaproximação*. In: *Caderno Catarinense de Ensino de Física*. v. 12, nº. 3: p. 164-214, dez. 1995. Disponível em: http://www.fsc.ufsc.br/cbef/port/12-3/artpdf/a1.pdf. Acesso em: 23 mar. 2009.

MATURANA, Humberto. *Emoções e linguagem na educação e na política*. Belo Horizonte: Editora UFMG, p. 29-74, 2002.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. *Ensino-aprendizagem de matemática: uma proposta de intervenção em sala de aula*. USP, 2005. Disponível em: http://www.sepq.org.br/IIsipeq/anais/pdf/gt2/11.pdf. Acesso em: 27 nov. 2009.

MORAN, José Manuel. *Educação, Comunicação e Meios de Comunicação*. Disponível em: <http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/c_ideias_09_013_a_017.pdf>. Acesso em: 3 mai. 2005.

MORIN, Edgar. *Ciência com consciência*. 9 ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2005.

___. *Epistemologia da complexidade*. In: SCHNITMAN, Dora Fried. *Novos paradigmas, cultura e subjetividade*. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artes Médicas, p. 274-289, 1996.

___. In: DANTON, Gian. *O Pensamento Complexo de Edgar Morin*. Disponível em: http://www.humanas.unisinos.br/info/antropos/PensamentoComplexo.pdf. Acesso em: 17 dez. 2008.

NOVAES, Adauto (org.). *Tempo e história*. São Paulo: Companhia das Letras, p. 9-18, 1992.

ORTEGA, Tomás. *Conexiones Matemáticas y dinamización de aprendizajes*. 2004. Tese (Doutorado em Análise Matemática e Didática da Matemática) – Universidade de Valladolid, Valladolid.

PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica. 2006.

PAIVA, Yolanda Moreira S. *Pedagogia Freinet: seus princípios e práticas*. In: ELIAS, Marisa Del Cioppo (org.), 3 ed. *Pedagogia Freinet – teoria e prática*. Campinas, São Paulo: Papirus, (coleção Práxis). pp. 9-32, 2002.

PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. *Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

POLLIO, Marcus Vitruvius. *The ten books on architecture*. trad. de M. H. Morgan; Dover Publ., 1960. In: LINTZ, Rubens G. *História da Matemática – volume 1*. Blumenau; Ed. da FURB, p. 16, 1999.

POPPER, Karl R. *Conjectures and refutations*. Londres: Routledge and Kegan

Paul, 1969. (grifos do original). In: CHALMERS, A. F. *O que é ciência afinal?* São Paulo: Brasiliense, p. 70, 2006.

REIS, Leon Burkowski dos. *Autopoiese – auto – organização*. Disponível em: http://www.unicamp.br/fea/ortega/temas530/leon.htm. Acesso em 15 dez. 2007.

SANTOS, Boaventura de Sousa. *Um discurso sobre as ciências*. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2004. Publicado originalmente em 1987.

SILVA, Clóvis Pereira da. *A Matemática no Brasil – história de seu desenvolvimento*. 3 ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2003.

SKOVSMOSE, Ole. *Cenários para investigação*. 2000. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/skovsmose(Cenarios)00.pdf. Acesso em: 29 ago. 2009.

__________. *Educação Matemática crítica –a questão da democracia*. Campinas: Papirus, 2001.

___. *Matemática em ação*. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (orgs.). *Educação Matemática – pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, p. 30-57, 2004.

VASCONCELLOS, Maria José Esteves de. *Rastreando as origens das abordagens teóricas dos sistemas*. In: VASCONCELLOS, Maria José Esteves de. *Pensamento sistêmico – o novo paradigma da ciência*. 4 ed. Campinas, São Paulo: Papirus, p. 185-252, 2005.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. *A influência da Matemática nas regras para a direção do espírito e em o discurso do método*. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista (Campus de Rio Claro), Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Orientador: Irineu Bicudo. Rio Claro: [s.n.], 2007.