EXAME ANALISE FUNCIONAL 2013 COERSIVA

$T: L^1 \to$

$T(B_{...})$

$a(u,u) \neq \phi(u)$ $\langle \phi, u \rangle = \int$ $\phi(x) \leq \liminf \phi(x_n)$

$\phi(x) \leq \liminf \phi(x)$

Universidade Federal de Goiás $\phi(u) < a(u,u)$

Instituto de Matemática e Estatística

Prof. Dr.: Edcarlos Domingos da Silva $T(B(1,0)) \supseteq B(0,\varepsilon)$

Curso: Doutorado em Matematica. $E^{**} = E$

Aluno: DOUGLAS HILARIO DA CRUZ

Nota: 10,00 $\phi(x_0) = \lim \langle \phi_n, y \rangle$

Exame de Qualificação

$\phi(u) \neq a(u,v)$ $\forall v \in H$

Questão 1 (2,5) Disserte sobre os seguintes resultados: Teorema da Aplicacao Aberta, Teorema da limitação uniforme, Teorema do Grafico fechado. Dê exemplos.

Questão 2 (2,5) Seja $E = l^p$ com $1 \leq p \leq \infty$. Seja $(\lambda_n) \in \mathbb{R}$ um sequencia limitada. Considere o operador $T : E \to E$ definido por

$$Tx = (\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, ..., \lambda_n x_n, ...).$$

$\phi(x_0) = \liminf \phi(x)$

Prove que T é compacto se e somente se $\lambda_n \to 0$.

Questão 3 (2,5) Seja $(E, \|\|)$ um espaco de Banach. Prove que E é reflexivo se e somente se

$\phi(u) = \langle a, u \rangle$

$$B_E = \{x \in E : \|x\| \leq 1\}$$

$\phi(x_0) = \liminf \phi(x)$

é compacto na topologia fraca.

Questão 4 (2,5)Seja H um espaço de Hilbert munido com norma e produto interno denotados por $\|\|$ e $\langle , \rangle$, respctivamente . Considere $\phi : H \to \mathbb{R}$ uma aplicação linear e contínua. Prove que existe $a \in H$ tal que $\frac{a(u,u) - \phi(u)}{2}$

$$\phi(u) = \langle a, u \rangle, \forall u \in H.$$

$\langle x_0, x_0 \rangle = \|x_0\|$

Além disso, prove que $\|a\| = \|\phi\|$ onde $\|\phi\| = \sup \{\phi(u), \|u\| = 1\}$.

Questão 5 (2,5) Seja H um espaço de Hilbert munido com norma e produto interno denotados por $\|\|$ e $\langle , \rangle$, respctivamente. Considere $a : H \times H \to \mathbb{R}$ uma aplicação bilinear, coerciva e contínua. Dado $\phi : H \to \mathbb{R}$ linear e continua prove que existe um unico $u \in H$ tal que $a(u,v) \leq \liminf a(u,v)$

$$\langle b, u \rangle = \phi(u) = a(u, v), \forall v \in H.$$

$\phi(u) = \langle a, u \rangle$

Além disso, supondo adicionalmente que a é simétrico, prove que u satisfaz

$$\frac{1}{2} a(u,u) - \phi(u) = \min_{v \in H} \left\{ \frac{1}{2} a(v,v) - \phi(v) \right\}$$

$\phi(u) = \langle a, u \rangle$ $a(u,v) =$

$a(u,v) =$ $a(e_i, e_i)$ H é Hilbert $=)$ $\phi(u) = \langle a, u \rangle$ $\frac{1}{2} a(u,u) - \phi(u)$

$a(u,v) = \sum u_i v_i$

$J(E^{**}) = E$ $\phi(u) = a(u,v) = a(v,u)$

$\phi(u) =$

$J : E^{**} \to E^*$

$x \mapsto J(x) : E^* \to \mathbb{R}$

$f \mapsto J(x)(f) = \langle f, x \rangle$