Acoplamento da equação de Schrodinger com as equações de Maxwell

Gontijo, Susane
Instituto de Matemática e Estatística, IME
susanegontijo@ufg.br

Silva, Kaye
Instituto de Matemática e Estatística, IME
kayesilva@ufg.br

Resumo

Neste trabalho, buscou-se fazer um estudo mais detalhado da maior parte das ideias e resultados expostos no artigo de David Ruiz [2], cujo título é: "The Schrodinger-Poisson equation under the effect of a nonlinear local term". Para tanto, foi considerado o seguinte sistema de equações diferenciais parciais em $\mathbb{R}^3$

$$\begin{cases} -\Delta u + u + \lambda \phi u = u^{p-1} \\ -\Delta \phi = u^2, \quad \lim\limits_{|x| \to \infty} \phi(x) = 0 \end{cases} \tag{1}$$

onde Δ é o operador Laplaciano, $\lambda > 0$ é um parâmetro real e $p \in (2;6)$. O sistema (1) é obtido através do acoplamento de uma equação não linear de Schrödinger com as equações de Maxwell do eletromagnetismo (veja [1] e suas referências).

Como o nome sugere, tal artigo trata da equação de Schrödinger-Poisson, que é uma combinação de duas equações mais conhecidas: a equação de Schrödinger -um alicerce da mecânica quântica- e a equação de Poisson, onde um termo não-linear local u^p (ou mais geralmente f(u)) foi adicionado a tal equação. Esses termos não- lineares tem sido tradicionalmente usados na equação de Schrödinger para modelar a interação entre partículas.

Principal resultado estudado neste trabalho foi:

Teorema 1 *Seja $p \in (1, 2]$ e $(u, \phi) \in H^1 \times D^{1,2}$ e suponha $\lambda \geq 1/4$. Então $u = 0$ é solução única do problema* (1)*. Além disso, se $p \in (1, 2)$ e λ é pequeno o suficiente, então há pelo menos duas soluções positivas diferentes para* (1)*.*

Palavras-chaves: Schrödinger-Poisson, Métodos Variacionais, Funções Radiais.

Referências

[1] D'AVENIA, P. Non-radially symmetric solutions of nonlinear Schrödinger equation coupled with Maxwell equations. *Adv. Nonlinear Stud.*, v. 2, n. 2, p. 177–192, 2002.

[2] RUIZ, D. The Schrödinger-Poisson equation under the effect of a nonlinear local term. *J. Funct. Anal.*, v. 237, n. 2, p. 655–674, 2006.