



Adair Mendes Nacarato
Iris Aparecida Custódio
Organizadoras

NARRATIVAS DOCENTES SOBRE O PENSAMENTO PROPORCIONAL

**experiências e investigações
na Educação Básica**



Pedro & João
editores

**Narrativas docentes sobre o
pensamento proporcional:
experiências e investigações na
Educação Básica**





**Adair Mendes Nacarato
Iris Aparecida Custódio
(Organizadoras)**

**Narrativas docentes sobre o
pensamento proporcional:
experiências e investigações na
Educação Básica**

Autoras e autores

Bianca Maria Cogni Blanco	Rosangela Eliana Bertoldo Frare
Caio Leardini Grillo	Selma Nascimento Vilas Boas
Carla Cristiane Silva Santos	Sirley Aparecida de Souza
Cidinéia da Costa Luvison	Tamara Barbosa da Silva
Diana Milena Escobar Franco	



Copyright © Autoras e autores

Todos os direitos garantidos. Qualquer parte desta obra pode ser reproduzida, transmitida ou arquivada desde que levados em conta os direitos das autoras e dos autores.

Adair Mendes Nacarato; Iris Aparecida Custódio [Orgs.]

Narrativas docentes sobre o pensamento proporcional: experiências e investigações na Educação Básica. São Carlos: Pedro & João Editores, 2025.
376p. 16 x 23 cm.

ISBN: 978-65-265-2646-0 [Digital]

1. Colaboração. 2. Educação Matemática. 3. Pensamento Proporcional. 4. Formação de Professores. 5. Educação Básica. I. Título.

CDD – 370

Capa: Marcos Della Porta

Ficha Catalográfica: Hélio Márcio Pajeú – CRB – 8-8828

Revisão: Andréa de Freitas Ianni e Vera Lúcia Fator Gouvea Bonilha

Diagramação: Diany Akiko Lee

Editor: Valdemir Miotello

Diretores executivos: Pedro Amaro de Moura Brito & João Rodrigo de Moura Brito

Conselho Editorial da Pedro & João Editores:

Augusto Ponzio (Bari/Itália); João Wanderley Geraldi (Unicamp/Brasil); Hélio Márcio Pajeú (UFPE/Brasil); Maria Isabel de Moura (UFSCar/Brasil); Maria da Piedade Resende da Costa (UFSCar/Brasil); Valdemir Miotello (UFSCar/Brasil); Ana Cláudia Bortolozzi (UNESP/Bauru/Brasil); Mariangela Lima de Almeida (UFES/Brasil); José Kuiava (UNIOESTE/Brasil); Marisol Barenco de Mello (UFF/Brasil); Camila Caracelli Scherma (UFFS/Brasil); Luís Fernando Soares Zuin (USP/Brasil); Ana Patrícia da Silva (UERJ/Brasil).



Pedro & João Editores

www.pedroejoaoeditores.com.br

13568-878 – São Carlos – SP

2025

Sumário

Prefácio	9
Marcos Antonio Gonçalves Júnior	
Apresentação	15
Adair Mendes Nacarato	
Iris Aparecida Custódio	
Metodologia de trabalho do Grucomat: uma prática construída colaborativamente	23
Adair Mendes Nacarato	
Pensamento proporcional: os percursos teóricos do Grucomat	45
Iris Aparecida Custódio	
Caio Leardini Grillo	
Rosangela Eliana Bertoldo Frare	
Diana Milena Escobar Franco	
A brincadeira e o desenho como eixos importantes na transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental.....	61
Bianca Maria Cogni Blanco	
Selma Nascimento Vilas Boas	
Aulas investigativas: o papel do professor e a equidade nas aulas de matemática	75
Carla Cristiane Silva Santos	
Sirley Aparecida de Souza	

Contribuições da perspectiva histórico-cultural para o desenvolvimento do pensamento proporcional por estudantes da Educação Especial	85
Cidinéia da Costa Luvison	
Rosângela Eliana Bertoldo Frare	
Brincadeira Pipoca.....	97
Selma Nascimento Vilas Boas	
Corrida do Jornal	121
Tamara Barbosa da Silva	
Brincadeira da pipoca – introduzindo ideias de proporcionalidade	135
Bianca Maria Cogni Blanco	
A Escala Cuisenaire.....	157
Sirley Aparecida de Souza	
Receita da Tia Nastácia – Narrativa de uma prática investigativa matemática	193
Sirley Aparecida de Souza	
Salto em distância com o 5º ano	223
Carla C. S. Santos	
<i>“É a mesma imagem, mas tem algumas coisas diferentes”:</i> abordando proporcionalidade a partir da ideia de semelhança	255
Rosângela Eliana Bertoldo Frare	
A mesma tarefa desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental 2 e Ensino Médio no início dos estudos do grupo	281
Caio Leardini Grillo	

A receita da Tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância	307
Cidinéia da Costa Luvison	
Rosangela Eliana Bertoldo Frare	
O grupo colaborativo como espaço formativo e investigativo sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional	335
Iris Aparecida Custódio	
Adair Mendes Nacarato	
Índice remissivo.....	371
Sobre as autoras e os autores	373

Prefácio

Marcos Antonio Gonçalves Júnior

Sankofa - Cavaleiro, oniricamente pincelada em 2022 em tela de 80 cm × 100 cm, mostra um homem sobre um cavalo. Porém, ao contrário do que nossa imaginação – quase sempre de inspiração ocidental e cristã – propõe, o cavaleiro não empunha uma espada, nem traja roupas nobres e nem assume uma atitude imponente como São Jorge. Não. Sertanejo, tem um olhar brilhante, contemplativo e memorioso, e veste roupas simples. Suas mãos repousam em seu ventre segurando as rédeas. Seu corcel branco tem um olhar profundo e introspectivo, um andar vagaroso e, pasmem, o homem está montado ao revés. Isso mesmo, de costas. O sertanejo está com os olhos na direção sugerida pela anca do equino, contemplando o que passou, os rastros, perdidos no horizonte invertido daquela viagem cavalgada pelas vivências singulares de uma vida, representadas no quadro, a meu ver, pelos vagalumes que inundam a cena.

Antonio Obá¹, artista ceilandense, inspirou-se em símbolos gráficos e ancestrais criados pelo povo Akan, na África Ocidental, “que representam provérbios, conceitos filosóficos e ensinamentos morais”². O sankofa, geralmente representado como uma ave a olhar para trás, é um ícone conhecido dessa cultura africana e pode significar “voltar e pegar”. “Muitos afrodescendentes o interpretam como um lembrete de que se deve sempre recordar o passado a fim de resgatar saberes que fortalecem o presente e o futuro”³.

¹ Antonio Leonardo de Paula, artista plástico brasileiro, nascido em 1983.

² ASSIS, Tatiane de. De volta à terra: um artista em diálogo com as próprias origens. *Piauí*, n. 229, out. 2025.

³ Idem.

Depois de seis anos de trabalho do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional em aulas de matemática, da Educação Infantil ao Ensino Médio, o que elaboram seus professores autores na presente obra é justamente o resultado de seu movimento de “voltar e pegar”. Seu olhar reflexivo sobre os infinitos particulares⁴ dessas aulas, nesse trabalho colaborativo focado no papel intencional e mediador do professor, que procura promover o diálogo e a interação entre os estudantes, rumo à construção de conceitos matemáticos, leva-os a produzir narrativas de aulas nas quais resgatam as singularidades vividas, aprendem com elas, fortalecem-se como professores, como grupo em direção a seu futuro; inundam de vagalumes a própria sala de aula, de beleza, de leveza, de invenção e descoberta.

Confesso aqui minha surpresa ao receber o convite do grupo para prefaciar a presente obra. Afinal, não é modéstia alguma, mas sim um fato: estou mais é para aprendiz do Grucomat.

“Acho que vou declinar”, disse à minha esposa. “Larga de ser bobo... Aceite a honraria que representa tal convite”, respondeu-me.

Sentei-me então em meu pangaré branco... levei algum tempo nessa contemplação. Um pequeno pirilampo piscou insistentemente no cerrado seco do meu horizonte goianiense...⁵ Guardei-o em um pote de vidro, pois precisava compreender; queria voltar e pegar aquela luminescência. Resgatei em meu passado recente nossas invenções e descobertas no grupo de estudos e pesquisas que lidero, desde 2015: “Abakós: Práticas Formativas e Colaborativas em Educação Matemática na Escola”. Permitam-me destacar duas de suas produções: o livro *Deixe-se Contar: histórias de aulas de matemática, colaboração e formação de professores*⁶; e o artigo “O estudante da Educação Básica como

⁴ Alusão ao álbum “Infinito Particular” de Marisa Monte (2006).

⁵ Não nasci em Goiânia, mas já resido aqui por quase 20 anos. Dá licença?

⁶ GONÇALVES JÚNIOR, Marcos Antonio; ROCHA, Luciana Parente; SARDINHA, Renato (org.). *Deixe-se contar: histórias de aulas de matemática, colaboração e formação de professores*. Goiânia: CEGRAF/UFG, 2020. O livro

pesquisador: investigando e fazendo matemática”⁷. Com isso, abri a tampa do pote e eis que aquele reluzente inseto saiu zumbindo pelo horizonte: *priii... priii... Grucomat e Abakós são praticamente grupos irmãos... priii....*

Agradeço imensamente o convite, Professora Adair e colegas do Grucomat. Muito obrigado! Realmente fiquei muito honrado.

Assim como em nossos escritos abakonianos, a presente obra grucomatiana convida o leitor a entrar no íntimo da sala de aula de matemática, um espaço onde a experiência, muitas vezes vivida como uma “discordância”⁸ de eventos aparentemente confusos, se transforma em um tecido coerente por meio do ato sensível de narrar. Para os participantes do Grucomat, a experiência não é um mero passatempo, mas a busca por atribuir sentido ao passado profissional, transformando a prática docente em pesquisa: estão sempre voltando e pegando... e transformando ... e compreendendo ... e narrando ... e produzindo.

A vida na sala de aula, com suas interações e imprevisibilidades, apresenta-se sempre desafiante, singular, caótica, intensa, heterogênea. O professor, ao se dedicar à produção de narrativas pedagógicas, realiza um ato primordial: ele impõe uma estrutura significativa aos acontecimentos do dia a dia, transformando essa heterogeneidade em construções compreensíveis. E nós, leitores – fãs, até, como eu –, por meio da narrativa deles, revisitamos nossas memórias para encontrar nosso “eu experiencial”, como disse Sirley Souza em seu capítulo; e para

pode ser acessado em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/688/o/ebook_deixe-secontar.pdf

⁷ ROCHA, Luciana Parente; GONÇALVES JÚNIOR, Marcos Antonio; GUADAGNINI, Míriam do Rocio; SARDINHA, Renato. O estudante da Educação Básica como pesquisador: investigando e fazendo matemática. *Polyphonia*, Goiânia, v. 34, n. 2, jul./dez. 2023. DOI: <https://doi.org/10.5216/rp.v34i2.81344>

⁸ RICOEUR, Paul. *Educación y política: de la historia personal a la comunión de libertadores*. Buenos Aires: Prometeo, 2009.

refletir criticamente sobre nossas próprias aulas de matemática, sobre nós mesmos como professores.

Os escritos do Grucomat se estabelecem como um lar para essa “síntese do heterogêneo”⁹ que é a experiência docente, quando narrada. Como afirmam as professoras Adair Nacarato e Iris Custódio, na apresentação do livro, o grupo é uma comunidade de investigação e aprendizagem, onde a colaboração é o eixo estruturante. Seus membros, professores pedagogos, coordenadores, entre outros, reúnem-se para compartilhar saberes, dar voz às dúvidas e celebrar os avanços. Nesse ambiente, cada um contribui com sua bagagem teórica e prática, de modo que uns constituem os olhares dos outros, permitindo a ressignificação das práticas de ensino, como sugerem as organizadoras.

As narrativas contidas nesta coletânea, nascidas do trabalho intencional e do diálogo contínuo do grupo, revelam o esforço de promover uma cultura social da aula de matemática pautada em tarefas investigativas e problematizadoras. O professor atua como mediador, atento à “linguagem carregada de sentido” das crianças, incentivando-as a argumentar, levantar hipóteses e construir o conhecimento a seu modo; é o que argumentam as professoras Carla Santos e Sirley Souza, em seu capítulo.

Assim, superam as práticas tecnicistas comuns no ensino de matemática, ao demonstrar que os mecanicismos repetitivos e desprovidos de significado não precisam ter lugar cativo na aula do professor reflexivo, pesquisador e contador de histórias. Recusam-se a render-se à imaginação simplória – quase sempre inspirada em avaliações externas e instrumentos de controle ao trabalho do professor – preconizada pelos documentos curriculares oficiais. Meus colegas irmãos do Grucomat resgatam a ludicidade das brincadeiras infantis e os questionamentos curiosos das crianças e dos adolescentes, instigando seu caráter questionador e investigativo. Convidam o leitor a se encantar com as brincadeiras de pipoca, as

⁹ RICOEUR, Paul. *Tempo e narrativa: a intriga e a narrativa histórica*. Vol. 1. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

receitas da tia Nastácia, os desenhos, as corridas com jornal, os materiais pedagógicos, os saltos e pulos – todo o encantamento que a invenção e a descoberta podem promover em sala de aula.

Assim, agora, prezado leitor, monte conosco em nosso cavalo! Leia e, se puder, deleite-se com a presente obra! Acolha a experiência da narração coletiva como forma de transcender a mera descrição e adentrar ao “reino do *como se*”, tal como sugere Ricoeur. Mas não porque as narrativas são ficções inventadas pelos autores. Pelo contrário! Por serem oriundas do seio das vivências experienciadas pelos professores autores em seus locais de trabalho, elas nos permitem pensar no “reino do *como se*” em relação à nossa própria identidade profissional docente: e se tentássemos ser, hein?



Sankofa - Cavaleiro (2022) - Antonio Obá¹⁰

¹⁰ Disponível em <https://mendeswooddm.com/pt/artworks/46223-antonio-oba-sankofa-cavaleiro-sankofa-horseman-2022/> Acesso em: 24 out. 2025.

Basta voltar e pegar!
E narrar, claro!

Prof. Marquinhos¹¹
– outubro de 2025, Goiânia, GO.

¹¹ Prof. Dr. Marcos Antonio Gonçalves Júnior (Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação - CEPAE; Universidade Federal de Goiás - UFG)

Apresentação

Adair Mendes Nacarato
Iris Aparecida Custódio

Nesta obra, apresentamos os resultados de seis anos de trabalho dos participantes do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat)¹, com foco no desenvolvimento do pensamento proporcional². Nesse período, estudamos sobre a temática, com base em diferentes perspectivas teóricas; elaboramos sequências de tarefas para sala de aula, da Educação Infantil ao Ensino Médio; desenvolvemos essas tarefas em sala de aula, nos diferentes níveis de ensino; e produzimos narrativas pedagógicas a partir das experiências dos professores, as quais foram discutidas coletivamente no grupo, considerando: os raciocínios matemáticos dos alunos, a adequação e as potencialidades das tarefas e os nossos processos de desenvolvimento profissional.

Estamos juntos há bastante tempo, pois o Grucomat existe desde 2003, e a maioria de nós pertence a ele desde projetos anteriores. Somos professores e gestores atuantes na Educação Básica, nas redes públicas e privadas e no Ensino Superior.

Dentre as práticas formativas do grupo, uma delas consiste na produção de livros ou *ebooks* com os resultados dos projetos desenvolvidos. Para este projeto sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional, decidimos colaborativamente os capítulos que comporiam a presente obra.

Os trabalhos do grupo centram-se teórica e metodologicamente na perspectiva histórico-cultural.

¹ Grupo que existe desde 2003, vinculado ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu da Universidade São Francisco e certificado junto ao Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq. Site do grupo: <https://grucomat.com.br/>

² O projeto de pesquisa foi aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade.

Construímos, em parceria, ao longo dos anos, uma cultura social de aula de Matemática pautada no papel do professor: a intencionalidade pedagógica; a promoção de um ambiente colaborativo de aprendizagem, centrada no diálogo e nas interações entre os alunos e entre eles e o professor. Nessa cultura, as tarefas ocupam papel central, ao possibilitarem aos alunos criar estratégias, levantar e validar hipóteses, compartilhar ideias e elaborar conceitos.

Esses pressupostos nortearam a elaboração e a reelaboração das tarefas relativas ao desenvolvimento do pensamento proporcional. Nas narrativas pedagógicas dos professores que compõem parte desta obra, o leitor conhecerá algumas dessas tarefas.

A primeira parte da coletânea é composta por cinco capítulos teóricos que discutem as ideias centrais que embasam nossos estudos; na segunda, apresentamos oito narrativas pedagógicas dos participantes do grupo, relativas ao desenvolvimento das tarefas em salas de aula, da Educação Infantil ao Ensino Médio.

Dentre os capítulos teóricos, optamos por narrar a metodologia de trabalho do grupo. No texto intitulado “Metodologia de trabalho do Grucomat: uma prática construída colaborativamente”, Adair Mendes Nacarato apresenta a trajetória do grupo e, como ao longo dos anos, os participantes construíram um caminho metodológico de estudos e pesquisas, buscando aproximações teóricas com outros estudos que abordam grupos colaborativos; descreve como foi o percurso do presente estudo relativo ao pensamento proporcional; e enfatiza a singularidade e as especificidades do grupo.

No capítulo intitulado “Pensamento proporcional: os percursos teóricos do Grucomat”, Iris Aparecida Custódio, Caio Leardini Grillo, Rosangela Eliana Bertoldo Frare e Diana Milena Escobar Franco indicam o caminho adotado pelo grupo na realização dos estudos, descrevendo o levantamento bibliográfico sobre o tema, a sua inserção na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e as motivações do grupo para a escolha dessa temática. Os autores finalizam, apresentando a concepção de

desenvolvimento do pensamento proporcional, a partir da perspectiva histórico-cultural, referencial adotado pelo grupo.

As autoras Bianca Maria Cogni Blanco e Selma Nascimento Vilas Boas, no texto “A brincadeira e o desenho como eixos importantes na transição da educação infantil para o ensino fundamental” discutem o papel da brincadeira e do desenho como instrumentos para o desenvolvimento da criança na passagem de um ciclo para o outro na Educação Básica. Elas discutem como esses instrumentos, presentes na Educação Infantil, estão ausentes no 1.º ano do Ensino Fundamental, desconsiderando que os estudantes são crianças de 6 e 7 anos. A brincadeira é concebida como espaço de aprendizagem essencial para o desenvolvimento infantil, na perspectiva histórico-cultural, e o desenho é um instrumento que viabiliza que a criança represente simbolicamente a realidade e os saberes construídos em sala de aula. Na brincadeira e no desenho, as crianças elaboram conceitos matemáticos.

No texto “Aulas investigativas: o papel do professor e a equidade nas aulas de matemática”, as autoras Carla Cristiane Silva Santos e Sirley Aparecida de Souza discutem o papel de aulas investigativas, com tarefas abertas, como promotoras de aprendizagem e equidade nas aulas de matemática. Elas apontam a compreensão que o grupo tem sobre a cultura social de aula de Matemática, pautada na intencionalidade do professor desde a escolha das tarefas até a organização do ambiente de aprendizagem.

O último capítulo desta parte, “Contribuições da perspectiva histórico-cultural para o desenvolvimento do pensamento proporcional por estudantes da educação especial”, de autoria de Cidinéia da Costa Luvison e Rosangela Eliana Bertoldo Frare, discute possibilidades de trabalho dessa temática com alunos com deficiência. Inicialmente, as autoras refletem sobre as deficiências numa perspectiva histórico-cultural, em seguida o papel do professor para o processo de elaboração conceitual dos alunos e a utilização de materiais manipulativos e jogos elaborados especificamente para esse público alvo.

Dentre as oito narrativas pedagógicas, apresentamos inicialmente as narrativas produzidas por uma coordenadora pedagógica e uma estudante do curso de Pedagogia, em sua pesquisa de iniciação científica. A coordenadora pedagógica Selma Nascimento Vilas Boas produziu a narrativa “Brincadeira Pipoca”. Como ela não está em sala de aula, estabeleceu parceria com duas professoras de sua escola, atuantes com crianças de 4 e 5 anos. Na narrativa, Selma mostra o movimento das crianças ao participarem da brincadeira, destacando os sentidos atribuídos à proposta; as significações produzidas pelas professoras, ao desenvolverem a tarefa em sala de aula; e os processos de desenvolvimento profissional, tanto das professoras parceiras quanto da coordenadora pedagógica, que inserida em um grupo de pesquisa, oportuniza aos professores de sua escola acesso aos materiais e às propostas elaborados pelo Grucomat. Selma enfatiza o papel da parceria universidade-escola.

A estudante Tamara Barbosa da Silva produziu a narrativa “Corrida do Jornal”, narrando sobre a experiência de desenvolvimento de uma das tarefas elaboradas pelo Grucomat para a Educação Infantil. Por ser estudante da graduação, ela estabeleceu parceria com uma professora que atuava com crianças de 5 anos. Na narrativa, ela registra os diálogos estabelecidos entre ela e as crianças, nas rodas de conversa, antes e após a brincadeira; descreve o movimento das duplas de crianças que participaram da brincadeira e as estratégias utilizadas para vencê-la. Ela finaliza sua narrativa, inserindo quatro registros produzidos pelas crianças a partir de suas experiências com a brincadeira, nos quais elas próprias narram os elementos do desenho. Finaliza seu texto com algumas reflexões acerca do papel do desenho na perspectiva histórico-cultural.

Na sequência, as narrativas de três professoras que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A primeira delas é da professora Bianca Maria Cogni Blanco, que desenvolveu com seus alunos de 1.º ano, a tarefa “Brincadeira da pipoca- introduzindo ideias de proporcionalidade”. Bianca descreve sua sala de aula e,

no dia do desenvolvimento da tarefa, ela contou com a ajuda de duas colegas do Grucomat, além da professora auxiliar que acompanha um aluno com deficiência. Ela narra todo o processo da brincadeira, como foi a confecção das pipocas com folha de papel, o ambiente da brincadeira, a divisão das duas equipes, o envolvimento das crianças, as questões por ela formuladas, os diálogos entre ela e as crianças, o fechamento da tarefa e os registros produzidos por meio de desenhos. A autora finaliza com suas reflexões a respeito da experiência vivida.

A professora Sirley Aparecida de Souza produziu duas narrativas pedagógicas, com base na sua experiência com alunos do 2.º ano do Ensino Fundamental. Em ambas, ela descreve sua sala de aula e o quanto os alunos já estão acostumados a trabalhar com tarefas abertas e investigativas. Na narrativa “A Escala Cuisenaire”, ela nos conta como foi o desenvolvimento da tarefa com as crianças. Esse material é composto por dez paralelepípedos coloridos, cujos comprimentos variam de um a dez unidades. O Grucomat elaborou uma tarefa com esse material, considerando que os comprimentos das barras têm uma proporcionalidade, o que possibilita que, num contexto de medida, os alunos estabeleçam relações diretas e inversas com as peças. No texto, Sirley narra o processo desde o seu planejamento até o momento de registro e sistematização da tarefa. Ela nos fala como foi a exploração do material pelas crianças, suas intervenções e mediações, as respostas formuladas pelos alunos e o momento de finalização. No texto “Receita da Tia Nastácia – narrativa de uma prática investigativa matemática”, Sirley narra como foi o desenvolvimento dessa tarefa com seus alunos, a qual pressupõe a produção de bolinho de chuva. A narrativa revela a intencionalidade e a criatividade da professora, que extrapola a tarefa elaborada pelo Grucomat, realizando um trabalho interdisciplinar com a professora de Português e contando com ajuda de estagiários. Ela descreve como foi o ambiente do laboratório da escola, onde desenvolve suas aulas investigativas, o envolvimento das crianças, a produção dos

bolinhos de chuva e os raciocínios utilizados pelos alunos nas situações propostas na tarefa, bem como os registros produzidos.

A professora Carla Cristiane Silva Santos, no texto “Salto em distância com o 5.º ano”, narra sua experiência com os alunos a partir de uma tarefa elaborada pelo grupo com o objetivo de explorar conceitos de medida e noções de proporcionalidade. No texto, ela nos conta como foi a sua prática com as crianças, já acostumadas com aulas investigativas e problematizadoras e como elas se envolveram nos diálogos nas rodas de conversa promovidas pela professora. As crianças puderam levantar hipóteses, discutir e direcionar a tarefa para caminhos não previstos pela professora tampouco pelos colegas do Grucomat que a elaboraram, mostrando-nos o quanto a sala de aula é imprevisível e, se a professora está aberta a escutar os alunos, as tarefas planejadas ganham outros contornos, produzem novos significados para eles e para o coletivo do Grucomat. Carla conta todos os momentos da aula, os diálogos com os alunos e as socializações realizadas ao final da tarefa. Ela finaliza sua narrativa, refletindo sobre os desafios de uma professora pedagoga que se dispõe a ensinar Matemática nos anos iniciais.

Na sequência, apresentamos as narrativas de dois professores de Matemática, uma com estudantes do 8.º ano e, a outra, com estudantes do 9.º ano e 2.º ano do Ensino Médio. A primeira delas é de Rosângela Eliana Bertoldo Frare, intitulada ““É a mesma imagem, mas tem algumas coisas diferentes”: abordando proporcionalidade a partir da ideia de semelhança”, que ocupa a função de vice-diretora numa escola pública estadual e, por não estar atuando em sala de aula, aproveitou o contexto de ausência de professor na escola e desenvolveu duas tarefas com estudantes de 8.º ano. Ambas as tarefas exploram a noção de proporcionalidade e semelhança em figuras. Ela narra os diálogos estabelecidos com os estudantes, as mediações realizadas com registros na lousa e analisa as respostas dadas por eles para as questões propostas. A narrativa de Rosângela nos mostra que, mesmo estando ausente da sala de aula em cargo de gestora, ela

mantém o perfil de uma professora problematizadora, que formula questões que instigam os alunos a pensarem e apresentarem soluções para essas questões. Ela finaliza a narrativa, propondo algumas reflexões acerca da importância de aulas problematizadoras que se contrapõem aos modelos propostos no material elaborado pela Secretaria Estadual de Educação de São Paulo.

Caio Leardini Grillo, na narrativa “A mesma tarefa desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental 2 e Ensino Médio no início dos estudos do grupo”, nos conta como uma mesma tarefa, quando proposta a alunos de diferentes anos escolares, pode produzir raciocínios diferentes. Caio inicia sua narrativa, falando sobre sua trajetória de formação, a escola na qual leciona, as turmas envolvidas na realização das tarefas e sua metodologia de trabalho que, de acordo com ele, é constituída a partir de sua participação no grupo. Ele apresenta e reflete sobre os registros produzidos por alunos de 9.º ano do Ensino Fundamental e 2.º ano do Ensino Médio, ao serem desafiados a pensar em situações que envolviam proporcionalidade e o uso de estratégias aditivas e multiplicativas. Caio, ao analisar os registros produzidos, conclui que os estudantes do 9.º ano se mostraram mais criativos, ao desenvolverem suas estratégias para a resolução dos problemas propostos, e reflete sobre os motivos pelos quais os alunos do Ensino Médio se tornaram mais procedimentais e buscaram a aplicação de fórmulas, deixando de lado a criatividade no momento da produção de estratégias.

A narrativa “A receita da tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância”, das autoras Cidinéia da Costa Luvison e Rosângela Eliana Bertoldo Frare, refere-se à tarefa desenvolvida em uma escola da rede pública de ensino do estado de São Paulo, dentro do Projeto de Itinerância. Nesse projeto, a escola pode trazer professores especialistas da Educação Especial para atender estudantes com laudo de deficiência intelectual, na própria unidade, no contraturno das aulas regulares. O atendimento é individualizado e algumas vezes em grupo. A professora

especialista atende aos alunos na sala de itinerância, mas também os acompanha em aulas regulares. A tarefa “A receita da Tia Nastácia” de bolinho de chuva assado foi realizada em parceria com a professora da sala itinerante e com os alunos Maria e João - pseudônimos e ambos com 17 anos. O objetivo foi analisar as relações estabelecidas pelos alunos quanto ao pensamento proporcional. Na narrativa, as autoras apresentam a professora, os estudantes e os detalhes de como fora a realização da tarefa, a qual foi videogravada, e as imagens mostram o envolvimento dos estudantes com a proposta e o quanto eles ainda necessitam de instrumentos que possibilitem a concretude dos conceitos envolvidos, com o suporte da teoria histórico-cultural.

Essa coletânea foi por nós pensada, para chegar aos professores, visto que o trabalho, ao longo do período que nos dedicamos ao estudo do pensamento proporcional, foi planejado e realizado intencionalmente, com professores atuando em sala de aula e apontando pistas de como é possível propor tarefas matemáticas que mobilizem os estudantes e possibilitem que eles elaborem conceitos. Esse é o propósito dos participantes do Grucomat, que se preocupam em produzir conhecimentos com e para os professores.

Esperamos que a leitura dos capítulos desta coletânea provoque reflexões, questionamentos, refutações com as ideias aqui defendidas. Desejamos uma boa leitura!

Metodologia de trabalho do Grucomat: uma prática construída colaborativamente¹

Adair Mendes Nacarato²

Um olhar retrospectivo para a constituição do Grucomat

O Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) foi criado em 2003, vinculado ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco (USF). Ele nasceu como “Oficina de Geometria”, uma vez que nessa época ainda tínhamos o curso de Licenciatura em Matemática na USF e os graduandos tinham muitas dificuldades em geometria. Assim, criamos, Regina Célia Grando e eu, esse espaço de formação, que acontecia na pré-aula do período noturno e era destinado aos estudantes e aos professores da educação básica que quisessem participar.

Após dois anos de trabalho, em 2005, o grupo passou a se chamar Grupo Colaborativo em Geometria (Grucogeo) e, desde então, seus participantes assumiram que esse é um grupo de pesquisa, a pesquisa do professor em sala de aula. Nós, participantes do grupo, trabalhamos de forma colaborativa e criamos uma metodologia de trabalho: a partir dos estudos teóricos, os professores elaboram situações para a sala de aula, as quais são desenvolvidas com seus alunos; o professor registra a aula, produzindo uma narrativa; esse material, juntamente com os registros dos alunos, é compartilhado nas reuniões do grupo. Nesse

¹ Embora o texto tenha autoria, ele é a síntese de um trabalho coletivo, em que a autora sistematiza as ideias construídas ao longo da existência do grupo.

² Universidade São Francisco. *E-mail*: ada.nacarato@gmail ou adair.nacarato@usf.edu.br

período, os estudantes da graduação acompanhavam professores em sala de aula para o desenvolvimento das tarefas.

De 2005 a 2007 o Grucogeo desenvolveu o projeto “Professores e licenciandos produzindo saberes em Geometria: trabalho colaborativo na universidade”, na linha de fomento Universal do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)³. Esse projeto gerou a primeira publicação coletiva do grupo (Nacarato; Gomes; Grando, 2008b), contendo 12 narrativas de professores, por nós denominadas na época de “narrativas de aulas”.

Já tínhamos, naquele período, o reconhecimento da importância da narrativa como processo formativo:

O uso de narrativa também tem sido bastante utilizado em nosso grupo, embora as narrativas orais sejam mais presentes. Talvez até mesmo pela dificuldade que o professor de Matemática encontra para produzir textos, sem esquecer que as condições de trabalho docente nem sempre favorecem a escrita do professor, principalmente pela falta de tempo. [...] As narrativas, por constituírem escritas de si e por revelar o modo como nós, seres humanos experienciamos o mundo, são potencializadoras de desenvolvimento profissional (Nacarato; Gomes; Grando, 2008a, p. 18).

Concluído o projeto de geometria, os participantes do grupo decidiram, em 2008, estudar a estatística e a probabilidade – e, com isso, houve a mudança no nome do grupo, que passou a se chamar Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) e a ser certificado no Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq⁴.

No período de 2008 a 2010 o grupo elaborou novo projeto, intitulado “Saberes produzidos e mobilizados em estocástica no/pelo grupo de trabalho de dimensão colaborativa”, que foi aprovado pelo CNPq⁵. Foram três anos de estudos e produção de

³ Processo MCT/CNPq b, 473697/04-1.

⁴ Até 2014 as líderes do Grucomat eram a Professora Regina Célia Grando e eu; a partir de 2015, passei a ser a líder e a Professora Iris Aparecida Custódio, a vice-líder.

⁵ Projeto Universal, Processo CNPq 478781/2008-3.

tarefas em estocástica (campo de conhecimento integrando estatística e probabilidade) para a sala de aula e produção de narrativas pelos professores. O grupo manteve sua metodologia de trabalho, e, a partir de 2010, o curso de Licenciatura em Matemática da USF deixou de existir – então, não havia mais graduandos no grupo, mas alguns egressos ainda permaneceram e já atuavam como professores. Esse projeto gerou o segundo livro do grupo (Grando; Nacarato, 2013a), com 11 narrativas de professores.

Nesse período, já nos aproximávamos de alguns referenciais teóricos que nos ajudavam a caracterizar o grupo. Um deles, de Cochran-Smith e Lytle (1999), nos possibilitou compreender que o grupo se caracteriza como uma comunidade de aprendizagem e de investigação, produzindo conhecimento da prática; o professor não apenas reflete sobre sua prática como também a sistematiza e teoriza sobre ela, a partir de uma postura investigativa.

As comunidades de investigação são catalisadoras para a aprendizagem dos professores. Nessas comunidades, os professores podem discutir as questões de suas salas de aula e das escolas em geral, apontar soluções, buscar por melhores tarefas matemáticas para seus alunos, avaliar quais tarefas foram bem sucedidas e quais necessitam de reformulações, enfim, elas constituem espaços confrontantes de opiniões e pontos de vista, e de validação de saberes da prática (Grando; Nacarato, 2013b, p. 19).

Assim, assumimos que as narrativas produzidas pelos professores, em suas práticas de sala de aula, constituem a pesquisa do professor.

Um dos processos formativos que se revelavam riquíssimos para as aprendizagens do grupo eram as análises de aula, visto que os professores videogravavam suas aulas e as traziam para discussão e análise no grupo. Isso nos mobilizou a submeter um terceiro projeto, “A videogravação de aulas de matemática como ferramenta para a pesquisa em formação docente: produção e

análise de vídeos”, na linha de fomento Universal do CNPq⁶, em 2012. Como unidade temática de estudos o grupo elegeu a Álgebra, visto que estava em processo de discussão a inclusão dessa unidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. A motivação para essa escolha decorreu da publicação do documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1.º, 2.º e 3.º anos) do Ensino Fundamental* (Brasil, 2012). Nesse documento, a área de Matemática foi organizada por direitos de aprendizagem, eixos estruturantes e objetivos de aprendizagem por eixo: Números e Operações; Pensamento Algébrico; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação. Nele, identificamos pela primeira vez, nas discussões curriculares nacionais, a presença da álgebra nos anos iniciais, com o propósito de desenvolver o pensamento algébrico. A inclusão do eixo “Pensamento Algébrico” surpreendeu o grupo, visto que havia poucas pesquisas no País envolvendo esse campo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tal tendência se fez presente na *Base Nacional Curricular Comum – BNCC* – (Brasil 2018), cuja versão final foi aprovada em dezembro de 2017, na unidade temática “Álgebra”, desde o 1.º ano do Ensino Fundamental.

O grupo manteve sua metodologia de trabalho: estudos, elaboração de tarefas, desenvolvimento das tarefas em sala de aula, registro dos alunos e dos professores e produção de narrativas, compartilhadas no grupo juntamente com a videogravação das aulas, tomadas como objeto de análise. Esse projeto foi desenvolvido de 2012 a 2015. Concluído o projeto em 2015, os participantes do Grucomat decidiram continuar na temática do pensamento algébrico e nela se envolveram até 2018. No início de 2016, avaliamos que precisaríamos elaborar mais tarefas para tentar abarcar diferentes ideias da álgebra. Essa foi a nossa incumbência nesse ano e no primeiro semestre de 2017. Os participantes do grupo foram subdivididos em três subgrupos, de

⁶ Projeto Universal CNPq – Processo 475848/2012-8.

acordo com o nível de atuação: Educação Infantil; anos iniciais do Ensino Fundamental; e anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Esse trabalho resultou na publicação de dois *ebooks* (Nacarato; Custódio, 2018; Nacarato; Custódio, 2019). No primeiro deles, foram publicadas 10 sequências de tarefas sobre álgebra, destinadas aos diferentes níveis de ensino da educação básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). Foi um livro produzido para professores, pois buscamos estabelecer um diálogo com os docentes; e, em cada uma das sequências de tarefas, há narrativas de professores relatando como foi o desenvolvimento em sala de aula. No segundo livro há a publicação de 11 narrativas de professores que trabalharam com tarefas envolvendo o pensamento algébrico com seus alunos. Nele há três capítulos que registram as produções do grupo: 1) “Design research como abordagem metodológica do Grucomat” (Nacarato; Custódio; Grillo, 2019), no qual registramos pela primeira vez nossas aproximações com a metodologia de pesquisa da Design Research; 2) “Práticas formativas do Grucomat: aproximações entre a abordagem Teacher Design Research e as narrativas de aulas como promotoras do desenvolvimento profissional do professor” (Nacarato; Moreira, 2019), que tem como foco o movimento da professora Kátia, no ir e vir do grupo para a sala de aula e desta para o grupo e o modo como ela foi se desenvolvendo profissionalmente; e 3) “Um olhar retrospectivo para a produção do Grucomat” (Custódio; Nacarato, 2019), no qual sistematizamos os conhecimentos produzidos pelos participantes do grupo na produção dessa coletânea.

Nos últimos anos também temos publicado a produção do grupo, com vistas a teorizar a perspectiva metodológica ali existente: Nacarato, Custódio e Frare (2021); Nacarato, Custódio e Luvison (2023); e Nacarato, Custódio e Moreira (2024).

Desde 2018, quando nos aproximamos da abordagem da Design Research e da Teacher Design Research, temos buscado

caracterizar a metodologia de trabalho do grupo. Na próxima seção apresento, em linhas gerais, essas duas abordagens⁷.

Aproximações com a metodologia da Design Research e da Teacher Design Research

A abordagem da Design Research (DR) tem sido utilizada na literatura com diferentes nomes: Design-Based Research (DBR), Design Experiments, Design Studies, Pesquisa de desenvolvimento e Pesquisa baseada em *design*. Optamos por manter o termo DR no original, sem tradução.

Embora utilizada com nomenclaturas diferentes, há características comuns nessa abordagem: ela entrecruza pesquisa e prática, em um movimento dialético, daí a adequação do termo utilizado por Barbosa e Oliveira (2015), “pesquisa de desenvolvimento”, pois ela é marcada por movimentos cíclicos e iterativos – tais como os que acontecem no Grucomat –, favorecendo discussões, análises e socialização dos resultados parciais. Ela pode ser desenvolvida em processos formativos com estudantes ou com docentes. O movimento cíclico envolve: elaboração de tarefas, desenvolvimento das tarefas em sala de aula, análise dos registros do professor e dos estudantes e adequação e/ou reelaboração da tarefa. A duração de cada ciclo depende do tempo destinado à pesquisa. No caso do Grucomat, esse ciclo é longo, visto que ficamos vários anos trabalhando com a mesma temática e colocando em prática esse ciclo. O esquema da Figura 1 mostra o modo como ocorreu esse ciclo durante a pesquisa sobre o pensamento proporcional.

⁷ Para conhecimento mais amplo sugiro a leitura dos capítulos de Nacarato, Custódio e Grillo (2019) e Nacarato e Moreira (2019).

Figura 1 – A metodologia de trabalho no grupo



Fonte: elaboração do Grucomat

Dentre os vários teóricos que discutem essa abordagem metodológica de trabalho e investigação, mantemos a proposta de Powell e Ali (2018), com nossas interpretações e adequações. Nessa proposta, os autores destacam cinco características:

1) A DR é intervencionista, tanto no sentido das formas de estudo e produção do grupo quanto na atuação dos professores em sala de aula. No caso do Grucomat, como adotamos a teoria histórico-cultural como aporte teórico, a intervenção do professor é sempre no sentido de um planejamento intencional por parte do docente que irá desenvolver a tarefa com seus alunos.

2) A DR é uma teoria generativa, pois ela gera teorias sobre os processos de aprendizagem e o modo como dar suporte a eles. No grupo, o ponto de partida é a teoria, pois iniciamos com estudos teóricos sobre o tema que está em foco, mas essa teoria vai sendo ampliada e/ou questionada a partir da sistematização do trabalho desenvolvido com os alunos e com as discussões dos resultados no grupo. As interações entre os alunos, os registros e os discursos matemáticos que circulam durante a realização das tarefas vão nos dando pistas ou indícios das potencialidades das tarefas e dos

elementos que caracterizam e/ou ampliam a teoria que está posta sobre os processos de elaboração conceitual dos estudantes e os processos de aprendizagem dos docentes envolvidos. As sistematizações até aqui realizadas têm apontado pistas importantes sobre os processos formativos no grupo.

3) A DR é prospectiva e reflexiva, ou seja, ela exige uma reflexão retrospectiva sobre os avanços e limitações das tarefas elaboradas, o que possibilita que a tarefa seja revista e novas ações sejam propostas. O primeiro desenvolvimento de uma tarefa em sala de aula, quando retornada ao grupo na forma de narrativa pedagógica do professor e registro dos alunos, representa um momento importante de análise para avaliação das potencialidades e dos limites da tarefa e as modificações necessárias, tanto no texto da tarefa quanto nos procedimentos de sala de aula.

4) A DR é iterativa e ecologicamente válida. A iteração ou repetição refere-se aos ciclos contínuos de: invenção e escrita da tarefa, revisão e reescrita e refinamento. Esses ciclos são micro e macro. O micro diz respeito a esse movimento voltado à tarefa em si; o macro ocorre após as várias repetições da tarefa, sempre considerando o ciclo anterior, e a tarefa é considerada validada. Reconhecemos que essa validação é provisória, pois cada sala de aula é única e o movimento existente em uma turma pode ser totalmente diferente do que acontece em outra turma, com a mesma tarefa e até o mesmo professor. No entanto, ao final de um projeto, o grupo consegue produzir algumas sistematizações com o tema em estudo.

5) A DR é orientada para a prática, ou seja, ela tem como ponto de partida e de chegada a sala de aula, com a sua complexidade e as condições de trabalho docente. Daí, como alertam Powell e Ali (2018), é fundamental que os relatórios de pesquisa registrem as dificuldades e os desafios encontrados para o desenvolvimento das tarefas propostas.

Além dessas características, ampliamos nossa compreensão da DR com a perspectiva da colaboração, apontada por Matta, Silva e

Boaventura (2014), que utilizam a terminologia DBR. Os autores entendem que há vários graus de colaboração:

O desenvolvimento e a busca por uma aplicação que seja solução concreta para problemas dados obrigam à colaboração de todos os envolvidos: investigador, comunidade e pessoas que se relacionam. A ideia da DBR é considerar todos como parte da equipe de pesquisa. Uma forte recomendação é que o problema seja definido de forma compartilhada com aqueles que sofrem as mazelas daquela dificuldade, e assim a pesquisa será sempre validada por todos os envolvidos (Matta; Silva; Boaventura, 2014, p. 26).

Ao afirmarmos que nos aproximamos da DR, já queremos deixar explícito que fazemos interpretações e adequações ao nosso grupo de pesquisa e à cultura brasileira de formação docente e produção de investigação. Concordamos com Barbosa e Oliveira (2015) na ideia de que essa abordagem metodológica requer o compartilhamento com uma população mais ampla, possibilitando mudanças educacionais e utilização das tarefas por outros professores. Daí o compromisso ético e político do Grucomat em publicar o material desenvolvido ao longo do projeto, seja em eventos, seja em capítulos de livros ou artigos em periódicos – e, a cada final de projeto, fazemos a publicação dos resultados da pesquisa em *ebook*.

A DR quando utilizada em um grupo de natureza colaborativa promove aprendizagens docentes e desenvolvimento profissional, o que nos levou da mesma forma a nos aproximarmos da Teacher Design Research (TDR), também discutida por Nacarato e Moreira (2019). Para isso, apoiamo-nos em Bannan-Ritland (2008), caracterizando-a como uma prática de formação do professor. Segundo essa autora, a

TDR desafia os professores a empreenderem atividades de pesquisa em suas salas de aula, ao elaborarem e testarem materiais instrucionais protótipos (inclusive software); e a participarem de novos procedimentos envolvendo outros professores (trabalhando

em grupos de professores e pesquisadores) engajados em múltiplos ciclos de produção de dados sobre aprendizagem de seus alunos. Os fracassos ou sucessos de tais atividades projetadas para a aprendizagem dos alunos podem levá-los a reconsiderar suas ideias sobre ensino, crenças e competências. Assim, os aspectos instrucionais da TDR não vêm de experts externos, mas das experiências cognitivas dissonantes dos professores como planejadores em ciclos de design (Bannan-Ritland, 2008, p. 246, tradução minha).

Assim como a autora, nosso entendimento é de que a participação do professor em um grupo colaborativo, que adota elementos da DR como abordagem metodológica, contribui para o processo de formação e desenvolvimento profissional. Nos ciclos da DR, o professor aprende e reflete sobre sua prática, quer quando desenvolve as tarefas em sala de aula, quer quando participa das discussões no grupo, principalmente nos momentos de compartilhamento das narrativas pedagógicas. O professor sente-se envolvido em atividades como: revisão colaborativa da literatura; análise contextual da sua escola, da sua cultura e do seu entorno; produção e análise de dados dos próprios estudantes e de seus colegas; construção de um quadro teórico baseado em análise de dados; participação em ciclos de avaliação das tarefas elaboradas; e apresentação dos resultados aos pares. Como afirma Bannan-Ritland (2008, p. 248, tradução minha), “os professores compartilham teoria e pesquisas relacionadas, assim como participam em múltiplos ciclos de produção e análise de dados sobre aprendizagens dos alunos e dos professores”.

O grupo dá sustentação às práticas de seus participantes, principalmente nos momentos de incerteza diante do desenvolvimento de uma tarefa em sala de aula. Esses momentos não acontecem apenas no planejamento da tarefa, mas também durante sua realização pelos alunos, pois nem sempre as respostas dadas por eles são aquelas esperadas pelo professor ou previstas no processo de elaboração da tarefa; o professor pode se sentir inseguro sobre o modo de dar continuidade às discussões. Em situações como

essa, o professor sabe que pode recorrer ao grupo, solicitando ajuda. A discussão dessas imprevisibilidades possibilita que todos do grupo aprendam. No texto de Nacarato e Moreira (2019, p. 187) isso se evidenciou no movimento vivido pela professora Kátia, cujas aprendizagens foram explicitadas pelas autoras:

A narrativa e o movimento de Kátia provocaram um ciclo de TDR no Grucomat. E esse processo não se finda após a produção da narrativa, visto que o texto escrito permite retomadas e ressignificações. Assim, a narrativa, além de contribuir para a formação na e da prática dessa professora, favorece o processo coletivo de formação do Grucomat. O olhar do outro é sempre constitutivo do nosso próprio olhar, tal como postula a perspectiva bakhtiniana; nos constituímos na alteridade, e as narrativas de aulas possibilitam que nos reconheçamos nas histórias narradas e possamos refletir sobre nossas próprias práticas, num processo colaborativo de formação. Nesse movimento aprendemos e nos desenvolvemos profissionalmente.

Essas sistematizações provisórias e reflexões produzidas no coletivo do grupo têm nos orientado desde que nos aproximamos da DR e da TDR. Nessa perspectiva, iniciamos o novo projeto, em 2019, voltado ao desenvolvimento do pensamento proporcional, o que será descrito na próxima seção.

O movimento do Grucomat nos estudos e na pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional⁸

Ao finalizarmos o projeto voltado ao desenvolvimento do pensamento algébrico, em 2018, escolhemos uma nova temática para a continuidade de nossos estudos e pesquisa. Decidimos pela proporcionalidade. A mobilização do grupo para a escolha dessa temática deveu-se a algumas razões, como: 1) o modo como o

⁸ O projeto para esse estudo foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade São Francisco (CAAE 71644823.6.0000.5514).

conceito de proporcionalidade é trabalhado em sala de aula, na maioria das vezes, restringindo-se ao uso de procedimentos algorítmicos, não desenvolvendo o pensamento proporcional; 2) o fato de a BNCC, a partir de 2018, no Brasil, ter inserido a *proporcionalidade*, pela primeira vez, no 5.º ano do Ensino Fundamental⁹. Isso poderia gerar tensões e dificuldades dos professores em explorar a temática com seus alunos, até mesmo pela ausência de pesquisas e materiais de apoio ao docente. Tínhamos pela frente um grande desafio, pois nosso grupo é constituído por professores que atuam da Educação Infantil ao Ensino Médio. Como pensar nessa temática para crianças da Educação Infantil e dos anos iniciais?

A proporcionalidade foi inserida na BNCC (Brasil, 2018, p. 293) na unidade temática Álgebra, no 5.º ano, com o objeto de conhecimento “Grandezas diretamente proporcionais” e a seguinte habilidade:

(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

Uma análise preliminar desse material pelos participantes do Grucomat já nos provocou sobre o quanto essa é uma visão reducionista de um tema tão central para o conhecimento matemático dos alunos. Como esse objeto de conhecimento poderia ser apropriado, com compreensão, pelos professores? Além disso, a BNCC, um documento normativo, pautado em competências e habilidades, não apresenta aos professores sugestões de como trabalhar os diferentes objetos do conhecimento, principalmente para os professores que atuam nos anos iniciais, licenciados em

⁹ No capítulo “Pensamento proporcional: os percursos teóricos do Grucomat” o leitor encontrará mais detalhes sobre o modo como a BNCC inseriu a proporcionalidade nos anos iniciais.

curso de Pedagogia e que, em virtude da reduzida carga horária para os componentes curriculares relativos à matemática, trazem lacunas conceituais decorrentes da formação acadêmica. Na parte inicial do documento, voltada à área de Matemática, há apenas uma referência generalista e reducionista da noção de proporcionalidade, inserida na noção de função:

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (Brasil, 2018, p. 268).

O ensino de proporcionalidade nos anos iniciais resumir-se-ia a essa visão reducionista? As noções de proporcionalidade não precisam ser trabalhadas em anos anteriores ao 5.º ano? E como envolver os professores que atuam na Educação Infantil nessa discussão? As crianças de 3 a 6 anos não estabelecem relações entre grandezas? Essas indagações mobilizaram os participantes do Grucomat para mais uma sequência de estudos, elaboração de tarefas e pesquisas.

Uma primeira busca por materiais que pudessem subsidiar nossas discussões teóricas já nos sinalizou que na literatura as expressões “raciocínio” e “pensamento” são utilizadas como sinônimas. Fizemos uma opção: utilizar “pensamento proporcional” para sermos coerentes com a teoria histórico-cultural, mais especificamente nos estudos de Lev Vigotski, que têm embasado nossos estudos. Ao fazermos tal opção, entendemos que o pensamento é mais amplo que o raciocínio, pois há uma relação de interdependência entre pensamento e linguagem, mais especificamente, entre pensamento e palavra. Como afirma Vigotski (2001, p. 409), “há um movimento do pensamento à palavra e da palavra ao pensamento” e essa relação é um processo em desenvolvimento, ou seja,

o pensamento não se exprime na palavra mas nela se realiza. Por isto, seria possível falar de formação (unidade do ser e do não-ser) do pensamento na palavra. Todo pensamento procura unificar alguma coisa, estabelecer uma relação entre coisas. Todo pensamento tem um movimento, um fluxo, um desdobramento, em suma, o pensamento cumpre alguma função, executa algum trabalho, resolve alguma tarefa. Esse fluxo de pensamento se realiza como movimento interno, através de uma série de planos, como uma transição do pensamento para a palavra e da palavra para o pensamento (Vigotski, 2001, p. 409-410).

A partir dessa perspectiva, entendemos que é possível desenvolver um pensamento matemático desde a Educação Infantil, por meio de um trabalho intencional com os conceitos e as palavras que, em um processo de desenvolvimento da criança, vão tendo seus significados modificados, possibilitando o desenvolvimento de um pensamento abstrato, em anos posteriores. Esse desenvolvimento do significado das palavras também ocorre com o pensamento proporcional: desde cedo, se a criança é colocada em contextos em que pode estabelecer relações entre duas grandezas (se ambas aumentam ou diminuem, se uma aumenta e a outra diminui, por exemplo), ela vai, progressivamente, aprendendo a realizar análises qualitativas entre grandezas, um dos pilares do pensamento proporcional. Post, Behr e Lesh (1995) argumentam que o desenvolvimento do pensamento (raciocínio) proporcional envolve análise qualitativa e quantitativa na relação entre duas grandezas. Para os autores, “o raciocínio qualitativo é um meio importante de checar a viabilidade das respostas e uma maneira de estabelecer parâmetros amplos para as condições do problema” (Post; Behr; Lesh, 1995, p. 91). Essa análise qualitativa, no nosso entendimento, tanto antecede como sucede o raciocínio quantitativo. O aluno precisa, inicialmente, analisar a covariação entre duas grandezas, interpretando a relação existe entre elas (de acréscimo/decrécimo diretamente ou inversamente); e, após aplicação de procedimentos quantitativos (relações multiplicativas), ser capaz de avaliar a viabilidade da resposta obtida para a situação proposta. Para isso, os

alunos precisam ser colocados em múltiplos contextos que envolvam grandezas proporcionais, para serem capazes de distingui-las das grandezas não proporcionais. O processo de desenvolvimento do pensamento proporcional demanda tempo e ações intencionais no processo de escolarização.

Com esses pressupostos iniciamos nossos estudos no segundo semestre de 2018. Assim, nos anos de 2018 e 2019, os participantes do grupo se debruçaram para estudar a temática; para isso, fizemos um levantamento da literatura disponível e iniciamos os estudos. À medida que avançávamos nas leituras, algumas tarefas propostas pelos diferentes autores instigavam os professores a desenvolvê-las com seus alunos, visando ampliar a compreensão do modo como os estudantes resolvem alguns contextos de proporcionalidade. Para nós, era evidente que poderíamos propor tarefas para a Educação Infantil e os anos iniciais, de modo a possibilitar que as crianças analisassem relações entre grandezas. No caso específico da Educação Infantil, a opção do grupo foi por brincadeiras que exigem o estabelecimento de relações entre grandezas.

Nos anos de 2020 e 2021, tivemos o período de pandemia, que nos impedia de promover reuniões presenciais e atividades nas escolas. Assim, passamos os dois anos nos reunindo remotamente e elaborando tarefas sobre o pensamento proporcional para todos os níveis de ensino. Reuníamos-nos por subgrupos de acordo com o nível de atuação e, periodicamente, todos os subgrupos se uniam para avaliar a produção dos colegas. Em 2022 as aulas voltaram a ser presenciais, mas a situação nas escolas estava bem complicada, visto que os professores precisavam dar conta de suprir as defasagens conceituais acumuladas do período pandêmico; assim, nem todos conseguiram levar as tarefas elaboradas para suas salas de aula. Portanto, somente em 2023 todos os professores conseguiram desenvolver as tarefas com os estudantes e produzir os registros (dos alunos e dos professores) em forma de narrativas.

É importante ressaltar que o Grucomat conta com algumas coordenadoras que não atuam diretamente em sala de aula. No entanto, elas estabelecem parcerias com professores da própria

escola para a realização das tarefas, visando contribuir para as discussões no grupo.

Em 2024, dedicamo-nos à leitura das narrativas pedagógicas dos professores e às discussões dos resultados obtidos sobre a potencialidade das tarefas, os indícios de pensamento proporcional dos estudantes e o processo formativo dos professores. Foi um ano de intenso trabalho; cada narrativa pedagógica passou por dois momentos de discussão no grupo. Em cada uma delas, os colegas analisaram o texto, as respostas dos estudantes às tarefas propostas e as reflexões produzidas pelos professores na produção da narrativa. Esse é o conjunto de narrativas que compõem os capítulos desta coletânea; cada narrativa tem seu autor ou autora, mas o texto apresentado foi produzido coletivamente, com cada participante trazendo seu olhar exotópico para a experiência narrada. Apoiamo-nos nas ideias bakhtinianas para a discussão do conceito de exotopia, ou seja:

Eu devo entrar em empatia com esse outro indivíduo, ver axiologicamente o mundo de dentro dele tal qual ele o vê, colocarme no lugar dele e, depois de ter retornado ao meu lugar, completar o horizonte dele com o excedente de visão que desse meu lugar se descortina fora dele, convertê-lo, criar para ele um ambiente concludente a partir desse excedente da minha visão, do meu conhecimento, da minha vontade e do meu sentimento (Bakhtin, 2003, p. 23).

Nessa perspectiva, assumimos que nos constituímos por meio do outro e a partir dele; e das relações intersubjetivas que estabelecemos social e culturalmente. A natureza das relações estabelecidas em um grupo colaborativo também é atravessada por processos de tornar interno o que antes foi externo. Isso acontece porque as interações e diálogos estabelecidos entre os participantes podem promover reflexões, (re)significações, interlocução de práticas e de concepções sobre uma cultura de aula de matemática.

Como os participantes do Grucomat já estão juntos há bastante tempo, há uma concepção coletiva da cultura social de aula de matemática¹⁰ (Hiebert *et al*, 1997), que leva em consideração: a natureza da tarefa; o ambiente de aprendizagem a ser propiciado aos estudantes; a intencionalidade do professor; o papel das mediações e interações em sala de aula; e os modos de registro e compartilhamento das ideias dos alunos. Assim, cada tarefa elaborada¹¹ apresenta sugestões do modo como o professor pode desenvolvê-la com seus alunos, sem a intenção de que seja algo imposto, um engessamento do trabalho docente, mas sugestões de encaminhamentos e questionamentos.

Todos os encontros de 2024 foram audiogravados e transcritos; as transcrições contribuíram para que os professores fizessem as revisões em suas narrativas, assim como são um excelente material de pesquisa de sistematização de sete anos de trabalho do grupo com os estudos sobre pensamento proporcional. A produção até aqui sistematizada nos permite concluir que a metodologia do grupo tem aproximações com a DR e a TDR, mas avançamos e estamos construindo um caminho singular para um grupo colaborativo.

Um caminho singular para um grupo colaborativo

Nesses 22 anos de existência do Grucomat fomos construindo nosso próprio caminho teórico-metodológico. A colaboração sempre foi o eixo estruturante do grupo, em uma parceria com professores da educação básica. Desde o início de sua criação, sempre partimos do pressuposto de que aprendemos com o outro e pelo outro. Como afirmamos em trabalho anterior,

¹⁰ O capítulo “Aulas investigativas: o papel do professor e a equidade nas aulas de matemática” apresenta com mais detalhes esse modelo de aula de matemática.

¹¹ No apêndice desta coletânea inserimos as tarefas que foram elaboradas e desenvolvidas em sala de aula.

no grupo, a colaboração está relacionada às interações entre os participantes e seus diversos saberes. A forma como tais interações ocorrem permite que toda a bagagem teórica, metodológica e experiencial acumulada em diversos espaços formativos e profissionais seja a base para a ressignificação dos conteúdos matemáticos e das práticas de ensino. Além disso, defendemos que um maior potencial colaborativo está ligado à redução de poder e opressão. À medida que as relações de confiança e respeito se fortalecem, os processos de produção de conhecimento também são aprimorados. O prazer de compartilhar espaços voluntariamente com outros professores com objetivos e interesses semelhantes também é um elemento relevante do ambiente – participando e refletindo sobre práticas e saberes (Nacarato; Custódio; Frare, 2021, p. 16).

Em um ambiente como esse, cada participante colabora com os seus saberes; todos têm voz e são respeitados em suas ideias, o que possibilita que o grupo construa uma identidade e esta reverbere nas identidades profissionais de seus participantes. Bolívar e Segovia (2019) defendem a existência de uma identidade institucional, referindo-se à escola. Parafraseando esses autores, afirmamos que o Grucomat tem uma identidade institucional, pois “tem uma cultura singular, com uma memória institucional, subjetivamente vivenciada e, portanto, que se desenvolve ao longo de um ciclo de vida. Nele encontra sentido e continuidade cada mudança, momento, ação, impacto, resistência, etc.” (Bolívar; Segovia, 2019, p. 73, tradução minha). Mantemos o propósito de registrar e preservar a memória do grupo, pois ao longo desse período de sua existência produzimos muitos saberes da prática (Cochran-Smith; Lytle, 1999) e nos constituímos em uma comunidade de investigação.

Construir a memória do Grucomat e recuperar nosso repertório de saberes construídos nos permite planejar ações futuras. Como afirmam Bolívar e Segovia (2019, p. 74, tradução minha), é preciso reconhecer

o valor da história institucional, como reconstrução do passado, para planejar - devidamente situado - o horizonte de desenvolvimento futuro. O reconhecimento desse conjunto de saberes experienciais acumulados faz com que o saber dos indivíduos possa passar ao conjunto da organização [no caso, o grupo], e se possa gerenciar a experiência passada nos novos projetos postos em marcha.

Há, assim, um movimento dialético de produção de saberes: cada participante do grupo contribui com seus saberes e, ao mesmo tempo, se apropria dos saberes produzidos colaborativamente. Os saberes acumulados nos permitem avançar para outros horizontes, outras propostas de estudos futuros.

Ao assumirmos aproximações com os ciclos da DR pudemos encontrar fundamentos para justificar a metodologia de trabalho do grupo. No entanto, fomos fazendo adaptações nas etapas dessa abordagem e demos a elas as nossas características. Como nossos estudos não seguem um cronograma predeterminado, mas caminhamos dentro das possibilidades de tempo e condições de trabalho dos participantes, não temos uma rigidez no encerramento de cada ciclo.

O diferencial do trabalho do grupo está no processo de produção e compartilhamento de narrativas pedagógicas. No ato da produção da narrativa, o professor registra os acontecimentos de sala de aula ao desenvolver a tarefa elaborada pelo grupo – ao mesmo tempo, busca analisar os raciocínios e discursos matemáticos dos alunos e produz reflexões sobre a experiência vivenciada. Isso por si representa a produção de conhecimento da prática (Cochran-Smith; Lytle, 1999). A narrativa produzida, ao ser socializada no grupo, provoca um intenso movimento de aprendizagens compartilhadas, ou seja, aprendemos como: produzir uma narrativa; identificar e analisar os raciocínios matemáticos dos alunos; analisar a potencialidade de uma tarefa; organizar um ambiente de aprendizagem em sala de aula; orquestrar o trabalho dos alunos; e integrar teoria e prática.

Assim, afirmamos com convicção que o diferencial da metodologia de trabalho no Grucomat está no uso (auto)formativo das narrativas pedagógicas e na constituição de um espaço privilegiado de formação continuada.

Referências

- BAKHTIN, M. *Estética da criação verbal*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.
- BANNAN-RITLAND, B. Teacher design research: An emerging paradigm for teachers' professional development. In: KELLY, A. E.; LESH, R. A.; BAEK, J. Y. (ed.). *Handbook of design research methods in education*. New York: Routledge, 2008. p. 246-262.
- BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática? *Perspectivas em Educação Matemática*, Campo Grande, v. 8, n. tem., p. 526-546, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1462/969> Acesso em: 5 jul. 2025.
- BOLÍVAR, A.; SEGOVIA, J. D. *La investigación (auto)biográfica en educación*. Barcelona, Espanha: Octaedro, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1.º, 2.º e 3.º anos) do Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC/SEB, 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Brasília, DF: MEC, 2018.
- COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of knowledge of practice: Teacher learning in communities. *Review of Research in Education*, Washington, v. 24, p. 249-305, 1999. DOI: 10.3102/0091732X024001249
- CUSTÓDIO, I. A.; NACARATO, A. M. Um olhar retrospectivo para a produção do Grucomat. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (org.). *Narrativas de aulas de Matemática de uma*

comunidade de investigação como prática de formação docente. Brasília: SBEM, 2019. p. 218-234.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M. (org.). *Estatística e probabilidade na educação básica: professores narrando suas experiências*. Campinas: Mercado de Letras, 2013a.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M. As potencialidades do trabalho colaborativo para o ensino e a aprendizagem em estocástica. In: GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M. (org.). *Estatística e probabilidade na educação básica: professores narrando suas experiências*. Campinas: Mercado de Letras, 2013b. p. 11-32.

HIEBERT, J. *et al.* *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann, 1997.

MATTA, A. E. R.; SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-Based Research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século XXI. *Revista da FAEEBA- Educação e Contemporaneidade*, Salvador, v. 23, n. 42, p. 23-36, jul./dez. 2014. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/faeeba/article/view/1025/705> Acesso em: 5 jul.2025.

NACARATO, A. M.; CUSTODIO, I. A. (org.). *O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática*. Brasília: SBEM, 2018. v. 1.

NACARATO, A. M.; CUSTODIO, I. A. (org.). *Narrativas de aulas de matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente*. Brasília: SBEM, 2019. v. 1. 241 p.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A.; FRARE, R. E. B. The production of pedagogic narratives as a formative process in contexts of collaboration. *Sisyphus Journal of Education*, Lisboa, v. 9, p. 11-33, 2021.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A.; GRILLO, C. Design research como abordagem metodológica do Grucomat. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (org.). *Narrativas de aulas de Matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente*. Brasília: SBEM, 2019. p. 18-34.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A.; LUVISON, C. C. A narrativa como dispositivo de (auto)formação do professor que ensina matemática ao participar de um grupo colaborativo. *Cadernos da Pedagogia*, São Carlos, v. 17, p. 156-170, 2023.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A.; MOREIRA, K. G. O potencial da colaboração para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. In: ASSEMAN, D.; BRIÃO, G. F. (org.). *Tendências na Educação Matemática para a formação de professores*. Campinas: Mercado de Letras, 2024. p. 87-110. v. 22.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. Grupo Colaborativo em Geometria: uma trajetória... uma produção coletiva. In: NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. (org.). *Experiências com geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação*. São Carlos: Pedro & João, 2008a. p. 11-46.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. (org.). *Experiências com geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação*. São Carlos: Pedro & João, 2008b.

NACARATO, A. M.; MOREIRA, K. G. Práticas formativas do Grucomat: aproximações entre a abordagem Teacher Design Research e as narrativas de aulas como promotoras do desenvolvimento profissional do professor. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (org.). *Narrativas de aulas de matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente*. Brasília: SBEM, 2019. p. 175-188.

POST, T. R.; BEHR, M. J.; LESH, R. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. *As idéias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p. 89-103.

POWELL, A.; ALI, K. V. Design Research in mathematics Education: investigating a measuring approach to fraction sense. In: CUSTÓDIO, J. F. et al. (org.). *Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT): contribuições para pesquisa e ensino*. São Paulo: Livraria da Física, 2018. p. 221-242.

VIGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

Pensamento proporcional: os percursos teóricos do Grucomat

Iris Aparecida Custódio¹

Caio Leardini Grillo²

Rosangela Eliana Bertoldo Frare³

Diana Milena Escobar Franco⁴

Introdução

Este capítulo apresenta os percursos teóricos do Grucomat, ao eleger a proporcionalidade como temática de estudos. A mobilização para essa escolha ocorreu, ao realizarmos os primeiros contatos com as reformulações propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018. O documento propunha, de maneira inédita no Brasil, o trabalho com a proporcionalidade a partir do 4.º ano do Ensino Fundamental (estudantes de 9 a 10 anos de idade). Aliado a esse fato, já havia uma discussão do grupo sobre os modos como o conceito de proporcionalidade era explorado em sala de aula, privilegiando ou mesmo restringindo-se ao uso de algoritmos e procedimentos mecanizados, mas esvaziados de sentido. Entendemos que, naquele momento, seria promissor aprofundarmo-nos no estudo dessa temática, já que muitos professores enfrentavam conflitos e dificuldades ao abordá-la em sala de aula.

O primeiro desafio encontrado pelo grupo, naquele momento, foi a escassez ou mesmo ausência de pesquisas e materiais de apoio

¹ Colégio Bom Jesus. *E-mail*: irisapcustodio@gmail.com

² Colégio Santanna e Maple Bear Vinhedo. *E-mail*: grillo.caio@gmail.com.

³ Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc –SP). *E-mail*: robertoldo81@hotmail.com

⁴ Universidade de Antioquia. *E-mail*: diana.escobar@udea.edu.co

que auxiliassem, especialmente, professores da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Decidimos então, iniciar o processo de estudos analisando a BNCC, em busca de pistas sobre como o trabalho com a proporcionalidade era compreendido e proposto pelo documento. Traremos, mais adiante, uma pequena síntese sobre o que encontramos. Dedicamos o segundo semestre de 2018 e o ano de 2019 para realizar o levantamento bibliográfico e os estudos teóricos.

Conforme nos aprofundávamos nos estudos e nas discussões acerca da temática, sentíamos-nos mobilizados a desenvolver com nossos alunos algumas das tarefas propostas pelos autores que embasaram nossas discussões. O movimento de levar as tarefas para nossas salas de aula possibilitava ampliar nossas percepções sobre as diferentes estratégias empregadas, em contextos de proporcionalidade, por estudantes de diferentes idades.

Entre 2020 e 2021, tivemos o período de pandemia causada pela Covid - 19, que nos impedia de realizar reuniões presenciais e atividades nas escolas. Assim, passamos os dois anos nos reunindo remotamente, produzindo e adaptando tarefas que acreditávamos propiciar o desenvolvimento do pensamento proporcional. Essas tarefas contemplavam demandas de diferentes momentos do processo de escolarização. Optamos por trabalhar em subgrupos, de acordo com a faixa etária de atuação de cada professor e, periodicamente, todos os subgrupos se reuniam para analisar, discutir e refletir sobre a produção dos colegas. Em 2022, as aulas voltaram ao formato presencial, mas, em virtude do contexto de defasagens acumuladas no período em que elas não ocorreram presencialmente, apenas alguns de nós conseguimos desenvolver as tarefas em sala de aula. Consequentemente, também não conseguimos produzir narrativas pedagógicas. Decidimos que 2023 seria reservado para desenvolver essas tarefas com os estudantes. Só então, voltamos a ter acesso aos registros e às estratégias produzidos por eles, sendo possível a escrita de diferentes narrativas pedagógicas que sistematizaram nossas

experiências, percepções e reflexões sobre o trabalho em sala de aula e sobre as próprias tarefas que produzimos ou adaptamos.

Dedicamos 2024 para a leitura dessas narrativas, análise e discussão dos resultados obtidos, refletindo sobre as potencialidades das tarefas elaboradas ao longo do processo; sobre os indícios de pensamento proporcional, que emergiram do material empírico produzido; e sobre os processos formativos dos professores envolvidos – desencadeados pelo trabalho em sala de aula, análise das estratégias dos alunos e escrita/discussão das narrativas no coletivo do grupo.

Este capítulo objetiva apresentar os percursos teóricos do Grucomat e, para tanto, o organizamos em quatro seções: *A proporcionalidade sob a ótica da BNCC* – em que buscamos apontar como o documento propõe o trabalho com a temática ao longo da Educação Básica; *A proporcionalidade: um campo complexo* – em que apresentamos algumas das concepções presentes no levantamento realizado pelo grupo; *Pensamento proporcional: críticas ao enfoque tradicional e aportes da perspectiva histórico-cultural* – em que desvelamos nossas concepções sobre a temática, pautados nos estudos vigotskianos; e finalizamos o capítulo com a seção de *Considerações Finais*.

A proporcionalidade sob a ótica da BNCC

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018a) – apresenta a proporcionalidade, juntamente com equivalência, ordem, interdependência, representação, variação e aproximação, como uma das ideias fundamentais para desenvolver o pensamento matemático. O documento enfatiza que tais ideias precisam ser convertidas em objetos de conhecimento e perpassar as diferentes unidades temáticas do Ensino Fundamental (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística). O documento menciona, que a proporcionalidade

deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (Brasil, 2018a, p. 268)

Analisando o documento, identificamos que proporcionalidade perpassa, explicitamente, os objetos de conhecimento e as habilidades elencadas do 4.º ao 9.º ano do Ensino Fundamental. Contudo, é uma ideia, cujo desenvolvimento está implícito nos demais anos, como na habilidade “EF02MA08 – Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais” (Brasil, 2018a, p. 283). Fica a cargo do professor reconhecer e encontrar mecanismos e estratégias para que esse desenvolvimento, de fato, aconteça em sala de aula, uma vez que a proporcionalidade aparece explicitamente como objeto de conhecimento apenas no 5.º ano.

Na Educação Infantil, por exemplo, não encontramos referência direta à proporcionalidade, mas sim, alguns objetivos de aprendizagem e desenvolvimento propostos no campo de experiências “Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações”, fundamentais para o futuro desenvolvimento de noções de proporcionalidade. O documento apresenta como síntese das aprendizagens pretendidas para esse campo de experiências:

Identificar, nomear adequadamente e comparar as propriedades dos objetos, estabelecendo relações entre eles.

[...]

Utilizar vocabulário relativo às noções de grandeza (maior, menor, igual etc.), espaço (dentro e fora) e medidas (comprido, curto, grosso, fino) como meio de comunicação de suas experiências.

Utilizar unidades de medida (dia e noite; dias, semanas, meses e ano) e noções de tempo (presente, passado e futuro; antes, agora e depois), para responder a necessidades e questões do cotidiano.

Identificar e registrar quantidades por meio de diferentes formas de representação (contagens, desenhos, símbolos, escrita de números, organização de gráficos básicos etc.). (Brasil, 2018a, p. 52, grifos nossos)

Mas, novamente fica a cargo do professor não apenas identificar a relevância do trabalho com comparações, noções de grandeza, medidas e contagens; mas, também, encontrar estratégias diversas para que o desenvolvimento, realmente, aconteça.

Com relação à etapa do Ensino Médio, a BNCC define pares de ideias fundamentais para desenvolver o pensamento matemático, articulando seus diversos campos (Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas), que são: variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; e relações e inter-relações. A proporcionalidade é mencionada no documento na abordagem das relações e inter-relações, destacando:

problemas que envolvem a proporcionalidade entre duas ou mais grandezas, escalas, divisão em partes proporcionais etc. que tratam da interdependência entre grandezas. Dessas relações, evolui-se para a noção de função, uma noção integradora da Matemática. (Brasil, 2018b, p. 521)

Entretanto, a BNCC deixa inúmeras lacunas, não apenas ao professor especialista, mas especialmente ao pedagogo responsável por iniciar o trabalho com as noções de proporcionalidade.

A proporcionalidade: um campo conceitual complexo

Desde 2019, temos nos debruçado no estudo sobre a proporcionalidade, e alguns autores foram fundamentais para

nossas primeiras formulações e concepções sobre a temática. Propusemo-nos revisar e discutir uma série de textos teóricos que nos permitissem problematizar o conceito, suas implicações didáticas e as diferentes formas pelas quais ele tem sido abordado pela literatura especializada.

Um dos primeiros textos que discutimos no coletivo do grupo foi o capítulo “Raciocínio Proporcional”, do livro *Matemática no Ensino Fundamental – Formação de professores e aplicação em sala de aula*, de John A. Van de Walle. Neste capítulo, o autor apresenta algumas pistas importantes sobre o raciocínio proporcional e suas concepções a respeito do trabalho em sala de aula, para que haja o desenvolvimento desse tipo de raciocínio. Algumas das tarefas, propostas neste capítulo, foram inclusive exploradas por integrantes do Grucomat em sala de aula, quando iniciamos o estudo da temática.

Para o autor,

o raciocínio proporcional é considerado a pedra fundamental do currículo elementar e uma base do pensamento algébrico (Lesh, Post e Behr, 1987). Representa a habilidade de começar a compreender as relações multiplicativas enquanto a maioria dos conceitos aritméticos é de natureza aditiva. O desenvolvimento do raciocínio proporcional é uma das metas mais importantes do currículo de 5.^a a 8.^a série. (Van de Walle, 2009, p. 382)

Uma das ideias fundamentais apresentada a esse respeito é que “o pensamento proporcional é desenvolvido por atividades que envolvem comparar e determinar a equivalência de razões e resolver proporções em uma ampla variedade de contextos e situações baseadas em resolução de problemas sem recurso a regras ou fórmulas” (Van de Walle, 2009, p. 382). Além disso, o autor considera como sendo a base da abordagem de diversos temas do currículo dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio: Frações; Álgebra; Semelhança; Gráficos de Dados; Probabilidade.

O autor igualmente alerta sobre o uso prematuro de regras, pois isso “[...] encoraja os estudantes a aplicar regras sem pensar e, desse modo, a habilidade de raciocinar proporcionalmente geralmente não se desenvolve” (Van de Walle, 2009, p. 384). Ressalta a importância do trabalho com propostas que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio proporcional, envolvendo: razão e proporção; comparações proporcionais e comparações não proporcionais; situações aditivas e situações multiplicativas; uso da taxa unitária para comparar razões e resolver proporções; e o uso de diferentes estratégias que não sejam métodos simbólicos ou mecânicos.

Pensar proporcionalmente é, portanto, um processo que requer o contato com várias oportunidades de resolução de situações multiplicativas, visando ao desenvolvimento de habilidades de raciocínio proporcional, envolvendo características como: reconhecer relações proporcionais e as diferenciar das relações não proporcionais; entender a razão como uma comparação de duas quantidades e que formam uma relação diferente das quantidades comparadas; reconhecer quando duas quantidades variam juntas e conseguir perceber como as variações coincidem (senso de covariação); resolver proporções ou comparar razões por meio de estratégias, ao invés de regras.

Corroborando as discussões de Van de Walle, Faria e Maltempi (2020) reforçam que o raciocínio proporcional deve ser desenvolvido como uma forma de pensamento matemático essencial e não apenas como um conjunto de regras ou algoritmos a serem memorizados. Para isso, cumpre que o ensino da proporcionalidade ultrapasse a aplicação mecânica de fórmulas, explorando contextos variados e representações que ajudem os alunos a compreender as relações multiplicativas envolvidas.

Além disso, a transição do pensamento aditivo para o multiplicativo deve ser incentivada por meio de estratégias que estimulem a comparação, a estimativa e o uso de diferentes métodos de resolução. Nesse processo, o professor desempenha um papel central, ao criar situações de aprendizagem intencionalmente planejadas, para promover a reflexão e a

construção do raciocínio proporcional de forma contextualizada e com significação.

Outro texto tomado como referência para os estudos e discussões iniciais do Grucomat foi “Proportion & Reason: Grades 4–6” (Alberta Education, 2010). O documento canadense confirma os princípios defendidos por Van de Walle (2009) e, posteriormente, por Faria e Maltempi (2020), ao tratar o raciocínio proporcional como eixo central para compreender os diversos conceitos matemáticos. No documento, há uma concepção sobre o ensino de proporcionalidade, baseada no uso de representações múltiplas, visando diferenciar situações proporcionais e não proporcionais e valorizar um ambiente de aprendizagem, que favoreça a experimentação, a argumentação e o diálogo entre os alunos.

Essa convergência revela uma forte coerência entre as abordagens analisadas, todas contrárias à instrução baseada exclusivamente em algoritmos e regras prontas. Ao invés disso, valorizam-se práticas que desenvolvam a flexibilidade cognitiva dos estudantes, apoiadas por tarefas que explorem estimativas, comparações e argumentações. O uso de problemas qualitativos, conforme sugerido pelo documento, amplia o repertório de estratégias de ensino e retoma o protagonismo do estudante no processo de construção do conhecimento matemático, favorecendo o processo desse campo conceitual tão importante para o pensamento matemático.

A proporcionalidade é uma das noções matemáticas mais complexas e relevantes para o processo educativo formal. Não sendo somente uma componente essencial para compreender e modelar situações da vida cotidiana, mas, também, de outras disciplinas e um campo estruturador de conceitos como razão, fração, taxa, proporção e função. Seu ensino e aprendizagem têm sido objeto de investigações no campo do ensino de Matemática, especialmente devido às dificuldades que os estudantes apresentam em desenvolver um raciocínio proporcional, ao invés de uma resolução algorítmica.

Autores como Obando, Vasco e Arboleda (2013) do mesmo modo argumentam que o pensamento proporcional não pode ser reduzido à aplicação mecânica de procedimentos como a regra de três. Pelo contrário, deve ser entendido como uma configuração epistêmica, ou seja, como um objeto de conhecimento que emerge ao longo da história da Matemática a partir da necessidade de comparar, medir e estabelecer relações entre quantidades. Nessa linha, os autores destacam que os conceitos de razão e proporção têm origens práticas e culturais, ligadas a sistemas metrológicos e atividades sociais como comércio, arquitetura e agrimensura.

A complexidade do pensamento proporcional também se expressa na diversidade de representações que o constituem: tabelas de partidas dobradas, frações, gráficos cartesianos, expressões algébricas, entre outros. Como diz Torres Martín (2015), essa multiplicidade de registros exige que os professores tenham uma compreensão profunda das relações que os fundamentam, bem como uma capacidade de orientar os alunos na transição de estratégias informais para formas mais estruturadas de raciocínio.

Gómez (2022) ressalta a importância de reconhecer o papel dos invariantes multiplicativos e da coordenação das variações na construção do pensamento proporcional. Seu estudo com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental mostra que as dificuldades residem não apenas no domínio dos procedimentos, mas na falta de compreensão das relações que dão sentido a eles. Consequentemente, o autor se propõe a trabalhar o pensamento proporcional a partir de tarefas que permitam explorar as relações entre magnitudes, em vez de focar exclusivamente em cálculos numéricos.

Por fim, o estudo de Batanero e Hernández-Solís (2023) destaca que a maioria dos alunos apresenta estratégias de raciocínio proporcional em estágios muito iniciais ou introdutórios. Esse achado sugere a necessidade de projetar intervenções didáticas que promovam a ampliação conceitual de uma compreensão empírica das razões para uma formalização que permita modelar situações proporcionais.

Uma das classificações mais citadas do pensamento proporcional é a proposta por Modestou e Gagatsis (2009), os quais identificam três componentes fundamentais: (1) raciocínio por analogias, (2) resolução de problemas de proporção e (3) consciência metacognitiva da linearidade. Essa tipologia permite distinguir entre diferentes momentos do processo de desenvolvimento do raciocínio proporcional e fornece uma base teórica para o *design* de tarefas didáticas.

O raciocínio por analogias implica a capacidade de estabelecer correspondências proporcionais entre diferentes situações, mantendo relações invariantes. Por exemplo, reconhecer que “2 maçãs custam 6 reais” implica que “4 maçãs custarão 12 reais” é uma forma de aplicar uma analogia baseada na multiplicação. Por outro lado, a resolução de problemas refere-se ao uso de procedimentos como a regra de três, a redução à unidade ou a construção de tabelas proporcionais. Finalmente, a consciência metacognitiva da linearidade envolve o entendimento de que certas situações podem ser modeladas por funções lineares do tipo $y = kx$, o que requer mais abstração.

Em relação a essas ideias, autores como Obando (2015), Torres Martín (2015) e Gómez (2022) distinguem entre duas abordagens predominantes no ensino da proporcionalidade: a perspectiva escalar, voltada para a comparação de grandezas homogêneas, e a perspectiva funcional, voltada para a compreensão da relação entre magnitudes heterogêneas. Segundo esses autores, enquanto a primeira está ligada a procedimentos imediatos e contextos mais concretos, a segunda promove formas de pensar mais generalizadas e transferíveis, típicas da análise funcional e do raciocínio algébrico.

Pensamento proporcional: críticas ao enfoque tradicional e aportes da perspectiva histórico-cultural

Na literatura revisada, encontramos diferentes expressões relacionadas à proporcionalidade. Alguns autores discutem sobre raciocínio proporcional; e outros, sobre pensamento proporcional, conforme apresentado na seção anterior. Ao longo de nossos estudos, optamos por pensamento proporcional, e essa escolha é pautada em pressupostos teóricos que têm ancorado nossas pesquisas no decorrer da trajetória do Grucomat: a perspectiva histórico-cultural de Lev S. Vigotski e seus colaboradores. Nossos trabalhos e concepções sobre desenvolvimento profissional, os processos de ensino e de aprendizagem, a colaboração e o papel intencional e mediador do professor, são inspirados nessa perspectiva, em que o desenvolvimento humano acontece a partir de duas categorias teóricas fundamentais: o cultural e o social.

Como bem defendem as discussões vigotskianas, a sociabilidade humana e suas formas de organização social estão para além do campo dos fenômenos naturais. Para Pino (2000, p. 47), “a existência social humana pressupõe a passagem da ordem natural para a ordem cultural”.

Vigotski (2000), em sua “lei genética geral do desenvolvimento cultural”, defende que uma função psicológica é primeiramente um acontecimento social, uma relação entre pessoas. Isso acontece, porque o desenvolvimento cultural é constituído por três etapas: em si, para o outro e para si. Nessa concepção, somos constituídos pelo outro e a partir dele; e a partir das relações que estabelecemos com esse outro e com nosso entorno. Por isso, a natureza das funções psíquicas superiores reside no processo de tornar interno o que antes foi externo.

Nessa perspectiva, o pensamento, uma função psíquica superior, também é uma relação social, intersubjetiva. Para Vigotski (2000, p. 24), “a essência do intelecto está nos instrumentos”, por essa razão tanto o desenvolvimento do pensamento quanto o da cultura ocorre a partir da produção de

instrumentos e dos signos que medeiam a ação humana. Os primeiros atuam sobre a materialidade; e os segundos, sobre o próprio homem, o que produz significação. Esses signos são resultado da atividade mental humana sobre os objetos simbólicos e são expressos por meio da linguagem em suas múltiplas naturezas – a fala, a escrita, as formas sonoras, gráficas, estéticas e etc. (Pino, 2000).

Portanto, para que uma relação intersubjetiva (entre pessoas) aconteça, se faz necessária a mediação *sígnica*, e a centralidade desses processos está na palavra, compreendida por Vigotski (2009) como unidade do pensamento e da linguagem. Para esse autor, a atividade *sígnica* atua na dimensão da consciência, pois, ao dirigir-se a um interlocutor, por meio da palavra, esta mobiliza e produz reflexões também no locutor.

Na perspectiva do círculo de Bakhtin, a significação é proveniente da interlocução e não reside na palavra em si, já que a dinâmica da interlocução é que garante o conteúdo ideológico da significação (Volóchinov, 2017). Portanto, os discursos são os processos em que, nas relações interpessoais, as significações são mobilizadas. Nessa atividade *sígnica*, os signos são interpretados e assumem um estilo móvel, dinâmico e condizente com o contexto enunciativo (Bakhtin, 2011).

Assim, o desenvolvimento do pensamento proporcional é marcado por processos, em que o raciocínio proporcional vai sendo construído lenta e gradativamente e à medida que são propiciados diferentes contextos que viabilizem a produção de significações. Esses processos não são lineares e precisam acontecer desde a Educação Infantil, quando às crianças são ofertados diferentes espaços de resolução de problemas e investigações que envolvam comparar, medir e estabelecer relações entre quantidades e grandezas. São contextos, como esses, que podem futuramente mobilizar a produção de raciocínios proporcionais que poderão culminar no desenvolvimento do pensamento proporcional.

Uma crítica repetida na literatura revisada é a confiança excessiva na regra de três como uma ferramenta central para

abordar a proporcionalidade. Como destacam Van de Walle (2009), Faria e Maltempi (2020) e Torres Martín (2015), seu uso rotineiro pode limitar o desenvolvimento do pensamento relacional e promover uma compreensão superficial dos problemas. Por sua vez, Obando (2015) defende que o ensino deve ser orientado para a geração de experiências mediadas que permitam aos alunos reconstruir o conceito de proporcionalidade como forma de atividade socialmente situada.

Do ponto de vista histórico-cultural, o pensamento proporcional não é transmitido, mas construído por meio da mediação entre o sujeito, as ferramentas e as práticas matemáticas institucionalizadas (Obando, 2015). Essa visão propõe que a aprendizagem matemática envolve a apropriação ativa de formas culturais de pensar e operar, inseridas em sistemas de práticas. Nesse sentido, o conceito de proporcionalidade não deve ser apresentado como um conhecimento fechado, mas como uma ferramenta intelectual que se ressignifica em diferentes momentos e contextos.

Essa perspectiva igualmente enfatiza a importância das tarefas como organizadoras da atividade cognitiva, na medida em que permitem ao aluno vincular ações, ferramentas, significados e produzir significações. Assim, o desenho de sequências de tarefas deve considerar não apenas os procedimentos técnicos, mas também os instrumentos que podem mobilizar a aprendizagem, os significados que emergem na interação e as formas pelas quais os alunos reconstróem conceitos.

Considerações finais

A revisão teórica realizada pelo nosso grupo permite afirmar que o pensamento proporcional é um campo complexo do conhecimento, cujo ensino requer superar abordagens tradicionais focadas em algoritmos. As contribuições revisadas, de autores como Van de Walle (2009), Faria e Maltempi (2020), Obando, Vasco e Arboleda (2013), Gómez (2022), Torres Martín (2015) e Batanero e

Hernández-Solís (2023), coincidem em destacar a necessidade de abordar a proporcionalidade a partir de uma perspectiva relacional, contextualizada e culturalmente situada. Essa perspectiva não só incentiva os alunos a construir significados matemáticos relevantes, em vez de se limitarem à aplicação mecânica de procedimentos, como destaca o papel fundamental dos professores como mediadores do conhecimento, promotores de experiências que possibilitem a produção de significações e organizadores de tarefas que promovem o desenvolvimento de formas superiores de pensamento matemático.

Referências

- ALBERTA EDUCATION. *Proportion & Reason: Grades 4–6*. Edmonton: Government of Alberta, 2010. Teaching resource.
- BAKHTIN, M. *Estética da criação verbal*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes. 2011.
- BATANERO, C.; HERNÁNDEZ-SOLÍS, L. A. Un estudio comparado del razonamiento proporcional de estudiantado costarricense y español en tareas de comparación de razones. *Uniciencia*, v. 37, n. 1, p. 1-20, 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 1 abr. 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio*. Brasília, DF: MEC, 2018b. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/cne/bncc_ensino_medio.pdf. Acesso em: 1 abr. 2025.
- FARIA, R. W. S. de C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. *Revista Educação em Questão*, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, jul./set. 2020.
- GAGATSI, A.; MODESTOU, M. Structural modeling of developmental shifts in grasping proportional relations underlying

problem solving in area and volume. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, v. 9, p. 9-23, 2009.

GÓMEZ ÚSUGA, P. A. *Procedimientos, instrumentos y conceptos relativos al razonamiento proporcional en estudiantes de grado séptimo*. 2022. Disertación (Maestría en Educación) – Universidad de Antioquia, Medellín, 2022.

OBANDO, G. *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3º y 4º de una institución educativa de la educación básica*. 2015. Tesis (Doctorado en Educación) – Universidad del Valle, Cali, 2015.

OBANDO, G.; VASCO, C. E.; ARBOLEDA, L. C. Razón, proporción y proporcionalidad: configuraciones epistémicas para la educación básica. In: *ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA – ALME 26*. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2013. p. 295-304.

PINO, A. O social e o cultural na obra de Vigotski. *Educação & Sociedade*, Campinas, ano XXI, n. 71, p. 45-78, 2000. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/gHy6pH3qxxynJLHgFyn4hdH/>
Acesso em: 7 jun. 2025.

TORRES MARTÍN, E. *El conocimiento del profesor de matemáticas en la práctica: enseñanza de la proporcionalidad*. 2015. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) – Universitat Autònoma de Barcelona, 2015.

VAN DE WALLE, J. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de P. Bezerra. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKI, L. S. Lev S. Vigotski: Manuscrito de 1929. *Educação & Sociedade*, Campinas, Ano XXI, n. 71, p. 21-44, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302000000200002>

VOLÓCHINOV, V.. *Marxismo e filosofia da linguagem: problemas fundamentais do método sociológico na ciência da linguagem*. Tradução, notas e glossário de S. Grillo e E. V. Américo. São Paulo: Editora 34, 2017.

A brincadeira e o desenho como eixos importantes na transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental

Bianca Maria Cogni Blanco¹
Selma Nascimento Vilas Boas²

Introdução

Na transição para o Ensino Fundamental a proposta pedagógica deve prever formas de garantir a continuidade no processo de aprendizagem e desenvolvimento das crianças, respeitando as especificidades etárias, sem antecipação de conteúdos que serão trabalhados no Ensino Fundamental. (Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica, 2013, p. 100)

Como profissionais – professora e coordenadora pedagógica – do primeiro ano do Ensino Fundamental e da Educação Infantil, respectivamente, e participantes do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat), envolvidas com os estudos relativos ao desenvolvimento do pensamento proporcional, sentimo-nos mobilizadas para produzir este texto que trata da transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental. Essa mobilização também é decorrente do fato de ambas termos trabalhado com a

¹ Professora e formadora da Secretaria Municipal de Educação de Itatiba. *E-mail:* biancamcogni@gmail.com

² Coordenadora Pedagógica – Secretaria Municipal de Educação de Jundiá. *E-mail:* s.boas070176@gmail.com

brincadeira Pipoca³, elaborada pelos integrantes do grupo. Temos a preocupação com essa transição das crianças, pois consideramos importante que ela seja promotora de acolhimento e de continuidade dos processos de aprendizagem.

O documento que rege as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (Brasil, 2013), no que tange à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental, vem ressaltando a importância de garantir a continuidade do processo educativo, em especial na transição da criança para o Ensino Fundamental.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017, p. 53), ao tratar da transição entre Infantil e Fundamental, destaca a necessidade de foco e prudência, “para que haja equilíbrio entre as mudanças introduzidas, garantindo integração e continuidade dos processos de aprendizagens das crianças”.

O Estatuto da Criança e do Adolescente considera criança quem tem até 12 anos incompletos, ou seja, as crianças também estão no Ensino Fundamental. Parece óbvio falar sobre isso, mas, ao pensar nos direitos e na especificidade da criança, faz-se necessário esse registro.

No contexto vivenciado por nós, uma vez que enfrentamos todos os anos o desafio de cuidar de tal transição, vemos a necessidade de maior investimento na temática, ponderando que há múltiplas possibilidades de caminhos para trilhar, de modo a proporcionar uma continuidade nos processos educativos, favorecendo nossas crianças e professores.

Dada a relevância do brincar e do desenho e a intencionalidade pedagógica de ambos, como pontos importantes para pensarmos sobre a transição das crianças do Infantil para o Fundamental, a realização da brincadeira Pipoca em nossas escolas, a escrita e a leitura das narrativas discutidas com os demais

³ Para brincar, a professora precisa dividir a turma em duas equipes e entregar para cada criança uma pipoca (papel amassado). Cada equipe deverá ficar em um lado do campo, e cada criança com sua pipoca na mão. Ao sinal da professora, as crianças devem jogar pipocas no campo do adversário. Ao final do tempo, vence a equipe que tiver menos pipocas em seu campo.

integrantes do Grucomat, têm se configurado como um promissor caminho.

Para que as experiências vividas na Educação Infantil tenham seus objetivos explorados, ampliados e aprofundados no Ensino Fundamental, ou seja, para a criança viver um processo contínuo, é importante considerar alguns pontos, como por exemplo, incorporar nessa nova etapa a brincadeira e o desenho tão presentes no cotidiano da Educação Infantil.

Cuidar da transição das crianças é desafiador, mas é preciso dar os primeiros passos e, aos poucos, buscar novas e potentes estratégias para este momento tão especial na vida escolar delas. É sobre isso que abordaremos neste texto e convidamos nossos leitores a trilharem com a gente essa reflexão, como uma forma de encontro de professores que buscam o sentido de ensinar e de ser professor de criança.

A brincadeira como espaço de aprendizagem, acolhimento e participação das crianças

A criança, centro do planejamento curricular, é sujeito histórico e de direitos que, nas interações, relações e práticas cotidianas que vivencia, constrói sua identidade pessoal e coletiva, brinca, imagina, fantasia, deseja, aprende, observa, experimenta, narra, questiona e constrói sentidos sobre a natureza e a sociedade, produzindo cultura. (Diretrizes Nacionais para a Educação Básica, 2013, p. 97)

A brincadeira é essencial para o desenvolvimento integral das crianças e para o planejamento educativo das escolas que as atendem. Brincar não é apenas uma tarefa lúdica, um passatempo, mas sim, um caminho potente para produzir conhecimento em diferentes áreas do desenvolvimento da criança e também para a aprendizagem dos conceitos matemáticos, tão importantes para a formação escolar.

Ao considerar a brincadeira, evidenciamos a criança, sua especificidade e trilhamos um caminho com experiências significativas e mais promotoras de aprendizagem e desenvolvimento, para além do livro didático ou de apostilas.

A brincadeira, eixo da Educação Infantil, não pode deixar de ser contemplada no Ensino Fundamental, pois ela é inclusive direito da criança e reconhecida como “elemento essencial para qualquer processo cognitivo e educativo” das crianças (Rinaldi, 2024, p. 125). Entretanto, reconhecer a relevância do brincar não basta; cumpre garantir que ele esteja presente no cotidiano escolar. A BNCC prevê que as crianças sejam protagonistas de seu próprio processo de aprendizagem, o que implica incentivar a participação ativa delas, garantindo-lhes voz e vez em suas vivências escolares. O brincar intencional favorece esse protagonismo, promovendo a participação ativa das crianças no contexto educativo.

Ponderando a perspectiva histórico-cultural, que marca todo o estudo dos integrantes do Grucomat, o brincar é lócus potencial de desenvolvimento, e a brincadeira é o meio/modo de a criança se apropriar da cultura, uma vez que ela é considerada a principal atividade da infância; “impregnada de significação, de sentido, é redimensionada pelo ponto de vista teórico que orienta também possíveis formas de mediação do adulto nas relações de ensino” (Smolka, 2015, p. 15), contribuindo potencialmente para a aprendizagem.

Todavia a brincadeira ser apontada como relevante em vários documentos oficiais e em diferentes textos teóricos nada significa, se ela não for contemplada no cotidiano das crianças, dentro de um planejamento cuidadoso, que integre os espaços, os materiais, a intencionalidade pedagógica e as diferentes interações, inclusive, a do professor - criança.

É importante garantir uma variedade de experiências, que, futuramente, irão servir de base e de ponto de partida para construir conceitos científicos, o que se constitui um desafio a ser superado em prol de uma Educação mais significativa e constituidora de aprendizagens.

A experiência que faz a diferença para as crianças é aquela em que estão presentes o afeto, a atenção do adulto, o olhar cuidadoso, a aproximação e a escuta atenta. Ao planejar uma atividade, é importante o professor considerar que ela precisa ser significativa para a criança, a qual precisa estar ativa no processo, ter oportunidade para expressar seus pensamentos e poder contar com a intervenção do professor, quando necessário. (Vilas Boas, 2023, p.24)

Na brincadeira Pipoca as crianças tiveram a oportunidade de se movimentar, interagir em grupo e vivenciar desafios matemáticos de maneira lúdica. A organização do espaço e a condução da tarefa com intencionalidade permitiram a experimentação de conceitos importantes da matemática, como: contagem termo a termo, noção de proporcionalidade (relações entre grandezas), comparação de elementos, estimativa, estratégias de jogo e de contagem. Para as crianças era uma brincadeira, para a professora era investimento em proposta com muitos conceitos e objetivos de aprendizagem.

Essa experiência evidencia a ideia de que o brincar, ao ser apresentado às crianças com objetivos claros, organização e mediação da professora, potencializa a aprendizagem. As crianças não apenas participaram, como também se tornaram protagonistas do seu próprio processo de construção de conhecimento matemático. Além disso, propostas como essa permitem que conceitos da Matemática sejam compreendidos em situações reais, explorando materiais manipuláveis, de forma intencional, com problematizações, levando as crianças a refletir sobre noções de grandeza, objetivo da tarefa.

A experiência da brincadeira Pipoca reforça a importância do papel mediador, carregado de intencionalidade do professor, por meio de um planejamento potente e promotor de aprendizagens. Colocar a criança no centro do currículo e ter sua participação no cotidiano escolar, em nenhum momento isso diminui, menospreza ou desconsidera o papel do professor, pelo contrário. Isso exige

dele um repertório de saberes para dar conta de garantir tais compromissos com a criança e com a educação das infâncias.

O desenho como linguagem promotora de aprendizagem

Mas os rastros de vida e de pensamento que as crianças nos deixam às vezes não podem ficar trancados somente dentro de palavras. Com frequência, necessitam de outras coisas: imagens, desenhos, escritos, mas, sobretudo, histórias e narrativas. (Sergio Spaggiari, 2024, p. 10)

O desenho é uma linguagem que contém forte potencialidade expressiva e comunicativa, podendo promover o desenvolvimento e a aprendizagem das crianças, sendo também uma estratégia de registro potente das experiências vividas, envolvendo sentimentos e compreensão do mundo. Na Educação Infantil, o desenho é um dos primeiros meios pelos quais a criança começa a representar simbolicamente a realidade, construindo pontes entre o que vive, sente, observa e imagina.

A proposta do desenho traz em si uma oportunidade de iniciar uma investigação, abrangendo a observação, a cognição e as diferentes formas de representar as hipóteses do momento. É um registro possibilitador de o professor acessar os conhecimentos prévios das crianças, suas ideias provisórias e clarear o caminho a percorrer para dar conta de atingir os objetivos. “Desenhar objetos, pessoas, situações, animais, emoções, ideias são tentativas de aproximação com o mundo. Desenhar é conhecer, é apropriar-se” (Derdyk, 2020, p. 28).

O desenho é uma proposta, que se bem desenvolvida, convida, evoca as crianças para participarem, dedicando-se muito para a sua realização. “O ato de desenhar exige poder de decisão. O desenho é posse, é revelação. Ao desenhar, nos aproximamos do objeto desenhado, revelando-o” (Derdyk, 2020, p. 34).

Cada traçado, cor e forma escolhida por uma criança carrega intencionalidade e significado. O desenho infantil é uma representação única de suas imagens mentais, que podem estar ligadas a vivências reais ou expressar emoções e fantasias. Essa expressão espontânea e viva permite que a criança comunique ideias, sentimentos e compreensões de forma visual e acessível. Como destaca Ferreira (1998), o desenho indica a realidade conceituada pela criança – o que ela percebeu, compreendeu e o vínculo afetivo que estabelece com o objeto representado.

O desenho é carregado de significação, e só conseguimos acessar esse significado plenamente quando ouvimos a criança falar sobre o que desenhou. Assim, o ato de desenhar não é isolado, ele se entrelaça com a oralidade e a construção da linguagem escrita (Vilas Boas, 2023).

No desenho, a criança começa a fazer suas primeiras tentativas de escrita, colocando letras, rascunhando seu nome, criando símbolos próprios. Como bem afirma Souza (2022, p. 178), “o desenho é o meio pelo qual a criança transita por entre as coisas do mundo e vai tentando se apropriar delas”.

Muito embora na Educação Infantil o desenho seja uma linguagem usual, cumpre que o professor planeje com intencionalidade pedagógica as mediações realizadas, a escuta atenta, a apreciação e a socialização.

Já no Ensino Fundamental, é comum ver o desenho sendo subvalorizado. Muitos professores pulam as propostas que envolvem apenas desenho nos livros didáticos ou as utilizam apenas quando “sobra” tempo, como se não ele não tivesse valor formativo. No entanto, o desenho continua sendo uma estratégia rica, capaz de conquistar as crianças. O desenho há de acompanhar as crianças em sua escolarização, contudo, tal qual na Educação Infantil, sempre com propostas bem planejadas.

Muitos são os momentos em que o professor pode se valer da atividade desenho em suas aulas, como ao final de um jogo, em tarefas investigativas nas quais as crianças expressam seus pensamentos ou após uma brincadeira. Essa proposta pode ser um

importante instrumento de registro da experiência vivida, ampliando as possibilidades de avaliação, revelando a compreensão da criança sobre conceitos como quantidade, comparação e noções matemáticas de forma visual e significativa – algo que dificilmente seria captado por exercícios mecânicos comuns no Ensino Fundamental.

O desenho infantil é uma linguagem potente e indispensável para a educação da criança e contribui para a transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental, uma vez que o planejamento pedagógico inclui tal linguagem com seu merecido valor para o desenvolvimento e aprendizagem das crianças.

Valorizar o desenho é garantir o direito da criança à expressão, à escuta e à autoria – pilares fundamentais para uma educação verdadeiramente significativa e humanizada.

Enquanto houver crianças desenhando, representando, construindo, inventando e processando, ou seja, consumindo um mundo produzido que lhes é apresentado como realidade, a mesma poderá ser fluida de maneira inteligente, sensível e indagadora. (Derdyk, 2020, p. 43)

Por tantas considerações e outras que não constam neste texto, o desenho foi presente em nossa tarefa em muitos momentos, na intenção de valorizar suas potencialidades e o respeito às especificidades das crianças da faixa etária que realizaram a brincadeira.

A Matemática na brincadeira e no desenho: os conceitos matemáticos na experiência do brincar

A escola das infâncias tem um compromisso relevante com as aprendizagens das crianças e a Matemática faz parte de tais aprendizagens e, para garantir experiências com significação, é preciso buscar caminhos potentes. No caso da brincadeira da

Pipoca, ela envolve tanto o brincar quanto o desenho como propostas com significados para as crianças.

Ao pensar na temática investigada pelos integrantes do Grucomat e as crianças, não poderíamos buscar outro caminho se não fosse por meio da brincadeira e, para seu registro, não poderia faltar o desenho. Portanto, a brincadeira foi nosso eixo e promoveu o acesso a diferentes conceitos matemáticos, e o desenho esteve sempre presente. Sendo assim, ambos promoveram o engajamento das crianças em todas as etapas da brincadeira.

No decorrer do desenvolvimento da tarefa, as crianças foram desafiadas a lidar com relações de comparação de quantidades, relações entre grandezas, contagem, relação termo a termo, ideia de mais e menos, maior e menor, relações essas que são fundamentais para a construção do pensamento proporcional. Essas relações, se trabalhadas de modo intencional e ao longo da Educação Infantil e anos iniciais podem contribuir para que os estudantes no 5.º ano do Ensino Fundamental, de acordo com a BNCC, sejam capazes de resolver propostas com ideias multiplicativas, como dobro, triplo, metade entre outras.

Essas experiências vão ao encontro das orientações do currículo de Matemática para o Ensino Fundamental, que destacam a importância de articular experiências vividas para favorecer a compreensão de relações matemáticas. No caso da Educação Infantil, a brincadeira foi o eixo, e muitos conceitos esperados para a faixa etária foram contemplados. É no início da entrada na escola que as crianças encontram espaço para vivenciar relações matemáticas de maneira intencional e significativa, construindo um repertório que será essencial para sua vida acadêmica futura.

É importante ir além do livro didático, da BNCC e das propostas engessadas, e propor tarefas abertas, que viabilizem tanto ao professor como às crianças explorarem, questionarem e refletirem. A despeito de haver um currículo para cumprir, buscar novos caminhos, novas estratégias e outras tarefas é compromisso do professor e da Universidade, com estudos e pesquisas que auxiliem e apoiem os profissionais atuantes na escola.

Além disso, o professor precisa estar atento às diferentes formas de expressão das crianças, valorizando não apenas os resultados, mas também os processos de pensamento. A cobrança por resultados imediatos na alfabetização, muitas vezes, reduz a Matemática a práticas mecânicas, como algoritmos, e preenchimento de páginas nos livros didáticos. Contudo, experiências como brincadeiras, que utilizam materiais manipulativos, mostram que a aprendizagem acontece com significação e se dá pelo movimento, pela escuta, pela fala e pela reflexão. Esses movimentos devem ser garantidos dentro da escola.

O desenho, muitas vezes limitado ao campo da Arte ou delegado ao professor especialista, desvelou-se uma ferramenta poderosa de registro e expressão do pensamento infantil. Ao desenharem a brincadeira, as crianças demonstraram ter compreendido as regras, os papéis envolvidos, as relações matemáticas e os significados afetivos.

Por meio do desenho infantil, é possível observar relações de proporcionalidade durante seu registro, e elementos matemáticos que aparecem na tarefa como a divisão do espaço, número de participantes de cada time, a representação da pipoca. Sendo assim, o desenho é uma forma de o professor avaliar quais elementos foram apropriados pelas crianças, além de ampliar os significados, expressos pelo sentimento de cada uma no momento do registro.

O desenho passa a ser fundamental, e também uma forma da criança se comunicar. Antes de escrever, ela desenha. Na Matemática, no caso da brincadeira Pipoca, foi o momento de apropriação do vivido, sendo possível observar pontos relevantes em relação ao tema ou ao conceito abordado. O vivido pode ser representado e, ao professor, cabe a análise, recorrendo a questões que servem de norteadores para a observação docente, como: os dois campos para a brincadeira foram representados? A quantidade de pipoca tem relação com o ocorrido na brincadeira? A professora foi representada em tamanho maior que as crianças? O número de crianças representado em cada campo corresponde ao real? Ou seja, os elementos centrais foram contemplados no desenho?

Com a intencionalidade de (re)significar o desenho, a socialização das produções no grupo é também importante para as crianças criarem e ampliarem o repertório, apropriando-se de elementos registrados pelos colegas e não contemplados em seu registro.

Pensando na transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental, mais uma vez cumpre ressaltar que o professor irá contribuir muito para uma transição mais leve e efetiva, se promover o brincar, com intencionalidade pedagógica de aprendizagem de conceitos matemáticos e do desenho como estratégia de registro. É possível promover aulas de Matemática, com aprendizagens com significação, passando pela brincadeira e pelo desenho. Além, claro, da escuta atenta e de boas perguntas para instigar o pensamento e a participação das crianças, para tanto o planejamento e a intencionalidade do professor são fundamentais.

A intencionalidade pedagógica, que tanto ouvimos falar e consta em muitos documentos, é de fato imprescindível em todas as ações. A brincadeira pode ser apenas um momento de distração e diversão ou ser momento de aprendizagens com sentido para as crianças. O conhecimento do professor é fundamental para o trabalho pedagógico. É preciso brincar! O planejamento deve contemplar o brincar! Mas, qual brincadeira? Por quais razões tal brincadeira está no planejamento? Por quais razões ela é importante para a Matemática ou para qualquer outra área do conhecimento?

As crianças precisam desenhar, mas para quê? Por quê? Qual a devolutiva de cada registro? Como foi a apreciação pelos colegas? Como é o registro? Quais foram as estratégias utilizadas? De onde a criança partiu e onde ela conseguiu chegar? O desenho tem o seu valor no processo de aprendizagem, mas só se houver planejamento e intencionalidade.

No caso da brincadeira Pipoca, houve um grande investimento em estudo da teoria e da elaboração de cada proposta apresentada, contando com o apoio de especialistas da área e de professores atuantes nos diferentes segmentos. É a valorização do aprender com o outro, também quando se refere ao professor.

A intencionalidade pedagógica faz a tarefa, no caso, a brincadeira, ser uma experiência de brincadeira rica em interação e aprendizagens de conceitos dos matemáticos, significativos para a continuidade da escolarização.

As potencialidades e os desafios

A Educação, como direito de todas as crianças, objetivada por nós, passa pela transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental, considerando as especificidades das infâncias. Olhar atentamente para as crianças neste momento importante é tarefa dos professores dos dois segmentos, em consonância com os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento infantil.

Neste texto, abrimos uma discussão para o diálogo entre brincadeira e desenho e a transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental. Vimos a potencialidade da brincadeira e do desenho, especificamente envolvendo conceitos matemáticos. Reforçamos o valor da teoria, do planejamento e da intencionalidade de cada professor.

Na Educação Infantil, é por meio da brincadeira, que se torna possível trabalhar conceitos importantes e fundamentais para a formação do pensamento proporcional das crianças. A experiência com a brincadeira da Pipoca evidenciou o quanto as propostas lúdicas podem ser potentes para contemplar direitos e objetivos de aprendizagem.

Igualmente, no Ensino Fundamental, é possível e desejável manter o brincar e o desenho como estratégias didáticas, integrando-as ao currículo como formas legítimas de construção de conhecimento. Essas práticas envolvem as crianças em propostas que despertam a curiosidade investigativa, contribuindo para uma aprendizagem mais ativa e conectada às infâncias.

Os desafios são muitos, nós sabemos, iniciando pelo distanciamento entre as práticas dos dois segmentos, desvalorização da brincadeira como objeto de ensino no planejamento, a escassez de espaços apropriados para o

movimento, a centralidade da linguagem escrita e a fragilidade na formação docente em relação aos conceitos matemáticos, entre tantos outros. Mas, quando temos a intenção de, num primeiro momento, amenizar as distâncias e priorizar a criança, o encontro de professoras dos dois segmentos, tendo a universidade como uma ponte que nos une, é um passo importante para ser dado.

Necessário se faz que haja uma continuidade no ensino entre os dois segmentos, superando as queixas e centrando nosso olhar na criança, em suas necessidades, potencialidades e formas de expressão. É essencial buscarmos as melhores maneiras de apoiá-la na construção do seu próprio caminho de aprendizagem.

Quanto mais uma criança é exposta a situações ricas de interação com seus pares, mais repertório ela constrói sobre os temas explorados e, conseqüentemente, sua aprendizagem torna-se repleta de sentidos. Brincar na Educação Infantil e no Ensino Fundamental é dar continuidade ao sentido da aprendizagem infantil, validando suas formas expressivas por meio do movimento, do desenho e da escuta ativa, com intencionalidade pedagógica e sensibilidade docente.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2017.
- BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica*. Brasília, 2013.
- BRASIL. Estatuto da Criança e do Adolescente. *Lei 8.069/90*. São Paulo: Atlas, 1991.
- DERDIK, E. *Formas de pensar o desenho: desenvolvimento do grafismo infantil*. 3. ed. São Paulo: Panda Educação, 2020.
- FERREIRA, S. *Imaginação e linguagem no desenho da criança*. Campinas, SP: Papirus, 1998.
- RINALDI, C. *Diálogos com Reggio Emilia: escutando, pesquisando e aprendendo*. Trad. Camila Carvalho Rocha Granghelli, Thaís

Bonini; revisão técnica: Ana Teresa Gavião A. M. Mariotti, Aparecida de Fátima Bosco Benevenuto, Fernanda Dodi. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2024.

SMOLKA, A. L. B. Das artes do brincar: seu papel no desenvolvimento cultural da criança. *In: SILVA, Daniele Nunes Henrique; ABREU, Fabrício Santos Dias (org.). Vamos brincar de quê? Cuidado e educação no desenvolvimento Infantil.* São Paulo: Summus, 2015.

SOUZA, C. P. de. O desenho da criança como parte do seu processo de alfabetização. *Cadernos de Pesquisa: Pensamento Educacional*, Curitiba, v. 19, n. 51, p. 169–186, jan./abr. 2024. DOI: 10.35168/2175-2613.UTP.pens_ed.2024.Vol19.N51.pp169-186.

SPAGGIARI, S. A invisibilidade do essencial. *In: BONINI, Thaís (trad). Sapato e Metro.* São Paulo: Penso, 2024.

VILAS BOAS, S. N. *Escola: lugar para desenhar, narrar, falar e aprender sobre o tempo.* Campinas, SP: Mercado de Letras, 2023.

Aulas investigativas: o papel do professor e a equidade nas aulas de matemática

Carla Cristiane Silva Santos¹

Sirley Aparecida de Souza²

No contexto educacional contemporâneo, o papel do professor na promoção da equidade na sala de aula de matemática revela-se cada vez mais necessário e oportuno. A matemática, frequentemente percebida como uma disciplina rígida e dogmática, exige uma abordagem para além da mera transmissão de conteúdo. Nessa perspectiva, o professor precisa atuar como mediador, criando um ambiente propício para a investigação e a reflexão crítica.

Os participantes do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) vêm, ao longo dos anos, construindo uma concepção de sala de aula de matemática pautada em tarefas investigativas e problematizadoras, tendo o professor como elemento central para a promoção da equidade. Assim, como participantes do grupo e professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental que desenvolvem tarefas elaboradas no grupo em suas salas de aula³, sentimo-nos mobilizadas para a produção do presente capítulo. Nele apresentamos algumas possibilidades para o docente promover uma cultura investigativa, motivando a participação ativa de todos os estudantes e transformando a aprendizagem

¹ Professora SESI/SP. E-mail: carlinha_ipda@hotmail.com

² Professora do Cepae/UFG. E-mail: sirley_souza@ufg.br

³ Professora Sirley Aparecida: desenvolveu, respectivamente, duas sequências de tarefas, uma a partir da receita do bolinho de chuva da Tia Nastácia e outra com a Escala Cuisenaire. Títulos dos capítulos: “Receita da Tia Nastácia – Narrativa de uma prática investigativa matemática” e “A Escala Cuisenaire”. Professora Carla Cristiane: desenvolveu a sequência de tarefas e consequentemente a narrativa presente no capítulo “Salto em distância com o 5.º ano”.

matemática em um processo com significação. A partir de uma abordagem que valoriza a interação e a construção coletiva do conhecimento, buscamos compreender as práticas pedagógicas que favorecem a equidade e se alinham aos desafios e dilemas enfrentados no ensino da matemática. Com isso, pretendemos destacar a importância de um ensino que não apenas ensina, mas também busca desenvolver cidadãos críticos e autônomos, capazes de problematizar o mundo ao seu redor e refletir sobre ele. Isso requer ofertar às crianças e aos adolescentes oportunidades de vivenciar práticas investigativas borbulhantes e provocadoras.

Tarefas investigativas e a cultura da sala de aula de matemática

Para Varizo e Magalhães (2016), em uma tarefa investigativa o aluno é protagonista de sua aprendizagem. E quanto ao professor? Segundo as autoras, o papel do professor não é o de ensinar conteúdos, “mas desenvolver atitudes e habilidades próprias de um investigador matemático” (Varizo; Magalhães, 2016, p. 35). Esse pensamento matemático é provocado a partir de uma sequência de tarefas investigativas que envolvem o processo de observação, exploração e argumentação ou justificativa de hipóteses acerca de uma situação matemática. A partir dessa perspectiva a ciência matemática é viva e transformadora; por esse viés metodológico as tarefas investigativas se contrapõem ao ensino tecnicista, que se caracteriza por uma metodologia de aulas expositivas e memorização de regras e algoritmos, em que o professor exerce o papel central e o aluno é passivo.

A transformação intelectual e social do aluno ocorre nas interações com o contexto cultural e histórico no qual está inserido. Assim, o docente atua como mediador das condições concretas de produção do conhecimento e construtor da cultura social da sala de aula. Para isso, é essencial que ele tenha clareza sobre a intencionalidade de suas ações, selecionando tarefas matemáticas que estimulem a reflexão, incentivem a participação ativa dos

estudantes e promovam uma comunicação com significação sobre conceitos matemáticos.

A escolha das tarefas e a forma como elas são conduzidas impactam diretamente a equidade no ensino, uma vez que podem promover a inclusão de todos os alunos no processo de aprendizagem. Pensando na natureza das tarefas e no papel do professor dentro de um ambiente problematizador, Van de Walle (2009) descreve uma linha de ações que auxilia na construção de uma cultura de investigação na sala de aula, estruturando o ambiente de aprendizagem em três momentos: antes, durante e depois.

No momento “antes”, o professor precisa planejar cuidadosamente a tarefa, considerando os objetivos matemáticos envolvidos, a turma com a qual trabalha e a adequação da tarefa para a compreensão dos alunos mediante a diversidade de conhecimentos da sala de aula. A tarefa proposta precisa ser desafiadora e requerer diversas estratégias e caminhos de resolução, mas deve ser acessível, permitindo que os estudantes mobilizem estratégias próprias para resolvê-la. Essa etapa de preparação é crucial para garantir que todos tenham oportunidades reais de participação – em outras palavras, deve criar condições para os alunos se comunicarem matematicamente, no coletivo. Ainda nesse momento, o professor apresenta a proposta à turma, garantindo que os alunos compreendam a tarefa, sua forma de realização, os possíveis caminhos para a resolução e o modo como será conduzido o processo de fechamento da tarefa.

O momento “durante” é quando os estudantes realizam a tarefa e o professor acompanha de perto o processo. Esse momento é marcado pela mediação pedagógica, que ocorre por meio de questionamentos e problematizações que impulsionam a reflexão matemática dos alunos sem antecipar soluções ou restringir sua autonomia no processo de descoberta. Santos (2017), apoiada em Van de Walle (2009), enfatiza que a mediação do professor precisa criar um ambiente problematizador, permitindo que os alunos explorem suas próprias estratégias e construam significados matemáticos. Esse momento também é um sinalizador para que o

professor selecione quais questões ou estratégias serão usadas durante a socialização, priorizando aquelas que podem enriquecer a discussão.

O “depois” é o momento da socialização, no qual os alunos compartilham suas estratégias, testam suas hipóteses e explicam seus raciocínios. Conforme sugerido por Van de Walle (2009), um caminho interessante é iniciar a socialização com os alunos que tiveram mais dificuldades na resolução, para estimular uma análise coletiva das estratégias e fomentar uma aprendizagem mais equitativa. Ao final, cabe ao professor sistematizar as ideias discutidas, garantindo que os conceitos matemáticos emergentes sejam consolidados. Se a tarefa não possibilitar a compreensão esperada, o docente poderá auxiliar na sistematização dos conceitos abordados.

O uso de ferramentas matemáticas como suporte à aprendizagem é outro aspecto essencial nesse processo. Hiebert *et al.* (1997) enfatizam que esses recursos – sejam materiais manipulativos, sejam esquemas gráficos ou registros escritos – não garantem, por si sós, a aprendizagem. Eles precisam ter significado para os alunos, de modo que favoreçam a compreensão e a construção do conhecimento matemático. Quando o professor oferece diferentes recursos, ele amplia as possibilidades de generalização e contribui para o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas.

A cultura da sala de aula se constrói, portanto, a partir da interação entre os alunos e da valorização de suas produções. Para isso, é fundamental que o professor incentive a comunicação e o debate sobre estratégias matemáticas. Hiebert *et al.* (1997), ao citarem Dewey (1929), ponderam que uma comunidade investigativa precisa estar aberta à análise de diferentes estratégias e ao aprimoramento coletivo das estratégias de resolução. A sala de aula precisa ser um espaço no qual os alunos tenham liberdade para testar hipóteses, confrontar ideias e justificar seus raciocínios, sem receio de errar.

Além disso, conforme destacado por Santos (2017), é importante que a mediação do professor garanta que todos os alunos tenham igualdade de oportunidades para participar e aprender. A interação em sala de aula precisa reconhecer cada estudante como alguém que pode errar, aprender de formas diversas e contribuir para a construção do conhecimento coletivo. Esse ambiente favorece não apenas a aprendizagem matemática, mas também o desenvolvimento de uma postura crítica e investigativa. Dessa forma, a atuação do professor vai além da simples transmissão de informações. Ele proporciona um espaço em que os alunos problematizam a matemática, refletem sobre seus processos de pensamento e constroem significados.

O desafio, portanto, está em construir uma cultura de sala de aula que valorize a argumentação matemática, promova o desenvolvimento conceitual e respeite o processo de aprendizagem dos alunos. Quando o professor assume essa postura investigativa e mediadora, ele cria um ambiente em que todos os estudantes têm voz, constroem sentido para a matemática e se tornam agentes do próprio aprendizado.

Sequências de tarefas: produção de sentidos

Como elaborar tarefas desafiadoras e relevantes com significado sem que se tornem enfadonhas e pouco produtivas? Esse tem sido outro dilema enfrentado por professores que ensinam matemática. Qual tarefa seria mais apropriada: a individual ou a coletiva? Enfim, em que consiste a boa tarefa?

Hiebert *et al.* (1997) afirmam que, para além das tarefas individuais ou coletivas, o professor precisa pautar o seu planejamento na sequência de tarefas que explorem conceitos matemáticos com profundidade. Esses autores compreendem que um conjunto de tarefas, quando elaboradas intencionalmente, pode favorecer um impacto cumulativo e, portanto, positivo na aprendizagem do aluno. Assim, a realização de tarefas abertas, como as propostas nas narrativas do Grucomat, permite que os

alunos se envolvam ativamente no processo de aprendizagem, desenvolvendo habilidades essenciais. Essa é uma das razões pelas quais o Grucomat, por meio dos professores e pesquisadores de suas práticas, trouxe para esta obra narrativas de práticas educativas desenvolvidas por intermédio de sequências de tarefas com vistas à elaboração de conceitos relacionados ao pensamento proporcional.

Desse modo, compreendemos que em um contexto em que práticas educativas investigativas produzem saberes com uma multiplicidade de sentidos e significados é inequívoco considerar o papel da linguagem, da comunicação com significação. Vygotsky (1993, p. 05), por exemplo, afirma que “a verdadeira comunicação humana pressupõe uma atitude generalizante, que constitui um estágio avançado do significado da palavra”. Nessa perspectiva, para Vygotsky, a palavra é uma generalização, um ato verbal do pensamento, que reflete sensações e percepções – nesse aspecto, em sua essência a palavra sem significado é um som vazio. Nesse diapasão, a linguagem dos enunciados deve ser clara, objetiva e coerente, com a produção de tarefas sequenciadas e conectadas de modo a favorecer o pensamento proporcional.

A oferta de sequências de tarefas interconectadas tem o condão de favorecer ao aprendente uma oportunidade progressiva de aquisição do conhecimento de modo compreensível, inclusive, com abordagens de experiências anteriores para a resolução de problemas atuais – dessa forma, tudo se encaixa com sentido. Podemos, assim, concluir que atividades organizadas de modo conectado e progressivo facilitam a compreensão e a formação de conceitos matemáticos.

Tendo em vista as narrativas pedagógicas de nossa autoria presentes nos capítulos desta obra, podemos compreender a proposta do Grucomat em trabalhar com tarefas abertas. Esses tipos de tarefas visam promover um ambiente de aprendizado que estimula a curiosidade e a investigação nos alunos, permitindo que eles se tornem protagonistas de sua própria aprendizagem.

Nessa proposta, em vez de fornecer tarefas prontas e rígidas, as tarefas são desenvolvidas de forma colaborativa, e o professor, ou a professora, atua como mediador(a), criando condições para que os estudantes explorem, questionem e construam conhecimento matemático. Por meio de questões problematizadoras, como as presentes na tarefa “Receita do bolinho de chuva da Tia Nastácia” – “Quantos bolinhos precisamos fazer para todos?” ou “Como podemos medir as quantidades corretamente?” –, os estudantes são incentivados e/ou provocados a pensar criticamente sobre os conceitos matemáticos de proporção e medida. De igual modo, guardadas as peculiaridades, é possível inferir que as crianças, na realização das tarefas investigativas propostas a partir da Cuisenaire, construíram suas conjecturas e foram testando as escalas de acordo com a orientação da atividade e as discussões no grupo. Fizeram combinações e sobreposições de peças. As propostas investigativas, em qualquer um dos casos, apresentam a experiência de modo forte, consistente e como um poderoso meio de construção do conhecimento matemático.

As possibilidades de aulas investigativas nos anos iniciais do Ensino Fundamental incluem a exploração do gênero “receita”, em que as crianças podem vivenciar a matemática de maneira lúdica e com significados.

As tarefas abertas também permitem que os estudantes desenvolvam habilidades de argumentação e interação entre aluno e aluno e aluno e professor, ao discutirem suas ideias e estratégias individuais e/ou em grupo; e socializem coletivamente as descobertas. Além disso, o uso de materiais manipuláveis, como a Escala Cuisenaire, facilita a visualização e compreensão das relações matemáticas, promovendo um aprendizado com significado.

Compreendemos que, em contextos de aulas de matemática nos quais práticas investigativas são incentivadas, como na experiência com a sequência didática do “Salto a distância”, a linguagem assume papel central na produção de significados. A comunicação entre os estudantes, marcada pela argumentação,

pela escuta e pela clareza nos enunciados, foi fundamental para a construção coletiva do conhecimento matemático. Como afirma Vygotsky (1993, p. 05), “a verdadeira comunicação humana pressupõe uma atitude generalizante, que constitui um estágio avançado do significado da palavra”. Nesse sentido, notamos que as trocas verbais entre os alunos durante a realização da tarefa, ao justificarem estratégias, negociarem regras e compararem medidas, revelaram uma linguagem carregada de sentido, que emerge do pensamento e contribui para sua elaboração.

A proposta do Grucomat, ao estruturar tarefas abertas e interligadas, favorece o desenvolvimento do pensamento proporcional por meio de experiências com significação. A sequência “Salto a distância” exemplifica essa abordagem: as crianças foram convidadas a investigar, revisar e validar hipóteses – e argumentar sobre elas – em um contexto real e motivador. Cada etapa da tarefa permitiu o uso de conhecimentos prévios, promovendo conexões com experiências anteriores e ampliando a compreensão das grandezas envolvidas. Assim, a organização sequencial e progressiva da tarefa possibilitou não apenas a resolução de um problema, mas também a construção de conceitos matemáticos em um processo contínuo e colaborativo.

Essa experiência mostra que, quando o professor atua como mediador e a tarefa é intencionalmente planejada para provocar o raciocínio, o protagonismo do aluno se fortalece. Ao dialogarem sobre saltos, medidas, comparações e critérios de justiça, os alunos se apropriaram de saberes matemáticos por meio de uma vivência que uniu corpo, linguagem, pensamento e contexto. A tarefa “Salto a distância”, portanto, não foi apenas uma proposta de aula, mas um cenário de aprendizagem potente em que a investigação e a comunicação se tornaram instrumentos fundamentais da compreensão.

É importante destacar que essa vivência só foi possível porque se apoiou em uma cultura de sala de aula construída coletivamente ao longo dos anos. A professora, que acompanhava essa turma desde o 3.º ano, intencionalmente, cultivou um ambiente de escuta,

respeito às ideias dos colegas, liberdade para errar e confiança para se posicionar. Essa cultura investigativa, sustentada por mediações sensíveis e estratégicas, contribuiu para que os estudantes se engajassem com profundidade na tarefa, assumindo papéis ativos na construção do conhecimento.

Por fim, nosso desejo é que as tarefas abertas, tais como as que neste texto estão referenciadas, não apenas ensinem matemática, mas também promovam um ambiente de aprendizagem colaborativa, onde as interações sociais e a mediação do professor são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento crítico e investigativo dos alunos.

Referências

HIEBERT, J. *et al.* *Making sense: Teaching and learning mathematics*. Portsmouth: Heinemann, 1997.

SANTOS, C. C. S. *O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional*. 2017. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2017.

VAN DE WALLE, J. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VARIZO, Z. da C. M.; MAGALHÃES, A. P. de A. S. *Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem de matemática*. Curitiba: CRV, 2016.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. Tradução de Jefferson Luiz Camargo. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

Contribuições da perspectiva histórico-cultural para o desenvolvimento do pensamento proporcional por estudantes da Educação Especial

Cidinéia da Costa Luvison¹

Rosângela Eliana Bertoldo Frare²

Introdução

A implementação de políticas públicas educacionais no âmbito da inclusão dos estudantes com deficiências, bem como a ampliação das oportunidades de atendimento desses estudantes na educação básica, tem avançado nos últimos anos. Concomitantemente a esse cenário, nota-se também o aumento do ingresso de alunos elegíveis da Educação Especial³ nas escolas. Segundo os dados do último Censo Escolar da Educação Básica (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira [Inep], 2025), o número de matrículas de estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e/ou altas habilidades/superdotação em classes comuns ou especiais em 2024 foi de 2,1 milhões. Além disso, no que se refere “a faixa etária de 4

¹ Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc-SP); Centro Universitário de Itapira (Uniesi). *E-mail*: cidineialuvison@gmail.com

² Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc-SP). *E-mail*: robertoldo81@hotmail.com

³ Denominação utilizada pela *Resolução Seduc n.º 92, de 28 de setembro de 2021* (São Paulo, 2021). O documento considera como elegíveis da Educação Especial todos os estudantes com deficiência. Além disso, no “Art. 2º Considera-se pessoa com deficiência aquela que tem impedimento de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, o qual, em interação com uma ou mais barreiras, pode obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas” (Brasil, 2015 *apud* São Paulo, 2021, p. 33).

a 17 anos da educação especial, verifica-se que o percentual de matrículas de alunos incluídos em classes comuns também vem aumentando gradativamente, passando de 93,2% em 2020 para 95,7% em 2024” (Inep, 2025, p. 9).

O Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat), durante a sua trajetória pelos temas matemáticos estudados, já contou com a participação de alunos com deficiências na realização das propostas levadas às salas de aula. Contudo, na abordagem do pensamento proporcional, o Grupo teve a oportunidade de se debruçar sobre os registros produzidos no desenvolvimento de uma tarefa apenas com estudantes elegíveis da Educação Especial e discutir sobre as potencialidades dessa tarefa nesse contexto, como destacado em uma das narrativas que compõem este material⁴.

Além disso, um dos aportes teóricos utilizados pelo Grupo é a perspectiva histórico-cultural de Lev Semionovich Vygotski. Tal teoria traz muitos elementos – tais como gestos, imitação, linguagem, símbolos, instrumentos técnico-semióticos, relações de ensino, mediação, elaboração conceitual (conceitos espontâneos e científicos) e desenvolvimento histórico-cultural – para subsidiar reflexões sobre a Educação Especial e o processo de ensino e aprendizagem dos alunos elegíveis. Ao buscar publicações acadêmicas referentes a essa questão, diante da relevância do assunto na atualidade e da necessidade de ampliação das discussões a esse respeito, percebe-se que há um aumento na quantidade de produções que se dedicam ao processo de ensino e aprendizagem da matemática para alunos da Educação Especial sob o olhar da perspectiva histórico-cultural. Por outro lado, faltam estudos que abordem o desenvolvimento do pensamento proporcional.

Desse modo, o objetivo do presente texto é apontar possíveis caminhos para o desenvolvimento do pensamento proporcional por alunos elegíveis da Educação Especial, a partir da perspectiva

⁴ Ver o capítulo “A receita da Tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância”.

histórico-cultural. Assim, no decorrer deste capítulo, primeiramente, serão abordadas as ideias de Vygotski e estudiosos de suas obras no que se refere ao desenvolvimento de estudantes com deficiências. Na sequência, serão apresentadas algumas contribuições da teoria histórico-cultural para a organização do processo de ensino e aprendizagem da matemática, tendo em vista o desenvolvimento do pensamento proporcional. Para encerrar, serão trazidas algumas considerações finais.

As deficiências na perspectiva histórico-cultural

Vygotski (1984) dedicou seus estudos à compreensão do desenvolvimento humano, buscando caracterizar aspectos do comportamento dos indivíduos e elaborar hipóteses a respeito da formação histórica dessas características e do modo como se desenvolvem durante a vida. Nesse processo, considera que o desenvolvimento cultural do ser humano ocorre primeiramente no plano social (interpsíquico) e depois no plano psicológico (intrapsíquico) e afirma que tudo que é cultural é social, pois a cultura é produto da vida e da atividade social dos indivíduos (Vygotski, 1995).

Além disso, para o autor, o psiquismo humano é formado por dois tipos de funções psicológicas: elementares e superiores. As funções elementares são as inatas, de origem biológica, como ações reflexas, reações automáticas e associações simples. As superiores, por sua vez, são as culturais, formadas e transformadas pelas relações sociais, ou seja, “são relações interiorizadas de ordem social, são o fundamento da estrutura social da personalidade” (Vygotski, 1995, p. 151, tradução nossa), como, por exemplo, a atenção, a percepção, o pensamento, a memória, a imaginação, a formação conceitual, a vontade.

Seus estudos contemplam também o desenvolvimento das pessoas com deficiências na obra intitulada *Fundamentos de defectologia* (Vygotski, 1997), trazendo o conceito de compensação, ou seja, indicando que, quando os caminhos diretos de

desenvolvimento estão impedidos, é necessária a compensação por caminhos indiretos. As investigações feitas pelo autor apontaram que, se a criança possuía alguma limitação, isso não significava que era menos desenvolvida que as demais, mas que seu desenvolvimento se dava de maneira diferente. Um exemplo citado na obra refere-se ao momento em que as crianças fazem a contagem nos dedos para conseguir realizar uma adição. Nesse caso estão utilizando caminhos indiretos. As mãos passam a ser instrumentos, já que o caminho direto para responder à pergunta, por meio de uma resposta automática, do cálculo mental, está impedido. “A estrutura do caminho indireto surge apenas quando aparece um obstáculo ao caminho direto, quando a resposta pelo caminho direto está impedida; [...] a situação apresenta exigências tais, que a resposta primitiva revela-se insatisfatória” (Vygotski, 2011, p. 864-865).

Nesse sentido, Vygotski (1997, p. 32) indica que a educação de alunos com deficiências precisa realizar-se por meio de caminhos alternativos do desenvolvimento cultural, com a criação de instrumentos auxiliares “adaptados à estrutura psicológica dessa criança” e a utilização de “procedimentos pedagógicos especiais”. Tais caminhos alternativos são importantes para compensar a limitação orgânica – em que as funções elementares estão comprometidas e o acesso aos bens culturais e aos elementos semióticos são restritos – bem como possibilitar o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Noronha, Silva e Shimasaki (2023, p. 10) destacam que a apropriação do conhecimento histórico e cultural em casos de deficiências pode ocorrer por meio de “técnicas, métodos, formas, abordagens, estratégias especiais de instrumentos e signos culturais adaptados”. Complementam afirmando que é a partir das interações com o meio, com o social, que a criança avança pelo processo de compensação: “A depender da situação criada, da qualidade das interações sociais propostas, das dificuldades impostas pelo meio, a compensação ocorre em diferentes direções” (p. 12).

Além disso, as autoras defendem que, para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, a educação precisa estar

organizada de modo que sejam promovidas situações em que haja a necessidade de pensar, refletir, conjecturar, abstrair, generalizar, por meio de caminhos indiretos para compensar o déficit. As práticas pedagógicas que trazem contribuições para o desenvolvimento de processos mentais e capacidades potenciais são aquelas que vão além das situações que os alunos com deficiências são capazes de resolver de modo independente. Não se podem reduzir as práticas apenas ao desenvolvimento real, à utilização de materiais visuais e táteis, ao treinamento de funções elementares (Noronha; Silva; Shimasaki, 2023). Para Dainez (2017, p. 3) a deficiência é um conceito dialético, “no qual o déficit pode se concretizar, dependendo das condições e relações sociais produzidas, como incapacidades ou como abertura de possibilidades para a criação do novo no processo de educação e desenvolvimento”.

Padilha (2010, p. 19) ressalta que o processo de desenvolvimento das pessoas com deficiências é construído a partir de condições concretas de vida, que se compõem nas relações sociais: “É a partir das significações, atribuídas pelo outro inicialmente, e mais tarde internalizadas pelo próprio sujeito, no seu contexto, que cada um se constitui de maneira singular, única”. Assim, as condições concretas oferecidas pelo grupo social ao qual a pessoa com deficiência pertence podem ser alteradas pelas experiências que lhe forem proporcionadas.

Desse modo, considerando que “o desenvolvimento não está determinado pelos aspectos biológicos e, tampouco o funcionamento mental é estático, operando apenas de um modo, com funções psicológicas que funcionam de forma isolada” (Dainez, 2017, p. 8), mudanças no psiquismo humano podem ocorrer de acordo com as relações sociais. Todo indivíduo, independentemente de suas limitações físicas, mentais, intelectuais ou sensoriais, pode se desenvolver, pode aprender. A única questão é que “a condição de deficiência demanda formas ainda mais próximas, guiadas e contínuas de mediação, recursos

auxiliares para potencializar a participação da criança na atividade coletiva e colaborativa” (Dainez; Freitas, 2018, p. 150).

Daí a importância da organização de um processo de ensino e aprendizagem que possibilite o desenvolvimento dos estudantes com deficiências, considerando como aspectos fundamentais: o papel do outro, a mediação pedagógica, as relações de ensino, a intencionalidade, a interação social e as ferramentas psicológicas (linguagem, sistemas de numeração, códigos de escrita etc., os quais atuam como mediadores do indivíduo com o mundo).

Na adolescência as relações se dão a partir de sistemas mais complexos, ou seja, são relações mais abstratas, que envolvem o desenvolvimento de conceitos. Nessa etapa a escolarização é essencial, pois os conceitos científicos impactarão nos conceitos espontâneos já formados pelo jovem. Nesse movimento a linguagem é a orientadora do pensamento, pois inicia-se um processo de relações lógicas com o objetivo de *pensar* acerca de algo, *rememorar* algo e *refletir* sobre algo já construído espontaneamente.

Possíveis caminhos

O trabalho pedagógico em matemática com alunos elegíveis da Educação Especial precisa ser organizado de modo sistematizado e intencional, com tarefas que promovam o desenvolvimento das funções superiores. Tomando como base os estudos vigotskianos, requer práticas que se orientem pelas possibilidades de cada aluno e não pela sua incapacidade. Nesse processo, o desenvolvimento depende da qualidade das mediações do outro na viabilização de experiências: “A interação social é a base para a formação das funções mentais superiores, que vão se transformando a partir da internalização de novos conceitos” (Camargo, 2024, p. 123).

O professor, então, tem um papel fundamental na busca por caminhos indiretos para a aprendizagem dos conceitos matemáticos, quando os caminhos diretos estiverem impedidos. Monteiro (2020) faz apontamentos sobre tal busca ser

personalizada, uma vez que estudantes com deficiências, mesmo com semelhanças biológicas, podem se desenvolver de modos diferentes. Desse modo, o emprego de uma mesma estratégia de ensino para alunos com condições orgânicas semelhantes não garante desenvolvimentos iguais:

A maneira como um indivíduo aprende e os resultados decorrentes de sua aprendizagem, além de serem influenciados pelas características próprias de cada etapa do desenvolvimento, são também impactados pelas singularidades das experiências vividas pelo indivíduo (Monteiro, 2020, p. 339-340).

Os contextos de aprendizagem, as relações com o outro e com o meio no qual os estudantes estiveram inseridos ao longo da vida influenciam na aprendizagem matemática e no progresso de funções psicológicas superiores e de conceitos relacionados a tal área do conhecimento. Assim, é importante conhecer as especificidades de cada aluno elegível da Educação Especial, suas experiências, seus ritmos de aprendizagem, para direcionar a mediação pedagógica, as adaptações, a mobilização de caminhos alternativos de desenvolvimento. O professor, muitas vezes, considerando a sua intencionalidade e as especificidades do aluno com deficiência, conforme pontua Camargo (2024, p. 121), tem a necessidade de ajustar os conteúdos e/ou as metodologias para que o discente participe ativamente das propostas de ensino da matemática, “uma participação equitativa com os objetivos educacionais e sociais que vão além das barreiras propostas pelo que é biológico, que podem ser transpostas pela troca sociocultural”.

O trabalho com conceitos matemáticos com esses alunos requer o olhar atento do professor nas relações de ensino, na organização do trabalho pedagógico, na intencionalidade das tarefas. A organização de um trabalho pedagógico que possibilite condições para que os alunos com deficiências avancem no processo de elaboração conceitual e consigam pensar, refletir, conjecturar, abstrair e generalizar pode se constituir um caminho mais longo e

complexo e demandar mais tempo. Também exige: maior quantidade e diferentes modos de mediações por meio de diferentes signos (palavras, gestos, olhares, ações); problematizações que mobilizem o pensamento matemático; propostas de situações ou tarefas variadas; e utilização de materiais concretos variados que possibilitem a visualização e a manipulação.

A elaboração conceitual em matemática pode ser promovida pela utilização de materiais visuais e manipulativos, como jogos elaborados especificamente para a abordagem de conceitos dessa área do conhecimento. Além disso, em se tratando de estudantes com deficiências, a utilização de objetos que fazem parte do seu cotidiano (ou não) também pode trazer significações e possibilitar abstrações, elaborações conceituais. Ambos os recursos são utilizados como caminhos indiretos para a apropriação de ideias matemáticas. Contudo, conforme ressaltam alguns autores, como Noronha, Silva e Shimasaki (2023), as situações propostas aos alunos com deficiências não podem se limitar à utilização desses materiais, pois, assim, o professor reduzirá a prática ao treinamento de funções elementares, impedindo o seu desenvolvimento.

Outro importante ponto a ser considerado no processo de ensino e aprendizagem da matemática dos alunos com deficiências é a questão de possibilitar a eles o desenvolvimento de funções psicológicas que contribuam para a aquisição de autonomia na realização de tarefas cotidianas, na vida em sociedade. Dainez e Freitas (2018, p. 150), apoiadas nos estudos vigotskianos, pontuam sobre uma educação que possibilite aos alunos com deficiências

[...] vias de desenvolvimento de novas e complexas formações psíquicas (linguagem escrita, raciocínio lógico-matemático, pensamento conceitual e metafórico, sentimento ético e estético...), viabilizando a inserção ativa da pessoa com deficiência na dinâmica da vida, ampliando a sua participação nas atividades sociais e laborais, elevando, com isso, os processos culturais constitutivos da personalidade.

Camargo (2024) chama a atenção para a importância de práticas educativas em matemática que favoreçam a aprendizagem e o desenvolvimento de alunos com necessidades educacionais especiais e que contribuam tanto para a utilização dos conceitos teóricos na resolução das atividades escolares como para sua vida cotidiana. Trata-se de ampliar as possibilidades de inclusão na sociedade.

Os aspectos que foram sendo apontados no decorrer desta seção constituem-se caminhos possíveis e possibilitam reflexões a partir dos pressupostos da perspectiva histórico-cultural, de modo a contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática de modo geral, envolvendo os alunos elegíveis da Educação Especial. Sobretudo, retomando o objetivo deste texto, trazem contribuições importantes para o desenvolvimento do pensamento proporcional desses alunos. A proposta de tarefas que abordem a proporcionalidade tem muito a contribuir para a educação social, por exemplo, possibilitando condições para que esses alunos consigam lidar com situações do dia a dia, desenvolver o letramento matemático, interpretar diferentes representações numéricas e unidades de medidas, realizar comparações, estabelecer relações, efetuar cálculos etc. O trabalho com receitas pode ser citado como uma tarefa que potencializa a formação de conceitos, contribui para a educação social, envolve a manipulação de materiais manipulativos e objetos do cotidiano etc.

Considerações finais

O desenvolvimento humano ocorre de forma singular e cada pessoa diante de suas experiências de vida e formação consegue se apropriar desse conhecimento de forma diferente e utilizando ferramentas psicológicas e mediações para conseguir alcançar esse processo. Nesse sentido, o indivíduo mais experiente (que pode ser um membro da família, um professor, outra criança ou jovem) torna-se um elo de grande importância para esse desenvolvimento, pois será com ele e a partir de sua ação que o processo de reflexão,

imitação e linguagens possibilitará que a aprendizagem seja gradualmente construída.

Compreende-se que a aprendizagem, na perspectiva vigotskiana, se dá ao longo da vida e na mediação constante com o outro, e, a partir dessa concepção, a formação do professor também se constrói ao longo desse processo. O trabalho com alunos da Educação Especial requer do professor um olhar atento para seu aluno – e, ao observá-lo, diante de suas especificidades e potencialidades, o profissional conseguirá compreender quais os caminhos que será necessário seguir.

Quando se trata da aprendizagem matemática e do desenvolvimento do pensamento proporcional, a formação do professor torna-se algo imprescindível, pois a proporcionalidade é essencial para interpretar diversas grandezas do mundo físico, que sobremaneira não estão presentes apenas na aprendizagem matemática, mas também em outras áreas do conhecimento. Nesse sentido, o aprofundamento do professor no estudo do pensamento proporcional é um dos pilares essenciais e necessários para a elaboração de tarefas e mediações significativas no decorrer das aulas, em especial, na mediação com alunos da Educação Especial.

Referências

- CAMARGO, É. D. F. *O estudo da formação dos conceitos científicos de matemática para alunos com autismo*. 2024. 132 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2024.
- DAINEZ, D. Desenvolvimento e deficiência na perspectiva histórico-cultural: contribuições para educação especial e inclusiva. *Revista de Psicologia*, Santiago, v. 26, n. 2, p. 1-10, 2017.
- DAINEZ, D.; FREITAS, A. P. de. Concepção de educação social em Vigotski: apontamentos para o processo de escolarização de crianças com deficiência. *Horizontes*, Bragança Paulista, v. 36, n. 3, p. 145-156, set./dez. 2018.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. ANÍSIO TEIXEIRA – Inep. *Censo Escolar da Educação Básica 2024: Notas Estatísticas*. Brasília, DF: Inep, 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar/resultados> Acesso em: 1 jun. 2025.

MONTEIRO, C. M. Olhares sobre adolescentes com transtorno do espectro autista: análise de publicações na área de educação. In: FREITAS, A. P. de; ANJOS, D. D. dos; MORETTO, M. (org). *Relações de ensino e trabalho docente: uma história em construção*. Jundiaí: Paco, 2020. p. 329-346.

NORONHA, A. M.; SILVA, S. de C. R. da; SHIMAZAKI, E. M. A teoria histórico-cultural e a educação de pessoas com deficiência intelectual. *RIAEE – Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, Araraquara, v. 18, n. 00, p. 1-15, 2023.

PADILHA, A. C. A abordagem histórico-cultural na educação de sujeitos com deficiência. *Gestão & Tecnologia*, Goiânia, ano II, n. V, p. 18-22, maio/jun. 2010.

SÃO PAULO (Estado). Resolução Seduc n.º 92, de 28 de setembro de 2021. Altera dispositivos da Resolução SE nº 68, de 12-12-2017, para ampliação e reorganização das aulas do ensino colaborativo, no âmbito do atendimento educacional especializado e dá providências correlatas. *Diário Oficial Executivo*, São Paulo, v. 131, n. 192, Seção I, p. 43, 5 out. 2021. Disponível em: <https://www.imprensaoficial.com.br/> Acesso em: 2 abr. 2022.

VYGOTSKI, L. S. A defectologia e o estudo do desenvolvimento e da educação da criança anormal. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 37, n. 4, p. 861-870, dez. 2011.

VYGOTSKI, L. S. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKI, L. S. *Obras Escogidas III: Problemas del desarrollo de la psique*. Madrid: Visor, 1995.

VYGOTSKI, L. S. *Obras Escogidas V: Fundamentos de defectologia*. Madrid: Visor, 1997.

Brincadeira Pipoca

Selma Nascimento Vilas Boas¹

Primeiras palavras

Meu nome é Selma, estou atualmente na função de coordenadora pedagógica da EMEB Prof.^a Aparecida Bernardi do Amaral, escola pública que atende em média 300 crianças da faixa etária de 3 a 5 anos, localizada na cidade de Jundiaí, interior de São Paulo.

Sou formada em Pedagogia, mestre e doutora pela Universidade São Francisco, com a orientação da Prof.^a Dr.^a Adair Mendes Nacarato. No decorrer desta caminhada profissional, fiz também quatro pós-graduações *latu sensu*: Construtivismo e educação, Educação inclusiva, Psicopedagogia e Gestão Educacional; participei de vários outros cursos de diferentes temáticas da área da Educação Infantil e coordenação pedagógica, e faço parte de dois grupos de pesquisa vinculados à Universidade São Francisco. Entendo que meu processo formativo está em construção, na busca de vencer, diariamente, os desafios impostos pela profissão. E, ressaltar, muitos são esses desafios!

Já atuei como professora do Ensino Fundamental e da Educação Infantil, como supervisora escolar, diretora de escola e diretora do departamento de Educação Infantil. Diante de tantas experiências, identifico-me mais com a função de coordenadora pedagógica.

Participo do Grucomat² desde o ingresso no mestrado (2013), a convite da Professora Adair. Logo no primeiro convite, já dei meu sim, por interesse profissional, pois, na Pedagogia, não tive tantas oportunidades de aprender as estratégias potentes para o ensino da

¹ Secretaria Municipal de Educação de Jundiaí. E-mail: s.boas070176@gmail.com

² Grupo Colaborativo em Matemática. Site: <https://grucomat.com.br/>

Matemática, área com conceitos importantes para a formação das crianças.

Nesta narrativa, apresento a parceria estabelecida com duas professoras³ da escola onde atuo, sendo a professora Marta⁴ do grupo 4⁵ e a professora Débora do grupo 5⁶. Tal parceria se efetivou na realização da brincadeira Pipoca pelas duas professoras, em suas respectivas turmas, com a autorização para discussão nos encontros do Grucomat e a publicação em livro. A temática da proposta aqui documentada é a noção de grandeza, base para o pensamento proporcional.

Primeiramente, apresento a brincadeira desenvolvida na sala da professora Marta e, posteriormente, a da sala da Débora, para finalizar registro algumas considerações importantes que sobressaíram após a experiência, que, posso afirmar, foi formativa para todos: participantes do Grucomat, professoras da escola e para mim, coordenadora da escola e membro do grupo de pesquisa.

A brincadeira Pipoca no grupo 4

No dia da proposta, o grupo estava com 19 crianças e, primeiramente, a professora organizou as crianças em roda, no espaço da sala de leitura⁷, por ser mais amplo e acomodar todas elas.

Após acolher o grupo no espaço, Marta orientou a organização de uma roda e disse para as crianças que iriam aprender uma nova brincadeira e, para brincar, elas precisariam conhecer as regras.

³ Sou uma coordenadora pedagógica bem presente nas salas com as crianças e procuro investir na minha relação com elas e com as professoras. Sendo assim, não foi uma situação nova, ou esporádica a minha presença em sala, com o grupo.

⁴ As duas professoras autorizaram uso do nome delas no texto.

⁵ Crianças com 4 anos de idade.

⁶ Crianças com 5 anos de idade.

⁷ Espaço com muitos livros, tapetes e almofadas, destinado para rodas de leitura, leituras realizadas pelas crianças e, também, outras propostas que as professoras julgam importantes estar neste espaço.

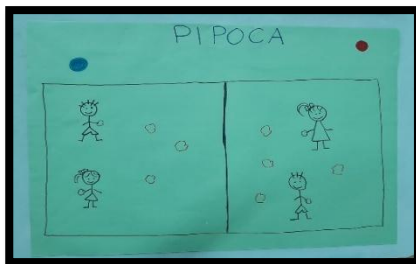
Marta informou o nome da brincadeira e foi explicando as regras, juntamente com a apresentação de um desenho, como vemos nas fotos 1 e 2, ilustradas nas Figuras 1 e 2.

Figura 1 - Professora realizando o desenho no momento de explicação das regras



Fonte: acervo da coordenadora

Figura 2 - Cartaz finalizado



Fonte: acervo da coordenadora

No decorrer da conversa, as crianças participaram, respondendo aos questionamentos da professora, demonstrando compreender as regras da brincadeira e interesse pela proposta.

Depois, a professora entregou uma folha de papel A3 para cada criança e questionou:

— *Como nós podemos transformar essa folha em uma pipoca?*

As crianças foram falando...

— *Desenhando uma pipoca na folha?*

Então, a professora disse:

— *Olhem, se eu desenharmos uma pipoca aqui na folha e depois soltar ela, vai dar certo a brincadeira?*

As crianças responderam que não. Então, a professora questionou novamente:

— *Como podemos transformar essa folha em uma pipoca?*

— *Cortando!* – respondeu uma criança.

— *Cortando, com a tesoura.* – respondeu outra criança.

A professora questionou mais uma vez:

— *Vai dar certo se cortar a folha?*

As crianças já responderam:

— Não.

A professora disse:

— *Como é a pipoca? A mãe de vocês já fez pipoca em casa?*

As crianças disseram que sim.

— *Como podemos transformar essa folha em uma pipoca?* –
questionou novamente a professora.

As crianças seguiram nas sugestões anteriores e não chegaram a propor amassar o papel. Então a professora disse.

— *Vou dar uma dica! Nós podemos amassar a folha. Quem consegue fazer uma pipoca, amassando a folha?*

Agora, sim! As crianças acolheram a ideia, amassaram a folha e fizeram a pipoca, como mostra a foto 3 na Figura 3.

Figura 3 - A pipoca feita por uma das crianças



Fonte: acervo da coordenadora

Com a pipoca pronta, as crianças foram para o pátio da escola. Chegou a hora tão esperada por todas!

A professora marcou o espaço de cada equipe no chão do pátio, formando dois campos, dividiu as crianças em duas equipes⁸ e lhes perguntou:

⁸ Neste momento, o grupo estava com 18 crianças, porque uma delas estava em período de adaptação e, então, neste momento preferiu ficar com sua mãe, que estava presente na escola. Assim, formaram-se duas equipes com 9 crianças.

— *Quem deseja ser da equipe azul?*

Várias crianças levantaram a mão. A professora foi chamando até completar nove e informou que as demais seriam da equipe vermelha. Com as equipes formadas, Marta retomou as regras:

— *Crianças, prestem atenção: agora vamos brincar, então, cada criança segura sua pipoca e, ao sinal do apito, deverá jogar a pipoca para o campo adversário. Assim segue... jogando pipoca para o outro campo, até ouvir o sinal novamente. Ao final, vencerá a equipe que tiver menos pipoca em seu campo. Vamos lá!*

Ao sinal do apito, as crianças começaram a jogar as pipocas. No decorrer da brincadeira, a professora foi incentivando a participação.

Ao final, ela juntou as crianças de cada equipe, com suas pipocas e fez a contagem, juntamente com elas, como vemos na foto 4 da Figura 4.

Figura 4 - Grupo de crianças com suas pipocas, aguardando a professora para a realização da contagem dos pontos



Fonte: acervo da coordenadora

Ao final da contagem, como as crianças constataram que havia um empate, já sugeriram uma nova jogada.

— *Agora, temos que jogar mais uma vez!* – disse uma das crianças.

Sendo assim, a professora propôs uma nova jogada. Orientou-as para pegar uma pipoca e se posicionar no seu campo. Ao sinal do apito, só animação... Muitas pipocas “saltando” de um campo para outro. Quando finalizou o tempo, a professora apitou e orientou para cada equipe juntar suas pipocas para a contagem dos pontos.

A professora questionou:

— *Vamos ver quem ganhou? Como vamos fazer?*

Algumas crianças imediatamente responderam:

— *Tem que contar!*

A professora fez a contagem das pipocas de cada equipe, juntamente com as crianças, como observamos na foto 5 da Figura 5.

Figura 5 - Momento da contagem de pontos de cada equipe



Fonte: acervo da coordenadora

Conforme mostra a foto, a equipe azul estava com oito pipocas e a vermelha com dez. Diante do resultado, a professora retomou as regras e questionou?

— *Qual equipe venceu?*

Uma das crianças disse:

— *Não dá para saber, tem que organizar. Tem que colocar uma de frente para a outra.*

Então, a professora chamou algumas crianças para fazer a organização, como foi sugerido e como está na foto 6 da Figura 6.

Figura 6 -Pipocas organizada, conforme a sugestão de uma das crianças



Fonte: acervo da coordenadora

Neste momento, ficou evidente o quanto as crianças já se apropriaram da estratégia do pareamento, utilizada pela professora em outros momentos da rotina, como no registro de meninos e meninas, presentes a cada dia. Embora a sugestão tenha sido de uma criança, ao propor realizar a estratégia, o grupo todo já se mobilizou para ajudar na organização.

Tal estratégia envolve a observação, a reflexão e o pensamento lógico, igualmente importantes para a elaborar conceitos matemáticos, que brotam no cotidiano da Educação Infantil.

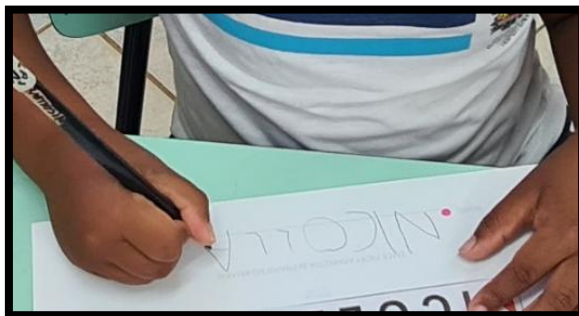
Ao observar as pipocas nesta nova organização, as crianças foram dizendo que a equipe vermelha havia vencido. Elas foram guiadas pelo pensamento de “quem tem mais, ganha”. Então, a professora precisou retomar a regra várias vezes, para então, elas concluírem que a equipe vencedora era a azul, porque estava com menos pipocas em seu campo.

Depois da conversa, a professora convidou as crianças:

— *Agora, vamos para nossa sala fazer um desenho sobre a brincadeira PIPOCA!*

Na sala, ela entregou a folha para registro, orientou as crianças para primeiramente escrever seu nome e depois realizar o desenho⁹ da brincadeira, como ilustram as fotos 7 e 8 das Figuras 7 e 8. Durante o desenho, a professora foi passando nas mesas para orientar e conversar com as crianças sobre a proposta.

Figura 7 -A criança fazendo o registro do seu nome, com o apoio do crachá



Fonte: acervo da coordenadora

⁹ A escola contempla no Projeto Pedagógico muitas propostas de desenhos no decorrer da jornada educativa da semana. São propostas com diversos riscantes em diferentes suportes, com temáticas bem variadas.

Figura 8 - As crianças em grupo, realizando o desenho da brincadeira



Fonte: acervo da professora

Quando as crianças finalizaram o desenho, a professora convidou-as para uma roda de conversa sobre o desenho. Novamente, elas foram para a sala de leitura, como vemos na foto 9 da Figura 9.

Figura 9 - Roda de conversa sobre a brincadeira na sala de leitura



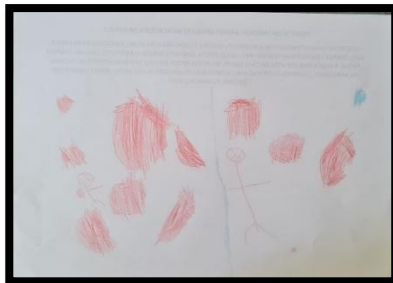
Fonte: acervo da professora

A seguir, alguns desenhos, juntamente com a narrativa das crianças:



Eu fiz as pipocas da equipe vermelha e da equipe azul e as crianças. Tem a linha do campo também.

Yasmim



Aqui tem o campo, eu e as pipocas.

Heloísa



Eu desenhei meu amigo e as pipocas da equipe azul.

Eduardo

Fonte: acervo da coordenadora

A professora foi questionando as crianças e ouvindo-as atentamente. Segue o registro das questões e das respostas das crianças.

1) Vocês acham que as duas equipes precisam ter o mesmo número de participantes? Por quê?

As crianças disseram que sim, mas ao serem questionadas sobre o porquê, elas retomaram as regras e contaram como foi a brincadeira.

2) É importante que todos os participantes tenham a mesma idade e sejam de tamanho parecido? Por quê?

As crianças disseram ser importante, mas também não conseguiram justificar. Neste momento, começaram a falar sobre a quantidade de pipocas.

A professora chamou duas crianças de tamanho diferentes para o centro da roda e questionou novamente. Elas responderam que o tamanho não influencia para a equipe ganhar ou perder, mas não conseguiram justificar, apenas voltavam às regras.

3) Se as equipes tivessem mais integrantes, o espaço da brincadeira seria o mesmo? E se tivesse menos?

As crianças também voltaram a falar sobre a brincadeira.

4) Se tivesse só uma criança em cada equipe, o espaço seria o mesmo?

As crianças responderam que seria menor. E uma criança disse:

— *Se o espaço não for menor, não dá para jogar a pipoca.*

5) Vocês gostariam de brincar utilizando duas pipocas cada um?

As crianças disseram que sim.

6) O que pode acontecer se, em vez de uma pipoca, cada criança tivesse duas?

As crianças começaram a falar das regras e que iriam jogar muitas pipocas na outra equipe... *“jogar até o jogo acabar”*.

7) O que contribuiu para uma equipe ter mais pipocas e a outra menos?

Mais uma vez, as crianças foram contando sobre como tinha sido a brincadeira.

A professora fez todos os questionamentos propostos na tarefa, escutou as crianças. Ao final, cada uma mostrou seu desenho para o grupo e contou sobre seu registro. E eu contabilizei o tempo da execução da proposta, que deu 1h40 minutos.

A brincadeira e as crianças do grupo 4

Acompanhando todo o desenvolvimento da proposta, ressalto alguns pontos importantes, iniciando pela disposição e pelo planejamento da professora. Marta aceitou, imediatamente, o desafio de realizar a proposta do grupo. Como é relevante a parceria entre escola e universidade, assim juntas podemos aprender mais sobre teoria e prática, levando para as crianças sempre o nosso melhor na busca de promover aprendizagens com significado. E, após nossa conversa, Marta fez a leitura da brincadeira proposta pelo Grucomat, alterando o que julgou interessante para seu grupo, como a inclusão da realização do desenho, enquanto explicava as regras e a utilização de diferentes espaços: sala de referência, sala de leitura e pátio.

O envolvimento das crianças também foi algo significativo. Responderam às questões propostas, participaram efetivamente do momento da contagem das pipocas e do desenho, brincaram alegremente e interagiram umas com as outras, sendo possível verificar alguns direitos de aprendizagem e desenvolvimento contemplados, sendo eles o brincar, o participar e o conviver.

Observei que, mesmo tendo uma duração razoável de tempo, considerando a faixa etária, as crianças mantiveram-se envolvidas, até mesmo pelo planejamento da professora, que propiciou realizar a proposta em espaços diferentes, trazendo uma movimentação importante para as crianças da Educação Infantil.

Sobre os questionamentos feitos pela professora, elas focaram nas regras das brincadeiras, o que é aceitável neste momento, ponderando ser o início de um trabalho com questionamentos tão pontuais. Afinal, eram crianças de 4 anos. E, ao final, a professora também considerou o tempo que as crianças já estavam na proposta e por ser o primeiro dia da brincadeira.

Nos desenhos, as crianças conseguiram demonstrar indícios da noção de proporcionalidade, tanto, ao registrarem nos desenhos a brincadeira Pipoca, quanto, ao entenderem que, com menos participantes, o campo deveria ser menor e, com mais pipocas, elas

iriam jogar muitas pipocas no outro campo. Tais situações evidenciam indícios da noção de proporcionalidade, conceito esse que será revisitado muitas e muitas vezes no decorrer da vida escolar. É o nascer de uma semente...

A brincadeira da pipoca no grupo 5

No dia da proposta, o grupo estava com 15 crianças¹⁰. Primeiramente, a professora organizou uma roda, afastando as mesinhas e as cadeiras para os cantos da sala. Com a roda pronta, Débora falou ao grupo:

— *Hoje, iremos brincar com uma brincadeira nova, que chama PIPOCA! Alguém conhece a brincadeira?*

As crianças foram respondendo:

— *Eu acho que é uma brincadeira de pular.*

— *Eu acho que vamos dançar igual pula-pula pipoquinha¹¹.*

— *Nós vamos usar giz?*

Neste momento, a criança viu que tinha uma caixa de giz em cima da mesa, por isso o questionamento. Então, a professora respondeu que sim.

— *Alguém mais acha que é uma brincadeira de pular?* – questionou a professora.

— *Acho que sim!* – falaram várias delas.

As crianças fizeram várias colocações sobre o pular, relacionadas com uma música de conhecimento do grupo.

Depois de ouvir todos os comentários, a professora retomou, dizendo que era uma brincadeira nova, diferente, e expôs como seria:

— *Crianças, nós vamos fazer uma marcação no pátio, definindo dois campos. Teremos aqui duas equipes e cada criança segurará uma pipoca. Ao sinal, vocês deverão jogar pipocas no campo do outro time. Quando*

¹⁰ O grupo é composto por 22 crianças de 5 anos.

¹¹ Aqui a criança estava se referindo a música “Pula Pipoquinha”, do Bob Zoom.

terminar o tempo, iremos contar quantas pipocas têm em cada campo. Vence a brincadeira quem tiver menos pipoca em seu campo.

— É igual a brincadeira da casa suja da professora Mayara¹²? — questionou uma criança.

— A brincadeira é bem parecida. Hoje, vamos jogar as pipocas no campo do amigo. — respondeu a professora.

Débora retomou as regras e propôs a confecção das pipocas com folha de papel.

— Como podemos fazer uma pipoca com este papel?

Uma criança foi logo dizendo que precisava amassar o papel, e as outras também concordaram.

C4: Também dá para rasgar o papel e amassar.

Professora: *Mas você acha que vai dar certo para jogar no outro campo.*

C4: Não, vai ficar bem pequena.

Professora: *Então, faz a pipoca com sua folha inteira.*

As crianças fizeram rapidamente as pipocas, como mostra a foto 10, ilustrada na Figura 10.

Figura 10 - Confecção da pipoca por uma das crianças



Fonte: acervo da coordenadora

¹²Mayara é a professora de Educação Física do grupo.

Com as pipocas prontas, a professora disse:

— *Crianças, agora precisamos montar as equipes. Como podemos fazer?*

C3: *Tem que fazer a escolha da equipe.*

C5: *Verdade, agora tem que fazer a equipe.*

C7: *Vamos escolher quem vai para cada equipe.*

Professora: *Como podemos fazer?*

C3: *Tem que contar e montar as equipes escolhendo.*

Professora: *Certo, então vamos contar. Quem é o ajudante que vai realizar a contagem?*

C6: *Eu !!!*

Professora: *Então vamos contar!*

A ajudante do dia levantou-se e iniciou a contagem com o apoio da professora e das demais crianças.

Finalizaram a contagem e verificaram o total 15.

Professora: *Como vamos fazer agora?*

Crianças: *Vamos escolher as equipes.*

C5: *Os ajudantes podem escolher as crianças e formar as equipes.*

Professora: *Vamos então fazer assim. Quem são os ajudantes?*

Os ajudantes se posicionaram um ao lado do outro e começaram a montagem das equipes. Ao final, a professora fez a contagem das duas equipes, juntamente com as crianças, e elas logo perceberam que uma das equipes estava com uma criança a mais.

Professora: *Como podemos resolver agora?*

C6: *Uma criança da outra equipe tem que vir para essa.*

Então, a professora fez o que ela sugeriu e contou novamente. As crianças logo perceberam que, então, agora a outra equipe tinha uma criança a mais e uma delas falou:

C4: *Não vai dar para ficar trocando...*

Professora: *Vocês acham que precisa ter o mesmo número de crianças em cada equipe?*

Crianças: *Simmmmmm!*

Professora: *Por quê?*

C9: *Se não tiver o mesmo número, vai ficar fácil para a outra equipe ganhar.*

Professora: *Então, tenho uma sugestão. Vamos fazer três equipes? Vejam que temos 15 crianças, 5 mais 5 são quantas crianças?*

Crianças: 10

Professora: *E 10 mais 5 crianças?*

C8: São 15.

Professora: *Podemos então fazer 3 equipes?*

Crianças: *Siiiiimmmmm !*

Neste momento, as crianças se reorganizaram e formaram três equipes.

Professora: *Como temos três equipes, duas equipes jogarão, e a equipe que vencer jogará com a equipe que está assistindo, certo?*

As crianças concordaram, e o grupo dirigiu-se ao pátio para brincar. Todas as crianças estavam empolgadas com a nova brincadeira.

Chegando ao pátio, a professora retomou as regras e mostrou as linhas no chão que demarcavam todo o espaço dos dois campos e deu início a brincadeira, vista na foto 11 da Figura 11.

Figura 11 - Uma das equipes em seu campo



Fonte: Acervo da coordenadora

Foi só diversão! Finalizando o tempo da primeira jogada, a professora propôs a contagem das pipocas de cada equipe.

Juntas, as crianças contaram os pontos de cada equipe e logo concluíram que a equipe campeã seria a que estava com quatro pipocas em seu campo, como observamos nas fotos 12 e 13, das Figuras 12 e 13.

Figuras 12 - Momento da contagem dos pontos de cada equipe



Fonte - acervo da coordenadora

Na segunda jogada, a professora retomou as regras e deu o sinal de largada para a brincadeira.

Figuras 13 - Momento da contagem dos pontos de cada equipe



Fonte - acervo da coordenadora

Novamente, as crianças fizeram a contagem e logo verificaram a equipe vencedora.

Professora: *Muito bom, crianças! Agora iremos retornar para nossa sala para uma conversa sobre a brincadeira.*

Já na sala, após organizar a roda, a professora fez o primeiro questionamento:

— *Vocês acham que as duas equipes precisam ter o mesmo número de participantes? Por quê?*

Crianças: *Precisaaaaaaaaa!*

C4: *Tem que ser a mesma quantidade de pessoas.*

C10: *Precisa ser rápido também.*

C3: *Quando caia pipoca no campo, tinha que correr bem rápido e jogar a pipoca no outro campo.*

C2: *Para ganhar tinha que ser bem rápido.*

C10: *A equipe que ganhou foi bem rápida.*

C4: *Se tivesse mais criança a outra equipe ia ganhar.*

C2: *Ia ganhar só se fosse muito rápido.*

C13: *Não adianta só ter criança, precisa ser rápidoooooooooo e ter muita força nas pernas.*

C9: *A gente também usou a inteligência e a atenção.*

Professora: *Isso mesmo!*

C5: *Meu time perdeu por causa de uma pipoca.*

Professora: *Isso, vocês quase ganharam!*

Professora: *O que a outra equipe fez para ganhar?*

Crianças: *Elas foram muito rápido.*

Professora: *Vou fazer outra pergunta: Se o nosso grupo fosse jogar com o grupo da professora Regiane, o campo deveria ter o mesmo tamanho?*

C9: *Tinha que ser maior para caber todas as crianças.*

Professora: *Vocês ouviram essa colocação? Vocês concordam?*

C12: *Sim, tem que aumentar o campo porque não cabe.*

P: *Vocês gostariam de brincar com duas pipocas para cada criança?*

Crianças: *Simmmmmm!*

P: *Como vocês acham que seria a brincadeira?*

C13: *Ia ter um montão de pipocas.*

C4: *A gente ia ficar com uma pipoca em cada mão.*

C 9: *la ter um montão de pipocas para jogar.*

C12: *la precisar ser bem mais rápido, jogar muitas pipocas.*

P: *Da próxima vez vamos jogar com duas pipocas, certo.*

Crianças: *Simmmmmm!*

P: *Agora, eu vou entregar uma folha para vocês fazerem o desenho da brincadeira.*

As crianças dirigiram-se para suas cadeiras, pegaram o estojo e realizaram o desenho. No decorrer da proposta, a professora foi de mesa em mesa, conversando com elas sobre a brincadeira e sobre seus registros.



Eu fiz todos meus amigos com as pipocas.

C9, 5 anos.



Olha, tem os dois campos e os jogadores.

C 12, 5 anos



Eu gostei muito da brincadeira e meus amigos também.

C 2, 5 anos.

Toda a proposta foi realizada em uma hora. Algumas crianças ficaram um pouco mais de tempo para finalizar a pintura do desenho.

A brincadeira e as crianças do grupo 5

No grupo 5, também registro a disponibilidade e o planejamento da professora. Como é importante a realização de propostas elaboradas por grupo de pesquisa, na cadeira da universidade, mas que ganha vida e realidade no chão da escola. É uma potência, para ambos, grupo de pesquisa e professor atuante na escola.

As crianças participaram efetivamente de todas as etapas da proposta. A estratégia da professora de afastar cadeiras e as mesas para fazer a roda, já era conhecida do grupo, pois, em vários momentos, o procedimento tem sido realizado. Na apresentação da brincadeira, elas trouxeram o que tinham de repertório, a música “pula pipoquinha”, mas, com as mediações da professora, entenderam a brincadeira.

Na formação da equipe, a estratégia de formar três equipes e a forma de condução provocaram as crianças a pensar sobre a situação problema estabelecida. Ao invés de dar a resposta, e de início já propor três equipes, a professora problematizou, levando o grupo a refletir sobre a questão. Nos desenhos e na conversa, em

especial ao falarem que o campo deveria ser maior se outro grupo viesse brincar, há indícios de noção de proporcionalidade.

Neste grupo, apareceu a importância da rapidez para ganhar a brincadeira e, de fato, isso procede, *“tem que ser rápido”*. É importante ter o mesmo número de pessoas, assim como ser rápido.

Em conversa com a professora, ela pontuou que o tempo foi produtivo, uma vez que a proposta envolvia roda de conversa, brincadeira e desenho, e tudo motivou a participação das crianças.

Algumas considerações

A brincadeira tem um papel fundante na Educação Infantil. Como ela é um dos eixos do trabalho pedagógico e direito das crianças, a proposta aqui teve a intencionalidade de apresentar a noção de grandeza, base do pensamento proporcional, atendendo a esta especificidade da faixa etária.

Os participantes do Grucomat tiveram como objetivo apresentar uma possibilidade de trabalho pedagógico, dando também abertura para o professor criar, modificar e analisar, oportunizando a participação e a produção de conhecimento de modo significativo, entendendo a importância dos conhecimentos espontâneos, que serão futuramente apoio para o conhecimento científico, sempre num processo de investigação, participação e interação.

Outro ponto relevante é a valorização do professor. Entendendo os desafios da prática pedagógica, o grupo faz o estudo da teoria, pensa e planeja a prática e vai para a escola, publicando posteriormente o percurso na intenção de apoiar o professor. O seu papel é de grande destaque, pois cabe a ele fazer estudos, planejar, realizar propostas, buscar estratégias para envolver as crianças, registrar e avaliar. É um movimento intenso!

Como já destacado na narrativa, a parceria universidade e escola é relevante para ambas, em especial na área da Matemática, pois o curso de Pedagogia não consegue dar conta de uma

formação docente, que envolva todos os conceitos, a especificidade da faixa etária e toda a potencialidade da brincadeira para a formação das crianças.

No meu caso, no lugar de coordenadora pedagógica, a participação no grupo contribui para minha formação e, conseqüentemente, é um caminho promissor para minha atuação na escola, com as professoras e as crianças.

Considerando os documentos oficiais que regem a Educação Infantil – a BNCC (Brasil, 2017) e o currículo da nossa cidade (Jundiaí, 2022) – a proposta contempla muitos objetivos dos diferentes campos de experiência, tendo um percurso integrado, oportunizando o protagonismo das crianças e aprendizagens da área do conhecimento matemático, juntamente com outras áreas.

É possível, por meio de brincadeiras, desenhos e rodas de conversas discutir com as crianças situações que abranjam a noção de grandeza. Mais adiante, essa experiência vivida será conectada com outras acerca do conceito de grandeza e proporcionalidade, agregando conhecimento à formação de modo significativo. Cabe destacar, ainda, que as relações de grandeza são a base do pensamento proporcional e, no caso da brincadeira, ressalto duas falas de tais relações: *“quando mais criança, maior o campo”* e *“quanto mais rápido, mais pipoca joga”*.

Finalizo minha narrativa com a certeza de que é possível trabalhar os conceitos da matemática de modo significativo, garantindo os direitos das crianças e uma Educação Infantil promotora de aprendizagens, o que fará uma diferença positiva na formação das crianças.

Referências

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 15 jan. 2024.

Jundiaí. Prefeitura Municipal de Jundiaí. Unidade de Gestão de Educação. *Currículo Jundiaiense*. Jundiaí/SP, 2022. Disponível em: <https://educacao.jundiai.sp.gov.br/documentos/curriculo-jundiaiense/>. Acesso em: 20 jan. 2023.

Corrida do Jornal

Tamara Barbosa da Silva¹

Meu nome é Tamara e sou aluna do curso de Pedagogia na modalidade EaD. Quando me interessei em participar da Iniciação Científica, fui apresentada à professora Adair. Em nosso primeiro encontro, ela me convidou para conhecer o Grucomat e o trabalho desenvolvido com a Matemática nos diferentes níveis de ensino. Também me apresentou as tarefas elaboradas pelas professoras participantes para a Educação Infantil. A partir daí nasceu nosso projeto de pesquisa: “As brincadeiras potencializando a construção de ideias matemáticas”, que teve como objetivo identificar os sentidos matemáticos explicitados pelas crianças em contextos de brincadeiras que envolvem noções de proporcionalidade. O projeto, após aprovação pelo Comitê de Ética², foi desenvolvido numa turma da Educação Infantil, com crianças de 5 anos, numa escola da rede municipal no interior de São Paulo. A turma era composta por 25 crianças, no período da tarde. Uma das crianças tinha o laudo de Transtorno de Espectro Autista (TEA) e tinha uma monitora que o acompanhava em sala de aula. Estabeleci uma parceria com a professora da turma, que analisou nosso projeto e as brincadeiras propostas e me auxiliou em todo o processo. As brincadeiras desenvolvidas foram: Brincadeira da pipoca, Corrida do jornal, Se eu fosse um robô, Cabo de guerra e Massinha de modelar. Elas foram desenvolvidas no período de outubro a dezembro de 2023, quando, por meio de audiogravação, foram registrados todos os momentos da aula, os diálogos ocorridos durante as brincadeiras, a discussão na roda; e, ainda os registros por meio de desenho que as crianças produziram. A

¹ Pesquisadora de iniciação científica. *E-mail*: barbosadasilvatamara@gmail.com

² Processo CAAE: 74184623.5.0000.5514.

audiogravação, posteriormente transcrita, juntamente com as anotações que fiz em meu diário de campo, foram suporte para a produção de narrativas pedagógicas.

Para esta narrativa vou apresentar a narrativa pedagógica da brincadeira Corrida do jornal. Nessa brincadeira, as crianças são organizadas por duplas, de forma que uma dupla vá competir com a outra. Cada dupla tem duas folhas de jornal. São traçadas duas linhas no chão, com uma certa distância entre ambas. Uma delas indica a linha de partida; e a outra, o ponto para retornar e voltar ao início. Ao sinal da partida, a dupla coloca uma das folhas no chão, pisa em cima e coloca a outra em frente da primeira. Ao pisar na segunda folha, pega a primeira que ficou para trás e coloca-a na frente novamente e, assim sucessivamente, até chegar na linha demarcada. Esta brincadeira foi desenvolvida com as crianças no dia 30 de outubro de 2023, no período da tarde.

Inicialmente a intenção era que as tarefas fossem desenvolvidas na quadra da escola, mas como ela é coberta com telha de Brasilit e fazia um calor intenso, então, em diálogo com a professora e as crianças, decidimos que faríamos todas as tarefas em sala de aula, onde havia ventilador, além da possibilidade de a porta ficar aberta, o que tornava o ambiente mais ameno. Nesse dia, como nos demais, a professora afastava as carteiras e colocava um tapete de EVA no chão para que as crianças se sentassem.

Cada vez que a tarefa era desenvolvida, as crianças escolhiam o nome pelo qual gostariam de ser chamadas naquele dia. À medida que elas falavam, eu registrava os nomes no diário de campo, ao lado do nome verdadeiro, o que facilitaria no momento de transcrever a gravação. As crianças tinham fascínio por nomes de personagens de filmes ou desenhos infantis.

Na sequência, apresento minha narrativa pedagógica sobre a brincadeira Corrida do jornal.

As crianças brincando e registrando a brincadeira

— Boa tarde, criançada!!

— Boa tarde, Tamara!!

E assim se iniciou mais um dia com as nossas dinâmicas. Dia 30 de outubro de 2023. Um dia ensolarado e muito quente. A sala estava em grande número e bem agitada, mas isso não dificultou nossa brincadeira, tampouco o desenvolvimento da nossa conversa e dos registros cheios de histórias para contar.

Cecília: *Tamara, você trouxe uma “supesa”?*

Pesquisadora: *Que surpresa você acha que eu trouxe hoje?*

Cecília: *Acho que você trouxe uma brincadeira bem, bem legal* (disse Cecília olhando os jornais que eu tirava de dentro da mochila).

Pesquisadora: *Vou sentar-me aqui hoje, no cantinho, bem pertinho de vocês.*

—Olá, tudo bem?

Princesa: *Tudo bem também!*

As crianças estavam se mostrando muito curiosas pela brincadeira e, quando começaram a ver as folhas de jornal, começaram a dar seus palpites.

Lucca: *Tamara, a gente vai fazer barquinho?*

Neymar: *A gente podia fazer avião.*

Pesquisadora: *Não crianças, hoje vamos brincar de CORRIDA DO JORNAL! Como é mesmo o nome da brincadeira de hoje?*

Crianças: *Corrida do Jornal!*

Pesquisadora: *Alguém já conhece essa brincadeira?*

Neste momento algumas crianças responderam que sim, outras que não.

Pesquisadora: *Qual é o objetivo da brincadeira de hoje?*

Moana: *Tem que correr com o jornal.*

McQueen: *Ganhar a corrida, sendo super-rápido!*

Essa criança, quando falei o nome da brincadeira “corrida”, automaticamente já disse que queria que seu nome fosse McQueen, o personagem de um filme infantil, cujo objetivo é sempre vencer as corridas.

Sentamo-nos com as crianças (a professora e eu) e as dividimos em dois grupos, meninos e meninas. Gosto de trabalhar as brincadeiras em forma de competição, pois percebi que dessa forma elas se empenham mais e, consecutivamente, encontram mais formas de alcançar seus objetivos (como veremos adiante). Essa questão foi discutida com a professora da turma e ela disse ser tranquilo, visto que ela desenvolve muitos jogos e brincadeiras e que sempre conversa com as crianças sobre perder/ganhar num jogo e que, quando alguma criança se aborrece, ela conversa com a turma toda.

Após explicarmos às crianças como a corrida funcionava e que o objetivo era que quem chegasse primeiro na linha final ganhava, colocamos duas folhas de jornal na horizontal no chão, uma atrás da outra. Pedimos que elas ficassem em pé, uma ao lado da outra, na folha da frente, e que elas pegassem a folha de trás sempre que precisassem ir para frente, para que pudessem chegar na linha final.

Fiz com a professora uma pequena demonstração e, ao que me pareceu, a sala toda havia entendido.

Como havia muitas crianças e o tempo era curto, não realizamos a brincadeira com todas elas, mas com o auxílio da professora, escolhemos aquelas que sabíamos que seriam parceiras e que teriam grandes ideias no trabalho em dupla.

Nossa primeira largada foi com as princesas Diana e Moana *versus* Wolverine e Thor. Neste primeiro momento, após o apito, as meninas pegaram as folhas cuidadosamente e colocaram-na no chão e mudaram de lugar. Princesa Diana estava meio confusa, pois a Moana queria fazer todos os passos sozinha, enquanto Princesa Diana só passava de um jornal para o outro.

No time dos meninos, na primeira rodada não foi muito diferente. Percebi que eles esperaram as meninas começarem, para

que, através delas, pudessem ver a melhor forma de atravessar a sala, o que resultou em uma rodada mais devagar que as demais.

Como resultado dessa primeira rodada, o time dos meninos ganhou, porém com pouca vantagem sobre as meninas, que estavam mais atentas em não rasgar a folha de jornal³.

Na segunda rodada, tivemos duas duplas mais dinâmicas e competitivas: de um lado Ladybug e Cinderela e, do outro, Marcos e Cebolinha. Essas duplas estavam confiantes, e elas mesmas já arrumaram seus jornais e, da maneira delas, combinaram suas estratégias. Nesta rodada foi necessário utilizar a folha de jornal cinco vezes.

Começou a competição e, enquanto Marcos e Cebolinha colocavam as folhas de jornal uma ao lado da outra, Ladybug colocou as folhas mais longe uma da outra, e se apoiando em sua parceira, Cinderela, ambas iam cada vez mais longe na corrida, utilizando, então, apenas quatro vezes a folha de jornal. Logo observamos que Ladybug percebeu que, quanto mais longe ela colocava a folha, mais ela diminuía seu caminho até a chegada. Fim da primeira rodada, e tivemos a dupla Ladybug e Cinderela campeãs!

Na terceira rodada, disputada pelas duplas X-Men e Jake contra Elsa e Anna, as crianças estavam mais eufóricas, pois já estavam com muitas ideias, muitas formas de ganhar a corrida. Colocamos as folhas de jornal da mesma forma como nas largadas anteriores.

Pesquisadora: Estão todos prontos? Essa será a nossa última Rodada.

Quem será que vai ganhar? Time A ou time B?

Crianças: Meu time!

— O nosso é melhor!

³ Após a brincadeira, professora e eu conversamos sobre o uso do jornal, pois constatamos que a folha rasga facilmente. A professora sugeriu que uma alternativa seria utilizar tapetes emborrachados e iguais, pois eles não rasgam, além de não deixar as crianças escorregarem.

Gatinha Marrie: *Meu time é mais legal, tem mais verde* (se referindo ao espaço no tapete).

Pesquisadora: *Bora lá então? Um, dois, três e... Já!*

A rodada começou, as meninas tentaram sair mais rápido. Quando foram passar de uma folha para a outra, Anna acabou confusa, deixou um dos pés no outro jornal e Elsa, ao puxar a folha, acabou rasgando-a. As meninas deram uma pequena pausa, para tentar se organizar. Neste momento, os meninos, como viram que elas estavam “enroladas” com o desencadear da corrida, mais do que depressa começaram a sair do espaço deles, porém X-Men teve uma grande ideia! Ao invés de usar a folha da forma que todos os outros participantes estavam usando, ele pegou a folha de trás e a colocou na vertical. Ele olhou para nós (pesquisadora e professora) e, como nós sorrimos, ele continuou sua estratégia, chegando ao final da corrida, utilizando a folha de jornal somente três vezes.

Nesta parte, temos dois questionamentos a serem observados. Primeiro, será que as instruções da corrida teriam sido bem explicadas às crianças, pois percebemos que algumas ficaram meio perdidas, enquanto outras conseguiram finalizar a brincadeira. E, em se tratando da dupla X-Men e Jake, será que eles entenderam que o objetivo era chegar o mais rápido, independente da forma como foi abordada a corrida? Pois eles tiveram uma ideia e isso os levou a ganhar, utilizando menos vezes a folha e de forma mais rápida. Portanto, cabe a nós identificarmos novos métodos de abordagem, pois as crianças estão cada vez mais reflexivas, principalmente em meios onde há uma competição. Nesses momentos, diante de um problema, as crianças buscam por estratégias para resolvê-lo. Igualmente é possível pensar que, quando as primeiras duplas foram fazer a corrida, as outras crianças ficaram sentadas e devem ter observado o que os colegas faziam e já foram pensando em estratégias para resolver a situação proposta e vencer a brincadeira.

Após a brincadeira finalizada, fizemos a nossa roda de conversa, para que pudéssemos falar sobre a brincadeira do dia.

Pesquisadora: *Como era mesmo o nome da nossa brincadeira? Alguém se lembra?*

Crianças: *Corrida do Jornal!*

Pesquisadora: *E qual era o objetivo da nossa brincadeira?*

Hulk: *Ganhar, né, prô?!*

Neste momento todos riram.

Pesquisadora: *Certo, e para ganharmos, o que deveríamos fazer?*

Magali: *Eu prô, eu!*

Pesquisadora: *Pode falar Magali.*

Magali: *Tinha que pisar no jornal, depois pisar no outro jornal, pra chegar lááá no final.*

Pesquisadora: *Isso mesmo! O que mais?*

Florzinha: *Não era para sair do jornal, senão. a gente caía na lava quente no chão!*

Neste momento, podemos identificar como a imaginação das crianças as ajuda a chegar cada vez mais perto de seus objetivos. Mas como assim? Irei explicar. Sabemos que a lava é quente, queima, machuca e, ao se imaginar em um local cheio de lava, a criança entende que o único lugar onde ela teria proteção seria no jornal, e inconscientemente, a criança delimita seu espaço, e isso faz com que ela entenda quais os limites dela dentro daquele ambiente. Em momento algum, tínhamos feito qualquer referência à lava. Provavelmente, Florzinha leu ou assistiu a algum filme ou desenho em que havia lavas. Para Vigotski (2018, p. 22), a imaginação é “uma função vital necessária. A primeira forma de relação entre imaginação e realidade consiste em que toda obra da imaginação se constrói sempre de elementos tomados da realidade e presentes na experiência anterior da pessoa”. Para o autor, a atividade criadora da imaginação depende da experiência e, quanto mais ricas forem as experiências, mais material estará disponível para a imaginação. Assim, a fala de Florzinha nos surpreendeu. E o nosso diálogo continuou...

Pepê: *Tinha que pular...*

Juju: *Era pra ver quem ganhava.*

Gabigol: *Tinha que chegar na linha.*

Minie: *Estava fazendo na lousa o número de quem ganhava.*

Pesquisadora: *Quem mais quer falar? Podem levantar as mãozinhas!*

Tutu: *É para pisar no jornal, e não é para pisar no chão!*

Neste momento, a sala fez silêncio para que o amigo pudesse dar as suas considerações. Tutu é uma criança TEA verbal, porém socializa poucas vezes. O que percebo é que nesses momentos de interação em grupo ele consegue expressar muito bem o que sente e, muitas vezes, gosta de nos dar seu *feedback* das brincadeiras, seja com suas palavras ou com gestos como abraços e carinho no nosso rosto. Permito-me experienciar esses momentos, pois acredito que esse laço que criamos com as crianças tendem a deixá-las mais seguras e confiantes de que esse tempo que temos em roda. Até mesmo durante as dinâmicas há um momento de descontração, inclusive para mostrar a elas mesmas que suas opiniões e considerações são importantíssimas para várias pessoas, e que, sim, elas são vistas não somente porque estão na escola, mas porque são seres que nos ajudam a entender melhor nosso meio da Educação Infantil.

Luluzinha: *Tinha que prestar atenção no nosso jornal para não rasgar e para o outro time não ganhar.*

Leão: *Tinha que colocar o jornal na frente do outro, aí o amigo pisava no jornal, e a gente pisava junto. Depois ele colocava de novo o jornal na frente, até a gente chegar no final e gritar “GANHEI”!*

Ninja: *Se eu tivesse lá, eu ia pular beeem no final, aí eu ia ganhar, hahahaha.*

Percebemos que as crianças entenderam de formas diferentes a questão de quanto mais longe estavam da linha de chegada, mais teriam que se esforçar para chegar o mais rápido e ganhar. Elas estavam estabelecendo relações entre grandezas.

Pesquisadora: *Vou fazer uma pergunta. Vocês acham que se a folha de jornal fosse maior, vocês chegariam mais rápido?*

Crianças: *Sim!*

Pesquisadora: *Mas por que sim?*

Pica Pau: *Porque a folha ia ficar maior no chão, e a gente ia ter que andar pouco.*

Mulan: *Eu ia pegar menos vezes o jornal.*

Professora: *E se o jornal fosse pequenininho, desse tamanho (mostrando com as mãos um tamanho de uma régua de 30 cm)?*

Gabigol: *Não ia caber nem meu pé! Hahahaha.*

Ninja: *A gente ia ter que dormir aqui (na escola) até amanhã, porque só ia chegar amanhã.*

Pesquisadora: *O que vocês acham que poderíamos ter feito para ganhar mais rápido a corrida, X-Men?*

Todos riram nesse momento. A pergunta foi com o intuito de mostrar para as crianças que quanto maior a distância, maior deveria ser a folha para chegarem mais rápido. E quanto menor a folha, maior o tempo para chegar até a linha final. Essa reflexão foi bem interessante, pois as crianças começaram a comparar o tamanho da folha de jornal com o tamanho de seus pés, da mesa, da régua, do tapete, e ali eles passaram a entender que quanto maior o tamanho da folha de jornal, maior seria o espaço coberto.

Pesquisadora: *E agora, o que vamos fazer?*

Crianças: *Desenhar!*

Ladybug: *Não é assim que Tamara fala, ela fala registrar.*

Ladybug é uma aluna muito interessada nas dinâmicas e nas brincadeiras. Ela já está alfabetizada e faz cálculos com dezenas e unidades sozinha. O interessante é que ela guarda muitas das informações das dinâmicas e, sempre que acha pertinente, traz isso para a sala de aula.

Realizamos os registros. Apresento as experiências e as percepções de algumas crianças representadas em seus desenhos.

Figura 1 – Desenho de Ladybug



Ladybug representou ela e Cinderela em destaque em relação aos meninos; as folhas do jornal estão espaçadas. Os braços das crianças mostram o movimento de caminhar pelas folhas do jornal.

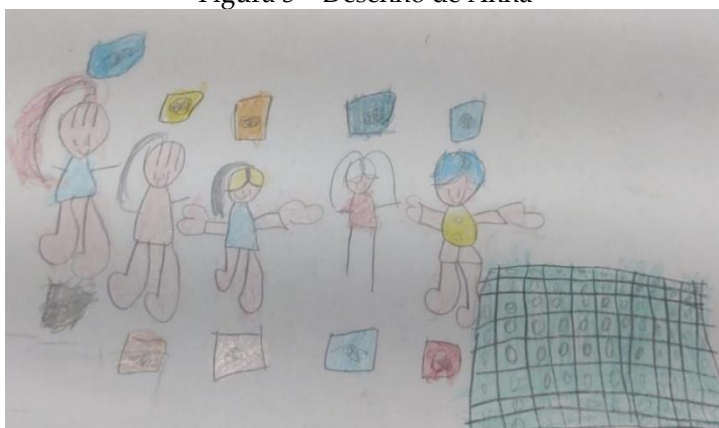
Figura 2 – Desenho de Elza



No primeiro plano do desenho, Elza representou a lousa (que deveria estar na parede, mas ela a desenhou na horizontal) e, ao seu lado, a mesa e a cadeira da professora. Na figura reproduzida não

aparece, mas no desenho original estão registradas as iniciais das crianças que venceram a brincadeira. Os retângulos coloridos são as folhas de jornal. No retângulo em azul, Elza representou a professora no momento que ela explicava sobre a brincadeira. Observe que ela está com a mão direita direcionada para o jornal, tal como ela fez na hora de explicar. Ao fundo estão as crianças sentadas e duas duplas na frente de duas folhas de jornal.

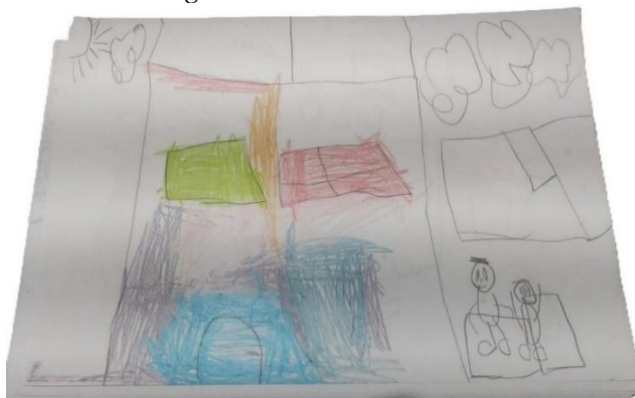
Figura 3 – Desenho de Anna



Destacamos esse desenho pelo fato de Anna representar o tapete de EVA no canto direito inferior e o tapete da sala é exatamente parecido com esse: quadriculado. Além do tapete, Anna representou as folhas de jornal e as crianças brincando.

O desenho de X-Men mostra a estratégia que ele e seu parceiro criaram, invertendo a posição do jornal. Mesmo a brincadeira tendo sido realizada na sala de aula, a criança representou o sol e as nuvens no seu desenho.

Figura 4 – Desenho de X-Men



As tarefas desenvolvidas durante a pesquisa pressupunham o registro final das crianças por meio do desenho. Nossa intenção era analisar o que a criança representa da brincadeira que acabou de vivenciar. No desenho, ela representa não apenas o que vivenciou, mas sempre há outros elementos. Como afirma Vigotski (2018, p. 107), “Um marco essencial dessa idade é que a criança desenha de memória e não de observação. [...] Ela desenha o que sabe sobre a coisa; o que lhe parece mais essencial na coisa, e não o que vê ou o que imagina sobre a coisa”, como no desenho de X-Men. A criança também não tem a noção de perspectiva, como foi o desenho de Elza ao representar a lousa, que está na parede da sala e ela a representa como se estivesse no plano do chão. Há, também, a emoção e o sentimento nos desenhos infantis. Elas desenhavam os amigos mais próximos, a professora, ou até mesmo dá destaques em partes do desenho, como fez Ladybug, ao representar ela e a amiga Cinderela em tamanho maior que as demais crianças, pois, afinal, elas haviam ganhado a disputa.

Reflexões sobre a experiência vivida

As crianças gostam de se envolver nas brincadeiras, são competitivas. Elas próprias foram criando estratégias para chegar primeiro e vencer a brincadeira, a qual se configura como um

potencial para desenvolver diferentes ideias e, inclusive, o pensamento matemático. Nessa brincadeira, por exemplo, o conceito de medida se fez presente, pois elas tinham que estimar o tamanho do passo para colocar o jornal. Elas também elaboraram boas estratégias: enquanto a dupla de meninos resolveu inverter a posição do jornal, a das meninas aumentou a distância entre os jornais, de modo que, ao ter mais jornal para caminhar ou aumentar o tamanho do passo, chegaria mais rápido à linha final. Isso nos dá pistas de quanto as crianças são resolvedoras de problemas, basta sentirem-se desafiadas a resolvê-los.

A brincadeira atingiu o objetivo esperado – pensamento proporcional –, pois as crianças conseguiram estabelecer relações inversas entre o tamanho do passo e a quantidade de passos necessária para percorrer uma distância. Elas foram capazes de analisar as situações propostas e identificar as relações entre as grandezas.

Também o registro por meio do desenho, uma prática comum na Educação Infantil, desvelou modo como a criança representa suas percepções sobre a experiência vivida. O incentivo ao desenho contribui não apenas para a própria evolução do desenho, mas também para o desenvolvimento infantil. Cultivar a criação e a imaginação, segundo Vigotski (2018, p. 122), é fundamental na Educação Infantil. “Todo o futuro é alcançado pelo homem com a ajuda da imaginação criadora. [...] o desenvolvimento e o exercício de sua imaginação são uma das principais forças no processo desse objetivo”. E esse seria o papel primordial de uma escolarização pautada no desenvolvimento da criança em toda a sua potencialidade. A criança precisa vivenciar ricas experiências na escola.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) organizou a Educação Infantil em campos de experiência, assim definidos: “Os campos de experiências constituem um arranjo curricular que acolhe as situações e as experiências concretas da vida cotidiana das crianças e seus saberes, entrelaçando-os aos conhecimentos que fazem parte do patrimônio cultural” (Brasil, 2017, p. 38).

A tarefa proposta, como brincadeira, possibilitou experiência de escuta, fala, pensamento e imaginação. As crianças puderam escutar a pesquisadora, a professora e os colegas. Tiveram oportunidade de falar sobre a brincadeira e registrar suas percepções e, com isso, a imaginação também foi desenvolvida de forma criativa. Afinal, como bem orienta a BNCC,

Na Educação Infantil, é importante promover experiências nas quais as crianças possam falar e ouvir, potencializando sua participação na cultura oral, pois é na escuta de histórias, na participação em conversas, nas descrições, nas narrativas elaboradas individualmente ou em grupo e nas implicações com as múltiplas linguagens que a criança se constitui ativamente como sujeito singular e pertencente a um grupo social. (Brasil, 2017, p. 40)

Outros campos de experiência também foram oportunizados. De modo lúdico, elas puderam interagir entre elas, entre ela e a professora e pesquisadora; comunicar suas ideias; movimentar o corpo; usar o espaço; estabelecer relações entre medidas e grandezas; resolver problemas; representar suas experiências por meio de desenhos, dentre outras experiências.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* – Educação é a Base. Brasília, DF, 2017.

VIGOTSKI, L. S. *Imaginação e criação na infância*. Tradução Zoia Prestes e Elizabeth Tunes. São Paulo: Expressão Popular, 2018.

Brincadeira da pipoca – introduzindo ideias de proporcionalidade

Bianca Maria Cogni Blanco¹

Introdução

Esta narrativa relata a aplicação da tarefa “Pipoca”, criada pelo Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat)², com o objetivo de explorar ideias relacionadas à proporcionalidade, tema que estava em estudo quando ingressei no grupo, em 2021. A partir desses estudos, elaboramos coletivamente propostas que abordavam o tema desde a Educação Infantil até o Ensino Fundamental II.

Embora a proporcionalidade não esteja prevista no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nosso foco foi desenvolver o pensamento matemático em sua forma mais ampla, especialmente por meio de situações de comparação entre grandezas e da investigação da existência (ou não) de relações proporcionais entre elas.

Sou pedagoga formada pela USF em 2014 e atuo no 1.º ano do Ensino Fundamental desde então. Essa foi a terceira tarefa que desenvolvi com o grupo, mas a primeira realizada com a minha própria turma. As anteriores foram aplicadas em uma classe multisseriada em que eu atuava no reforço, no contraturno. Optei por essa proposta justamente porque o brincar está presente no nosso cotidiano escolar e acredito que ele deve continuar sendo uma prática

¹ Secretaria Municipal de Itatiba. *E-mail*: biancamcogni@gmail.com

² Trata-se de um grupo institucional que reúne professores da educação básica, sob a coordenação da Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato (Universidade São Francisco [USF], Itatiba, SP).

significativa também no Ensino Fundamental, proporcionando experiências concretas e prazerosas de aprendizagem.

Ao planejar essa atividade, tive a intenção de envolver todos os meus alunos, respeitando suas singularidades e garantindo que cada um pudesse ser protagonista em seu processo de aprendizagem. Acreditando na potência da ludicidade como caminho para a inclusão, busquei promover uma vivência em que todos tivessem a oportunidade de participar, explorar, construir significados e desenvolver seu raciocínio matemático de forma ativa.

A tarefa foi aplicada em junho de 2023, em uma sala de aula do 1.º ano de uma escola pública localizada na periferia do interior de São Paulo. A turma contava com 17 alunos matriculados, incluindo 1 aluno com síndrome de Down, 2 com Transtorno do Espectro Autista (TEA), 1 aluna com deficiência intelectual, 1 aluno com transtorno de hiperatividade e 1 aluna em tratamento oncológico, que realizava atividades domiciliares.

No dia da aplicação, contei com a presença de duas professoras participantes do Grucomat, além da professora auxiliar Michele, que acompanhava o aluno com síndrome de Down. Combinamos previamente o modo como se daria a condução da tarefa: eu apresentaria a proposta e elas fariam os registros em áudio e por escrito. Decidimos também a maneira como organizaríamos as observações. Nosso principal objetivo era identificar e valorizar as falas, os gestos e os raciocínios das crianças, buscando nelas indícios de pensamento proporcional, ainda que expressos de maneira intuitiva ou informal, como parte do desenvolvimento natural do pensamento matemático.

Organização

Iniciei a aula, construí a rotina com os alunos, expliquei que iríamos fazer uma tarefa de matemática e que haveria outras professoras na sala para observar o modo como eles participavam. Elas se apresentaram para a turma, estávamos em 4 adultos e 13 crianças na sala – nesse dia 4 alunos haviam faltado.

Com os alunos organizados em roda de conversa, contei que realizaríamos uma brincadeira chamada Pipoca. Questionei se alguém já tinha brincado daquilo e muitos alunos lembraram da música “Pula, pula pipoquinha”. Eu disse que era diferente, que nessa brincadeira cada aluno teria uma pipoca feita com uma folha de papel. Também disse que precisaríamos dividir a sala em dois grupos – nesse momento os alunos começaram a dizer com quem gostariam de ficar no grupo.

Professora: *Como podemos dividir a nossa turma em duas equipes?*

Aluno M: *Equipe de menina e equipe de menino.*

Professora: *Dá certo dividir meninas e meninos.*

Alunos: *Sim...Não...*

Professora: *Se dividirmos assim quantos meninos vão estar na equipe?*

Alunos [olharam a lousa, onde registramos a quantidade de alunos do dia e responderam]: 8.

Professora: *E na equipe das meninas?*

Alunos: 5.

Professora: *Está certo competir 5 meninas contra 8 meninos?*

Alunos: *Não, porque tem que ficar igual! Tem que colocar um pouco de menino no outro time.*

Professora: *Isso precisa ser igual, 5 e 8 são iguais?*

Alunos: *Não.*

Professora: *E o que acontece se eu não deixo o time com a quantidade igual?*

Alunos: *Quem tem mais gente ganha.*

Professora: *Então vamos ter que separar a turma de outra forma.*

[Aluno J começou a dividir os alunos que ele queria na sua equipe, 4 amigos].

Professora: *E o restante dos alunos?*

Aluno E: *Vamos dividir dois e dois* [montou sua dupla preferida e falou que depois ia chamando o restante].

Aluno J: *Podemos fazer quatro times* [ele ficaria com quem gosta e o restante se dividiria em outros grupos].

Professora: *O que eu faço com essas duplas? Como vocês dividem na educação física quando vão formar times?*

Aluno E: *O professor que escolhe e tem gente que não quer participar.*

Professora: Ainda não sabemos quantas crianças vão ter em cada equipe, estamos em 13 alunos, vamos decidir a quantidade sem pensar em quem vai estar em cada grupo.

Aluno M: Professora, vai sobrar uma criança que não vai ter grupo!

Professora: Por que vai sobrar uma pessoa?

Moises: Vai sobrar, precisava de mais uma pessoa!

Professora: Vocês contaram, hoje temos 13 alunos. 13 é um número par ou ímpar?

Alunos: Ímpar!

Quando questionei os alunos sobre o modo como dividir a turma, partia da ideia de que dividir significava necessariamente formar dois grupos com a mesma quantidade de crianças. Acabei, sem perceber, induzindo meus alunos a pensarem da mesma forma; e desconsidere outras soluções que eles tinham dado, como a sugestão de incluir um adulto ou formar mais de dois grupos. Essa discussão foi retomada posteriormente no Grucomat, evidenciando a importância de estarmos atentos às diversas possibilidades que as crianças trazem; e o fato de que, quando propomos atividades diferentes das que aprendemos no ensino tradicional, às vezes não temos repertório para aproveitar os pensamentos adequados que os alunos trazem.

Ainda que meu planejamento estivesse pautado na inclusão de todos os alunos, na prática, nem todos se engajaram na atividade como eu esperava. Meu aluno com síndrome de Down, por exemplo, não demonstrou interesse em participar da brincadeira naquele momento, e, por isso, acabamos formando dois grupos de seis crianças. Essa situação me levou a refletir sobre o fato de que, mesmo quando propomos uma atividade lúdica, uma brincadeira, fora de sala, que envolve físico e social, isso não garante que conseguiremos atingir a todos da mesma forma. Cada aluno carrega suas próprias vivências, interesses e condições do dia, e isso também precisa ser acolhido no planejamento e na leitura pedagógica do que se realiza em sala. Assim, o fato de uma tarefa atingir de maneira diversa cada um dos alunos, não é culpa do

professor – trata-se de situações que devem ser levadas em conta e exploradas diversas vezes.

Professora: *Como eu divido 12 em duas turmas?*

Aluno J: *Oito?*

Professora: *E quanto é $8+8$?*

Aluno E: *16.*

Professora: *Eu quero doze.*

Aluno J: *Seis.*

Professora: *Quanto é $6+6$?*

Alunos: *12.*

Professora: *Então cada equipe precisa ter seis crianças. Todos concordam?*

Alunos: *Sim!*

O conceito de ímpar e par não era algo que eu tinha trabalhado de forma sistematizada com os alunos. Trazia esse vocabulário em momentos de divisão da turma, quando íamos nos sentar de forma agrupada, em duplas, trios e grupos. Durante essa conversa pude perceber que muitos já haviam entendido as regras e se apropriado delas. Percebi também o modo como a matemática, quando faz parte de situações diárias, e o uso do vocabulário adequado com os alunos são capazes de trazer aprendizados significativos.

Após decidirmos a maneira como se daria a divisão das equipes, questionei os alunos sobre a confecção da pipoca, afinal precisávamos dela para jogar.

Professora: *Como é o melhor jeito de fazer uma pipoca no papel?*

Alunos: *Podemos desenhar, recortar, colar em um palito.*

Quando expliquei que a pipoca teria que ser jogada de um time para o outro, retomei o questionamento:

Professora: *Como é o melhor jeito de transformar um papel em uma pipoca que eu consiga segurar e jogar?*

Alunos: *Amassar o papel!*

Professora: Vocês queriam fazer uma pipoca do tamanho real, é melhor ela ser pequena ou grande para conseguir jogar?

Alunos: Grandeeee!!!

Aluna E: A pequena não dá pra jogar direito, tem que ser maior pra ela ir mais longe; se amassar mais de uma folha de papel a pipoca fica mais pesada e mais fácil de jogar longe.

Professora: Mas aí a gente gasta muito papel. Vou entregar uma folha para cada um e vocês vão amassar para fazer pipoca.

Essa fala chamou minha atenção para indícios da proporcionalidade, quando a aluna relaciona a quantidade de folhas à massa que ficaria maior e, assim, mais fácil de jogar – em conversa com os integrantes do Grucomat notamos que, ao amassarem papel para criar uma “pipoca”, as crianças começam a explorar conceitos matemáticos de forma intuitiva. Isso acontece quando a aluna comenta que, ao amassar mais de uma folha de papel, a bolinha fica mais pesada e, por isso, é mais fácil lançá-la longe. Essa observação mostra indícios de pensamento proporcional, pois a aluna está estabelecendo uma relação direta entre a quantidade de papel, a massa do objeto e a distância alcançada quando ele é lançado.

Mesmo que essa relação não esteja expressa de maneira formal, ela está presente em seu raciocínio, o que é um claro indício do desenvolvimento do pensamento proporcional. Em termos matemáticos, seu pensamento poderia ser expresso como uma proporção: quanto maior a quantidade de papel, maior a massa, e quanto maior a massa, maior a distância do lançamento. Esse raciocínio intuitivo que a aluna usa ao falar sobre o peso e o lançamento é uma forma inicial de pensamento proporcional, embora ela esteja vivenciando isso por meio do jogo e não com números ou equações.

O que torna essa situação interessante é que a proporcionalidade aparece de forma natural em um contexto lúdico, por meio da manipulação de objetos. As crianças estão explorando, de forma espontânea, o modo como duas grandezas

(quantidade de papel e massa) se relacionam entre si e como afetam o resultado final – a distância que a bolinha pode alcançar. Nesse processo, as crianças também podem estar percebendo outros fatores, como a resistência do ar, mesmo que não expressem isso claramente. É possível que percebam que uma bolinha mais pesada é menos afetada pela resistência do ar, o que permite que seja lançada mais longe, acrescentando outro elemento físico à equação que os alunos começam a compreender de forma implícita.

Como alguns alunos apresentavam dificuldades motoras, tiveram dificuldade em usar a força da mão para amassar o papel de forma que ficasse uma bolinha, e tive que intervir. Em nenhum momento imaginei que nessa atividade de “amassar o papel” seria necessária a intervenção do professor para mostrar o movimento da mão e a quantidade de força que precisava ser colocada para amassar o papel e orientar que usassem as duas mãos etc. Porém, a tarefa evidenciou e reforçou que atividades para o desenvolvimento do pensamento matemático amplo que envolvem o brincar e a manipulação de objetos sempre trarão o desenvolvimento e o aprendizado de uma variedade de habilidades humanas.

A problemática seguinte que apresentei às crianças foi o tempo que a brincadeira teria. Expliquei que eles teriam que jogar dentro do tempo e que ganharia a equipe que tivesse menos pipocas, ou seja, a criança joga para o outro time ficar com mais pipocas e o dela com menos, se a pipoca cair no chão ela a recolhe e joga novamente – o jogo só termina quando o tempo acabar.

Professora: Quanto tempo vocês acham que é bom pra jogarmos esse jogo?

Aluno J: 6 horas.

Professora: Mas 6 horas é mais do que o tempo que ficamos na escola.

Alunos: 6 horas é muito. [Alguém disse 1 minuto].

Professora: 1 minuto é bom?

Aluno J: Não. É pouco, não dá tempo de fazer nada. [Alguém disse 1 hora]

Professora: 1 hora é muito tempo, precisamos definir minutos para dar tempo de vocês brincarem e depois irem para o intervalo.

Alunos [gritam]: *1 minuto, 3, 4...*

Professora: *Vamos votar, quem acha que 2 minutos é bom? E 3?*

Alguns queriam quatro. Combinamos de jogar com os 3 minutos votados pela maioria. Nesse momento refletimos sobre a noção de medida de tempo dos alunos e pude avaliar o modo como pensavam sobre isso – também ficaram claras a construção do número e a comparação de valores.

Professora: *vamos jogar com 3. Se vocês acharem que três foi muito tempo diminuimos para... [os alunos completavam: 2] e se acharem que foi pouco aumentamos para ...4.*

Depois de confeccionarmos as pipocas, dividirmos as turmas e decidirmos sobre o tempo da brincadeira, fomos para o pátio aberto da escola.

O jogo da pipoca: como tudo aconteceu

O pátio aberto da escola é o local de passagem da escola para a quadra e tem aproximadamente 5 m x 30 m. Nele havia uma árvore e algumas barracas da festa junina que aconteceria na semana seguinte – sendo assim, delimitamos um espaço no chão com fita, posicionamos os alunos, ligamos o cronômetro e iniciamos o jogo. A Figura 1 e a Figura 2 mostram o início da brincadeira.

Figura 1 – Alunos organizados para brincadeira Figura 2 – A brincadeira começou



Fonte: acervo da autora

Os alunos deram o seu melhor, não paravam um segundo, pegavam as pipocas e jogavam para o time adversário. Para as professoras, três minutos pareciam não ter fim, já os alunos, quando avisamos que o tempo tinha acabado, reclamaram que tinha sido muito rápido.

Durante a brincadeira tivemos algumas surpresas. Um dos alunos veio até mim, dizendo que estava confuso, que não estava entendendo nada. Para ele, ou se pegava a pipoca ou se jogava – essa lógica de ficar jogando continuamente de um lado para o outro não fazia sentido. Esse aluno apresenta uma dificuldade de concentração significativa, e percebi que a explicação das regras na roda não tinha sido suficiente para ele. Os questionamentos feitos durante a construção coletiva das regras também o deixaram disperso. Essa situação reforça o modo como atividades com intenção pedagógica precisam ser vivenciadas mais de uma vez, permitindo que todos, dentro de seus próprios tempos e limites, possam aproveitar plenamente cada etapa importante para a construção de conhecimento.

Outra aluna, que apresenta muitas quedas e, por isso, desenvolveu medo de cair – o que a leva a não participar das aulas de Educação Física –, também optou por não participar. Assim que começamos, ela se sentou. Acreditei que, por eu estar próxima dela

e mediando a atividade, ela poderia se sentir mais segura, mas isso não aconteceu.

Meu aluno com síndrome de Down, apesar de ter como duas de suas melhores habilidades a mira e o arremesso, também não demonstrou interesse em participar da brincadeira. Preferiu assistir de longe, observando com alegria os colegas jogarem e acompanhando o movimento das pipocas com o olhar.

Por outro lado, um aluno autista adorou a proposta, mas, para ele, a brincadeira foi interpretada como uma espécie de “queimada”, e seu objetivo passou a ser acertar os colegas com as pipocas. Isso gerou algumas reclamações e exigiu intervenção para retomar o foco e explicar novamente o objetivo do jogo.

Essas experiências mostraram, com muita clareza, que nenhuma atividade atinge todos os alunos da mesma forma. Mesmo uma proposta lúdica e cuidadosamente planejada não garante o engajamento de todos. Ainda assim, isso não significa que não houve aprendizagem. Cada criança vivenciou a atividade à sua maneira: seja participando ativamente, seja observando, questionando, refletindo ou se apropriando do conteúdo por meio da escuta, o que mostrarei adiante.

Brincar por brincar não garante o aprendizado, mas, quando o brincar é explorado com intencionalidade e mediação e quando os alunos têm espaço para falar, ouvir, argumentar e representar o que viveram, conseguimos que o conhecimento chegue a todos pela vivência direta, pela construção coletiva ou pela escuta atenta. É nesse encontro entre experiência, fala e reflexão que o aprendizado se fortalece e se torna significativo.

Após brincarmos, pedi que os alunos se juntassem para contarmos as pipocas. Contamos e questionei se eles se lembravam de quem ganhava, e automaticamente eles disseram ser quem tinha mais, mas logo lembraram do que tinha sido dito e corrigiram a fala. Contamos e comparamos o valor. A Figura 3 e a Figura 4 mostram o momento da contagem das pipocas. Em seguida a elas, insiro um diálogo que aconteceu após o término da brincadeira.

Figura 3 – Contando as pipocas



Figura 4 – Contagem das pipocas



Fonte: acervo da autora

Professora: *Vocês acharam que o tempo do jogo foi muito ou pouco?*

Alunos: *Poucoooooo!!*

Professora: *Vocês acharam pouco? Vocês já estavam querendo beber água, dizendo que estavam cansados!*

Aluno E: *É que a gente foi pra lá e pra cá, correu muito, porque foi pouco tempo. [dando a entender que não paravam pois o tempo era curto].*

Aluno H: *Eu fiquei confuso.*

Professora: *O que te deixou confuso?*

Aluno H: *Eu não entendi por que eu jogava a bola e ela voltava. Não dava, ou eu jogava ou eu pegava, isso me deixou confuso [disse com tom de desmotivação].*

Professora: *É que foi a 1.^a vez, depois você vai entender e não vai ficar mais confuso.*

Aluno M: *Eu não gostei que alguns alunos jogaram a pipoca em mim, de propósito.*

Professoras: *Isso é algo que não pode acontecer, a pipoca é pra jogar no campo do outro time, não no amigo.*

Professora: *Algum time foi melhor que o outro?*

[Alunos pensativos. Após alguns segundos responderam que não, o resultado tinha sido igual, os dois times ficaram com 6 pipocas]

Aluno J: *Então bora jogar de novo.*

Professora: *Vamos subir, conversar, fazer o intervalo, se precisar fazer alguma alteração, depois voltamos e jogamos novamente para desempatar.*

Em sala conversamos sobre a brincadeira – se tinha sido fácil ou difícil – e pedimos para que os alunos a registrassem por meio do desenho. A turma estava em processo de alfabetização, alguns já conseguiam se expressar por palavras, enquanto outros não, e o desenho é a forma como todas as crianças começam a se comunicar quando iniciam seus primeiros traços – o desenho passa a ter papel de fala e comunicação para elas.

Professora: O que precisamos colocar no desenho para que o outro saiba como é a brincadeira da pipoca?

Alunos: Time, pipoca, crianças...

Entreguei a folha, eles começaram os registros e eu e as demais professoras fomos passando e intervindo, questionando: o que você está desenhando? Quantas pessoas você vai colocar no seu desenho? Onde estávamos no momento da brincadeira?

Paramos o registro, fomos para o intervalo, voltamos, terminamos o registro e contei para os alunos que para desempatar iríamos jogar novamente, mas agora com 2 pipocas cada um, e aumentaríamos o tempo em 1 minuto, como solicitado por eles. Fizemos novamente a pipoca. Alguns alunos não participaram da brincadeira novamente, mas eles começavam a jogar, então suas pipocas estavam ali, totalizando 24 pipocas.

Jogamos, reunimos e contamos as pipocas ao final de 4 minutos. Na contagem dos pontos um grupo ficou com 12 e o outro com 11 pipocas – 1 pipoca se perdeu (um aluno de outra sala passou e pegou-a do chão).

Depois de jogar com duas pipocas em cada time, tirando os alunos que não participaram do primeiro jogo por vontade própria e aumentando o tempo de jogo, voltamos para sala e fomos conversar sobre a brincadeira.

Professora: Cada time tinha 5 alunos, cada aluno tinha duas pipocas, quantas pipocas tinham em cada time?

Alunos: 10.

Professora: *Se cada time tinha 10 pipocas, ao todo tinham quantas pipocas, quanto é 10 mais 10?*

Alunos: 20.

Professora: *E aí foi mais difícil ou mais fácil com duas pipocas?*

[A maioria dos alunos respondeu difícil, alguns disseram ter sido mais fácil]

Professora: *O que foi difícil?*

Aluno J: *O tempo foi maior.*

Professora: *É verdade, aumentamos 1 minuto, nessa vez o jogo durou 4 minutos. Que estratégias vocês usaram para conseguir jogar as pipocas para o outro time?*

Aluno M: *Eu pegava todas que via no chão, e depois jogava de uma só vez.*

Aluno E: *Eu também fiz isso, pegava 3 e jogava.*

Professora: *E vocês conseguiram jogar várias pipocas ao mesmo tempo?*

Alunos: *Siiim!!*

Professora: *E a força que eu faço com o meu braço é igual quando eu jogo 1 pipoca de quando eu jogo várias?*

Alunos: *Não, quando jogo mais tem que ser mais forte.*

Professora: *O que muda quando jogo uma e quando jogo 3 pipocas por exemplo?*

Aluno M: *Quando joguei mais de uma, uma bola foi reta e as outras bateram e foram para fora.*

Professora: *A direção das pipocas então muda conforme a força que eu faço para jogar e pela quantidade de pipocas que tenho na mão. Então quando jogo uma pipoca só ela pode ir mais longe, porque eu concentro minha força, se jogo várias não tenho tanto controle na sua direção.*

Professora: *Quantas pipocas vocês conseguiram segurar na mão?*

Alunos: *3, 4, 5, 6, 10, 11, 12.*

Os alunos começaram a competir e ganhar vantagens na quantidade de bolinhas, achei interessante trabalhar o que era possível e o que era impossível acontecer nessa situação, que envolve conteúdo que aparece com frequência nos livros didáticos, mas nada como uma situação vivida por eles para trazer sentido à atividade feita nos livros.

Professora: *Vamos ver se isso é possível, segurar 12 bolinhas com uma mão só?*

Comecei a mostrar para eles como ficava minha mão conforme ia aumentando o número de pipocas. Ia segurando e perguntando se era possível segurar. Eu consegui segurar seis pipocas na mão, e chegamos à conclusão de que segurar mais que isso era impossível. A Figura 5 mostra como aconteceu esse momento. Em seguida a ela, insiro o diálogo referente a esse momento.

Figuras 5 – O que foi possível e o que foi impossível segurar com uma mão



Fonte: acervo da autora

Professora: *E vocês estavam segurando bastantes bolinhas mesmo. Enquanto estávamos jogando, a Aluna E estava com muitas bolinhas na hora que o tempo acabou e ela não conseguiu jogar para o outro time, é uma boa estratégia pegar várias bolinhas de uma vez?*

Alunos: *Siiim!!*

Outros alunos: *Não, tem que jogar logo pro outro time, por isso que o time dela perdeu.*

E os alunos começaram a discutir suas estratégias.

Durante este último diálogo eu retomei as quantidades das pipocas levando em consideração apenas as dos alunos que realmente estavam brincando. Não participaram: o aluno com síndrome de Down, a aluna com medo de cair e um aluno que foi retirado da sala nesse momento para passar por triagem com a psicopedagoga.

Após os alunos observarem a rotina do dia, notaram que faltava realizar a atividade de matemática. Questionei-os sobre a possibilidade de haver matemática na brincadeira da pipoca.

Alunos: Nãoãã!!

Aluno E [depois de uns segundos]: Tem número.

Professora: O que teve de número?

Alunos: Quantidade de pessoas, de pipoca, tempo.

Professora: Se matemática é tudo que envolve número, essa brincadeira da pipoca foi uma atividade de matemática.

Registros

Em um registro da brincadeira por desenho, a criança registra a experiência vivida, o que foi significativo para ela, e pode incluir elementos para justificar sua emoção durante a atividade. Analisando os desenhos é possível observar elementos matemáticos, tais como: o espaço utilizado, a proporção, a relação de tamanhos e o modo como as crianças registram as quantidades que foram apresentadas.

A Figura 6 e a Figura 7 mostram dois dos registros produzidos pelas crianças.

Figura 6 – Registro



Figura 7 – Registro



Fonte: acervo da autora

A maioria dos alunos utilizou adequadamente o espaço da folha, representando pessoas e pipocas com uma noção proporcional condizente com o nível de desenvolvimento gráfico esperado para a faixa etária do 1.º ano do Ensino Fundamental. Observei que algumas crianças se dedicaram a registrar elementos presentes no pátio, como árvores, barracas e marcações no solo, evidenciando uma atenção aos detalhes do ambiente e uma tentativa de representar o cenário da brincadeira com fidelidade, como podemos ver na Figura 6, na Figura 8 e na Figura 12.

Além disso, foi possível notar que alguns alunos buscaram representar todos os colegas envolvidos na brincadeira, como representado na Figura 8 e Figura 9, enquanto outros optaram por desenhar apenas os integrantes do próprio grupo ou amigos mais próximos, como visto na Figura 7, na Figura 10 e na Figura 11. Essas escolhas revelam aspectos importantes sobre o modo como cada criança se relaciona com o grupo e sobre o foco da atenção de cada uma durante a atividade.

Figura 8 – Registro



Figura 9 – Registro



Fonte: acervo da autora

Figura 10 – Registro



Figura 11 – Registro



Fonte: acervo da autora

Outros desenhos, como o da Figura 9, apresentam elementos como sol, arco-íris e gato e o uso expressivo de cores, o que revela o caráter lúdico e afetivo da atividade para essas crianças, demonstrando que o brincar despertou sentimentos positivos e criatividade. Esse tipo de registro evidencia que a brincadeira foi vivida intensamente, deixando memórias significativas.

O número 3, presente em diversos desenhos, refere-se ao tempo estipulado para a brincadeira. A presença desse número demonstra que as crianças estavam atentas às regras e buscaram

registrar esse dado de maneira simbólica, o que já é uma forma inicial de representar grandezas numéricas e temporais no campo da proporcionalidade.

Na Figura 14, na Figura 15 e na Figura 16, observamos desenhos mais livres, com elementos que inicialmente não remetem diretamente à atividade proposta. No entanto, após a mediação da professora, essas crianças conseguiram incluir a representação da pipoca e das pessoas na cena. Esse tipo de produção também é valioso, pois revela o modo como cada criança se apropria da proposta em tempos diferentes, demonstrando que, mesmo que nem todos iniciem o registro com a temática da brincadeira, a vivência pode ser retomada e reconstruída com apoio e intervenção pedagógica.

Na Figura 13 e na Figura 15, as crianças demonstraram uma intenção clara de representar os colegas participantes da brincadeira, ainda que sem apresentar proporcionalidade entre os elementos do desenho. Isso é esperado na faixa etária em questão e mostra que, mesmo com limitações no traço ou na noção espacial, elas estão empenhadas em representar as relações entre as pessoas e os objetos da atividade.

Figura 12 – Registro

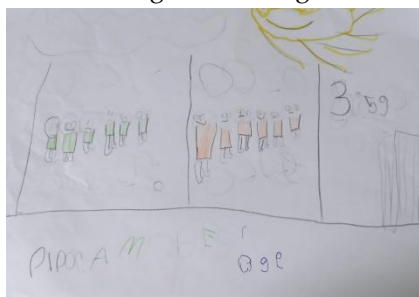


Figura 13 – Registro



Fonte: acervo da autora

[illegible]

Figura 16 – Registro

De modo geral, os registros feitos pelas crianças evidenciam múltiplas formas de vivenciar e representar a experiência lúdica e demonstram a emergência de noções matemáticas como comparação de tamanhos, contagem, organização espacial e tentativa de proporcionalidade. Esses aspectos, ainda que incipientes, são fundamentais para o desenvolvimento do

pensamento matemático e mostram que o brincar pode ser uma potente porta de entrada para a construção de conhecimentos.

Para concluir

A tarefa da pipoca, além de proporcionar momentos de interação e diversão, revelou-se uma potente ferramenta para observar o desenvolvimento de conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A atividade foi realizada ao longo de três aulas, com um intervalo entre elas. Apesar de demandar intervenções constantes e bastante atenção às falas, foi uma experiência extremamente enriquecedora, tanto para mim quanto para os alunos.

Foi possível perceber o modo como o brincar, quando intencional e bem conduzido, pode ser uma porta de entrada para aprendizagens significativas. As crianças, em um ambiente lúdico e seguro, exploraram relações de quantidade, espaço, tempo e força, elementos essenciais para o desenvolvimento do pensamento proporcional. Elas criaram estratégias, compararam massas das “pipocas”, relacionaram força e distância de arremesso e incluíram espontaneamente no seu vocabulário termos como “dobro”, demonstrando compreensão de noções matemáticas em construção.

Durante as interações, os alunos trabalharam habilidades como: comparação de grandezas, estimativa, observação e registro, organização espacial, argumentação, escuta atenta, colaboração e construção coletiva de regras. Nos registros gráficos, ficou evidente a maneira como cada criança, a seu modo e dentro do seu estágio de desenvolvimento, conseguiu representar aspectos vivenciados na brincadeira, como número de participantes, quantidade de pipocas, tempo e até mesmo o espaço físico.

A tarefa também evidenciou o protagonismo das crianças no processo de aprendizagem. Foram elas que levantaram hipóteses, discutiram ideias e chegaram a conclusões com base na experiência concreta. Isso reforça a importância do papel do professor como um

mediador atento, que escuta, observa e propõe novas perguntas, contribuindo para aprofundar o raciocínio e promover o avanço das aprendizagens.

Ainda que nem todos tenham participado da mesma forma, todos tiveram contato com o conhecimento, seja pela vivência, seja pela escuta ou pela representação gráfica. Essa experiência reforça que o ensino da matemática pode e deve ir além dos algoritmos e ser vivido com o corpo, com o olhar atento e com o encantamento de quem descobre que brincar também é uma forma de pensar e aprender.

A Escala Cuisenaire¹

Sirley Aparecida de Souza²

Introdução

Sou a Sirley, sou professora e trabalho com os anos iniciais do Ensino Fundamental há 26 anos. Decidi escrever esta narrativa por estar convencida de que é necessário re(visitar) minhas memórias para encontrar o meu eu experiencial. Como professora de Educação Matemática, ao mirar o retrovisor do tempo de minha trajetória de vida, tive a percepção de estar envolta em uma rede de teias de saberes e práticas que revelam o meu fazer pedagógico. Nesse passo, evoco Freire (2011) para pensar um pouco sobre a minha “experiência existencial” – neste caso, faço a autorreflexão de minhas práticas como professora dos anos iniciais.

Enquanto escrevo rememoro e tomo consciência de minha prática pedagógica. Em termos críticos leio em Freire (2015) que “ensinar exige pesquisa”, assim, faço um recorte nas minhas *verdades* e reflito sobre minha finitude, pesquiso para conhecer o que ainda não conheço, estabelecer relações. Reminiscências. Pensar e aprender a refletir sobre as minhas próprias experiências, “comunicar ou anunciar a novidade” aos educandos. “Intervindo educo e me educo” (Freire, 2015, p. 30-31).

¹ A Escala Cuisenaire consiste em um material didático manipulável composto de 294 barrinhas de madeira coloridas nas seguintes cores: amarelo, lilás, verde-claro, verde-escuro, vermelho, laranja, azul, preto, bege e marrom. Em algumas versões do jogo se encontra a barrinha rosa em lugar da lilás. Esse material pedagógico foi criado pelo professor belga Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980), após ter observado, em uma de suas aulas de matemática, o desespero de um aluno para compreender os números. Assim, decidiu criar um material que o ajudasse a compreender melhor a matemática (Sugiyama, 2016).

² Professora do Cepae/UFG. E-mail: sirley_souza@ufg.br

Na expressão de Larrosa (2022, p. 169), “a experiência do passado, não é um passatempo”. Para o autor, é preciso atribuir sentido ao nosso passado e ao conjunto de nossas experiências. Nessa ordem de ideias tive a percepção de que precisava ampliar minhas leituras, experiências educativas e pesquisas para sacudir-me e prover-me de recursos teóricos e metodológicos de pesquisa, aprender novas práticas didático-pedagógicas para ensinar matemática. Mas onde? Em qual espaço seria possível discutir práticas e experiências de sala de aula de modo colaborativo? Existiria um grupo ou espaço para o(a) pedagogo(a) – educador(a) matemático(a) – aprender a ensinar, pensar de modo coletivo e colaborativo atividades de matemática com intencionalidade?

É verdade, aprende-se denunciando carências, reclamando faltas. Ao socializar minhas inquietações a fim de mobilizar uma guinada reflexiva desencadeada pela pesquisa, fui apresentada por um dileto colega à Professora Dra. Adair Mendes Nacarato, coordenadora de dois grupos de pesquisa: Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática (Hifopem)³ e Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat)⁴. Esse encontro resultou no acolhimento e na narrativa da experiência criativa, coletiva, desmesurada de certas formas de saberes próprios da natureza de cada um desses grupos. As reflexões desenvolvidas nos dois grupos de estudos e pesquisas sintetizam o meu processo de metamorfose, uma metáfora que representa bem o meu sentimento nesses quase dois anos de participação nos dois grupos: Hifopem e Grucomat.

Faço parte do Grucomat desde o ano de 2023. Muito embora a sala de aula imponha a nós professoras e professores uma rotina pedagógica exaustiva, confesso que a cada encontro do grupo ressignifico minhas práticas de ensino – que refletem diretamente

³ Certificado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), sob a coordenação da Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato (Universidade São Francisco [USF], Itatiba, SP).

⁴ Sob a coordenação da Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato (USF, Itatiba, SP).

na qualidade de minhas aulas. Como pedagoga que ensina matemática para os anos iniciais, tem sido muito importante trocar experiências e ressignificar saberes com os colegas e as colegas desse grupo.

O que a leitora e o leitor verão e perceberão nas próximas seções será o movimento formativo de uma pedagoga e educadora matemática entre o Grucomat e o espaço de sua sala de aula. Os atores sociais envolvidos são os(as) seus(suas) alunos(as) – crianças do 2.º ano do Ensino Fundamental. O conteúdo matemático pensado *a priori* foram os números e a proporcionalidade. A aula seguirá a metodologia investigativa. O recurso a ser utilizado com a mediação é a Escala Cuisenaire. Esse material é capaz de suscitar uma variedade de questões matemáticas, assim, cumpre observar: antes mesmo que eu integrasse o Grucomat, houve encontros e várias discussões no coletivo sobre o preparo de uma sequência didática com questões e tarefas de natureza investigativa em prol da construção do conhecimento matemático.

“Pra não dizer que não falei das flores, ou, caminhando” (Geraldo Vandré, 1968)

O ano de 2022 foi para mim emblemático como prática de formação, pesquisa e prática de intervenção com vistas à emancipação pessoal e coletiva. A vida pode revelar um turbilhão de sentimentos envolto em acontecimentos inscritos amorosamente no destino antes não pensado. Senti a necessidade de subverter o modelo de educar conservador e fugir do ostracismo pedagógico em que nós professores(as) caímos no decorrer de nossa existência profissional. Já havia concluído o doutorado em Educação há dois anos e sentia a necessidade de aprofundar os meus estudos na área da Educação Matemática.

Parafraseando Benjamin (1989, p. 53), digo que “[trabalhar com] esta disciplina não estava no meu plano de vida”, mas pouco a pouco fui me apaixonando pela Educação Matemática, uma

atração irresistível. As ressonâncias do afeto das crianças após cada descoberta matemática singular são o fio que liga as lembranças e as experiências de práticas educativas ao meu “eu” educadora matemática. A cada experiência segue-se uma análise crítica... e cada uma produz um novo significado. A cada aula aflora uma multiplicidade de belas histórias. Elas me constituem e me fazem. São instituintes e instituidoras de mentes vivas. Lancinantes e provocadoras. Sinto-me encharcada de afetividade. Sem dúvida, o outro nos constitui – para tanto, é imperativo que a experiência individual venha a ser compartilhada no espaço coletivo.

Desse modo, os encontros quinzenais no Grucomat fomentavam e influenciavam minha prática, eu problematizava e, absolutamente, tive a percepção de que era necessário refletir sobre as dificuldades das crianças, sobretudo, na construção dos conceitos de número e proporcionalidade, um campo reflexivo e desafiador a ser enfrentado pelo(a) educador(a) matemático(a). Segundo Vigotski (1998, p. 67) “a ligação entre a palavra e o objeto não é suficiente para a criação de um conceito” – com efeito, é muito mais do que memorizar uma sequência de números, eventualmente, decorar a tabuada e fórmulas matemáticas; é, sim, criar, problematizar, ressignificar, compreender e dar sentido ao objeto.

A inquietação pedagógica cresceu em mim a cada experiência pedagógica trazida para discussão nas vozes dos atores sociais⁵ que constituem o Grucomat. O trabalho coletivo mobiliza a reflexão individual e coletiva. Procedemos a ajustes e reestruturamos.

Quando cheguei ao Grucomat, como disse anteriormente, muitas dessas atividades já haviam sido pensadas e discutidas. Assim, tive um tempo para proceder a uma autoavaliação acerca de minhas atividades e das diferentes maneiras de ensinar e aprender.

⁵ Os(as) participantes do Grucomat são professores e professoras pesquisadores e pesquisadoras da rede de ensino pública e privada de várias regiões do Brasil e do exterior.

O Grucomat permitiu que eu me reconhecesse como professora investigadora. Nessa linha da matemática investigativa me dispus a desenvolver algumas das propostas já produzidas, discutidas e reestruturadas no grupo. De acordo com o encaminhamento de minhas aulas e o engajamento das crianças nas tarefas matemáticas propostas, decidi desenvolver uma sequência didática utilizando como recurso a Escala Cuisenaire, que a partir das próximas seções será mais bem caracterizada.

A Escala Cuisenaire

A Escala Cuisenaire, mostrada na Figura 1, é um material didático pedagógico que favorece pensar a matemática voltada para o pensamento investigativo, criativo, lúdico e divertido.

Figura 1 – Escala Cuisenaire



Fonte: autor desconhecido – licenciada em CC BY-SA-NC

Esse tipo de material manipulável combinado com a mediação de um(a) educador(a) matemático(a) será capaz de desencadear potencialidades cognitivas na criança, tais como o pensamento e o raciocínio lógico matemático. Lembro que para Vigotski (1998) a

formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa, é mais do que um simples *hábito mental*. Em Vigotski (1998), a semiótica tem uma função representativa, segundo o psicólogo configurada em uma tríade composta por *palavra* (som/signo); *referente* (o material, ao que a palavra se refere) e *significado/sentido* (formando o conceito ou o significado das palavras). Isso significa dizer que as muitas funções intelectuais estão desenvolvidas: “atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar” (Vigotski, 1998, p. 104).

O cenário e os protagonistas da cena: as crianças

As crianças envolvidas na proposta são todas alunas e alunos matriculados(as) regularmente no 2.º ano do Fundamental I do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação da Universidade Federal de Goiás (Cepae/UFG)⁶. A faixa etária do grupo é de 8 a 9 anos. No grupo, na turma A, há um aluno com necessidades específicas – trissomia do cromossomo 21 - síndrome de Down. Por essa razão, contamos⁷ com duas mediadoras (que se revezam) para auxiliar no trabalho pedagógico. No decorrer da narrativa dessa experiência a criança será nomeada pelo codinome Ronaldo, com o fim de preservar a sua identidade.

O lugar escolhido para realizar a atividade é o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Lepem). Nossas

⁶ O Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Goiás (C.A./UFG) foi fundado no ano de 1968. A partir da década de 1980, o Colégio de Aplicação passa a ser um Departamento da Faculdade de Educação. No ano de 1994, é inaugurado o Cepae, vinculado à Pró-Reitoria de Graduação da UFG, que passou a conter o Colégio de Aplicação. A natureza do Centro de Formação era e é formativa, em uma perspectiva de campo de estágio para as licenciaturas (Lima; Souza, 2018).

⁷ A primeira pessoa do plural refere-se ao grupo de professores(as) que lecionam nas duas turmas do 2.º ano – A e B. Ao todo somos quatro professores(as) lecionando as seguintes disciplinas: Português, Ciências, História e Geografia, Matemática, Artes Visuais e Educação Física.

aulas no Laboratório de Matemática acontecem duas vezes por semana.

Esse lugar se constitui ambiente que possibilita e provoca o estudo investigativo. Trata-se de uma sala com 10 m de comprimento, 5 m de largura, para mais ou para menos. Nós temos 6 bancadas e 45 banquetas escolares, mais 5 armários, quadro-branco, mesa e 2 cadeiras do professor. Nosso laboratório possui um acervo de jogos matemáticos e *tablets* adquiridos por meio de projetos de pesquisa e da Associação de Pais e Mestres do Cepae (APM/Cepae)⁸. O espaço do Lepem está mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Lepem



Fonte: arquivo da autora

O espaço do Lepem é também lugar facilitador do trabalho por ser rico em experiências de investigações matemáticas. A investigação aparece como uma metodologia que pode facilitar e mobilizar crianças de todas as idades a levantar hipóteses, tecer e testar conjecturas sobre determinado tema.

⁸ A APM/Cepae/UFG foi fundada em 4 de agosto de 1995. É uma pessoa jurídica de direito privado, constituída sob a forma de associação civil sem fins lucrativos e de duração indeterminada. Visa congregar os professores e pais de alunos do Cepae/UFG e é regida por estatuto próprio que pode ser acessado em www.cepae.ufg.br

Para tanto, iniciamos os nossos trabalhos provocando as crianças a olhar, observar, ler e pensar sobre os cartazes⁹ afixados no Lepem que estrategicamente orientam o caminho para uma *boa* investigação – assim, elas vão se percebendo como pequenos cientistas em aventuras. Alguns cartazes estão mostrados na Figura 3, na Figura 4 e na Figura 5, a seguir.

Figura 3 – Cartaz de orientação



Fonte: Greice dos Santos Aguiar (Design Gráfico)

Figura 4 – Cartaz de orientação



Fonte: Greice dos Santos Aguiar (Design Gráfico)

⁹ Os cartazes foram criados e doados ao laboratório pela *designer* Greice Aguiar.

Figura 5 – Cartaz de orientação



Fonte: Greice dos Santos Aguiar (Design Gráfico)

O planejamento da atividade

O trabalho investigativo também deve ser considerado sob o aspecto do tempo. É incontestável que o tempo é um fator relevante a ser ponderado pelo(a) professor(a) ao realizar as atividades investigativas. Assim, nossa proposta a princípio considerou desenvolver o tema em 4 aulas de 45 minutos. A atividade teve o seu início nas primeiras horas (das 8h15 às 11h45) da manhã, com um intervalo (recreio) de 30 minutos.

Embora a atividade tenha sido programada para 4 encontros, alguns fatores nos levaram a ampliá-los. A decisão foi tomada em decorrência da complexidade das atividades propostas (conteúdo e metodologia), somada à participação propositiva das crianças. Esses e outros fatores contribuíram de modo decisivo para prolongar a nossa discussão e o processo de problematização das práticas de ensino. A primeira etapa da tarefa aconteceu dentro de um período de 90 minutos, divididos em duas aulas de 45 minutos. O fato é que a experiência de trabalhar com 40 crianças, explicando, discutindo, apontando, ouvindo opiniões, formulando e reformulando hipóteses, é um exercício que exige certo tempo, compromisso, generosidade, respeito.

Sim, a proposta da atividade era potente e desafiadora e o nosso compromisso era apontar caminhos, levantar hipóteses, refletir sobre os saberes já construídos – e, nesse sentido, nosso

tempo foi sendo dilatado, estendido. A atividade mobilizou descobertas em torno da palavra das crianças e do sentido que elas atribuem às cores e aos tamanhos variados de cada uma das barras da Escala Cuisenaire.

Nesse esforço contínuo e coletivo, nos primeiros 90 minutos da atividade a ênfase se deu na apresentação e exploração das peças. As ideias sobre as peças variavam e a atuação das crianças trouxe novas possibilidades de aprendizagem. O(a) leitor(a), à medida que ler os diálogos das crianças com a professora e seus pares, perceberá que apostamos na capacidade que as crianças têm de criar, refletir e compreender, com um pouco de ludicidade, sobre os números, a geometria e o espaço. Elas liberalmente compartilham experiências – e, com o dispositivo da mediação, buscamos formular hipóteses e produzir conhecimentos matemáticos. O ponto relevante nesse cenário é dar visibilidade à palavra da criança, ela é a protagonista da atividade investigativa.

As crianças foram organizadas em duplas¹⁰. Segundo Vigotski (2021, p. 194), a escola deve considerar a dinâmica mental de cada criança e seu desenvolvimento “mais potente não no dia de hoje, mas a zona de desenvolvimento mental iminente”. Dessa forma, no Cepae as crianças trabalham sempre em duplas. Nessa visão de desenvolvimento da aprendizagem sócio-histórica, “a zona de desenvolvimento iminente define quais são as possibilidades de a criança dominar com orientação, ajuda, o que ainda não domina” (p. 195).

Esse cenário investigativo favorece o desenvolvimento da criatividade e a percepção de regularidades matemáticas.

¹⁰ No Cepae os nossos alunos e as nossas alunas desde os anos iniciais trabalham em duplas. Essa organização da sala é proposta a partir da abordagem vigotskiana da Zona de Desenvolvimento Iminente. Nossa intencionalidade é que no processo de interação as crianças dialoguem, façam trocas de saberes.

Momento de exploração das peças

A Figura 6, a seguir; e a Figura 7, mais adiante, mostram que as crianças exploram as peças, comparam, identificam suas cores e tamanhos. Criam estratégias para ordenar o conjunto de barrinhas.

Figura 6 – Aluno Sérgio mostrando a sua torre feita com as barrinhas



Fonte: arquivo da autora

Professora: *Quais são as cores das peças? São iguais ou diferentes?*

Todos: *São muitas as cores e são diferentes: verde-claro, verde escuro, vermelho, amarelo, azul, preto, laranja, lilás, bege e marrom.*

Emanoel: *É porque um é mais grande e, alguns são pequenos e têm cores diferentes igual ao arco-íris.*

Professora: *O que vocês observam com relação ao tamanho das peças?*

Luciana: *São muito legais de mexer e dá pra fazer várias formas: tipo quadrado, retângulo e nome de pessoas e eu gostei muito!*

Camila: *Eu achei muito legal porque tem vários tamanhos e dá pra gente montar torres, dá pra montar nomes e fazer casinhas também.*

Professora: *E quanto ao formato das peças. Você gostou?*

Camila: *Eu gostei e achei interessante. Eu ainda não tinha visto um material desses.*

Professora: *E com relação à quantidade das peças?*

Anderson: *Profe, eu olhei aqui na caixa e tem 294 peças. [risos]*

Professora: *Hummmm, o que você está construindo aqui?*

Sérgio: *Eu tô construindo uma torre do maior até o menor que é pra não cair e, depois, eu quero contar quantas peças têm aqui!*

Professora: *Uauuuuuuuuuuuuu! Que legal!.*

Professora: *Você organizou dessa forma e as cores foram importantes, quer dizer, elas te ajudaram nessa organização?*

Sérgio: *Sim, porque o bastão de cor verde claro é a metade do verde-escuro e é menor do que o bastão da cor laranja e eu vi que o cubinho era o mais pequeno de todos! Foi bom saber disso!*

Professora: *Que bom que você está gostando...*

Professora: *Nossa, a torre caiu! Por que será?*

Sandro: *Por causa do peso. Estava colocando do menor até o maior e tem que ser do tamanho grande indo pro menor senão cai.*

A interação entre as crianças e o material didático, somada à nossa mediação, torna as relações e a aprendizagem significativas. Assim, podemos dizer que o cenário de interatividade possibilita os mais diversos tipos de abordagens conceituais. Ao interpelarmos o aluno Sérgio, percebemos como as ideias nascem no momento em que apontamos caminhos, problematizamos.

As crianças na Figura 7 organizam pilhas de barrinhas, ordenando-as, tendo por critério o tamanho. Vemos pelas suas respostas que, à medida que vão interagindo com o material e o grupo, sua percepção conceitual de cada escala vai sendo construída: “o bastão verde-claro é a metade do verde-escuro e é menor que o bastão laranja e eu vi que o cubinho era o mais pequeno de todos”.

Figura 7 – Crianças organizando as barrinhas



Fonte: arquivo da autora

Ele está comparando, examinando para estabelecer diferenças. Do ponto de vista histórico, a criança está atribuindo sentido *em relação à memorização de palavras* e ao seu significado. O mais extraordinário para Vigotski (2021, p. 94-96) e o mais importante “no desenvolvimento do pensamento e da fala é a passagem da fala externa para a interna”. Nesse sentido, as barras da Escala Cuisenaire teriam uma *função instrumental* – papel de signo cultural –, constituindo-se em um recurso necessário para desencadear uma série de estímulos e contribuindo, assim, para o desenvolvimento lógico do pensamento, a formação do conceito matemático. De um ponto de vista vigotskiano, podemos considerar o material manipulável como uma ferramenta técnico-semiótica para mediar o processo de elaboração conceitual.

Nesse passo, as tarefas do registro escrito foram sendo produzidas e compartilhadas no processo investigativo para que, ao final de cada aula, fosse produzida a síntese de nossos achados. Tudo foi sendo cuidadosamente construído e compartilhado no grupo – o que deu ou não certo!

Em todas as etapas da tarefa investigativa pude contar com o auxílio do meu estagiário do Instituto de Matemática e Estatística

da UFG (IME/UFG), Vinícius Arrais Leite Silva, pontual, presente e zeloso no trato com as crianças. Ele desenvolveu o papel de apoio e auxiliar de ensino – além disso, cooperou nos registros das fotos e filmagens durante as atividades promovidas por nós às crianças.

Interpelar para ressignificar: as primeiras intervenções da professora

No decorrer da aula investigativa a professora estabelece conexões com os(as) alunos(as), proporciona e estimula a participação coletiva e individual de forma a promover o envolvimento de todos e a exploração equitativa das tarefas propostas. No diálogo que segue e na Figura 8 é possível verificar as conjecturas da aluna Camila e o impacto sobre ela das intervenções da professora.

Professora [pergunta à Camila]: *O que você acha de usarmos a barrinha vermelha para compor uma verde?*

Camila: *Uma ideia legal.*

Professora: *Então, vamos ver quantas barrinhas vermelhas vamos precisar para compor uma verde-escuro?*

Camila: *Você tem que colocar a barrinha verde na mesa e depois, colocar as três barrinhas vermelhas em cima da verde pra ver se dá certo, ou não.*

Professora: *Sendo assim você fez a experiência. E aí, deu certo?*

Camila: *Sim, deu certinho.*

Professora: *Na escala Cuisenaire vocês identificaram que o cubinho é a unidade. Certo?*

Todos: *Siiiiiiiiimmmmmmm.*

Professora: *Sendo assim, a próxima barrinha vale quanto?*

Maior parte das crianças: *Dois, professora.*

Professora: *Hummmmm, então, no nosso caso da barrinha verde-escuro podemos registrar $2+2+2=6$? Isso?*

Todos: *Siiiiiiiiiiiiimmmmmmm.*

Professora: *Então, essa barrinha verde-escuro vale 6, né pessoal?*

Todos: *É sim, profe.*

Camila: *Profe, então, essa barrinha vale 1, essa 2, essa 3, essa 4, e essa 10.*

Figura 8 – Camila usando barrinhas vermelhas para compor a barrinha verde-escura



Fonte: arquivo da autora

Com essas questões as crianças foram sendo provocadas a participar da discussão e contribuir para ela. O nosso convite para Camila pareceu desafiador: *“uma ideia legal”*. Foi-lhe proposto um problema e a resposta foi de plano testar as possibilidades: *“tem que colocar a barrinha verde na mesa”; “depois, colocar as três barrinhas vermelhas em cima da verde pra ver se dá certo”*. É perceptível que a criança está desenvolvendo um raciocínio lógico quando identifica a sequência e a regra de representação da escala $2 + 2 + 2 = 6$. Verbalmente, Camila pareou e comparou as três escalas vermelhas com a escala verde-escura. Depreendemos das ideias apresentadas pela criança e pelos grupos no geral que o pensamento proporcional ainda não foi elaborado. A ênfase no desenvolvimento da proporcionalidade é discutida por Van de Walle (2009, p. 384) – segundo ele, o(a) professor(a) precisa viabilizar aos(às) estudantes “oportunidades para raciocinar em situações multiplicativas de modo a desenvolver adequadamente

as habilidades de raciocínio proporcional”. Nesse passo, é insofismável, alguns fatores como o cenário investigativo, as interpelações vivenciadas na sala de aula, a experiência com a Escala Cuisenaire, a mediação do(a) professor(a) e a troca de ideias entre as crianças, na sala de aula, ajudam-nas a desenvolver processos do pensamento proporcional.

A criança Camila intervém e chama a nossa atenção sobre outra descoberta: *“profe, então, essa barrinha vale 1, essa 2, essa 3, essa 4, ...e essa 10”*, assim, aponta para as escalas e identifica que aumentam 1 unidade até 10. Concordo com Grando (2013, p. 35), quando diz que o(a) professor(a) deve oportunizar às crianças a comunicação de opiniões, ou seja, *“ler, escrever e discutir ideias, em que o uso da linguagem matemática seja apropriado”* – nesse cenário privilegiado exploramos diferentes formas do pensamento para *“validar e consolidar um pensamento matemático”* (p. 35).

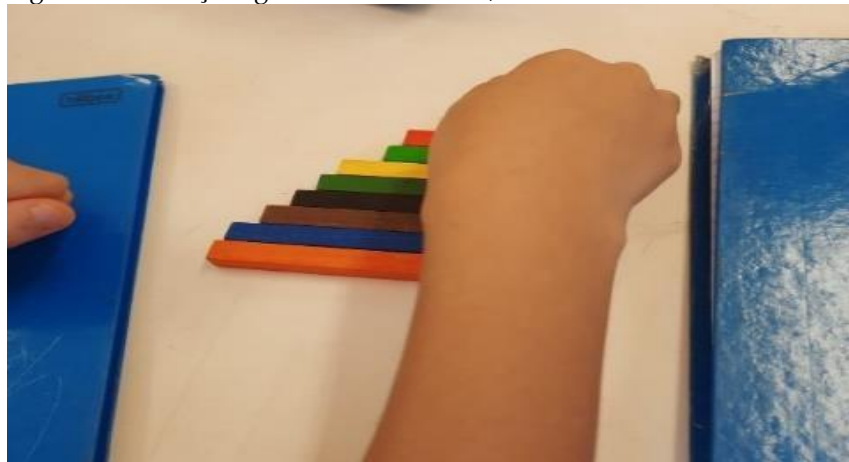
Retomando a Figura 8, é possível visualizar um dos momentos em que a criança Camila considerava as suas conjecturas ao usar as barrinhas.

Agora, neste ponto cabem uma observação e uma autocrítica sobre a ideia e a compreensão das crianças enquanto elaboravam o pensamento sobre as escalas vermelhas e a escala verde-escura. Na condição de professora, eu lhes disse: *“Então, essa barrinha verde-escura vale 6, né pessoal?”*. Ao rever a minha narrativa, pude me ouvir e perceber como nós professores(as), no afã de organizar o pensamento e auxiliar os(as) nossos(as) estudantes na construção dos conceitos matemáticos, induzimos algumas respostas. É muito importante estar atento e atenta ao desenvolvimento do conhecimento das crianças e ao tipo de mediação que está sendo realizada. Por um lado, sinto uma certa frustração por não ter percebido a minha ansiedade naquele momento, por outro lado, foi uma forma de ouvir o alerta de que preciso compreender que a minha aluna e o meu aluno precisam de tempo para manifestar o seu pensamento – nesse cenário, o papel do(a) professor(a) consiste em criar situações para auxiliar suas construções matemáticas.

O levantamento de hipóteses, a sequência didática proposta e os registros escritos: diferentes visões e interpretações de uma situação, estabelecendo conceitos

As tarefas escritas foram sendo desenvolvidas paulatinamente, à medida que as crianças compreendiam e atribuíam sentido para as escalas. A professora nesse processo de mediação propôs aos alunos e às alunas fazerem conjecturas sobre as escalas, tendo por parâmetro: diversidade de cores, valores e tamanhos. A Figura 9 é um exemplo em que a criança estabelece conexões matemáticas ao comparar tamanhos e cores de cada uma das barras.

Figura 9 – Criança organizando as barras, observando cores e tamanhos



Fonte: acervo da autora

Por óbvio, tínhamos um cenário adequado para gerar discussões em prol de vários conceitos matemáticos, ainda que não se configurasse realmente um caso de proporcionalidade.

Vejamos no Quadro 1, a seguir, a proposição da sequência didática e a descrição das atividades propostas para desenvolver o conceito da proporcionalidade com a Escala Cuisenaire.

Quadro 1 – A sequência didática: Escala Cuisenaire

Justificativa: o material Cuisenaire oferece um contexto favorável para o trabalho com situações-problemas que envolvam o estabelecimento de relações e comparações de quantidades.

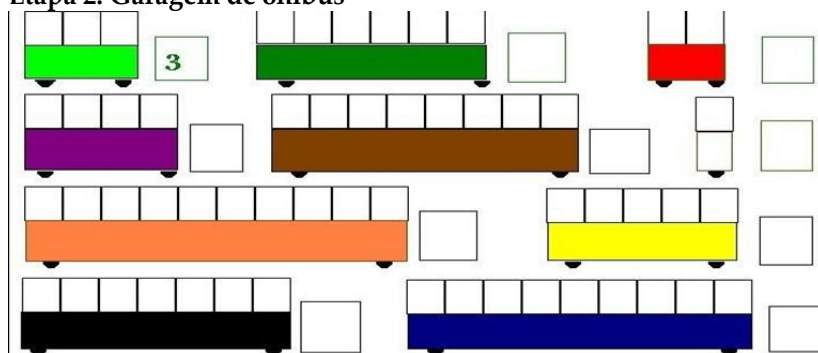
Objetivos: A partir do material manipulativo, envolver os alunos em situações-problemas abrangendo as ideias do raciocínio proporcional.

Material utilizado: Material Cuisenaire (MDF, EVA ou de confecção própria)

Etapa 1. Conhecendo o material Descrição da tarefa:

- Com os alunos organizados em duplas, apresente as peças do Cuisenaire e disponibilize-as para que eles possam realizar a exploração. Após essa interação dos alunos com o material, realize intervenções de modo que as características das peças sejam identificadas:
- Quais são as cores das peças? São iguais ou diferentes?
- O que vocês observam com relação ao tamanho das peças?
- O que vocês observam com relação à forma? E com relação à quantidade das peças?
- Existem relações entre os tamanhos das peças?

Etapa 2. Garagem de ônibus



Descrição da tarefa:

➤ Com os alunos organizados em duplas/trios, distribua as peças do Cuisenaire e proponha a construção de uma “frota de ônibus”. A ideia é continuar envolvendo os alunos na percepção das características das peças, no estabelecimento de relações e comparações de modo que possam, ao final da tarefa, discutir (ou atribuir) um valor a cada peça.

➤ - A frota deverá ser composta por diferentes ônibus. As peças coloridas serão a base para a construção do ônibus e as peças de cor branca/bege serão as janelas.

➤ - Durante as construções dos alunos, caminhe pela sala e observe as produções realizadas por eles. Faça algumas intervenções de modo que eles possam observar e identificar relações entre as peças e as quantidades utilizadas:

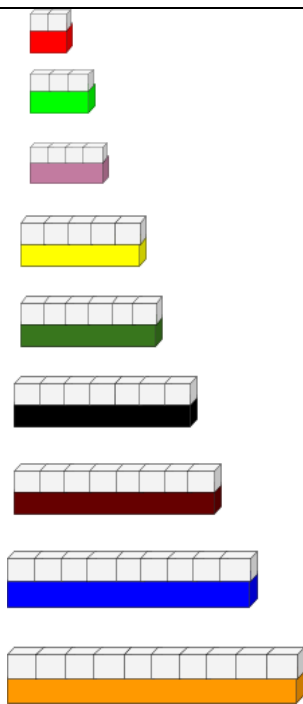
➤ Quantas janelas tem o ônibus vermelho? E o lilás?

➤ Qual é o ônibus que tem a maior quantidade de janelas? Qual o que tem a menor quantidade?

➤ Observe o ônibus verde-claro. Ele tem alguma relação com o verde-escuro?

➤ Se fôssemos atribuir um tamanho para os ônibus, de acordo com a quantidade de janelas, qual seria o tamanho da peça azul? E da amarela?

➤ Vamos organizar a garagem de ônibus. Estabeleça um critério para essa organização.



Após a organização e discussão, é importante atribuir o valor de cada peça, incluindo a peça branca/bege que equivale a 1 unidade. Você pode construir, juntamente com os alunos, um cartaz com as peças e seus respectivos valores de modo que eles possam consultar essas informações. À medida que vão manuseando as peças e se envolvendo em tarefas que exijam esse conhecimento, eles vão se apropriando das informações e memorizando a cor de cada peça, sem necessitar da consulta ao cartaz.

Escala Cuisenaire



Fonte: DSC02421.JPG (1592×1600) (bp.blogspot.com)

Etapas 3. Vagas na garagem dos ônibus

Descrição da tarefa: Com os alunos organizados em duplas/trios, envolva-os na resolução do seguinte desafio:

Imaginem que vocês irão estacionar os ônibus que vocês construíram em uma garagem que possui 6 vagas para os ônibus maiores (laranja). É importante que todos os ônibus sejam estacionados. Como vocês os estacionariam?

Professor, é importante entregar para os alunos o desenho da garagem. Enquanto os alunos resolvem o desafio, caminhe pelas duplas e observe suas produções. É esperado que as crianças percebam que a quantidade de vagas é insuficiente para a quantidade de ônibus. Contudo, como precisam resolver o desafio em que “todos os ônibus precisam ser estacionados”, será necessária a busca por uma solução do problema. Se preciso, você pode realizar a seguinte intervenção:

➤ Os ônibus podem ser agrupados nas vagas? Qual seria a melhor organização?

Novos desafios:

➤ Se sair o ônibus laranja, que outros ônibus podem ocupar o mesmo

lugar?

➤ Se o ônibus laranja sair, quais dois ônibus podem ocupar o mesmo espaço?

➤ Se o ônibus azul sair, quais e quantos ônibus iguais podem ocupar o mesmo espaço?

➤ Se o ônibus laranja sair, quais e quantos ônibus iguais podem ocupar o mesmo espaço?

Etapas 4. Viação Rapidez

➤ A viação Rapidez possui a seguinte frota de ônibus: 1 ônibus vermelho, 1 ônibus rosa, 1 ônibus verde e 1 ônibus marrom. Eles ficam estacionados em uma garagem com 2 vagas para ônibus laranja. Como posso estacionar os 4 ônibus nessas vagas?

➤ O que aconteceria se a frota recebesse mais um ônibus de cada?

➤ Com quantos ônibus a frota ficaria?

➤ Quantas vagas seriam necessárias?

Etapas 5. Explorando a proporcionalidade

➤ A empresa “Centopeia Bus” possui três modelos de ônibus: vermelho, rosa/lilás e marrom. No seu estacionamento existem 3 vagas do comprimento do maior ônibus dentre esses três, sendo que cada uma é destinada a um modelo de ônibus.

➤ Ao final do dia, todos os ônibus devem ser estacionados nas vagas, de modo que não sobre nenhum espaço entre os ônibus.

[imagem das três escalas]

➤ Qual o comprimento do maior ônibus da empresa?

➤ Quantos ônibus de cada cor a empresa Centopeia Bus possui?

➤ Existe alguma relação de tamanho entre os tipos de ônibus? Quais?

Respostas esperadas:

Esperamos que os alunos percebam a relação de proporcionalidade entre os comprimentos dos ônibus, de modo que 4 ônibus vermelhos são do mesmo comprimento que 2 rosas e 1 marrom. É importante explorar as relações de dobro, quádruplo e metade. À medida que os alunos vão se manifestando, você pode propor a construção de uma tabela, de modo que facilite a visualização e discussão das medidas:

Peça	Quantidade
8 (marrom)	1
4 (rosa/lilás)	2
2 (vermelho)	4

Etapla 6. Explorando uma nova barra

Professor, disponibilize aos alunos uma barra com 16 unidades de medida. Uma sugestão é a utilização da malha quadriculada 1x1. Você também pode confeccionar a barra utilizando outro material, desde que considere a medida das unidades, de modo que as crianças consigam fazer a sobreposição. Outro ponto a ser considerado diz respeito à cor dessa barra: sugerimos que ela seja branca, para não interferir na comparação com as cores das peças do Cuisenaire.

Observe a barra abaixo:



- Utilize a peça marrom para medir essa barra. O que aconteceu?
- E se você utilizar a peça lilás/rosa para medir? O que acontecerá?
- O que aconteceu quando você utilizou a peça marrom e a peça lilás/rosa? Existe alguma relação entre as quantidades utilizadas? Justifique.
- E se você utilizar a peça vermelha?

Respostas esperadas:

Explore essa barra com os alunos, de modo que eles percebam sua medida (16 unidades) e que possam estabelecer relações com as peças que já conhecem do Cuisenaire. Você ainda pode realizar problematizações, como por exemplo: Vocês acham que existe alguma relação dessa peça com as que já conhecem?

À medida que os alunos vão se manifestando, você pode ir aprofundando as discussões ou, se não houver muitos levantamentos, já pode seguir para a próxima etapa.

É esperado que os alunos identifiquem por meio da sobreposição,

estimativa ou estabelecimento de outras relações que, para medir a barra, são necessárias duas peças marrons. Contudo, as respostas dos alunos podem ter outros desdobramentos. É possível que eles utilizem apenas uma peça marrom e acreditem ser essa a resposta correta ou, ainda, eles podem utilizar outras peças para completar as unidades restantes - caso utilizem 1 marrom. Nesses dois últimos casos, é necessária a intervenção do professor, retomando o enunciado e fazendo problematizações para que os alunos avancem.

É esperado que os alunos identifiquem que foi necessária a utilização de 2 peças marrons e 4 peças lilases. As crianças podem identificar que as peças aumentaram, então, você pode problematizar: de que forma aumentou? Dependendo da turma, é possível aprofundar o estabelecimento de relações: a multiplicação 4×4 ; e que 2 é a metade de 4; 4 é o dobro de 2; existe uma proporcionalidade entre 2 e 4.

É esperado que os alunos identifiquem a necessidade de utilizar 8 peças vermelhas.

É possível o estabelecimento de outras relações: a multiplicação 8×2 ; 8 é a metade de 16; 16 é o dobro de 8. Para entrar na discussão da ideia de proporcionalidade envolvida entre as medidas, você pode retomar a quantidade utilizada de cada peça ao realizar a medida da barra. À medida que os alunos vão se manifestando, você pode propor a construção de uma tabela, de modo que facilite a visualização e discussão das medidas:

Barra unidade de medida	Medida
8 (marrom)	2
4 (lilás/rosa)	4
2 (vermelho)	8

Fonte: proposta construída pelos participantes do Grucomat/2022, compilada com adaptações pela autora em jun. 2024.

Nessa sequência didática com a Escala Cuisenaire, é fundamental ressaltar a eficiência de um material manipulável que não apenas promove a aprendizagem matemática, mas também incentiva a exploração e o desenvolvimento do raciocínio

proporcional. As tarefas cuidadosamente planejadas despertam a curiosidade e o engajamento dos alunos e das alunas, possibilitando a construção do conhecimento matemático de maneira lúdica e significativa. Nesse ambiente rico em oportunidades de aprendizagem, a mediação do(a) professor(a) desempenha um papel crucial, orientando os alunos e as alunas a desenvolverem as tarefas de forma estruturada, dividindo-as em partes ou etapas que facilitam a compreensão e a aplicação dos conceitos matemáticos.

Momento de formar estratégias, testar e escrever hipóteses

Na semana seguinte à primeira experiência retomamos os trabalhos com as crianças. Nessa etapa discutimos vários aspectos acerca de nossas conjecturas. Entregamos novamente a Escala Cuisenaire às duplas. Observamos que já havia um certo traço de familiaridade com o material. Assim, as crianças foram desafiadas a explorar as escalas e fazer relações e comparações. Consideramos com o grupo representar uma frota de ônibus, em que cada escala representa um ônibus; e as unidades, as janelas. A Figura 11 mostra Anderson construindo os ônibus.

Figura 11 – Anderson construindo os ônibus e sobrepondo as janelas



Fonte: acervo da autora

O grupo concordou e gostou da ideia. As crianças iniciaram as construções. O momento permitiu a partilha de experiências e a confirmação de conjecturas, por exemplo: a criança Camila, ao agrupar as *janelas* na escala marrom teve a certeza de que poderia atribuir o valor 8 à barra. De igual modo, outras crianças foram confirmando os valores de cada uma das escalas, sobrepondo cada uma das unidades nas barras. Conforme explica Grando (1995, p. 16), a investigação matemática é fundamental na resolução de problemas, “através dela é que a criança pode gerar conjecturas, hipóteses e verificar se elas são, de fato, verdades”. Por esse viés investigativo as crianças seguiam descobrindo modos de ultrapassar possíveis dificuldades na resolução dos problemas,

superando-os, desenvolvendo estratégias individuais e coletivas, ressignificando, atribuindo sentido às cores e aos valores das escalas. As discussões e conjecturas mais entusiásticas surgem de Camila, que tem um perfil da pessoa típica que gosta da matemática. É uma criança atenta e aceita desafios. Pergunto a Camila sobre as suas descobertas e suas conjecturas...

Camila: *Profe eu descobri que cada barrinha destas tem uma medida* [pega a barra laranja na caixa encosta na régua].

Professora: *Hummm, então me diga qual é a medida desta barra laranja?*

Camila: *Uai, 10 cm. E ela vale 10.* [responde de plano]

Constatamos que Camila articulou ideias e seu pensamento matemático de forma lógica para comprovar a sua conjectura, lançando mão da régua e medindo a escala laranja. Logo considerou a medida 10 cm e o valor 10 da escala. Feita a descoberta, decidiu aplicar o mesmo procedimento com todas as outras escalas. Durante a sua experiência houve o processo de partilha e troca de ideias nos grupos. Refletiram também sobre a quantidade de unidades que deveriam sobrepor em cada uma das escalas. A discussão coletiva serviu para estimular todas as crianças.

Entregamos a primeira atividade da sequência didática “Garagem de ônibus”. A proposta era *estacionar* os ônibus construídos por eles(as) nas seis vagas para ônibus laranja e responder às questões subsequentes. Após as orientações as crianças fizeram suas tentativas e apresentaram soluções. Selecionei alguns exemplos, que mostro a seguir.

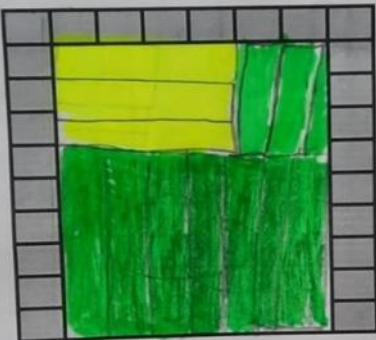
A Figura 12 mostra a tarefa de Luciana; e a Figura 13, a tabela que Luciana construiu.

Figura 12 – Tarefa de Luciana

ATIVIDADE 1 -

IMAGINEM QUE VOCÊS IRÃO ESTACIONAR OS ÔNIBUS QUE VOCÊS CONSTRUÍRAM EM UMA GARAGEM QUE POSSUI 6 VAGAS PARA OS ÔNIBUS MAIORES (LARANJA). É IMPORTANTE QUE TODOS OS ÔNIBUS SEJAM ESTACIONADOS, COMO VOCÊS OS ESTACIONARIAM?

ESTACIONAMENTO *Liamante*



Peça 1	Peça 2	Cálculo
marrom	vermelho	$8 + 2 = 10$
amarelo	amarelo	$5 + 5 = 10$
Preto	Verde-claro	$7 + 3 = 10$
		$6 + 4 = 10$

b) OS ÔNIBUS PODEM SER AGRUPADOS NAS VAGAS? QUAL SERIA A MELHOR ORGANIZAÇÃO?

Novos desafios:

a) SE SAIR O ÔNIBUS LARANJA, QUE OUTROS ÔNIBUS PODEM OCUPAR O MESMO LUGAR? *marrom e vermelho*

b) SE O ÔNIBUS LARANJA SAIR, QUAIS DOS ÔNIBUS PODEM OCUPAR O MESMO ESPAÇO? *Preto e verde-claro*

c) SE O ÔNIBUS AZUL SAIR, QUAIS E QUANTOS ÔNIBUS IGUAIS PODEM OCUPAR O MESMO ESPAÇO? *prejudicada*

Fonte: acervo da autora

Transcrição das respostas escritas pela criança:

A) Marrom e vermelho; preto e vermelho

B) Ônibus amarelo

C) Questão prejudicada (sobre esta questão o grupo concluiu que não seria possível colocar no lugar do “ônibus” azul outros ônibus de mesma medida, assim decidiram anular a questão).

Figura 13 – Tabela construída por Luciana

Peça 1	Peça 2	Cálculo
Marrom	vermelho	$8 + 2 = 10$
Amarelo	amarelo	$5 + 5 = 10$
Preto	Verde-claro	$7 + 3 = 10$

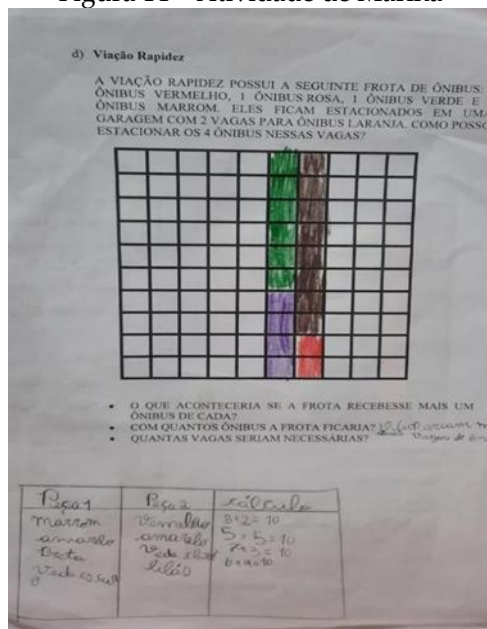
Fonte: acervo da autora

As aulas de matemática investigativas contribuem para a criança testar conjecturas, construir conceitos. Na Figura 12 a criança Luciana tem a oportunidade de explorar as possibilidades de ocupar as vagas ou estacionar os *ônibus* previamente construídos. O exemplo evidencia o interesse imediato da criança em preencher os espaços da *garagem*, trabalhando as barras verde-escuras (6), amarelas (5) e verde-claras (3), ajustando a posição das barras na vertical ou na horizontal, conforme fosse o caso. Concordo com o educador matemático Van de Walle (2009, p. 383), quando diz que essa é uma “atividade valiosa para o desenvolvimento do raciocínio proporcional”. No caso em análise a criança foi capaz de “comparar razões em situações semelhantes, mas não proporcionais” (p. 383).

Por certo a tabela construída por Luciana, mostrada na Figura 13, demonstra que esse tipo de atividade possibilita à criança desenvolver o raciocínio proporcional à medida que faz combinações entre medidas/números e cores/barras semelhantes ao valor da barra laranja. Nesse ponto, vale observar que a tabela foi sugerida por mim enquanto discutíamos, em um dos encontros do Grucomat, um modo de organizar os dados durante a atividade com as crianças. A Figura 14, a seguir, mostra a atividade de Marina¹¹; e a Figura 15, a tabela que essa criança elaborou.

¹¹ Essa criança desenvolveu a síndrome do pânico por ter perdido alguns familiares vítimas do vírus da Covid-19. Na ocasião de nossos trabalhos investigativos estava em tratamento contra a síndrome, todavia não apresentou dificuldades pontuais para construir o pensamento proporcional.

Figura 14 – Atividade de Marina



Fonte: acervo da autora

Resposta da Marina para a pergunta do texto:

*Ocupariam mais duas vagas de ônibus.

Figura 15 – Tabela construída por Marina

Peça 1	Peça 2	Cálculo
Marrom	vermelho	$8 + 2 = 10$
Amarelo	amarelo	$5 + 5 = 10$
Preto	Verde-claro	$7 + 3 = 10$
Verde-escuro	Lilás	$6 + 4 = 10$

Fonte: acervo da autora

Para Vigotski (1998), cada sujeito é singular, um universo. Nessa concepção de ser humano vale considerar as interações sociais, os sentimentos e as percepções que cada criança tem acerca do objeto de ensino. Cada uma delas se apresenta com um potencial. A dinâmica de apropriação e da construção dos conceitos depende exatamente de elementos da cultura, da interação social – e, nesse

cenário, o papel do(a) professor(a) no processo de mediação do ensino é pontual. Guardadas as peculiaridades, de modo igual Luciana e Marina construíram suas conjecturas e foram testando as escalas de acordo com a orientação da atividade e das discussões no grupo. Fizeram combinações e sobreposições de peças. A atividade investigativa construída por Marina aponta que essa criança, segundo Van de Walle (2009), já começa a desenvolver um raciocínio proporcional. Ela já compara e combina as barras (cores e valores), tendo como parâmetro um valor único: a barra laranja que expressa uma razão: 10. Primeiramente considera uma parte (uma vaga do ônibus laranja), depois outra parte e mais uma vaga. Por conseguinte, pondera quantos e quais *ônibus* caberão nas respectivas vagas. A Figura 16 mostra a atividade da criança Anderson.

Figura 16 – Atividade de Anderson (Enfim, a proporção: uma declaração de igualdade entre as duas relações)

OBSERVE A BARRA A SEGUIR:



a) Utilize a peça marrom para medir essa barra. O que aconteceu?
 Se eu usar peças marrom não dá para medir a 10, porque, $8 + 8 > 10$

b) E se você utilizar a peça rosa para medir? O que acontecerá?
 Se eu utilizar peças lilás a quantidade de peças será 4, porque $4 + 4 + 4 + 4 = 16$, ou $4 \times 4 = 16$.

c) O que aconteceu quando você utilizou a peça marrom e a peça rosa? Existe alguma relação entre as quantidades utilizadas? Justifique.
 Não, porque a peça marrom ocupa 8 lugares e a peça lilás 4.

d) E se você utilizar a peça vermelha?
 Vou usar peças de 8 peças vermelhas, porque $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$, ou $8 \times 2 = 16$

Fonte: arquivo da autora

Na Figura 16 é notável que Anderson parece compreender a razão única = 16 e as medidas relativas à mesma situação: $8 + 8 = 16$; $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ (4×4) = 16; $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$ (8×2) = 16. É possível inferir que o raciocínio da criança tem como ferramentas de ponto de partida a proposta da atividade e a escala marrom. Esse conjunto de instrumentos estimula o pensamento aditivo e multiplicativo. A partir das questões (b), (c) e (d), Anderson parece raciocinar em uma perspectiva multiplicativa. A proposição pode ser constatada quando se verificam as respostas a partir da questão (b), considerando que na questão da letra (a) ele não trouxe o pensamento multiplicativo.

Conclusão

A atividade foi bastante rica em novidades para as crianças. Elas não conheciam a Escala Cuisenaire e esse fator foi preponderante para desencadear o interesse pelas atividades.

De acordo com a proposta do trabalho investigativo, as crianças foram formulando conjecturas, testando e organizando os dados a partir das barras Cuisenaire e das atividades propostas. A mediação da professora e do nosso estagiário foi fundamental e colaborou no processo de significar e (re)significar o pensamento proporcional.

As imagens e o registro escrito das atividades das crianças demonstram o modo como a sequência didática foi sendo desenvolvida. O processo foi bastante lento, todavia evoluiu bem e as crianças construíram sínteses interessantes voltadas para o raciocínio proporcional. O resultado das atividades escritas é exemplo de que o trabalho nessa perspectiva investigativa permite ao(a) professor(a) refletir a todo tempo sobre estratégias e fazer releituras de conjecturas abandonadas de modo a concretizar conceitos matemáticos – no caso, número, razão e proporção.

Enfim, o aprendizado para Vigotski (1998, p. 138), no que se refere ao conceito, sua formação e seu significado, “implica sempre

um certo grau de generalização”, uma “passagem para um tipo mais elevado de atividade interior”. Veja bem, no contexto dessa atividade as crianças puderam experimentar as barrinhas, conhecer e testar individualmente e no coletivo cada uma das peças da Escala Cuisenaire. Dessa forma, à medida que a ação de manipular os objetos se torna objeto da ação, a percepção sobre a escala se modifica, e as estratégias de manipulação das peças para dar respostas também são reformuladas ou modificadas. Assim, o processo investigativo nas aulas de matemática tem um caráter preponderante na função de promover ou instigar na criança engajamento, “uma nova forma de ver as coisas” ou, melhormente dizendo, criar variadas “possibilidades de manipulá-las” (Vigotski, 1998, p. 79).

Neste trabalho, vale destacar o nosso aluno Ronaldo com a síndrome de Down. Segundo Vigotski (2022, p. 31), “a criança cujo desenvolvimento foi complicado por um defeito, não é simplesmente menos desenvolvida que suas contemporâneas normais; é uma criança, porém, desenvolvida de outro modo”. Nesse sentido, Ronaldo participou, com a minha mediação e de suas monitoras, de todas as atividades propostas dentro do coletivo da sala de aula. As atividades, é claro, foram adaptadas, todavia sem perder o foco da discussão proposta no grupo da sala de aula.

Ao longo de nossas aulas, pude observar, mediante o manejo das barras e as discussões coletivas, que as crianças, invariavelmente, construíram conceitos como dobro, triplo e metade. Diria que foi um avanço na construção das ideias matemáticas para o raciocínio proporcional.

Caminhando para concluir, considero necessário destacar o cenário de nossa escola. Uma escola que concebe um(a) professor(a) crítico(a), criativo(a), autônomo(a) e livre para desenvolver a metodologia da investigação dentro de uma perspectiva da educação problematizadora, fundada em estudiosos como Paulo Freire, Vigotski e seus colaboradores. É notável: a aula do tipo investigativa desenvolvida e apresentada nesta narrativa só se tornou realidade a partir de um conjunto de

fatores que colaboraram em uníssono: um grupo de professores(as) que pensou na sequência de tarefas por um certo período de tempo, elaborando, reelaborando e discutindo; um espaço escolar favorável para desenvolver a proposta, um recurso material adequado; e, por fim, uma professora que já tem uma cultura de trabalho do tipo investigativa. Todos os fatores, além de estabelecerem conexões entre saberes, se entrelaçam e formam uma teia de possibilidades.

No decorrer de nosso trabalho procuro centrar nossas discussões na criança, legitimar e interpretar a sua fala. Desse modo, a matemática ensinada por esse viés investigativo, “realizada por meio de uma metodologia conscientizadora, além de nos possibilitar sua apreensão, insere ou começa a inserir os homens numa forma crítica de pensarem o mundo” (Freire, 2016, p. 134).

Além disso, ao final das etapas vencidas concluo que os estudos reflexivos com os(as) colegas no Grucomat foram fundamentais para que eu pudesse desenvolver essa experiência singular com a Educação Matemática – e as crianças e suas interpelações me permitiram aprofundar a compreensão sobre a proporcionalidade.

Referências

- BENJAMIN, W. *Diário de Moscou*. Tradução de Hildegard Herbold. São Paulo: Companhia das Letras, 1989. Prefácio de Gerhom Scholem.
- FREIRE, P. *Educação e Mudança*. 2. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.
- FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 51. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.
- FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 16. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2016.
- GRANDO, R. C. A escrita e a oralidade matemática na Educação Infantil: articulações entre o registro das crianças e o registro de práticas de professores. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E.

- Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática*. Campinas: Mercado de Letras, 2013. p. 35-55.
- GRANDO, R. C. *O Jogo suas possibilidades metodológicas no processo - aprendizagem da Matemática*. 1995. 175 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1995.
- LARROSA, J. *Pedagogia profana: danças, piruetas e mascaradas*. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.
- LIMA, A. D.; SOUZA, S. A. D. Educação básica de qualidade no Cepae/UFG: um dos lados da história. In: MESQUITA, D. N. D. C. *Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada À Educação*. Goiânia: Cegraf/UFG, 2018. p. 115-141.
- SUGIAYAMA, E. S. *Projeto de pesquisa - caderno pedagógico Escala Cuisenaire e jogos: uma metodologia alternativa para compreensão das operações fundamentais dos números naturais*. Figueira: Governo do Estado do Paraná/Secretaria da Educação, 2016. Cadernos PDE, v. II.
- VAN DE WALLE, A. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores em sala de aula*. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- VIGOTSKI, L. S. *Obras Completas - Tomo Cinco: Fundamentos de Defectologia*. Tradução do Programa de Ações Relativas às Pessoas com Necessidades Especiais (PEE). Cascavel: Edunioeste, 2022.
- VIGOTSKI, L. S. *Pensamento e linguagem*. Tradução de Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1998.
- VIGOTSKI, L. S. *Psicologia, educação e desenvolvimento: escritos de L. S. Vigotski*. Organização e Tradução de Zoia Prestes e Elizabeth Tunes. São Paulo: Expressão Popular, 2021.

Receita da Tia Nastácia – Narrativa de uma prática investigativa matemática

Sirley Aparecida de Souza¹

Embora seja eu uma dessas pessoas que têm feito um vasto trabalho nas matemáticas, desde a minha juventude tenho continuamente meditado sobre a filosofia, pois sempre me pareceu que haveria um modo de estabelecer algo sólido neste campo por meio de regras claras (Leibniz, 2009, p. 58).

Introdução

Estimulada, ainda que apreensiva por ser neófito no campo da produção da escrita narrativa, manifesto meu incontido desejo de compartilhar minhas experiências, de modo reflexivo, a partir de minhas aulas investigativas de matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sou Sirley Aparecida, professora de Educação Matemática de uma escola de educação básica pública federal.

Há mais de dez anos venho me dedicando aos estudos no campo da Educação Matemática e, como professora, sinto-me desafiada cotidianamente a compreender melhor as minhas aulas de matemática e o processo de construção do conhecimento da criança. Utopias, sonhos. É bem nesse sentido freiriano, histórico-social, que pretendo construir esta minha narrativa.

Esses sentimentos compõem a trama de um extenso repertório de tensões consonantes e dissonantes. Exatamente como o músico de alguma maneira tenta escapar do desconforto e das tensões causadas pela dissonância das notas musicais, reconheço que o(a)

¹ Cepae/UFG. E-mail: sirley_souza@ufg.br

professor(a) se faz na polissemia dos diferentes sujeitos com variadas disposições no campo. Assim, esse meu desejo de equacionar e compartilhar experiências levou-me a partilhar com um colega minha disposição em participar de um grupo de estudos e pesquisa em que pudesse dialogar sobre minhas práticas com uma abordagem narrativa. Animada por poder pensar e repensar minhas práticas no campo das narrativas e com diferentes referentes teóricos e possibilidades inovadoras, fui apresentada à Professora Dra. Adair Mendes Nacarato, coordenadora do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat)².

Ao analisar o cenário interativo vivido no Grucomat; as narrativas polifônicas dos(as) colegas sobre experiências singulares de práticas educativas; o ensino da matemática nos anos iniciais do Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação (Cepae); e os processos de aprendizagem individual e coletivo das crianças do Cepae, articulados com o meu “eu” professora que possui uma formação em pedagogia, senti-me desafiada a ressignificar o meu jeito de ensinar. Observei que as narrativas de meus(minhas) colegas atravessavam de diferentes modos a minha história. Aquilo que não conhecemos nos incomoda, e participar de um grupo de pesquisa com o viés colaborativo abria um leque de possibilidades para discutir minhas práticas de ensino. Ao longo de nossos encontros, os diálogos e as trocas de ideias permitiram-me de forma generosa compartilhar algumas angústias e inquietações próprias de uma pedagoga que ensina matemática. Desse modo, teve início de forma respeitosa, amorosa e solidária minha experiência no Grucomat.

A experiência gera transformação, mudança. Os encontros quinzenais no Grucomat e as práticas narradas reflexivamente em torno de diversos textos e contextos escolares de certo modo convocam o(a) professor(a)-pesquisador(a) a equacionar, articular ideias – são momentos reflexivos que produzem significados e

² Trata-se de um grupo institucional que reúne professores da educação básica, sob a coordenação da Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato (Universidade São Francisco [USF], Itatiba, SP).

sentidos. Senti-me mobilizada a colaborar e me propus a desenvolver com as crianças dos 2.^{os} anos “A e B” do Cepae uma sequência de tarefas cuja temática engloba a ideia da proporcionalidade, envolvendo habilidades como construção e leitura de tabelas; e leitura e escrita (ingredientes e modo de fazer), sobremaneira, do gênero textual “receita”. A sequência didática “Receita da Tia Nastácia” passou por várias etapas de análises e discussões no grupo antes de minha chegada no ano de 2022, evidenciando a metodologia crítica e coletiva do grupo em valorizar os relatos, as estratégias e as experiências vividas por cada professor(a) na sua prática de sala de aula.

Por certo, um dos elementos fundamentais para que a tarefa tenha boa probabilidade de êxito diz respeito ao seu processo de estruturação e planejamento. Dessa forma, o diálogo e os combinados anteriores à tarefa devem estabelecer “um bom ambiente para que as investigações possam ser realizadas com sucesso” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 53).

Nesse sentido, conhecendo o contexto das turmas e os fatores (autonomia do[a] professor[a], espaço físico privilegiado e grupo de professores[as] que trabalham de modo interdisciplinar) intrínsecos que influenciam e têm influenciado o desenvolvimento de nossas aulas por esse viés investigativo, aqui quero destacar que pude contar com a participação reflexiva e colaborativa de minha colega de turma Maria Alice Carvalho. Expus o projeto, tanto aos(às) colegas professores(as) quanto às crianças, acolhendo e validando as ideias e sugestões, até para que todos(as) se sentissem copartícipes do processo de realização das tarefas investigativas.

Na turma “A” contamos com uma criança com necessidades específicas – trissomia do cromossomo 21 - síndrome de Down. Assim, tivemos duas mediadoras (que se revezavam) para apoiar o trabalho pedagógico com Rodrigo³. Essa criança é pouco oralizada, todavia, na perspectiva vigotskiana, acreditamos ser possível, por

³ Rodrigo é um nome fictício. Todos os nomes aqui descritos são fictícios para preservar a identidade das crianças.

meio da interação social, nos espaços da sala de aula e na escola no geral, criar uma pluralidade de situações favoráveis à sua aprendizagem – nesse sentido, ele a todo momento foi convidado para se envolver em cada uma das tarefas propostas. Sobre a adaptação de atividades em uma perspectiva inclusiva, Mantoan (2013, p. 37) aponta uma ideia original: “o aluno assimila o novo conhecimento, de acordo com suas possibilidades de incorporá-lo ao que já conhece”. Assim, como educadores(as), compete-nos apresentar um menu de possibilidades de saberes para a nossa criança com necessidades específicas. A turma do aluno Rodrigo também é bastante cooperativa e tenta ser solidária, respeitar opiniões e interesses, fator preponderante para que Rodrigo se sinta à vontade, com liberdade de escolher a tarefa que lhe interessa.

Apresentação para as crianças de nossa proposta

As crianças envolvidas na proposta estão todas matriculadas regularmente no 2.º ano do Fundamental I do Cepae da Universidade Federal de Goiás (UFG)⁴. A faixa etária do grupo é de 8 a 9 anos. O lugar escolhido para realizar a atividade é o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Lepem). Nossas aulas no Laboratório de Matemática acontecem duas vezes por semana (às segundas e quartas-feiras). Esse lugar se constitui ambiente que possibilita e provoca o estudo investigativo. Trata-se de uma sala com 10 m de comprimento, 5 m de largura para mais ou para menos. Nesse espaço da sala há 6 bancadas e 45 banquetas escolares, mais 5 armários, quadro-branco, mesa e 2 cadeiras do professor. O Lepem possui um acervo de recursos

⁴ O Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Goiás (C.A./UFG) foi fundado no ano de 1968. A partir da década de 1980 o Colégio de Aplicação passa a ser um Departamento da Faculdade de Educação. No ano de 1994, é inaugurado o Cepae, vinculado à Pró-Reitoria de Graduação da UFG, que passou a conter o Colégio de Aplicação. A natureza do Centro de Formação era e é formativa, em uma perspectiva de campo de estágio para as licenciaturas (Lima; Souza, 2018).

pedagógicos, tais como jogos matemáticos e *tablets*. Todos foram adquiridos por meio de projetos de pesquisa e recursos doados pela Associação de Pais e Mestres do Cepae (APM/Cepae)⁵.

As aulas de matemática no Cepae contam com um grupo plural de professores(as)⁶. Considerando os aspectos específicos da cultura escolar e da infância, os(as) pedagogos(as) formam uma maioria nesse corpo docente dos anos iniciais.

Há uma crença entre nós, professores(as) que ensinam matemática no Cepae, de que um dos aspectos que mobilizam a criança para aprender matemática “são os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 23). A metodologia concebida é investigativa, provocadora, crítica e desafiadora, na medida em que requer da criança uma participação ativa no ato de formular e reformular conjecturas.

No ano de 2023 pude contar com um estagiário do Instituto de Matemática e Estatística da UFG (IME/UFG), Vinícius Arrais Leite Silva; e dois da Pedagogia/Faculdade de Educação da UFG: Rubens Pinto dos Santos Filho e Marianna da Conceição. A riqueza das tarefas e o apoio dos estagiários culminaram em uma experiência pedagógica singular.

Considerando dar continuidade ao tema matemático focado na proporcionalidade, apresentei às crianças a proposta de realizarmos uma experiência investigativa nesse eixo temático, porém de um jeito diferente: aproveitaríamos o Ludens⁷ para

⁵ A APM/Cepae/UFG foi fundada em 4 de agosto de 1995. É uma pessoa jurídica de direito privado, constituída sob a forma de associação civil sem fins lucrativos e de duração indeterminada. Visa congregar os professores e pais de alunos do Cepae/UFG e é regida por Estatuto próprio que pode ser acessado em www.cepae.ufg.br.

⁶ Há professores(as) de várias áreas do ensino envolvidos(as) em práticas investigativas e em projetos interdisciplinares: Geografia, Ciências, Língua Portuguesa, História, Educação Física, Música, Artes.

⁷ O Ludens é um evento que procura colocar a todos, especialmente os(as) estudantes da educação básica, em interação lúdica, prazerosa e divertida não só com os conhecimentos e os saberes das matemáticas, mas também das

desenvolver uma oficina de matemática divertida, tendo como pano de fundo a matemática investigativa. Elas ficaram curiosas! Disse a elas que desta vez poderíamos saborear o produto de nossa experiência! O grupo ficou ouriçado e muito curioso para saber como e quando seria realizada a tal aula. Para acabar logo com o suspense, expliquei que a nossa atividade investigativa seria realizada dentro do evento Ludens.

Nesse sentido, todos os anos o Cepae estimula e agrega professores(as) da Unidade e estagiários(as) dos Institutos de Matemática e da Faculdade de Educação – que, eventualmente, desenvolvem atividades de ensino com a disciplina de Matemática na educação básica – para se envolverem no evento, oferecendo oficinas e palestras e/ou participando delas. É uma boa ocasião para construir e desenvolver com a comunidade escolar projetos matemáticos de caráter lúdico e interativo. Toda a comunidade cepaneana é convidada a participar. Os(as) estagiários(as), os(as) alunos(as) da Residência Pedagógica e os(as) bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (Pibic/CNPq) também são chamados(as) para colaborar com oficinas, palestras e minicursos.

Chegou o dia de fazer o bolinho de chuva

A primeira etapa da atividade aconteceu com a projeção do curta *Bá* (2021). O cunho inicial da proposta foi o de promover a imersão das crianças de modo poético e reflexivo no tema “família”. O bolinho de chuva remete a lembranças e histórias de um tempo de criança: infância, cheiro de chuva, avó, brincadeiras, família. “Nada é fixo para aquele que alternadamente pensa e

ciências, das humanidades e das culturas, de forma geral. Uma vez que a ludicidade faz parte de praticamente todas as áreas e esferas da atuação humana, como muito bem nos ensinou Johan Huizinga, autor do livro *Homo ludens: o jogo como elemento da cultura*, o Ludens é um convite a brincar e a aprender (Cepae/UFG, 2023).

sonha” (Bachelard *apud* Dias, 2011, p. 49). Diria que invariavelmente transitamos entre o sonho e a realidade – e, no campo da escola, o sujeito das práticas educativas deve estabelecer e produzir por meio da interatividade a análise e a síntese.

Maria Alice Carvalho contou, em entrevista concedida em 13 de abril de 2024, que desde 2012 o projeto de pesquisa interinstitucional *“Arte, psicanálise e educação: os procedimentos estéticos do cinema e as vicissitudes da infância (Cepae/UFG)’ tem promovido estudos para que a relação entre cinema e educação seja mais próxima e contribua para que a escola tire mais consequências desse encontro”*. Concordo com Carvalho na ideia de que uma forma de reconhecer o potencial do cinema é vê-lo como uma linguagem que revela a busca por uma representação que, mesmo que seja parcial, capture o encontro do ser humano com o mundo. E certamente é por essa incompletude que um sujeito se põe a trabalhar, inventar, elaborar e criar.

Ainda na mesma entrevista, Carvalho destaca que *“os filmes são exibidos nas várias disciplinas, sempre que possível, com a intenção de provocar o olhar, fazer emergir as contradições, reconhecer os conflitos, denunciar injustiças e provocar elaborações”*. Em suma, é fundamental promover o debate sobre as intolerâncias relacionadas à etnia, ao gênero e aos problemas sociais que afetam a contemporaneidade. Certamente, o visionamento de filmes que abordam essas questões poderá ajudar a problematizar os sentidos uniformizadores e preconceituosos que se materializam cotidianamente na escola e na sociedade, um dos objetivos do projeto de modo geral; e instigar a busca por sua superação.

Nesse diapasão, o filme *Bá* (2021), do diretor Leandro Tadashi, lançado em 2015, foi escolhido para introduzir a nossa aula de matemática. O Quadro 1 foi organizado com os dados informacionais sobre o filme.

Quadro 1 – Informações sobre o curta exibido

Diretor: Leandro Tadashi Roteiro: Leandro Tadashi Produtor: Tais Nardi
Diretor de Fotografia: Tais Nardi Direção de Arte: Rafael Blas
Trilha Sonora: Christine Hals Direção de Som: Fernando Russo
Edição: Lindsay Armstrong
Edição de Som: Daniel Turini, Fernando Henna
Elenco: Lumi Kin, Letícia Aya, Henry Jun Kanashiro, Fabio Yoshihara, Yuriko Miamoto Shimata Agente Comercial: Leandro Tadashi

Fonte: elaborado pela autora com base em *Bá* (2021)

A propósito, o curta narra a história de Bruno, um menino de 8 anos que tenta lidar com as mudanças que ocorrem em sua vida quando a avó começa a morar em sua casa. Esse filme de caráter ficcional, embora inspirado nas relações parentais do próprio diretor, coloca em evidência uma questão central do século XXI: o etarismo. O envelhecimento da população brasileira já é uma realidade. Segundo um estudo populacional do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população de idosos, avós ou não, representa 16,7% do total, e estima-se que esse número ultrapassará 40% nos próximos anos. A pesquisa destaca o crescimento dessa população, que se configura como o principal evento demográfico do século XXI, exigindo ações políticas e iniciativas de cuidado e proteção não apenas do Estado, mas também das famílias, para garantir uma convivência respeitosa e digna entre gerações (Agência IBGE, 2018).

Essa temática faz parte dos conteúdos previstos nas aulas de História, Geografia e Língua Portuguesa, abordados como narrativas familiares, processos de memória, identidade e subjetividade. Esse filme, com outros textos e atividades, contribuiu para que um processo dialógico fosse construído e para que representações sobre essa temática fossem elaboradas pelas crianças. Parte desse estudo foi publicada no artigo “A bênção” (Souza *et al.*, 2022).

Um aspecto que chama a atenção e é fundante para a análise matemática é o bolinho de chuva, um elemento que acompanha o desenvolvimento do filme *Bá* (2021) do início ao fim. Esse é um dos elos na relação entre pai e mãe e vai ajudar a constituir o laço entre a avó e o neto. O bolinho de chuva evoca memória e identidade, encontros e partidas, sabores e cheiros, acolhimento e afeto de vó. A Figura 1 mostra os alunos assistindo ao filme *Bá* (2021).

Figura 1 – O grupo atento às cenas do filme: *Bá* (2021)



Fonte: arquivo da autora

Embora a cultura do *fast food* tenha lugar na contemporaneidade, muitas famílias ainda se reúnem em torno de uma mesa para degustar as receitas familiares. Por que não aproveitar essas tradições e revisitar essas receitas para, então, pensar a matemática?

Nesse sentido, o filme vai potencializar uma experiência de ensino sustentada pela sensibilidade, na qual as lembranças são revisitadas, de tal sorte que o poder transformador do cinema desperte os sentidos e a alma e, assim, permita um novo encontro com outra complexa arte, sobretudo, a matemática.

Uma vez apresentado o filme, abrimos um momento de discussão no grupo; o debate de ideias preparou o cenário para a

aula prática já anunciada. Segue um trecho do diálogo que aconteceu após a exibição do filme.

Professora: *Gostaram do curta?*

Crianças: *Simmmmmmmmmmmmmmmmm.*

Renato: *Professora, eu vi lá o bolinho de chuva. A minha avó também faz bolinho de chuva e eu gosto.*

Professora: *Hummmmm. Bom demais né pessoal, avó e bolinho de chuva combinam porque é tudo doce e combinam com amor.*

Luciana: *Muito triste esse filme prô. Eu já conhecia.*

Mariana: *Eu achei muito legal porque tem bolinho e depois o menininho começa a cuidar da vovó dele.*

Professora: *Sim, mas o curta serve pra gente pensar um pouco no jeito como a gente vive com as pessoas de nossa família, principalmente, nossos avós e, mais, como a presença de certos cheiros e comidinhas passam a fazer parte de uma memória afetiva na nossa vida.*

Professora: *Falando em memória, lembranças, bolinho e brincadeiras quem aqui já ouviu falar do Sítio do Pica-pau Amarelo?*

Luiz Antônio: *Profe, eu gosto de assistir o Sítio. Gosto mais da Cuca que quer pegar o Saci.*

Professora: *Rrsrr, lá há outros personagens. Quem saberia dizer quais são e qual é o lugar que se passa a história?*

Alfredo: *Ahhhhh, lá tem a Emília e o porco Rabicó.*

Professora: *Muito bem! Tem também a Dona Benta, os netos dela (Pedrinho e Narizinho) e a Tia Nastácia, uma mulher preta que Monteiro Lobato faz a gente lembrar que o Brasil já viveu um tempo triste de escravidão de pessoas pretas.*

Professora: *Bom, mas nem tudo é tristeza e sofrimento porque a Tia Nastácia lá no Sítio do Pica-Pau Amarelo fazia um bolinho que a criançada adorava. Qual era o nome deste bolinho crianças? Alguém aí saberia dizer?*

Todos: *Bolinho de Chuva!*

Professora: *Isso! Sendo assim, no nosso Ludens deste ano vamos aprender matemática de uma forma divertida e gostosa. Fazendo bolinhos de chuva!*

Professora: *Vamos lá então conhecer a nossa receita e nos prepararmos.*

Caio: *vamos logo, prô! quero fazer o bolinho logo!*

Por se tratar de uma etapa inicial da atividade, diremos que o momento é de cunho reflexivo e merece, segundo Araújo (2010)⁸, “interrogar o que somos, a história e a constituição de nossa sociedade preconceituosa, nossos acertos e errâncias”. É muito importante que o(a) professor(a) explore o universo infantil das crianças, enfatizando fatores sociais e históricos que nos obrigam a refletir sobre nossas diferenças, sobretudo, acerca dos silenciamentos, da invisibilidade e dos ataques no que tange aos preconceitos racial, religioso e etarista. A seguir, o Quadro 2 mostra uma receita de bolinho de chuva.

Quadro 2 – A receita do Bolinho de chuva assado

Bolinho de chuva assado

Ingredientes:

2 xícaras (chá) de farinha de trigo
1/2 xícara (chá) de açúcar
3/4 de xícara (chá) de leite
1 colher (sopa) de manteiga
1 colher (sopa) de fermento em pó
2 ovos

Modo de preparo:

Em um recipiente, coloque todos os ingredientes, menos o fermento e a farinha de trigo. Com ajuda de um *fouet* ou na batedeira, misture todos os ingredientes até obter uma massa homogênea. Acrescente a farinha de trigo e o fermento peneirados, aos poucos, misturando bem até que tenham sido incorporados. Disponha a massa em forminhas de empada metálicas untadas ou em forminhas de cupcake.

Leve para assar em forno preaquecido a 200º C por, aproximadamente, 20 minutos. Rendimento: Aproximadamente 12 bolinhos.

Dica: você também pode rechear os seus bolinhos com banana.

⁸ Escultor baiano que inaugurou o Museu Afro Brasil e foi seu curador até a sua morte, em 2022.

Basta colocar o recheio no meio e cobrir com um pouco mais de massa!

Fonte: <https://www.tudogostoso.com.br/receita/76049-bolinho-de-chuva.html>

Observações:

Professor(a) a ideia é apresentar a receita “Bolinho de Chuva Assado” [ver Quadro 2] para as crianças. De acordo com Bakhtin (2016, p. 71), “onde não há texto não há objeto de pesquisa e pensamento”, assim, considero importante chamar a atenção das crianças para a estrutura gráfica do texto e sua composição; incentivá-las a ler e refletir sobre o formato, a ideia do texto e o modo como são especificadas as unidades de medidas. O gênero textual escolhido – receita – deve fazer sentido como ferramenta nas aulas de matemática.

Professor(a), é importante, nesse momento, conversar com as crianças sobre a importância de os alimentos assados serem mais saudáveis.

No dia escolhido para a realização de nossa receita do bolinho de chuva, todas as crianças decidiram que o melhor seria que todos nós estivéssemos com luvas descartáveis e toucas, assim, evitaríamos qualquer tipo de contaminação na massa do bolinho. Nesse ponto, o período da pandemia deixou um legado bem interessante entre as crianças, sobre a importância do cuidado com a higiene pessoal, do espaço e do outro.

Quadro 3 – Representações das unidades de medidas.

Orientação para o(a) professor(a)

As sugestões propostas na tarefa têm relação com o material a ser utilizado: xícara cilíndrica e transparente (Figura 1), para possibilitar que os(as) alunos(as) visualizem as unidades de medida fracionadas ($\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ de xícara).

Figura 1 – Copo transparente



Posteriormente apresentar um copo medidor (Figura 2) que, apesar de não ter o formato de xícara, tem as medições necessárias para a receita, para que eles tenham a possibilidade da verificação.

Figura 2 – Copo medidor



Outra possibilidade de material de verificação é um *kit* medidor de xícaras (Figura 3).

Figura 3 – *Kit* medidor



Sugerimos ao(à) professor(a), posteriormente, apresentar um copo medidor (Figura 4) que, apesar de não ter o formato de xícara, tem as medições necessárias para a receita, para que os(as) alunos(as) tenham a possibilidade da verificação. Inserir a figura 4. Outra possibilidade de material de verificação é um *kit* medidor de xícaras e de colheres (Figura 5). Inserir a figura 5. A fonte deve aparecer para cada figura. Não pode ser “Figura do google”. Deve haver a referência de cada local de cada figura.

Fonte: elaborado pela autora

Observações:

Professor(a), as imagens a seguir, no Quadro 3, são de instrumentos medidores (copo graduado, xícara e colher-medida). A dinâmica de trazer os medidores para a sala de aula mobilizou as crianças a pensar e, também, querer manusear as medidas de massa e de capacidade. Além disso, proporcionou um ambiente propício para a aprendizagem individual e coletiva do grupo, na medida em que puderam compartilhar experiências ao colocar em prática a receita. Professor(a), antes de iniciar a receita, é importante discutir com as crianças o modo como fariam para representar as unidades de medida. Para tanto, apresente os ingredientes para elas e realize o manuseio de cada um e a respectiva unidade de medida com a participação das crianças, se possível. Os medidores podem ser usados para fazer as verificações. Possíveis questionamentos servem para dinamizar essa discussão.

No Quadro 4, o(a) professor(a) encontrará uma série de perguntas e orientações para engajar as crianças na construção de conceitos com significado, enquanto aprendem a preparar uma receita de bolinhos de chuva. A proposta objetiva explorar o pensamento proporcional, conceitos de dobro e metade, além de promover discussões sobre medidas e quantidades. As perguntas sugeridas podem ser utilizadas para estimular o pensamento crítico e a participação ativa das crianças durante o processo.

Quadro 4 - Representações das unidades de medidas

Orientação para o/a professor(a):

- Qual a quantidade de açúcar que precisamos para fazer essa receita?
- Como podemos fazer para achar a metade da xícara?
- O que acontece se colocarmos açúcar na outra metade da xícara?

Ouçã as ideias que as crianças irão apresentar e retome a importância de seguir as medidas conforme a receita.

O objetivo é que as crianças consigam compreender a ideia de dobro e metade. No caso de $\frac{3}{4}$ da xícara, diga a elas que essa unidade de medida está entre a metade da xícara e a xícara cheia. Se você perceber que os alunos responderam com facilidade o que é $\frac{3}{4}$, é possível dizer que essa medida corresponde à metade acrescentada da metade da metade. Novamente, questione:

- Como podemos fazer para encontrar $\frac{3}{4}$ de uma xícara?
- Será que podemos pensar em aproximadamente?

Professor(a), após ouvir as ideias das crianças, caso nenhuma delas proponha a utilização do recurso da marcação, então, faça a sugestão da marcação com a caneta permanente dividindo a xícara em quatro partes. Questionar:

- Como fazer para obter três das quatro partes? Começar a completar a xícara mostrando 1 parte de 4, 2 partes e mostrando (apontar que significa metade) 3 partes... até a xícara cheia: as quatro partes. Essa dinâmica é necessária para melhor compreensão do inteiro e de suas partes.
- No caso da colher de sopa, apresente-a às crianças. Caso surja algum questionamento, comentar sobre os diversos tipos de colheres (sopa, sobremesa, chá e café) e suas finalidades.

Sobre o rendimento dos bolinhos...

Uma receita rende em torno de 12 bolinhos se for usada a forma de *cupcake*. Isso gera uma problematização inicial com as crianças:

- Se fizermos apenas uma receita de bolinho de chuva, cada um de vocês conseguirá comer bolinhos? Vocês acham que é suficiente para a quantidade de pessoas que temos?
- O que podemos fazer para resolver esse problema?
- Se aumentarmos a receita duas vezes, quantos bolinhos, aproximadamente, vamos ter?
- Para tanto, vamos pensar juntos antes de iniciarmos a receita: Quantas receitas devemos fazer?

Considerando que não há como prever exatamente a quantidade de bolinhos por receita, é possível discutir com as crianças uma quantidade aproximada de bolinhos e quantas receitas deverão ser feitas. Deixar as crianças registrarem como estão pensando para descobrirem quantas receitas terão que fazer.

Feita a discussão e a junção dos ingredientes com a ajuda das crianças na manipulação dos produtos e das quantidades, monte os bolinhos e ponha-os para assar. Junte os ingredientes um de cada vez. A cada medição as crianças acompanham quanto está sendo acrescentado; elas também poderão participar acrescentando ingredientes. Após fazer os bolinhos, contar com elas quantos bolinhos foram feitos e questioná-las se chegamos perto da quantidade aproximada da receita e, se não, por quê?

Possíveis questionamentos: retomada das medidas; questionamento sobre a relação entre a quantidade de crianças da sala e a quantidade de bolinhos. Pensando em aumentar não só com dobro, triplo, mas também com quantidade e meia.

Sugestão: o que acontece se eu chamar a sala ao lado? ou... Uma sala tem 30 crianças, então é necessário fazer 3 receitas?

Fonte: elaborado pelos participantes do Grucomat (2021/2022) e transcrito pela autora (2024)

Na próxima seção, apresento o desenvolvimento da receita com as crianças.

As crianças e o bolinho de chuva: a mão na massa, na medida

O evento Ludens acontece todos os anos, e nele são ofertadas várias oficinas, jogos matemáticos e mesas-redondas, no Cepae. Nossa participação é pontual. No ano de 2023, aproveitei o espaço desse evento para desenvolver com as crianças dos 2.^{os} anos “A e B” a receita do bolinho de chuva, na modalidade oficina. As duas turmas foram reunidas no Lepem, em uma manhã de sexta-feira, das 7h30 às 11h45.

Na semana do evento, exatamente três dias antes dele, realizei uma breve reunião (revisão do nosso planejamento) com os meus

Combinamos com o grupo que faríamos uma receita de 12 bolinhos, utilizando o leite de soja. Assim, todas as crianças poderiam comer o bolinho que faríamos.

Figura 2 – A mesa com os ingredientes e as unidades de medida (colher, xícara e copos)



Entregamos para cada criança uma touca e uma luva descartável. Todos preparados para pôr a mão na massa! Sobre o uso das luvas e das toucas, é preciso contextualizar historicamente e reconhecer que estávamos no ano de 2023, um período que demarcava o retorno do *novo normal*. O afastamento da escola e as mortes causadas pelo vírus da Covid-19 ainda eram fatores que provocavam certos temores nas famílias e nas crianças. Assim, o uso das luvas naquele contexto, minimamente, teve o papel de afastar os medos e aproximar os corpos.

Iniciei as explicações, convidando as crianças a observar cada um dos itens que estava sobre a mesa, dos ingredientes até os elementos que iríamos utilizar para efetivamente desenvolver a nossa receita (as unidades de medida). A Figura 3 mostra o momento em que expliquei sobre cada item que seria utilizado.

Figura 3 – A Professora Sirley explicando sobre cada elemento/unidade de medida que seria usado para desenvolver a receita



Fonte: arquivo da autora

O modo de preparo e a apresentação dos ingredientes são organizados na receita em uma linguagem prescritiva e ordenada. Nesse sentido, com supedâneo em Bakhtin (2016), podemos afirmar que a receita é um gênero discursivo secundário, portanto de caráter complexo por se constituir e se instituir no meio social organizado, predominantemente, escrito.

Com base nesses pressupostos, entregamos uma cópia da receita para cada criança. A leitura dos ingredientes e a sua conferência foram feitas passo a passo.

As unidades de medida foram apresentadas ao grupo e explicadas de acordo com a sua funcionalidade (Figura 3 e Figura 4). Feitas as explicações e discussões sobre a importância de conferir os ingredientes de qualquer receita, minimamente, ter e conhecer os instrumentos de medida adequados, concluímos que o grupo

estava preparado para colocar a mão na massa. A Figura 4 mostra o início da receita.

Figura 4 – Início da receita e explicação sobre a medida $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ de leite



Fonte: arquivo da autora

Assim, discutimos sobre cada um dos ingredientes da receita e o rendimento de uma, duas, três e quatro receitas, com parâmetro na quantidade de pessoas que estavam aguardando para comer o bolinho. A aluna Luciana fez uma observação interessante:

Luciana - Professora, eu acho que vamos ter que repetir essa receita mais de duas vezes porque $12 + 12$ é igual a 24, então, aqui nós somos 40 crianças e ainda tem a senhora e os estagiários, uai!

Discutimos a partir do raciocínio da criança Luciana que se 24 era o resultado de 2×12 , seria bom prepararmos mais duas receitas. Fariamos 4 receitas, ou seja 4×12 , ou seja, $12 + 12 + 12 + 12 = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$; $2 + 2 + 2 + 2 = 8$; $40 + 8 = 48$. Assim, cada criança ganharia um bolinho e os(as) professores(as) e estagiários(as) também. Depois dessa breve discussão em que, basicamente,

calculamos a quantidade de bolinhos para todos os alunos da sala, professores(as) e estagiários(as), partimos para a execução da receita! A Figura 5 mostra o momento da quebra dos ovos.

Figura 5 – Contando, quebrando e acrescentando os ovos...



Fonte: arquivo da autora

Cada criança teve a oportunidade de vivenciar o *modo de fazer* do bolinho. A exploração das unidades de medida pelas crianças a cada etapa da receita foi singular. Aos olhos do(a) professor(a) nada poderá passar despercebido, pois as crianças ficam atentas, concentradas e na expectativa do resultado. Essa etapa do acréscimo de cada ingrediente é decisiva para que as crianças possam formular questões e conjecturas sobre as medidas de massa e de capacidade e os conceitos de metade, dobro, proporção. Por exemplo: uma das crianças fez a seguinte questão:

Mariana – *Profe, você não acha que $\frac{1}{2}$ xícara de açúcar é pouco? Acho que o nosso bolinho ficará sem graça.*

Professora – *Hummmm, pense um pouco... a receita pede 2 (duas) xícaras de (chá) de farinha de trigo, isso significa que temos $\frac{1}{2}$ xícara de (chá) de açúcar misturada na farinha, depois, os ingredientes líquidos...o leite já conferimos que a medida de $\frac{1}{4}$ é menos da metade, mais 2 ovos, enfim, o que você acha?*

Assim, fomos nos embrenhando naquela situação e nos familiarizando com a receita e os ingredientes. Perguntei a Mariana se fazia sentido minha explicação e se parecia proporcional a

quantidade de cada ingrediente em relação ao açúcar. Ela respondeu:

Mariana: *Profe, acho que vou me convencer quando comer o bolinho, rsrs.*

Professora: *Veja bem, o sucesso da receita, a garantia de que o nosso bolinho ficará gostoso dependerá exatamente do equilíbrio, da proporção entre os ingredientes, certo?*

O bolinho ficou saboroso e a nossa criança curiosa conferiu (saboreou) o resultado!

A tarefa em grupo e a experiência de executar a receita criam possibilidades de vivências matemáticas e construção de conceitos que em uma situação *normal* de sala de aula podem ser mais complicadas. A Figura 6 mostra a manipulação dos ingredientes e das unidades de medidas.

Figura 6 - Alunos e alunas manipulando ingredientes e unidades de medida –pondo a mão na massa



Fonte: arquivo da autora

A aluna Luciana colocou em questão situações cotidianas aparentemente simples. O grupo se preocupa em dar uma resposta ao problema antes da interferência da professora, como vemos no diálogo a seguir.

Luciana: *Profe, como se quebra um ovo?*

Alfredo: *Você quebra numa vasilha porque minha mãe faz assim.*

Luciana: *E como eu quebro?*

Alfredo: *Bate na mesa!*

Professora: *Acho melhor pegar uma colher e bater devagar para não espatifar a gema...vamos com calma.*

No decorrer da tarefa fomos estabelecendo consensos e entendimentos comuns quanto às realizações.

Nesse cenário é considerado o empenho de todas as crianças para executar uma série de tarefas, como untar as formas de *cupcake*, mexer a massa, conferir os ingredientes da receita, vigiar os bolinhos no forno e manter a sala do Lepem organizada. Penso que foi fundamental a participação atenta do grupo para o desenvolvimento de cada uma das etapas da receita. Nas figuras anteriores é possível imaginar o cenário solidário e cooperativo do coletivo. Ali, todos se encontravam mobilizados, ajudando uns aos outros de modo colaborativo a fim de viabilizar o produto – o bolinho de chuva.

Observações:

Professor(a), a seguir será apresentada uma sequência de tarefas que irão auxiliar as crianças a produzir os registros escritos da atividade – lembrando que para a realização das tarefas as crianças poderão se organizar em grupos de até quatro alunos.

As tarefas: possibilidades de discussão em torno das quantidades de receitas e unidades de medida

Elaboramos, no Grucomat, um quadro para registro das quantidades de receitas. Ele é reproduzido no Quadro 5, a seguir.

Quadro 5 – Registro de quantidades de receitas

Ingredientes:	1 receita	1 receita e meia	2 receitas	3 receitas
2 xícaras (chá) de farinhade trigo				
$\frac{1}{2}$ xícara (chá) de açúcar				
$\frac{3}{4}$ xícara (chá) de leite				
1 colher (sopa) de manteiga				
1 colher (sopa) de fermento em pó				
2 ovos				

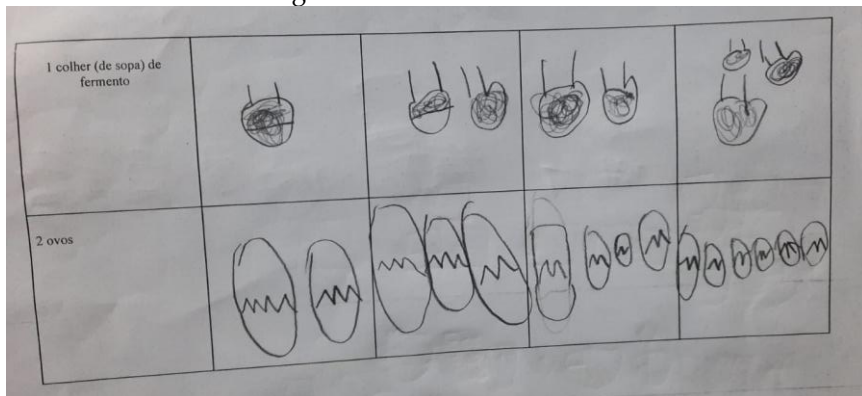
Fonte: quadro elaborado pelo Grucomat

Na aula de matemática da semana seguinte, retomamos a discussão sobre a produção dos bolinhos de chuva. Para tanto, solicitei às crianças que representassem por meio de desenhos a nossa aula de matemática e a produção dos bolinhos de chuva.

Resultados das produções

A realização das investigações matemáticas, pelo(a) aluno(a), com a mediação do(a) professor(a), de fato pode contribuir de modo significativo para a sua aprendizagem. A Figura 7 demonstra que o aluno Alfredo apreendeu a ideia de proporcionalidade, haja vista que, ao representar a quantidade de fermento e ovos, o fez na medida da receita (1 receita; 1 receita e meia; 2 receitas e 3 receitas), respeitando naturalmente a proporção.

Figura 7 – Tarefa de Alfredo



Fonte: arquivo da autora

A seguir, a Figura 8 e a Figura 9 mostram a representação de duas alunas do momento de produção do bolinho.

Figura 8 – Representação do momento da produção do bolinho assado



Fonte: arquivo da autora

Figura 9 – Representação do momento da produção do bolinho assado



Fonte: arquivo da autora

Nas representações das crianças por meio de desenhos alguns aspectos merecem destaque. As duas crianças cujos desenhos estão mostrados na Figura 8 e na Figura 9 são amigas e participaram do mesmo grupo no momento da produção do bolinho. Nesse sentido, notamos uma certa similaridade entre as duas imagens. As duas representaram a mesma quantidade de bolinhos. A razão para isso é que cada uma delas ganhou dois bolinhos: uma iria presentear a mãe, a outra a avó. Outro fator que chamou a atenção foi a proporção dos bolinhos em relação às outras personagens do cenário, inclusive, as garotas. O bolinho de chuva *roubou* a cena e se tornou importante. Embora os bolinhos tenham tomado conta do cenário (por meio da emoção), a garota cujo desenho está na Figura 8 conseguiu organizar e ordenar sobre a mesa um pequeno número de ingredientes e unidades de medida, com certa lógica espacial.

O desenho da Figura 9 dá um sentido para o número, estabelecendo uma conexão entre a quantidade de cenas e mesas representadas: uma com os dois bolinhos e a outra com uma pequena porção de ingredientes. Essa constatação pode significar que esse tipo de tarefa contribui para que o(a) aluno(a) perceba e saiba usar relações entre número e quantidade.

Como vimos no Quadro 5, a variação sugerida para a atividade escrita foi: 1 receita, 1 receita e meia, 2 receitas e 3 receitas. Como vimos na Figura 7, as crianças parecem ter encontrado sentido e prazer na realização da atividade. Vale lembrar que cada etapa dessa atividade foi orientada e discutida previamente no grupo. As unidades de medidas também foram, novamente, levadas para a sala de aula.

As hipóteses que surgiram no laboratório durante nossa experiência de fazer o bolinho conforme a receita foi verbalizada e discutida e os registros apareceram nas tarefas como no exemplo indicado na Figura 10, a seguir. A criança foi desafiada a registrar por meio de desenhos algumas possibilidades de medidas, seguindo a prescrição de cada receita.

Figura 10 – Tarefa do aluno Caio – representação das medidas da receita

Oficina da Receita da Tia Nastácia – LUDENS-2023

ATIVIDADE:
Utilize desenhos para representar as unidades de medida conforme o que sugere no quadro a seguir.

Ingredientes:	1 receita	1 receita e meia	2 receitas	3 receitas
2 xícaras (de chá) de farinha de trigo				
1/2 xícara (de chá) de açúcar				

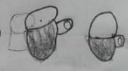
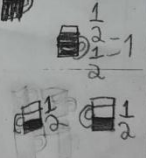
Fonte: arquivo da autora

A potencialidade da tarefa pode ser constatada, na medida em que as sequências permitem que as crianças explorem as ideias de metade, relação entre parte e todo (proporção), dobro e triplo. Caio, ao representar 2 xícaras, com $\frac{1}{2}$ xícara de açúcar, para duas receitas, não faz em um primeiro momento a relação com o inteiro, todavia, no momento seguinte, quando é convidado a representar $\frac{1}{2}$ xícara de açúcar para 3 receitas, consegue representar 1 xícara e $\frac{1}{2}$. Assim, depreendemos que pode ter havido a utilização do conceito $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. A seguir, A Figura 11 mostra a tarefa da criança Luiz Antônio.

Figura 11 – Tarefa do aluno Luiz Antônio – representação das medidas da receita

Oficina da Receita da Tia Nastácia – LUDENS- 2023

ATIVIDADE:
Utilize desenhos para representar as unidades de medida conforme o que sugere no quadro a seguir:

Ingredientes:	1 receita	1 receita e meia	2 receitas	3 receitas
2 xícaras (de chá) de farinha de trigo				
$\frac{1}{2}$ xícara (de chá) de açúcar				

Fonte: arquivo da autora

A tarefa de Luiz Antônio, mostrada na Figura 11, é ainda mais interessante porque esse foi um dos garotos que tentou compreender a xícara e suas divisões na metade e em 4 partes. Ele tentou evidenciar na sua tarefa o que tínhamos discutido. Quando registra 1 (unidade) receita e meia de açúcar, traduz exatamente que entendeu o conceito de $\frac{1}{2}$ (unidade) e metade de uma unidade. Ato contínuo, registra a xícara com $\frac{1}{4}$ de açúcar e coloca uma seta

para demonstrar haver compreendido o pensamento. Por outro lado, o pensamento proporcional desenvolvido a partir dessa tarefa restou consolidado – basta observar a sua representação das 2 receitas e o ingrediente $\frac{1}{2}$ xícara (chá) de açúcar. Ele representou as duas ($\frac{1}{2}$) xícaras, posteriormente, juntou as duas metades. Assim, podemos inferir o seguinte raciocínio lógico: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. Nessa mesma lógica de raciocínio, 3 receitas = 1 unidade + $\frac{1}{2}$.

Para concluir

Essa tarefa foi sem dúvida interessante e recheada de cheiros e sabores que devem ficar tatuados na memória de nossas crianças. O trabalho foi divertido e o aprendizado matemático de um modo multidisciplinar foi sendo construído pouco a pouco com alegria e entusiasmo por todos os atores sociais envolvidos.

De acordo com a proposta do trabalho investigativo, as crianças foram formulando hipóteses, testando cada ingrediente e concretizando conceitos matemáticos de proporção como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ + 1 xícara, 2 xícaras de farinha de trigo e/ou açúcar. É possível ensinar matemática a partir de gêneros textuais – e o gênero “receita” atendeu à nossa proposta de desenvolver o conteúdo da proporcionalidade. E mais, bakhtianamente falando, à medida que se processa a enunciação ou comunicação da palavra, “o contato do significado linguístico com a realidade concreta, contato que se dá no enunciado, gera a centelha da expressão” (Bakhtin, 2016, p. 51) e compõe o gênero discursivo. Nesse passo, podemos inferir que o gênero textual e o gênero discursivo se corporificam dentro do contexto enunciativo e ganham vida, cores e sentido. Assim se sucederam nossas aulas de matemática investigativas... cheias de vida e multicoloridas.

O contexto da sequência de tarefas “Bolinhas da Tia Nastácia” evidenciou que há potência na proposta, na medida em que as crianças se envolveram em todas as etapas do trabalho de modo lúdico e divertido. Cada uma das etapas foi apresentada e discutida

no grupo das crianças e com ele. As intervenções da professora e dos estagiários foram presentes quando eram solicitadas.

As imagens e o registro escrito das atividades das crianças demonstram o modo como a receita foi sendo desenvolvida. O processo foi bastante lento. Certamente, não foi um trabalho fácil e tranquilo, todavia foi acertado. As crianças construíram sínteses interessantes. O resultado das atividades escritas é exemplo de que o trabalho nessa perspectiva investigativa permite ao(a) professor(a) refletir a todo tempo sobre estratégias e fazer releituras de conjecturas abandonadas, de tal modo a concretizar conceitos matemáticos – no caso, número e proporção.

É fundamental registrar a importância do planejamento das tarefas – e, nesse sentido, os(as) colegas do Grucomat foram fundamentais no planejamento e discussão da sequência das tarefas utilizadas. De modo igual, a Professora Maria Alice Carvalho e os estagiários tiveram papel relevante, na medida em que mobilizaram esforços para a produção do conhecimento matemático por meio de debates de ideias e do exercício de escuta do outro.

Referências

AGÊNCIA IBGE. *Número de idosos cresce 18% em 5 anos e ultrapassa 30 milhões em 2017*. 2018. Disponível em: <https://agencianoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/20980-numero-de-idosos-cresce-18-em-5-anos-e-ultrapassa-30-milhoes-em-2017> Acesso em: 13 abr. 2024.

ARAÚJO, E. Nós somos a República do fracasso. *Geledés*, 8 nov. 2010. Disponível em: https://www.geledes.org.br/emanoel-araujo-nos-somos-a-republica-do-fracasso/?utm_source=chatgpt.com Acesso em: 15 ago. 2025.

BÁ. [S. l.: s. n.], 2021. 1 vídeo (14 min). Publicado pelo canal Mostra de Cinema Infantil. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Mv8wE7gapX4> Acesso em: 25 ago. 2025.

BAKHTIN, M. *Os gêneros do discurso*. Organização, tradução, posfácio e notas de Paulo Bezerra; notas da edição russa de Serguei Bortcharov. São Paulo: Editora 34, 2016.

CENTRO DE ENSINO E PESQUISA APLICADA À EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – CEPAE/UFG.

Inscrições de Oficinas – 12.º Ludens: Jogos e Brincadeiras na Matemática. 2023. Disponível em: <https://ludens.cepae.ufg.br/p/46492-inscricoes-de-oficinas-12o-ludens> Acesso em: 16 ago. 2025.

DIAS, M. C. M. Metáfora e pensamento: considerações sobre a importância do jogo na aquisição do conhecimento e implicações para a educação pré-escolar. In: KISHIMOTO, T. M. *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 49-62.

LEIBNIZ, G. W. *A Monadologia e outros textos*. Organização e tradução de Fernando Luiz Barreto Gallas e Souza. São Paulo: Hedra, 2009.

LIMA, A. D.; SOUZA, S. A. D. Educação básica de qualidade no Cepae/UFG: um dos lados da história. In: MESQUITA, D. N. D. C. *Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada à Educação*. Goiânia: Cegraf/UFG, 2018. p. 115-141.

MANTOAN, M. T. E. (org.). *O desafio das diferenças nas escolas*. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

PONTE, J. P. D.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SOUZA, A. D. et al. A bênção. In: MESQUITA, D. N. D. C.; SATLER, L.; FREIRE, S. M. *Escola de educação básica para todos!* Goiânia: Cegraf /UFG, 2022. p. 28-38.

Salto em distância com o 5º ano

Carla C. S. Santos¹

No intuito de contextualizar essa narrativa, gostaria de me apresentar ao prezado leitor, contando-lhe brevemente minha trajetória na escola em que atuo para que, de certa forma, minha trajetória profissional e experiências possam trazer mais sentido por detrás da prática realizada na atividade que será compartilhada.

Bom, vamos lá! Meu nome é Carla e sou professora pedagoga de uma escola privada de Itatiba desde 2016. Curiosamente, entre 2012 e 2013, atuei como estagiária nessa mesma instituição, desenvolvendo também meu projeto de pesquisa de Iniciação Científica, intitulado “Ensino da Álgebra nos Anos Iniciais”, que posteriormente se tornou o tema da minha pesquisa de Mestrado em Educação, na linha de formação de professores que ensinam Matemática. Ambas as pesquisas foram desenvolvidas no âmbito do “Grucomat”, grupo colaborativo em Matemática que realiza estudos e elabora sequências didáticas com temáticas específicas, do qual faço parte desde 2013, sendo o grande causador de todo o aprendizado que tenho a respeito do ensino da Matemática com a proposta investigativa e com significação.

Embora a graduação em Matemática fosse a realização de um sonho, a graduação em Pedagogia e todas essas experiências foram ainda mais significativas, pois me permitiram vivenciar a magia do início da construção dos conceitos nas séries iniciais. Digo isso porque, após a experiência de estágio na rede SESI, em 2016, iniciei minha atuação como docente com as turmas do 2.º ano, permanecendo nesse cargo até 2019. Foi gratificante colocar em

¹ Coordenadora Pedagógica no SESI/SP – CE 242, em Vinhedo. *Email:* carlinha_ipda@hotmail.com

prática tudo que havia pesquisado e estudado e, além disso, me tornar uma professora pesquisadora da própria prática.

Para minha felicidade, em 2020 e até o presente momento, mesmo com a pandemia, tive a oportunidade de assumir as turmas do 3.º, 4.º e 5.º anos, lecionando Matemática e Ciências da Natureza para os 32 alunos de cada ano em período integral. Esse foi um desafio estimulante e, ao mesmo tempo, enriquecedor, permitindo-me conhecer na prática a continuidade do desenvolvimento do pensamento matemático em suas diversas dimensões e especificidades, além de contextualizar o ensino para todas essas faixas etárias. Uau! Que honra ter essa experiência em minha prática!

No tocante ao ensino da Matemática para os anos iniciais, essa é minha realização e gosto pessoal. Em toda minha prática, procuro integrá-la de maneira que meus alunos também sintam esse encanto e construam um entendimento mais leve e significativo da disciplina. Dessa forma, já está incorporado à minha prática o desenvolvimento de planos de aula de maneira integrada e contextualizada, de modo que meus alunos sejam protagonistas em todo o processo de desenvolvimento do conhecimento.

Vamos ao compartilhamento da prática? Contextualizando o 5.º ano

Selecionei a tarefa do “Salto em distância”, elaborada pelo Grucomat, com a proposta de analisar o discurso e o pensamento proporcional dos meus alunos do 5.º ano de maneira intencional, visto que leciono as aulas de Matemática para essa turma há aproximadamente três anos, ou seja, desde quando eles ingressaram no 3.º ano — considerado o fechamento do ciclo de alfabetização. A intenção também se deu pelo fato de que eles iriam para o 6.º ano, sendo este meu último ano como professora da turma. Portanto, houve o interesse em investigar as relações que eles iriam articular durante a tarefa, considerando todo o conhecimento que construíram nas minhas aulas ao longo desses anos.

São 32 alunos que estão juntos desde o 1.º ano, vindos de famílias de diferentes classes sociais. Dentre eles, há dois alunos autistas e dois com TDAH, sob investigação de autismo, que necessitam de mediações pontuais e adaptações de estratégias e expectativas de aprendizagem. De modo geral, são alunos participativos, críticos, questionadores, autônomos e engajados entre si.

A tarefa: um breve resumo

A tarefa proposta teve como objetivo investigar e desenvolver o pensamento proporcional por meio de comparação das grandezas e levar os estudantes a reconhecerem as medidas dada a proporcionalidade existente. A seguir, apresento, de maneira breve, a proposta criada pelo Grucomat para realizar a tarefa, a qual pode ser adaptada, como fiz e está relatado nas próximas seções desta narrativa.

A primeira etapa, consiste em:

- Realizar a brincadeira com saltos a partir de uma demarcação no chão e uma distância considerável para dar o impulso para o pulo.
- Levantar hipóteses sobre quem dará os maiores e os menores saltos.
- Marcar a distância dos saltos com barbantes e discutir os resultados com a turma.

A segunda etapa, consiste em:

- Repetir a brincadeira com grupos heterogêneos.
- Registrar e comparar os saltos dos grupos.
- Discutir o impacto de fatores que influenciaram no resultado, levantando hipóteses.

A terceira etapa, consiste em:

- Realizar novamente os saltos no grupo sem a distância para o impulso do pulo.
- Medir os saltos, usando canudos de diferentes tamanhos (32 cm, 16 cm e 8 cm).

- Observar como a escolha da unidade de medida influencia o resultado.
 - Observar como usam os conceitos para resolverem.
 - Identificar indícios de pensamento proporcional.
- A quarta etapa, consiste em:
- Resolver problemas, envolvendo a medição dos saltos com canudos em duplas.
 - Apresentar suas resoluções e relações matemáticas.
 - Fechamento da tarefa.

A roda de conversa e a mudança da rota

Iniciei o primeiro momento com uma roda de conversa. A seguir segue o recorte do diálogo. Optei por não usar os nomes completos dos estudantes e da professora de Educação Física para preservar a privacidade deles. Sendo assim, quando se refere a eles, uso apenas as iniciais dos seus nomes.

Profª: Vocês conhecem a brincadeira do salto em distância? Hoje vamos fazer!

Aluno 1: Sim! Já fizemos na aula de Educação Física!

Profª: Que legal! Me contem, como foi?

Aluno 3: A Prô "E" fez uma competição entre meninos e meninas. A gente tinha que correr na grama e pular no tatame.

Profª: E vocês sabem qual foi a distância que correram para pular?

Aluno 4: Prô, poderia ir até a árvore para correr e dar o impulso. Acho que tinha uns 5 metros de distância...

Aluno 1: Mas tinha que dar o pulo na linha antes do tatame. Uns três palmos antes do tatame.

Profª: E todos participaram? Quem foram os vencedores?

Aluno 2: Sim! Mas os meninos ganharam em primeiro, segundo e terceiro lugar. Não foi justo!

Profª: O que não foi justo?

Aluno 2: É que foi óbvio que os meninos ganhariam, eles são mais fortes!

Profª: Mas as meninas da sala não são fortes?

Aluno 2: São! Mas os meninos jogam muito futebol e estão acostumados a correr, Prô!

Profª: Entendi! Então, o que seria justo?

Aluno 2: Formar grupos mistos! Meninas e Meninos!

Aluno 3: Mas assim também não seria justo! Porque se formar um grupo fraco ninguém ganha.

Aluno 4: Mas pode ser menina e menino mesmo, porque agora as meninas já sabem a tática!

Profª: Que tática?

Aluno 4: A tática que o “A” usou para ganhar. Pegar impulso e pular com os dois pés juntos.

Profª: E usando essa tática é garantia de que irão ganhar?

Aluno 5: Não! Porque se no grupo misto ninguém souber pular com os dois pés juntos não vai adiantar! Também não é justo!

Profª: Afinal, o que é justo? O que vocês sugerem?

Aluno 6: A gente poderia formar grupos de competição, colocando os melhores saltadores em cada grupo.

Profª: E como seria a formação desse grupo? Todos iriam participar?

Aluno 1: A gente pode eleger quem vai pular!

Aluno 6: Sim Prô! Assim, quem não quiser, não pula!

Profª: E os demais, o que farão?

Aluno 2: A gente pode dar uma função para cada um!

Profª: E quais funções poderá ter?

Aluno 2: Prô, um pode ser o olheiro para ver se pisou certinho na linha do impulso!

Aluno 3: É! E o outro faz a marcação e mede a distância do salto!

Profª: Como irão medir?

Aluno 3: Colocando o cone!

Profª: E como saberemos quem pulou mais? Comparando as distâncias entre os cones?

Aluno 3: Sim! Mas também podemos medir com a trena!

Profª: Entendi! E como vamos organizar as pontuações?

Aluno 2: O outro colega do grupo, que pode ser o registrador para fazer o relatório de tudo!

Profª: Mas todos concordam em competir com grupos separados com as funções de cada uma?

Todos: Sim!

Aluno 4: Prô, podemos fazer uma chave de competição!

Profª: *E como seria essa chave?*

Aluno 4: *Ah, existem várias! Mas é só para organizar as pontuações.*

Aluno 2: *Vamos fazer igual fizemos a da copa...*

Profª: *Bom, a Prô pretende realizar a competição entre vocês! Vamos registrar tudo como vocês sugeriram. Depois, vamos olhar para os registros e fazer algumas análises dos resultados. Combinado? De início, vamos eleger os colegas que vocês acham que saltam melhor e, em seguida, montar os grupos mistos. Logo após, cada grupo deverá se reunir para definir as funções de cada um e elaborar uma “chave” de competição para a organização dos resultados.*

Como observado no diálogo anterior, uma vez que os estudantes já haviam vivenciado a brincadeira do salto em distância nas aulas de Educação Física, eles se posicionaram colocando suas experiências e sugerindo modificações na proposta. O “brincar de salto em distância” para eles já tinha um caráter competitivo, devido à vivência que já havia acontecido com o outro professor.

Já havia previsto algumas adaptações na tarefa, visto que já conhecia a turma; porém, após a roda de conversa, mudei a rota, pois não teria sentido propor primeiramente como uma brincadeira, mas sim, deixá-los competir, proporem suas ideias e, no processo, ir fazendo as discussões matemáticas.

A roda de conversa, realizada no início, durante e após a execução das tarefas, é uma prática consolidada com essa turma durante as aulas de Matemática. Além disso, o planejamento reverso – a construção das etapas junto com os estudantes para alcançar o objetivo proposto – é uma prática corriqueira. Isso se deve à importância de os estudantes conhecerem a proposta e o objetivo da atividade para que possam atribuir sentido a ela e se engajar mais ativamente na construção e na realização das etapas. Sendo assim, antes de iniciar, eles já sabiam que precisariam organizar os registros, pois, ao final, faríamos as análises dos resultados.

A tarefa, brincadeira do salto em distância, é uma proposta investigativa, que se torna ainda mais potencializadora, quando os estudantes a realizam com clareza e engajamento. Sempre que

possível, abro oportunidades para que eles compartilhem suas impressões, apresentem suas hipóteses e façam sugestões. Essa postura tem ajudado a desenvolver um perfil crítico e uma participação ativa nas atividades propostas.

O aparecimento da frase “*o que é justo?*” no diálogo se justifica por fazer parte do vocabulário que uso com eles em situações conflituosas, seja no desempenho de um conteúdo seja nas relações interpessoais, quando precisamos tomar uma decisão para o bem coletivo.

A formação dos grupos por habilidades igualmente é uma prática nas aulas com esses estudantes em diferentes atividades, por exemplo, o escriba, o leitor, o desenhista, o editor de vídeos, o comunicador, entre outros. Sendo assim, já estão acostumados e lidam de maneira empática e compreensiva. Como eles já haviam tido a experiência de brincar saltando nas aulas de Educação Física, e buscando maior organização e competitividade, eles próprios sugeriram a formação dos grupos por habilidades.

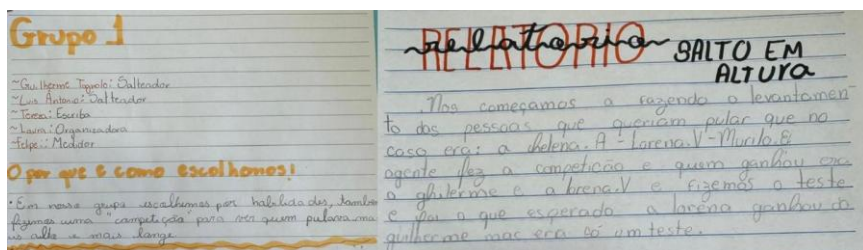
Nisso, foi lançado o desafio de construir a “chave” para a competição do salto em distância nos grupos mistos e decidirem a função de cada um no grupo para apresentar na aula seguinte, e no coletivo decidimos qual seria a chave de registro oficial.

Na próxima seção apresento as imagens de algumas chaves e como ficaram as funções nos grupos.

A apresentação das chaves e a divisão das funções no grupo

Dos 32 alunos, foram montados 6 grupos com 5 alunos, sendo 2 selecionados para apoiadores da professora com as fotos e gravações de vídeos durante as etapas. Em discussão entre eles, dos 5 componentes; 2 seriam os competidores que iriam revezar nos saltos durante a competição; 2 medidores/organizadores e 1 escriba. Nesse momento, também combinamos que todos os integrantes do grupo participariam das discussões e das análises necessárias, igualmente apoiando o escriba na construção dos registros.

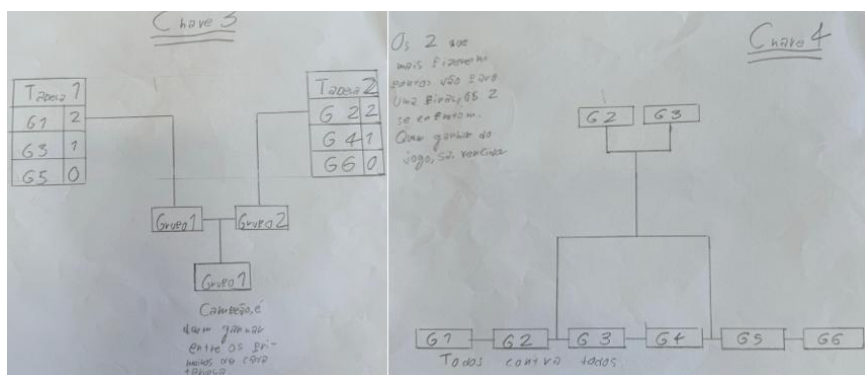
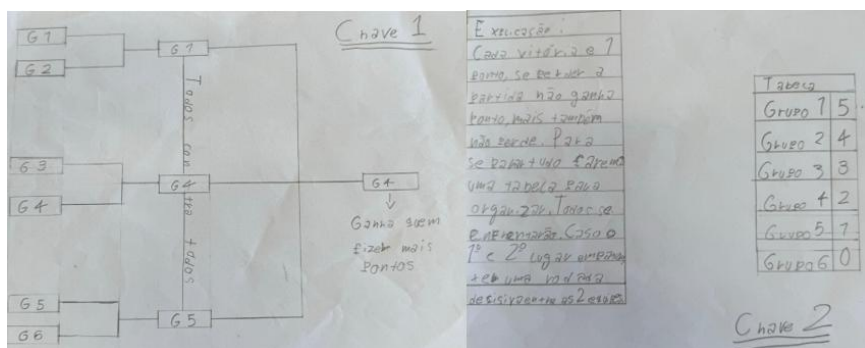
A imagem a seguir apresenta alguns registros dos escribas durante a discussão e a organização no grupo.



Mesmo sem serem solicitados, os escribas se colocaram na função de relatores sobre como organizaram a competição. Lembrando que, em outras situações de aula, já receberam orientações sobre como trabalhar em grupo por habilidade. Nesse momento, ficou nítido o quanto esse trabalho estimulou o protagonismo com compreensão e respeito entre eles. Na elaboração das chaves, os grupos sugeriram diversas ideias diferentes e, durante a discussão delas, chegamos ao consenso de que deveríamos escolher uma chave padrão para todos. Pontuei que essa decisão visava à melhor organização dos registros, que, afinal, serviriam para futuras análises, tanto individuais quanto coletivas. Precisei intervir na decisão sobre como seria a chave, pois, apesar de deixá-los protagonizar o processo, em alguns momentos se torna necessário mediar para que o foco e o objetivo da tarefa não se percam.

Durante a Copa do Mundo de Futebol, em 2022, realizei com eles um trabalho com o álbum de figurinhas na aula de Matemática. Nas etapas dos estudos, fizemos diversas pesquisas e análises, sendo uma delas a das chaves dos jogos. Os alunos dessa sala, tanto os meninos quanto as meninas, gostam de futebol e sempre estão socializando informações e fazendo relações matemáticas com estimativas e resultados de jogos do cotidiano de maneira corriqueira. Nesse contexto, surgiu o apreço pela construção da

chave, que rendeu ótimas discussões. Seguem imagens de algumas chaves, elaboradas por eles.



Nas discussões, como descritos nos registros anteriores, os estudantes apresentaram e analisaram coletivamente as diferentes chaves que construíram, fazendo uso do pensamento e das estratégias com análises combinatórias. Nota-se que **organizaram as possibilidades da competição** de maneira sistemática. Os registros também mostraram tabelas para listar diferentes combinações de jogadores ou equipes, isso é uma forma de dividir o problema em subproblemas, fazendo as combinações. De modo geral, indicaram diferentes formas de agrupar os jogadores ou distribuí-los nas fases da competição, fazendo combinações e permutações.

De maneira unânime, após muitas discussões e levantamento de prós e contras, a sala decidiu usar a chave 1, por ser mais simples e, conseqüentemente as competições seriam mais rápidas, visto que tínhamos pouco tempo de aula. Nessa chave, os grupos se enfrentam em três pares. Os três vencedores vão para a segunda fase para se classificarem em 1.º, 2.º ou 3.º lugar.

Os saltos com impulso e as problemáticas da brincadeira

Definidas as funções nos grupos e as formas de registro, na aula seguinte, providenciei o tatame, a fita métrica e os cones. Fomos até a quadra da escola para realizar a tarefa e iniciamos a competição entre os grupos. Os escribas ficaram ao lado, fazendo as anotações nas chaves e produzindo os relatórios.



Os competidores pegavam impulso, utilizando o espaço da trave do gol até a linha escolhida para dar o salto. Foi necessário o apoio dos medidores/organizadores e da professora para segurar o tatame, que começou a escorregar. Mesmo segurando o tatame, não foi possível mantê-lo intacto. Foi aí que surgiram outras problemáticas e discussões durante a realização da tarefa, como:

Fala 1: “Prô, não é justo! O tatame está escorregando e dando mais centímetros...”



Fala 2: “Mas o “M” pisou na frente da linha de impulso, não vale! Precisa saltar novamente!”



Fala 3: “Mas vamos considerar a medida final pelo pé que caiu primeiro ou pelo último?”

Fala 4: “Mas vamos medir até onde o bumbum caiu ou onde o pé bateu?”

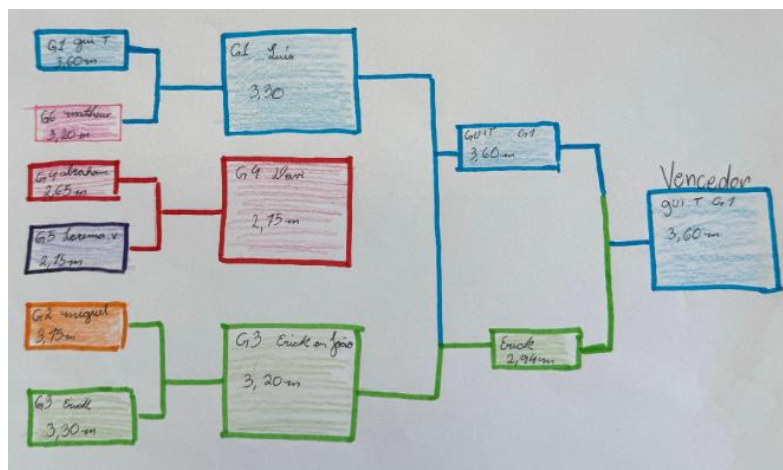
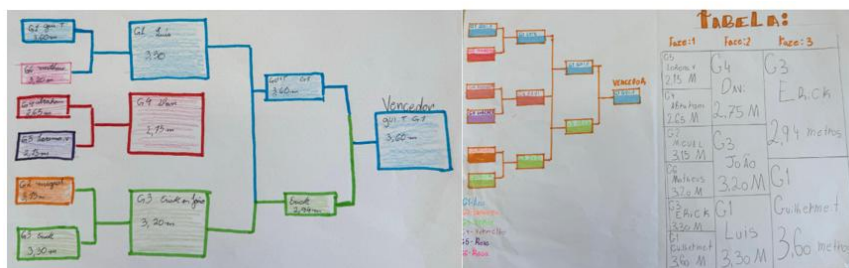
Fala 5: “Mesmo medindo com a trena, não é uma medida justa, porque alguns medidores consideraram a distância até o dedão do pé e outros o início do calcanhar...”



Após várias colocações, chegamos a um consenso e retomamos o salto sempre que alguém pisava na frente da linha de impulso ou quando o tatame escorregava. Esses momentos de conflito são esperados, visto que a competitividade faz parte dessas situações. E, por se tratar de medidas, os estudantes demonstraram compreender que poucos centímetros importavam para decidir a colocação na chave de competição.

Os alunos não demonstraram dificuldades em manusear os instrumentos de medidas, já que já trabalhamos em diversas situações. Para agilizar o processo da tarefa, os medidores

utilizaram mais de uma fita métrica e trenas. No final da competição, as chaves foram elaboradas e elegemos os vencedores.



Sáímos da quadra e fomos para outro ambiente externo para que eles pudessem fazer os registros, recomporem-se da agitação e descansar até o momento do segundo intervalo. Esses alunos ficam na escola em período integral, somando 8 horas divididas em um intervalo de 20 minutos no período da manhã, almoço seguido de descanso de uma hora e meia e mais 20 minutos de intervalo no período da tarde. Com isso, procuro deixar as aulas mais dinâmicas e usar mais os espaços externos da escola.

Durante esse momento, passei nos grupos para dialogar a respeito das impressões dos alunos com relação à tarefa e observar

os registros, a fim de investigar possíveis indícios de pensamento proporcional. A seguir, apresento três diálogos nos grupos, algumas imagens feitas pelos escribas e as considerações.

Diálogo com o G1

Profª: Qual conclusão vocês chegaram?

Aluno 1: O “G”, como é mais pequenininho, é mais leve. No meu pensamento, como ele é mais leve e mais rápido, teve mais impulso para chegar a um lugar mais longe.

Aluno 2: Às vezes, as pessoas menores têm mais agilidade.

Profª: Por que acham isso? Existem pessoas maiores com as pernas mais compridas. O que pensam disso?

Aluno 2: Mas depende da pessoa...

Profª: Do que depende?

Aluno 3: A pessoa pode ser mais alta e ter mais peso, o que pode levar a uma maior aceleração em direção ao chão.

Aluno 1: E também, se a pessoa praticar mais esporte, ficará mais fácil para ela conseguir uma altura/distância maior.

Profª: E no caso do “G”?

Aluno 3: Ele é pequeno, leve e tem uma boa agilidade...

Nesse diálogo, os estudantes apresentaram comparações entre peso, impulso, agilidade relacionada a tamanho, aceleração, prática de esporte e desempenho.

Os alunos discutiram relações qualitativas entre grandezas, como estatura e agilidade, e peso e distância do salto. O Aluno 1 sugeriu que um peso menor pode resultar em mais velocidade e distância, indicando uma relação proporcional entre peso e desempenho. O Aluno 2 comentou que pessoas menores podem ser mais ágeis, refletindo uma proporcionalidade entre tamanho e habilidade física. O Aluno 3 mencionou que o peso pode influenciar a aceleração, evidenciando uma percepção de como características físicas afetam o desempenho. Além disso, Aluno 1 sugeriu que a prática de esportes melhora o desempenho, relacionando a quantidade de treino à qualidade dos resultados.

Embora, nesse primeiro momento, eles ainda não tivessem feito as comparações das medidas dos saltos dos colegas, apenas comparações quantitativas diretas, eles mostraram no discurso relações interessantes entre características físicas e desempenho.

Diálogo com o G2

Prof^a: *Qual conclusão vocês chegaram?*

Aluno 1: *Chegamos à conclusão de que o vencedor correu mais rápido e pulou mais alto porque tomou mais impulso.*

Aluno 2: *E também é a questão das táticas usadas, porque é preciso pegar muito impulso na hora do salto. Não pode apenas pular literalmente, mas pular de um jeito específico, se jogando para conseguir uma distância um pouco melhor.*

Aluno 1: *Os outros competidores também usaram essas estratégias, como o “A” que se jogou... chutou o ar.*

Aluno 2: *Ele foi com as pernas para frente para alcançar mais distância...*

Aluno 1: *Mas acabou dando errado, porque quem fez isso acabou encostando o bumbum primeiro no chão.*

Esse grupo igualmente não fez comparações numéricas relacionando o comprimento dos saltos e a unidade de medida. Porém, como o grupo anterior, eles desvelaram elementos de pensamento proporcional identificados na discussão das estratégias e resultados obtidos. Ou seja, o resultado será proporcional ao desempenho e estratégia que o colega irá usar para competir. O **aluno 1** e o **aluno 2** discutiram a estratégia do competidor “A”, que tentou usar uma técnica diferente, ao se jogar e chutar o ar. A análise de que a estratégia deu errado, porque o competidor acabou encostando o bumbum no chão, sugere uma comparação entre a eficácia da “tática” que ele usou e o resultado obtido.

Diálogo com o G3

Prof^a: *Qual conclusão vocês chegaram?*

Aluno 1: *Vimos que, na primeira rodada, o “E” pulou 3,30 m, e na segunda rodada decidimos que o “J” iria pular porque ele não tinha pulado nenhuma vez. Já na terceira rodada, o “E” pulou novamente e, infelizmente, pulou 2,94 m e não conseguiu vencer.*

Profª: E por que isso aconteceu?

Aluno 2: É que na quadra é mais escorregadio, e eu pulei meio baixo porque dei uma distância menor para o impulso.

Profª: E com relação ao vencedor, o que vocês acham?

Aluno 3: Ele praticamente voou. Na minha opinião, é o melhor da classe e o impulso que ele deu contribuiu muito.

Profª: E o que torna ele um bom corredor?

Aluno 4: Porque ele corre muito desde o 1º ano, então ele treina.

Profª: E é só a questão do treino?

Aluno 3: Não! Pode ser a estrutura óssea.

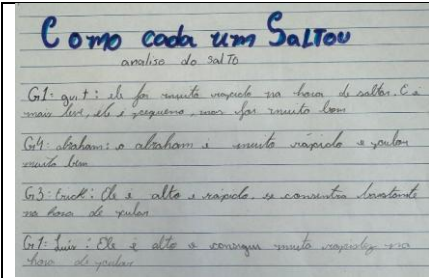
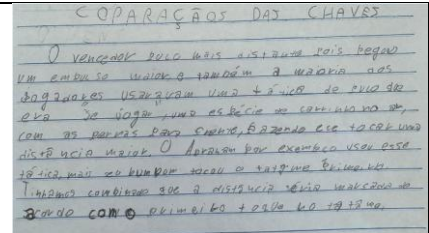
Aluno 4: Pode ser que os menores da classe corram mais (pensa), mas o "M" é bem grande e corre bem...

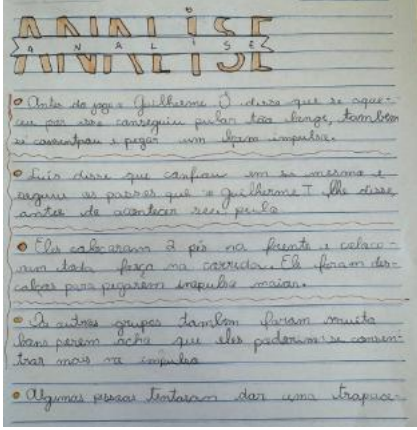
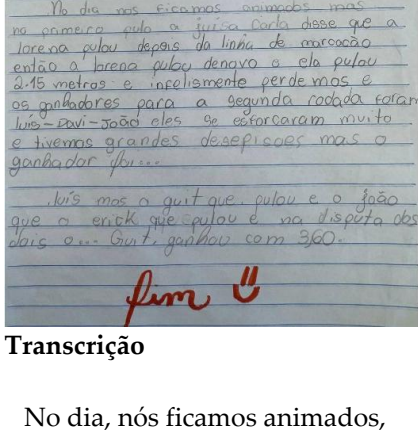
Profª: Para vocês, a estrutura óssea influencia ou não?

Aluno 3: Depende! Porque para alguns, no tatame, dá mais confiança para pular e se jogar, e para outros, não.

Aluno 4: Prô, na verdade, eu acho que as pessoas têm habilidades melhores que as outras, por exemplo, a habilidade de ser forte ou rápido.

Esse grupo do mesmo modo fez as relações entre a performe dos colegas com o resultado. O que chama a atenção são as comparações que os estudantes fizeram com relação à estrutura óssea e ao treinamento desde o 1.º ano, refletindo uma relação proporcional entre a duração do "treinamento" e a habilidade adquirida durante esses anos. Por fim, refletiram que as habilidades pessoais individuais podem ter um efeito proporcional sobre a confiança e a capacidade de pular ou correr.

 Transcrição Como cada um saltou análise do salto.	 Transcrição Comparação das chaves. O vencedor pulou mais distante, pois pegou um impulso maior e
--	---

G1, Gui: ele foi muito rápido na hora de saltar e é mais leve, ele é pequeno, mas foi muito bem. G4, Abraham: o Abraham é muito rápido e pulou muito bem. G3, Eric: ele é alto e rápido, se concentrou bastante na hora de pular. G1, Luiz: ele é alto e conseguiu muita rapidez na hora de pular.	também a maioria dos jogadores usavam uma tática de pulo que era se jogar uma espécie de carrinho com as pernas para frente fazendo ele tocar em uma distância maior. O Abraham, por exemplo, usou essa tática, mas seu bumbum tocou no tatame primeiro. Tínhamos combinado que a distância seria marcada de acordo com o primeiro toque no tatame.
 ANÁLISE ANÁLISE • Antes do jogo, Guilherme disse que se aqueceu por isso conseguiu pular tão longe, também se concentrou e pegou um bom impulso. • Luís disse que confiou em si mesmo e seguiu os passos que o Guilherme lhe disse antes de acontecer seu pulo. • Eles colocaram 2 pés na frente e colocaram toda a força na corrida. Foi fora das calças para pegarem impulso maior. • Os outros grupos também fizeram muito bem porém acho que eles poderiam se concentrar mais no impulso. • Algumas pessoas tentaram dar um impulso.	 Transcrição No dia, nós ficamos animados, mas no primeiro pulo, a juíza Carla disse que a Lorena pulou depois da linha de marcação, então a Lorena pulou de novo e ela pulou 2,15 metros e infelizmente perdemos e os ganhadores para a segunda rodada foram Luiz, Davi e João, eles se esforçaram muito e tivemos grandes decepções, mas o ganhador foi Luiz. Luiz mas o Gui que pulou e o João que o Eric que pulou e na disputa dos dois o Gui ganhou com 3,60. fim
Transcrição Análise ° Antes do jogo, o Gui disse que se aqueceu por isso conseguiu pular tão longe, também se concentrou e pegou um bom impulso. ° Luís disse que confiou em si mesmo e seguiu os passos que o Gui lhe disse antes de acontecer seu pulo. ° Eles colocaram dois pés na frente e colocaram toda a força na	No dia, nós ficamos animados, mas no primeiro pulo, a juíza Carla disse que a Lorena pulou demais da linha de marcação. Então, a Lorena pulou de novo e ela pulou 2,15 m e, infelizmente, perdemos os jogadores para a segunda rodada. Foram o Luiz, Davi e João, eles se esforçaram muito e tivemos grandes decepções. O ganhador foi Luiz, mas o Gui que pulou. O João e o Eric que pulou...E na disputa, o Gui ganhou com 3,60 m.

corrida. Eles foram descalços para pegarem impulso maior. ° Os outros grupos também foram muito bons, porém acho que eles poderiam se concentrar mais no impulso. ° Algumas pessoas tentaram dar uma trapaceada.	
---	--

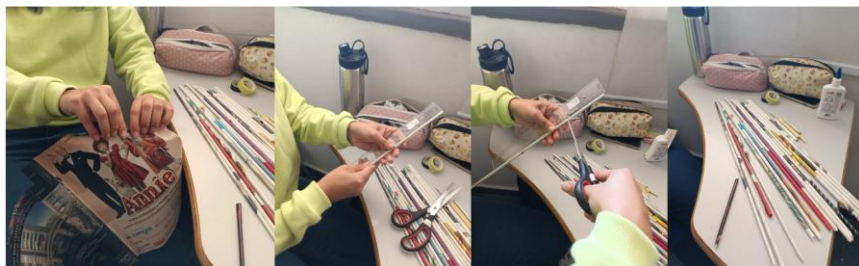
Nos registros escritos, os alunos também não revelaram ter feito as relações numéricas, mas já com indícios de pensamentos proporcional nas relações que apresentaram.

Na roda de conversa de fechamento, mesmo após a apresentação de todas as justificativas, alguns estudantes se sentiram injustiçados, devido às problemáticas ocorridas durante a realização dos saltos com impulso, como por exemplo, o tatame que escorregou. Diante disso, achei por bem não mediar as comparações numéricas das medidas nesse momento coletivo, uma vez que estavam eufóricos para competir novamente para tornar “justa” a competição. Com isso, propus que, na aula seguinte, fariamos os saltos sem impulso e usaríamos outros instrumentos de medição para marcar as distâncias e que a análises iriam se basear nos registros das medidas obtidas.

Os saltos sem impulso, medidas com palitos de papel e registro no quadro

Para realizar o salto sem impulso, partindo da linha demarcada, deixei o centro da sala de aula livre para que pudessem saltar. Em discussão com a sala, decidimos que os dois saltadores de cada grupo iriam competir e que consideraríamos o salto mais distante entre eles para concorrer com os pontos dos demais grupos na classificação final. Retomei que fariamos os registros para a análise matemática das relações entre as distâncias. Assim, os estudantes já estavam cientes do que iriam fazer.

Para a medição, confeccionei canudos de papel com três comprimentos diferentes (32 cm, 16 cm e 8 cm), como ilustra a imagem a seguir.



Antes de iniciar as competições, discutimos a forma de registrar os resultados. Decidimos que os dois saltadores de cada grupo realizariam seus saltos e que a maior distância alcançada seria usada para a comparação com os concorrentes. Os demais membros do grupo ficariam responsáveis pelas funções de medidores, organizadores e escribas.

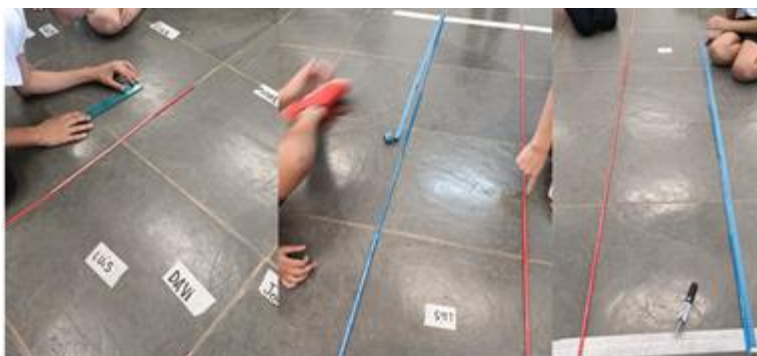
Nesta competição, optamos por fazer um registro coletivo em um quadro na lousa, com a participação de todos. O escriba faria a cópia dos resultados para análise posterior dos grupos. Utilizamos fitas adesivas para marcar o ponto final de cada salto, e os medidores/organizadores anotavam os nomes dos competidores nas fitas.



Apresentei as medidas dos canudos e dei uma cor diferente para cada um, para que cada medidor pudesse fazer as medições simultaneamente. O critério era observar se eles conseguiriam estabelecer alguma relação entre as medidas.



Como alguns alunos tiveram dificuldade em manter os canudos retos, os grupos começaram a questionar se o “canudo um pouco torto” poderia influenciar a medida final. Com isso, sugeriram colocar a fita métrica ao lado de cada canudo para, segundo eles, “facilitar” a medição e o resultado, já que assim não precisariam multiplicar o número de vezes que o canudo estava sendo colocado.



Embora estivessem corretos em relação à facilidade, foi fundamental usar os canudos, pois, ao visualizarem os três tipos de canudos dispostos com medidas diferentes no chão e a fita métrica ao lado, começaram a apresentar as primeiras relações matemáticas. Aproveitei para solicitar que explicassem essas relações. Segue o recorte do diálogo durante a discussão:

Fala 1: *“Professora, o canudo de 16 cm é o dobro do canudo de 8 cm.”*

Prof^a: *Como você sabe disso?*

Fala 1: *Veja! (aponta). Se juntar dois canudos de 8 cm, vai ficar um canudo de 16 cm.*

Prof^a: *O que mais vocês observam?*

Nesse momento, aproveitando o visual, convidei a sala para analisar os palitos dispostos no chão e observar se existiam relações. Logo um aluno disse:

Fala 2: *Eu acho que é mais fácil dar os canudos maiores para todo mundo!*

Prof^a: *Por que acha isso?*

Fala 2: *Porque vai mais rápido! Porque é equivalente, veja! (aponta) Cabe dois de 16 cm dentro do canudo de 32 cm.*

Alguns: *Sim, professora!*

A grande maioria concordou de maneira unânime, então eu perguntei:

Prof^a: *E como vocês me explicam a relação com a equivalência?*

Fala 3: *Professora, se a gente comparar o canudo de 16 cm com o de 8 cm, a relação é de 16 para 8, dois inteiros, porque 16 cm é 2 vezes 8 cm.*

Prof^a: *Hum, legal! E qual é a relação do de 32 cm com o de 16 cm?*

Fala 4: *Como 32 é o dobro de 16, a gente pode dizer que a fração é 32 de 16.*

Prof^a: *E como ficaria essa fração? Alguém pode me mostrar?*

Fala 3: *Prô, o 32 é o numerador e o denominador é 16! Porque tem dois inteiros. (vai até a lousa para representar)*

Prof^a: *Muito bem, pessoal! Alguém mais quer falar?*

Fala 5: *Prô, eu tenho outra observação! Se juntarmos quatro canudos de 8 cm, o total vai ser 32 cm. Porque $8\text{ cm} + 8\text{ cm} + 8\text{ cm} + 8\text{ cm} = 32\text{ cm}$. E 4×8 é igual a 32, e o inverso também, se você cortar o canudo de 32 em quatro partes. Veja! (aponta para o chão)*

Fala 6: *Verdade! Se cortar o canudo de 16 cm em duas partes, vai dar 8 cm.*

Prof^a: *Bom, já que existem várias relações nessas medidas com os canudos, será que vai existir nas medidas finais dos saltos?*

Alguns: *Acho que sim!*

Prof^a: *Vamos finalizar os registros para observar!*

Eles reconheceram que 16 cm é duas vezes o comprimento de 8 cm, o que representa uma ideia multiplicativa. O conceito de “dobro” e “metade” também apareceu, indicando compreensão

das relações multiplicativas. Observaram que 32 cm é quatro vezes 8 cm, demonstrando que compreendem como escalar as medidas em múltiplos inteiros, bem como perceberam que 32 cm é duas vezes 16 cm.

Quando o aluno apresenta que $16/8 = 2$, reconhece e aplica as frações na comparação das quantidades. Foi satisfatório observar essas relações, visto que estou trabalhando o conceito de parte e todo, inteiros e equivalência em frações nas aulas. Para justificar, eles foram usando a adição nas composições de medidas. Também valeram-se da divisão como operação inversa, compreendendo que 32 cm pode ser dividido em 4 partes iguais de 8 cm, e 16 cm em duas partes.

De modo geral, os estudantes utilizaram o pensamento multiplicativo, aditivo, a divisão e fração e, sem se dar conta, começaram a revelar indícios de compreensão das proporções e a perceber as relações proporcionais entre as medidas.

Análise do quadro dos resultados e roda de discussão

Após todos os saltos, finalizamos o registro no quadro coletivo descrito na lousa. Os escribas fizeram as anotações, então os grupos se reuniram para analisar entre eles para depois fazermos o fechamento na socialização final. Como notei que alguns alunos estavam dispersos, solicitei-lhes que fizessem a análise em duplas. Enquanto isso, fui passando pelos grupos e dialogando a respeito.

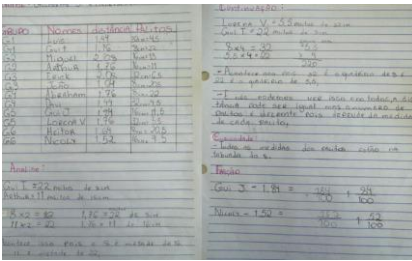
Alguns saltos tiveram a mesma medida, porém foram usados palitos diferentes para medir. Com isso, deu-se a riqueza dos argumentos, pois os estudantes se apoiaram nas discussões do momento anterior para construir mais relações entre as grandezas e suas proporções, ao analisarem esses resultados iguais.

Podemos ver como os registros foram organizados no quadro pela turma, juntamente com meu apoio: a primeira coluna mostra a qual grupo os dois saltadores faziam parte, na segunda e na terceira, estão os nomes e distâncias e, na última, a quantidade de palitos usada.

Grupo	Nomes	Distância	Palitos	
G1	Lucas	1,44 m	4,5 palitos	320m
G1	Guat	1,36 m	25 palitos	4,5 palitos
G2	Miguel	2,08 m	45 palitos	46m
G2	Luciano	1,76 m	45 palitos	46m
G3	Guat	2,08 m	45 palitos	46m
G3	Lucas	1,04 m	25 palitos	46m
G4	Alfonso	1,76 m	45 palitos	46m
G4	Guat	1,44 m	45 palitos	46m
G5	Guat	1,76 m	45 palitos	46m
G5	Lucas	1,76 m	45 palitos	46m

Essa última coluna foi pensada, durante a discussões do uso dos palitos e as relações entre eles com a multiplicação. Momento, em que os estudantes pontuaram que era necessário colocar a quantidade e o centímetro dos palitos para depois, segundo eles, fazer a “multiplicação certinha” e ver se a medida com a fita métrica iria “bater” com a medida dos palitos, fazendo a “prova real” e ficar “justo” para todos. Em suma, além do uso da fita métrica e dos palitos, a construção da tabela contribuiu para a comparação entre medidas e a relações com as grandezas. Outro ponto a se destacar é que, de maneira unânime, decidimos que iríamos arredondar as medidas que não eram inteiras para 1/2, pois aquelas que não eram inteiras começaram a gerar conflitos e passaram a questionar os milímetros de diferença com o palito ou a fita métrica que não estava esticada direito.

A seguir, temos uma seleção de registros, algumas descrições dos diálogos e as análises.

 Análise: Grupo 1: 1,44 m = 1,44 m Grupo 2: 2,08 m = 2,08 m Grupo 3: 2,08 m = 2,08 m Grupo 4: 1,76 m = 1,76 m Grupo 5: 1,76 m = 1,76 m Grupo 6: 1,76 m = 1,76 m Prova: Grupo 1: 1,44 m = 1,44 m Grupo 2: 2,08 m = 2,08 m Grupo 3: 2,08 m = 2,08 m Grupo 4: 1,76 m = 1,76 m Grupo 5: 1,76 m = 1,76 m Grupo 6: 1,76 m = 1,76 m	Esse registro mostra que os estudantes identificaram as medidas iguais e as grandezas relacionadas e fizeram menção, justificando seu pensamento pela multiplicação. De certa forma, compararam os resultados com a tabuada do 8. Tentaram trazer uma relação com fração, provavelmente por conta das discussões no momento anterior,
---	--

O “A” obteve 11 palitos de 16cm = Justificativa: Isso acontece porque metade de 16 e 11 é a metade de 22 $8 \times 2 = 16 \text{ e } 11 \times 2 = 22$	e nisso, transformaram os decimais em frações para ter o registro.
A “L” obteve 5,5 palitos de 32 cm = O “G” obteve 22 palitos de 8 cm = 1 $8 \times 4 = 32 \text{ e } 5,5 \times 4 = 22$ Justificativa: Acontece porque o quadruplo de 8 e o 22 é o quadruplo E nós podemos ver isso em t distâncias, pode ser igual, mas o número de palitos é diferente, pois depende da de cada uma.	
Curiosidade: Todas as medidas tabuada do 8.	
	Esses alunos organizaram uma tabela com as medidas que consideram “equivalentes” e as não “equivalentes”, que, para eles, eram as distâncias que foram iguais e as que não foram.
Transcrição Nós fizemos um gráfico para comparar as medidas. Depois fizemos 2 contas para ver se eram equivalentes. E vimos que não são equivalentes. Mas pensamos em medidas 5,5cm e 1,76. São sim equivalentes. Pois 5,5 tem o palito de 32 cm . Mesmo se os palitos forem de tamanhos diferentes os resultados pode ser o mesmo.	Tentaram representar essas informações em um gráfico, o que mostra a preocupação de descrever e deixar claro o caminho do pensamento. O registro bem descrito e organizado foi cobrado corriqueiramente em sala de aula. Percebe-se que utilizaram a divisão para justificar.
	Esses estudantes perceberam as proporções e fizeram as relações com a multiplicação e as frações para justificar seus pensamentos.

	"G1" $144/32$ ou $4,5/10$ $176/8$ ou $22/10$ "G2" $208/13$ ou $13/10$ $176/11$ ou $11/10$ "G3" $208/32$ ou $6,5/10$ $176/8$ ou $2,05/10$
Transcrição Tem pessoas que pulam mais alto e outras que pulam mais baixo. Os palitos não são todos do mesmo tamanho; por isso, tem grupo que teve mais palitos e outros com menos.	"G4" $176/8$ ou $22/10$
	O registro mostra o esquema que os alunos usaram para descrever as relações, comparando e multiplicando as quantidades de palitos com suas respectivas medidas. Ao serem questionados para explicar o raciocínio que tiveram, usaram o termo "relação" para se justificar, respondendo: Aluno: Prô, a relação do "E" e do "M" é que o "E" tem 6,5 palitos de 32. E o "M" possui 13 palitos de 16cm, e a metade de 13 é 6,5.

Nessa tabela temos muitas quantidades de pulo considerando isso temos varias quantidades iguais mas diferentes quantidades de palitos mas porque a altura esta igual e os palitos não? Bem a resposta é bem simples a Lorena e o Guilherme tocaram pularam uma quantidade igual mas com quantidades de palitos diferentes Bem a Lorena tem 32 cm cada palito e 5,5 palitos de 32 cm e o Guilherme tem 32 palitos de 5 cm e somando isso dá 76 cm Olhe a conta

32	32	5	160	76	LORENA
x 5	x 5		160	76	
176					

QUI T

ASSIM podemos concluir que se eu tenho 2 notas de 50 e você tem 2 de 100 nós temos a mesma quantidade mas eu tenho mais cédulas

Transcrição

Nessa tabela, temos muitas quantidades de pulo e, observando isso, temos várias quantidades iguais, mas diferentes quantidades de palitos, porque a altura está igual e os palitos não. Bom, a resposta é bem simples: a Lorena e o Guilherme T pularam uma quantidade igual, mas com quantidades de palitos diferentes. Bem, a Lorena tem 32 cm cada palito e 5,5 palitos de 32 cm, e o Guilherme tem 32 palitos de 5 cm, e somando isso dá 76 cm. Olhe a conta. Assim podemos concluir que se eu tenho duas notas de 50 e você tem uma de 100, nós temos a mesma quantidade, mas eu tenho, mais cédulas.

Nesse registro, os estudantes tentaram exemplificar a proporção com as cédulas. Diante de meu questionamento, responderam:

Profª: E conseguimos fazer relações somente com essas cédulas?

Aluno 1: Dá para fazer de outro jeito.

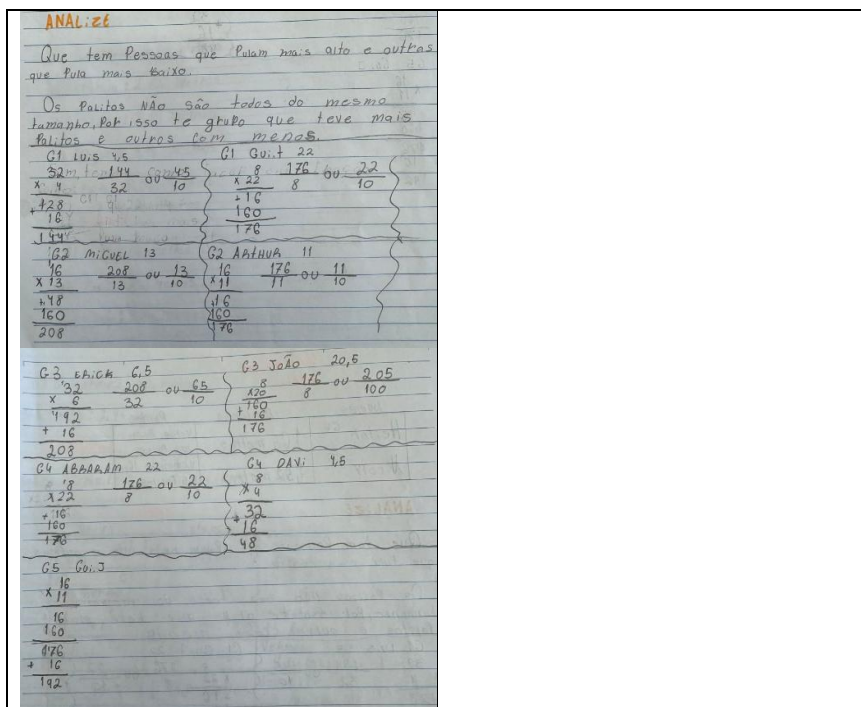
Como?

Aluno 1: É só pensar que R\$50,00 é 4 x a nota de 10.

Aluno 1: Prô, e R\$50,00 também é 10

vezes a nota de R\$5,00.

Aproveitei esse registro para a discussão de fechamento da tarefa no coletivo, a fim de ajudar os alunos com maiores dificuldades. E, por se tratar de uma sala numerosa, não consegui permanecer por muito tempo nesse grupo, porém foi possível perceber que estavam desenvolvendo o pensamento proporcional, mesmo sem compreender ao certo a razão.



Socialização

Algumas duplas de estudantes conseguiram perceber as relações proporcionais apenas nas composições dos palitos, sem conseguir fazer justificativas numéricas no momento da análise do quadro.

Na socialização, ao apresentarem suas resoluções, percebi que muitos deles fizeram várias relações com frações e se concentraram no campo multiplicativo, pensando em múltiplos e divisores. Para que avançassem, propus as situações com problemas finais, elaboradas pelo “Grucomat”, para depois fazer o fechamento, discutindo as proporções.

Resolvendo problemas

No dia seguinte, para concluir a última etapa da tarefa e investigar se os estudantes estavam, de fato, utilizando ou desenvolvendo o pensamento proporcional para resolver os problemas propostos, após vivenciarem as atividades anteriores, propus alguns problemas. Para a resolução desses, separei-os em duplas, para que a discussão fosse mais assertiva, visto que, em grupos maiores, muitos poderiam ficar dispersos.

Item a: registro 1

Salto a distância...

a) A professora de uma outra turma de 5º ano também realizou essa proposta com seus estudantes. Pedro, seu aluno, conseguiu o maior salto da turma, 4 canudos. Não sabemos qual cores utilizaram para medir, sendo assim, apresentem as possibilidades de comprimento do salto de Pedro pensando nas cores que usamos em nossa atividade.

Canudo Azul: 32 cm	Canudo Vermelho: 16 cm	Canudo Verde ou Preto: 8 cm
Possibilidade 1 $\begin{array}{r} 32 \\ \times 4 \\ \hline 128 \end{array}$ 4 Canudos de 32 cm		
Possibilidade 2 $\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$ 4 Canudos de 16 cm		
Possibilidade 3 $\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline 32 \end{array}$ 4 Canudos de 8 cm		

Item a: registro 2

Salto a distância...

a) A professora de uma outra turma de 5º ano também realizou essa proposta com seus estudantes. Pedro, seu aluno, conseguiu o maior salto da turma, 4 canudos. Não sabemos qual cores utilizaram para medir, sendo assim, apresentem as possibilidades de comprimento do salto de Pedro pensando nas cores que usamos em nossa atividade.

Canudo Azul: 32 cm	Canudo Vermelho: 16 cm	Canudo Verde ou Preto: 8 cm
Possibilidade 1 Azul $\begin{array}{r} 32 \\ \times 4 \\ \hline 128 \end{array}$ 1,28 metro ou 128 centímetros		
Possibilidade 2 Vermelho $\begin{array}{r} 16 \\ \times 4 \\ \hline 64 \end{array}$ 64 centímetros		
Possibilidade 3 Verde $\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline 32 \end{array}$ 32 centímetros = 4 canudo azul		

No registro 1 do item “a”, os estudantes fizeram a multiplicação por 4 e representaram em frações, demonstrando o comprimento obtido com relação ao canudo utilizado. Já no registro ao lado, fizeram apenas a multiplicação, mas o que chama a atenção é que, na possibilidade 3, ele descreveu: verde = $4 \times 8 = 32$ centímetros = 1 canudo azul.

Item b: registro 1

b) Observem as possibilidades que vocês apresentaram, e pensando na vivência que tivemos, façam uma breve análise dos possíveis comprimentos do salto de Pedro.

Os valores estão em metade e dobro, como por exemplo 8 é a metade de 16, e 16 é o dobro de 8. Então, se Pedro saltou 4 canudos, ele saltou 128 cm. Se ele saltou 2 canudos, ele saltou 64 cm. Se ele saltou 1 canudo, ele saltou 32 cm. Se ele saltou 0,5 canudo, ele saltou 16 cm. Se ele saltou 0,25 canudo, ele saltou 8 cm. Se ele saltou 0,125 canudo, ele saltou 4 cm. Se ele saltou 0,0625 canudo, ele saltou 2 cm. Se ele saltou 0,03125 canudo, ele saltou 1 cm. Se ele saltou 0,015625 canudo, ele saltou 0,5 cm. Se ele saltou 0,0078125 canudo, ele saltou 0,25 cm. Se ele saltou 0,00390625 canudo, ele saltou 0,125 cm. Se ele saltou 0,001953125 canudo, ele saltou 0,0625 cm. Se ele saltou 0,0009765625 canudo, ele saltou 0,03125 cm. Se ele saltou 0,00048828125 canudo, ele saltou 0,015625 cm. Se ele saltou 0,000244140625 canudo, ele saltou 0,0078125 cm. Se ele saltou 0,0001220703125 canudo, ele saltou 0,00390625 cm. Se ele saltou 0,00006103515625 canudo, ele saltou 0,001953125 cm. Se ele saltou 0,000030517578125 canudo, ele saltou 0,0009765625 cm. Se ele saltou 0,0000152587890625 canudo, ele saltou 0,00048828125 cm. Se ele saltou 0,00000762939453125 canudo, ele saltou 0,000244140625 cm. Se ele saltou 0,000003814697265625 canudo, ele saltou 0,0001220703125 cm. Se ele saltou 0,0000019073486328125 canudo, ele saltou 0,00006103515625 cm. Se ele saltou 0,00000095367431640625 canudo, ele saltou 0,000030517578125 cm. Se ele saltou 0,000000476837158203125 canudo, ele saltou 0,0000152587890625 cm. Se ele saltou 0,0000002384185791015625 canudo, ele saltou 0,00000762939453125 cm. Se ele saltou 0,00000011920928955078125 canudo, ele saltou 0,000003814697265625 cm. Se ele saltou 0,000000059604644775390625 canudo, ele saltou 0,0000019073486328125 cm. Se ele saltou 0,0000000298023223876953125 canudo, ele saltou 0,00000095367431640625 cm. Se ele saltou 0,00000001490116119384765625 canudo, ele saltou 0,000000476837158203125 cm. Se ele saltou 0,000000007450580596923828125 canudo, ele saltou 0,0000002384185791015625 cm. Se ele saltou 0,0000000037252902984619140625 canudo, ele saltou 0,00000011920928955078125 cm. Se ele saltou 0,00000000186264514923095703125 canudo, ele saltou 0,000000059604644775390625 cm. Se ele saltou 0,000000000931322574615478515625 canudo, ele saltou 0,0000000298023223876953125 cm. Se ele saltou 0,0000000004656612873077392578125 canudo, ele saltou 0,00000001490116119384765625 cm. Se ele saltou 0,00000000023283064365386962890625 canudo, ele saltou 0,000000007450580596923828125 cm. Se ele saltou 0,000000000116415321826934814453125 canudo, ele saltou 0,0000000037252902984619140625 cm. Se ele saltou 0,0000000000582076609134674072265625 canudo, ele saltou 0,00000000186264514923095703125 cm. Se ele saltou 0,00000000002910383045673370361328125 canudo, ele saltou 0,000000000931322574615478515625 cm. Se ele saltou 0,000000000014551915228366851806640625 canudo, ele saltou 0,0000000004656612873077392578125 cm. Se ele saltou 0,0000000000072759576141834259033203125 canudo, ele saltou 0,00000000023283064365386962890625 cm. Se ele saltou 0,00000000000363797880709171295166015625 canudo, ele saltou 0,000000000116415321826934814453125 cm. Se ele saltou 0,000000000001818989403545856475830078125 canudo, ele saltou 0,0000000000582076609134674072265625 cm. Se ele saltou 0,0000000000009094947017729282379150390625 canudo, ele saltou 0,00000000002910383045673370361328125 cm. Se ele saltou 0,00000000000045474735088646411895751953125 canudo, ele saltou 0,000000000014551915228366851806640625 cm. Se ele saltou 0,000000000000227373675443232059478759765625 canudo, ele saltou 0,0000000000072759576141834259033203125 cm. Se ele saltou 0,0000000000001136868377216160297393798828125 canudo, ele saltou 0,00000000000363797880709171295166015625 cm. Se ele saltou 0,00000000000005684341886080801486968994140625 canudo, ele saltou 0,000000000001818989403545856475830078125 cm. Se ele saltou 0,000000000000028421709430404007434844970703125 canudo, ele saltou 0,0000000000009094947017729282379150390625 cm. Se ele saltou 0,0000000000000142108547152020037174224883828125 canudo, ele saltou 0,00000000000045474735088646411895751953125 cm. Se ele saltou 0,00000000000000710542735760100185871124419140625 canudo, ele saltou 0,000000000000227373675443232059478759765625 cm. Se ele saltou 0,000000000000003552713678800500929355622096875 canudo, ele saltou 0,0000000000001136868377216160297393798828125 cm. Se ele saltou 0,0000000000000017763568394002500464778110484375 canudo, ele saltou 0,00000000000005684341886080801486968994140625 cm. Se ele saltou 0,00000000000000088817841970012502323890552421875 canudo, ele saltou 0,000000000000028421709430404007434844970703125 cm. Se ele saltou 0,000000000000000444089209850062511619452762109375 canudo, ele saltou 0,0000000000000142108547152020037174224883828125 cm. Se ele saltou 0,000000000000000222044604925031255597226381046875 canudo, ele saltou 0,00000000000000710542735760100185871124419140625 cm. Se ele saltou 0,0000000000000001110223024625156277986131905234375 canudo, ele saltou 0,000000000000003552713678800500929355622096875 cm. Se ele saltou 0,00000000000000005551115123125781389930659526171875 canudo, ele saltou 0,0000000000000017763568394002500464778110484375 cm. Se ele saltou 0,000000000000000027755575615628906949653297630859375 canudo, ele saltou 0,00000000000000088817841970012502323890552421875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000138777878078144534748266488154296875 canudo, ele saltou 0,000000000000000444089209850062511619452762109375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000693889390390722673741332440771484375 canudo, ele saltou 0,000000000000000222044604925031255597226381046875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000003469446951953613368706662203857421875 canudo, ele saltou 0,0000000000000001110223024625156277986131905234375 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000017347234759768066843533311019287109375 canudo, ele saltou 0,00000000000000005551115123125781389930659526171875 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000086736173798840334217666555096143546875 canudo, ele saltou 0,000000000000000027755575615628906949653297630859375 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000433680868994201671088332775480717734375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000138777878078144534748266488154296875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000216840434497100835544166387740358869375 canudo, ele saltou 0,00000000000000000693889390390722673741332440771484375 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000001084202172485504177720831938701794346875 canudo, ele saltou 0,000000000000000003469446951953613368706662203857421875 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000005421010862427520888604159693508971734375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000017347234759768066843533311019287109375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000002710505431213760444302079846754485869375 canudo, ele saltou 0,00000000000000000086736173798840334217666555096143546875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000013552527156068802221510399233772429346875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000043368086899420167108833277548071734375 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000067762635780344011107551996168862146734375 canudo, ele saltou 0,000000000000000000216840434497100835544166387740358869375 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000033881317890172005553775998084431073369375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000001084202172485504177720831938701794346875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000016940658945086002776887999042215366846875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000005421010862427520888604159693508971734375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000084703294725430013884439995211076834234375 canudo, ele saltou 0,00000000000000000002710505431213760444302079846754485869375 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000423516473627150069422199976055384171171875 canudo, ele saltou 0,000000000000000000013552527156068802221510399233772429346875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000002117582368135750034710999880276920855859375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000067762635780344011107551996168862146734375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000010587911840678750017354999401384604279296875 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000033881317890172005553775998084431073369375 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000052939559203393750008677499700692302146484375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000016940658945086002776887999042215366846875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000264697796016968750004338749985034610732421875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000084703294725430013884439995211076834234375 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000132348898008484375000216937499925173053662109375 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000423516473627150069422199976055384171171875 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000000661744490042421875000108468749987586517031046875 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000002117582368135750004338749985034610732421875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000033087224502121093750000542343749993793051701534375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000001058791184067875000216937499925173053662109375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000000165436122510604687500002711718749996896525507671875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000005293955920339375000108468749987586517031046875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000827180612553023437500001355859374999344826275384375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000000264697796016968750000542343749993793051701534375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000000041359030627651171875000006779296874999672413125 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000013234889800848437500002711718749996896525507671875 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000000020679515313825585937500000338964843749993362065625 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000000066174449004242187500001655859374999672413125 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000103397576569127929687500000169482421874999668103265625 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000000033087224502121093750000082718061255302343750001355859374999344826275384375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000000005169878828456396484375000000827180612553023437500006779296874999672413125 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000000165436122510604687500000413590306276511718750000338964843749993362065625 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000025849394142281982421875000000413590306276511718750000169482421874999668103265625 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000000827180612553023437500000206795153138255859375000010339757656912792968749993362065625 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000012924697071140991221093750000010339757656912792968749993362065625 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000000413590306276511718750000010339757656912792968749993362065625 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000000064623485355704956105468750000005169878828456396484375000005169878828456396484375 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000000020679515313825585937500000258493941422819824218750000025849394142281982421875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000000032311742677852478052724375000000258493941422819824218750000025849394142281982421875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000000010339757656912792968749993362065625 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000001615587133892623902636218750000001292469707114099122109375000001292469707114099122109375 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000000051698788284563964843750000006462348535570495610546875000006462348535570495610546875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000000807793566946311951318109375000000323117426778524780527243750000032311742677852478052724375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000000000258493941422819824218750000016155871338926239026362187500000161558713389262390263621875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000000403896783473155975659054687500000016155871338926239026362187500000161558713389262390263621875 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000000012924697071140991221093750000080779356694631195131810937500000807793566946311951318109375 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000000201948391736577987829527343750000004038967834731559756590546875000004038967834731559756590546875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000000000646234853557049561054687500000201948391736577987829527343750000020194839173657798782952734375 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000000100974195868288993914763671875000000201948391736577987829527343750000020194839173657798782952734375 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000000000323117426778524780527243750000010097419586828899391476367187500000100974195868288993914763671875 cm. Se ele saltou 0,000000000000000000000000000050487097934144496957381835937500000010097419586828899391476367187500000100974195868288993914763671875 canudo, ele saltou 0,00000000000000000000000000161558713389262390263621875000000504870979341444969573818359375000000504870979341444969573818359375 cm. Se ele saltou 0,00000000000000000000000000002524354896707224847869091796875000000504870979341444969573818359375000000504870979341444969573818359375 canudo, ele saltou 0,0000000000000000000000000008077935669463119513181093750000002524354896707224847869091796875000002524354896707224847869091796875 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000000000126217744835361242393454589843750000002524354896707224847869091796875000002524354896707224847869091796875 canudo, ele saltou 0,000000000000000000000000000403896783473155975659054687500000126217744835361242393454589843750000012621774483536124239345458984375 cm. Se ele saltou 0,0000000000000000000000000000063108872417680621196727274971875000000126217744835361242393454589843750000012621774483536124239345458984375 canudo, ele saltou 0,0000000

metade de 16, então por isso o 8 terá que ter a dobra da quantidade de 16 para dar o mesmo tamanho. Do 8 para o 32 terá que fazer a quantidade do 32 vezes quatro e colocar essa quantidade do 8 para ser a mesma distância. Se fosse 5 canudos de cada daria os seguintes resultados: $8 \times 5 = 40$ $40 \times 2 = 80$ $40 \times 4 = 160$ verde: 40 cm, vermelho 80 cm, azul 1,60m ou 160 cm.	Percebi que 32 é a metade de 64 e o 64 é a metade de 128 e também o 128 é o dobro de 64 e o 128 é o quadruplo de 32. <table border="1"> <tr> <td>32×4</td><td>128 cm</td></tr> <tr> <td>16×4</td><td>64 cm</td></tr> <tr> <td>8×4</td><td>32 cm</td></tr> </table> $22 \times 5 = 160$ $16 \times 5 = 80$ $8 \times 5 = 40$ Mesmo se usar mais canudos o maior vai ser o quadruplo do menor, e o maior sempre vai ser o dobro do médio.	32×4	128 cm	16×4	64 cm	8×4	32 cm
32×4	128 cm						
16×4	64 cm						
8×4	32 cm						

No registro 1 do item b, vê-se que os estudantes perceberam a proporção, porém ainda oscilaram, pois não conseguiram dar uma explicação *“formada”* ao pensamento, quando falaram *“do 8 para o 32, terá que fazer a quantidade do 32 x 4 e colocar essa quantidade do 8 para a mesma distância”*. Logo, tentaram explicar, dando um outro exemplo: se fossem 5 canudos verdes, ficaria $5 \times 8 = 40$ e $2 \times 40 = 80$ então $4 \times 40 = 160$. Nisso ficaria: verde com 40 cm, vermelho com 80 cm e azul com 160cm.

No registro 2 do item b, os alunos também demonstraram compreender a proporção e tentaram explicar fazendo a tabela, compreendendo que os números são múltiplos de 4. Com a construção da tabela, conseguiram perceber a razão, quando descreveram que *“mesmo se usar mais canudos, vai ser o quadruplo do menor e o maior sempre vai ser o dobro do menor”*.

Item c e d: registro 1

Supondo que o salto de Pedro fosse de 128 cm, quantos canudos de cada cor são necessários para medir o comprimento do salto dele? Complete a tabela.

Desenho	Tamanho do canudo	Quantidade de canudos necessários
1ª possibilidade Canudo Azul	32 cm	$\begin{array}{r} \times 32 \\ 4 \\ \hline 128 \end{array}$ 4 canudos
2ª possibilidade Canudo Vermelho	16 cm	$\begin{array}{r} \times 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$ 8 canudos
3ª possibilidade Canudo Verde ou Preto	8 cm	$\begin{array}{r} \times 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$ 16 canudos

Observem suas respostas e façam uma análise dos resultados de cada coluna. O que está acontecendo?

Analisamos e vimos que é só ver o resultado da possibilidade 1, Por que $32 \times 4 = 128$ e depois somar $4 + 4 = 8$ na possibilidade 2 faz $16 \times 8 = 128$ e depois somar $8 + 8 = 16$.

Transcrição

Analisamos e vimos que é só ver o resultado da possibilidade 1 por que $32 \times 4 = 128$ e depois somar $4 + 4 = 8$ na possibilidade 2 faz $16 \times 8 = 128$ e depois somar $8 + 8 = 16$

Item b e d: registro 2

Supondo que o salto de Pedro fosse de 128 cm, quantos canudos de cada cor são necessários para medir o comprimento do salto dele? Complete a tabela.

Desenho	Tamanho do canudo	Quantidade de canudos necessários
1ª possibilidade Canudo Azul	32 cm	4
2ª possibilidade Canudo Vermelho	16 cm	8
3ª possibilidade Canudo Verde ou Preto	8 cm	16

Observem suas respostas e façam uma análise dos resultados de cada coluna. O que está acontecendo?

Na primeira coluna (32 cm) tem menos quantidades de canudos, pois como é maior, precisa de menos canudos. Já na segunda coluna (16 cm) tem o dobro da quantidade pois o tamanho é a metade do primeiro. Todos que forem a medida metade ou dobra, terão que fazer multiplicação (x) ou divisão (:) por 2 para obter 128 cm.
A de 32 cm, B de 16, 16 de 8 cm, 32 de 4 cm 2 de 64 cm.

Transcrição

Na primeira coluna (32 cm) tem menos quantidade de canudos, pois, como é maior, precisa de menos canudos. Já na segunda coluna (16 cm) tem o dobro da quantidade pois o tamanho é a metade do primeiro. Todos que forem a medida metade ou dobra terão que fazer multiplicação (x) ou divisão (:) por 2 para obter 128 cm.

- 32 cm,
- 8 de 16 cm,
- 16 de 8 cm,
- 32 de 4 cm,
- 2 de 64 cm.

Ambos os registros desvelam que os estudantes compreenderam a quantidade de canudos necessários. Já no registro 2 do item d, eles compreenderam que a medida maior iria precisar de menos canudos. Logo, precisaria do dobro da quantidade de palitos, visto que o tamanho era a metade da medida maior, justificando a compreensão de metade: 2 e dobro $\times 2$ nessas relações.

Socialização final: palitos e cédulas

De modo geral, a maioria dos estudantes conseguiu perceber a proporção dada a razão. Como outros ficaram com as explicações mais no campo dos múltiplos e dos divisores, aproveitei o registro das cédulas e tentei discutir as proporções para que os alunos com maiores dificuldades pudessem perceber a razão em um outro contexto. E, ainda consolidar o entendimento dos que haviam conseguido perceber.

Fui buscar informações para me aprimorar a respeito das proporções com as cédulas, antes de discutir com a turma. E vi que as cédulas do real têm valores que são múltiplos e proporcionais entre si, o que facilita entender sua relação. Para isso, coloquei na lousa o quadro a seguir e pedi que o analisassem lançando-lhes perguntas e fui anotando o que eles falavam e descrevendo ao lado:

Perguntas:

Quais relações vocês observam entre as cédulas?

O que observam com relação a cédulas de 5 com a 10?

A de 5 com a de 20?

Nisso, chegaram à conclusão de que:

R\$5,00	Todas as outras são múltiplos de 5 ($1 \times 5 = 5$)
R\$10,00	É o dobro da cédula de 5 reais ($10 = 2 \times 5$).
R\$20,00	É o dobro da cédula de 10 reais ($20 = 2 \times 10$) ou quatro vezes o valor da cédula de 5 reais ($20 = 4 \times 5$).
R\$50,00	É dez vezes o valor da cédula de 5 reais ($50 = 10 \times 5$).

R\$100,00	É o dobro da cédula de 50 reais ($100 = 2 \times 50$) ou vinte vezes o valor da cédula de 5 reais ($100 = 20 \times 5$).
-----------	--

Com a construção do quadro, os alunos com maiores dificuldades identificaram que a proporção era constante, pois cada cédula é o dobro da anterior e todas são múltiplos de 5. Aproveitei e retomei: *E o que aconteceu com os palitos?*

Então, coletivamente construímos o quadro a seguir, que contribuiu para fazermos o fechamento da atividade e, de modo geral, viabilizou que eles percebessem as relações de proporções.

8cm	1 x 8
16cm	2 x 8
32cm	4 x 8
64cm	8 x 8
128 cm	16 x 8
256 cm	32 x 8

Considerações finais

Foi desafiador trabalhar na investigação e no desenvolvimento de um conceito que não domino. Porém, foi gratificante construir esse aprendizado junto com meus alunos. Por ser uma sala numerosa e ter uma demanda extensa de conteúdos e burocracias, não foi possível aprofundar tanto quanto eu gostaria; no entanto, foram momentos descontraídos e animados. Além disso, foi prazeroso ver como eles construíram uma postura crítica, argumentativa e protagonista, com empatia e respeito, além dos significados matemáticos que adquiriram ao longo dos anos.

A tarefa também foi potencializadora. Mesmo conhecendo a turma, lidar com imprevistos não é simples, pois cumpre saber conduzir o planejamento de modo que faça sentido e não se perca o objetivo final, quando precisamos mudar a rota. Apesar de a tarefa ser investigativa, os estudantes precisam ter uma ideia clara

de onde irão chegar para que possam construir as relações corretas, mesmo cometendo erros. A mediação pedagógica está em saber conduzir o objetivo durante todo o processo. Entrar na sala de aula todos os dias é como trabalhar com a imprevisibilidade a todo momento; por isso, torna-se imprescindível a constante busca por saber como fazer e como aprimorar essa prática.

“É a mesma imagem, mas tem algumas coisas diferentes”¹: abordando proporcionalidade a partir da ideia de semelhança

Rosangela Eliana Bertoldo Frare²

Iniciando...

No presente texto, relato uma experiência com tarefas, envolvendo o pensamento proporcional desenvolvidas em uma turma do 8.º ano do Ensino Fundamental, em setembro de 2022, em uma escola pública do interior do estado de São Paulo. Trata-se da única escola da rede estadual de ensino de um município com cerca de 14 mil habitantes, compreendendo, na época, cerca de 600 alunos, distribuídos entre os Anos Finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio (Regular e Técnico).

As tarefas foram elaboradas no contexto do subgrupo do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) da Universidade São Francisco – *campus* Itatiba (SP). Ingressei no Grupo em 2014, quando comecei a cursar o Mestrado em Educação na Universidade. Desde 2018, seu foco tem sido o estudo do pensamento proporcional e, para a elaboração das tarefas, os integrantes se organizaram em subgrupos de acordo com a etapa de atuação. O subgrupo, ao qual pertenço, foi composto por professores com formação em Matemática que atuam em redes privadas e públicas de ensino e estão ou não atuando na sala de aula dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, e se dedicou à elaboração e ao desenvolvimento de tarefas voltadas ao

¹ Fala de um aluno durante a realização da Tarefa 1, cujo trecho da transcrição será trazido no decorrer do texto.

² Secretaria Estadual de Educação. *E-mail*: robertoldo81@hotmail.com

pensamento proporcional para turmas dessas etapas da escolaridade.

Minha formação inicial foi a Licenciatura em Matemática, finalizada em 2004, ano em que ingressei como professora efetiva da disciplina na rede estadual paulista. Trabalhei com turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental e, principalmente, do Ensino Médio, até o início do ano de 2018. Nessa ocasião, passei a atuar como vice-diretora de escola, na qual permaneço até os dias atuais.

Ocupando a função de vice-diretora da escola, aguardei uma oportunidade para trabalhar com as tarefas em alguma turma de alunos, em que ocorresse a ausência do professor, sem um substituto disponível. Além disso, estabeleci que seria necessário que ele não tivesse deixado algum conteúdo a ser trabalhado e, de preferência, que a aula fosse de matemática. A primeira possibilidade aconteceu em setembro de 2022, em duas aulas da disciplina, de 45 minutos cada, em uma turma de 8.º ano do Ensino Fundamental com 35 alunos, dentre os quais, 30 estavam presentes na data. Essa experiência é o foco desta narrativa.

As tarefas selecionadas e o desenvolvimento com a turma

Entre a sequência de tarefas elaboradas, o subgrupo selecionou algumas para iniciar o desenvolvimento em sala de aula. Essa ação faz parte da dinâmica do Grucomat e tem como objetivo analisar a potencialidade das tarefas e a necessidade de ajustes. Optei por trabalhar com as Tarefas 1 e 2 com os alunos da turma. A Tarefa 1: *Explorando Imagens* (Quadro 1) consiste em apresentar uma imagem projetada no *Power Point* e realizar movimentações, alterando comprimento e largura. A Tarefa 2: *Explorando Retângulos* (Quadro 2 e Quadro 3) versa sobre situações aditivas e multiplicativas, envolvendo a ampliação de retângulos, utilizando o *software Geogebra* ou a malha quadriculada. Ambas intencionam, a partir da ideia de semelhança, introduzir o conceito de proporcionalidade.

Quadro 1 - Tarefa 1

Tarefa 1: Explorando imagens

Levar uma fotografia projetada no *Power Point* e realizar movimentações, alterando comprimento e largura. O objetivo é que os alunos identifiquem que, se alterarmos o comprimento ou a largura da fotografia, haverá uma deformação da imagem, o que não ocorre quando o aumento ou a diminuição são realizados de forma proporcional (em ambas as dimensões).

a) Reproduzir a imagem abaixo, usando um projetor de vídeo.



Fonte: <https://www.publicdomainpictures.net/pt/view-image.php?image=328113&picture=silhueta-do-cavalo-do-sol>

(Adaptada para ficar nas dimensões ideais para ser dobrada de tamanho no *slide*)

Para facilitar a realização da atividade, prepare um arquivo em *Power Point*, com quatro *slides* com uma cópia da imagem no canto inferior esquerdo de cada um deles.

b) Organize uma roda de conversa, com o objetivo de explorar as percepções iniciais dos alunos sobre a imagem projetada e, à medida que alterar suas dimensões, como proposto em cada situação abaixo, realize alguns questionamentos:

-1.^a situação: no primeiro *slide* mantenha a figura original, para que seja possível uma comparação, e converse com os alunos sobre quais

elementos eles identificam na imagem (neste caso, o círculo do sol e o cavalo; caso opte por outra imagem, realize o mesmo procedimento).

-2.^a situação: no segundo *slide*, clique e arraste a lateral direita da imagem até o final da margem direita do *slide* e faça o seguinte questionamento: o que aconteceu com a imagem? (Por exemplo, quais elementos sofreram alterações e quais se mantiveram). Ela ficou semelhante à original? (Nesse momento, discutir com os alunos o que significa a palavra “semelhante”).

- 3.^a situação: no terceiro *slide*, clique e arraste a parte superior da imagem até o final da margem superior dele e faça o seguinte questionamento: o que aconteceu com a imagem? Ela ficou semelhante à original? O que mudou com relação à alteração anterior? O que precisaria ser feito para que a imagem ficasse semelhante à original? (Caso os alunos não consigam concluir que há a necessidade de arrastar a imagem na diagonal, proponha a 4.^a situação e, em seguida, realize os questionamentos complementares. Se os alunos chegarem a tal conclusão, sem a necessidade de arrastar a imagem na diagonal, passe para os questionamentos).

- 4.^a situação: no quarto *slide*, clique no canto superior direito da imagem, arraste na diagonal, ampliando a figura, e realize o seguinte questionamento: o que podemos concluir sobre a ampliação de imagens para que fiquem semelhantes à original?

Questionamentos complementares:

E se fossemos fazer a redução? Em qual situação foi obtida uma imagem proporcional à original? (Nesse momento, é importante que você, professor, converse com os alunos sobre alguns conceitos como, por exemplo: quando ocorre proporcionalidade e quando não ocorre, o que é ampliação, redução, largura, comprimento, diagonal, dobro, metade).

Questionamentos complementares: na redução de figuras o mesmo acontece, a redução deve ocorrer de forma proporcional, tanto no comprimento quanto na largura. Apenas na 4.^a situação, obtivemos uma figura semelhante à original.

Fonte: arquivo do Grucomat

Quadro 2 - Tarefa 2

Tarefa 2: Explorando retângulos

No *software Geogebra*, faça o que se pede:

1) Desenhe um retângulo com 3 unidades de largura e 5 unidades de comprimento. Vamos chamar esse retângulo de **Retângulo 1**.

a) No menu de ferramentas, que fica no canto superior esquerdo da tela, na opção “Medições”, clique em “Distância, comprimento ou perímetro” e, em seguida, no Retângulo 1, para encontrar a medida do perímetro.

b) No menu de ferramentas, na opção “Medições”, clique agora em “Área” e no Retângulo 1, para encontrar a medida da área.

2) Agora desenhe outro retângulo (**Retângulo 2**) que tenha três unidades a mais que o Retângulo 1, tanto na largura como no comprimento.

a) No menu de ferramentas, que fica no canto superior esquerdo da tela, na opção “Medições”, clique em “Distância, comprimento” e, em seguida, no Retângulo 2, para encontrar a medida do perímetro.

b) No menu de ferramentas, na opção “Medições”, clique agora em “Área” e, em seguida, no Retângulo 2, para encontrar a medida da área

c) Compare o **Retângulo 1** com o **Retângulo 2** e escreva o que você percebeu.

d) O **Retângulo 1** e o **Retângulo 2** são semelhantes? Como você sabe disso?

3) Desenhe mais um retângulo, **Retângulo 3**, que tenha o dobro da medida da largura e o dobro da medida do comprimento do **Retângulo 1**.

a) No menu de ferramentas, que fica no canto superior esquerdo da tela, na opção “Medições”, clique em “Distância, comprimento” e, em seguida, no Retângulo 3, para encontrar a medida do perímetro.

b) No menu de ferramentas, na opção “Medições”, clique agora em “Área” e, em seguida, no Retângulo 3, para encontrar a medida da área.

c) Compare o **Retângulo 1** com o **Retângulo 3** e escreva o que você percebeu.

d) O **Retângulo 1** e o **Retângulo 3** são semelhantes? Como você sabe disso?

4) Compare os três retângulos desenhados. O que você pode concluir a respeito dos procedimentos necessários para se obter uma figura com medidas proporcionais?

Notas para o professor:

Caso não seja possível o trabalho com o *software*, a tarefa poderá ser adaptada e desenvolvida com o auxílio de uma malha quadriculada.

Fonte: arquivo do Grucomat

Como não foi possível levar os alunos até a sala de informática da escola³, para realizar a Tarefa 2, ela foi adaptada e desenvolvida com a utilização da malha quadriculada na escala 1,0 cm x 1,0 cm, atendendo à sugestão dada em *Notas para o Professor*. Desse modo, a reescrevi para ser entregue aos alunos, retirando dos enunciados os trechos que davam os comandos a serem realizados no *Geogebra*, conforme mostro no Quadro 3.

Quadro 3 - Tarefa 2 adaptada

Tarefa 2: Explorando retângulos

No papel quadriculado, faça o que se pede:

1) Desenhe um retângulo com 3 unidades de largura e 5 unidades de comprimento. Vamos chamar esse retângulo de **Retângulo 1**.

a) Encontre a medida do perímetro do Retângulo 1.

b) Encontre a medida da área do Retângulo 1.

2) Agora desenhe outro retângulo (**Retângulo 2**), que tenha três unidades a mais que o Retângulo 1 tanto na largura como no comprimento.

a) Encontre a medida do perímetro do Retângulo 2.

b) Encontre a medida da área do Retângulo 2.

c) Compare o **Retângulo 1** com o **Retângulo 2** e escreva o que você percebeu.

d) O **Retângulo 1** e o **Retângulo 2** são semelhantes? Como você sabe disso?

³ Eu estava substituindo a professora da turma e eram apenas duas aulas, não havendo tempo hábil para que os alunos desenvolvessem a Tarefa 2 na sala de informática, já que não estavam familiarizados com o *Geogebra*. Além disso, em uma das aulas, eu precisaria cobrir, concomitantemente, a falta de uma professora de outra turma, não podendo acompanhá-los o tempo todo.

3) Desenhe mais um retângulo, **Retângulo 3**, que tenha o dobro da medida da largura e o dobro da medida do comprimento do **Retângulo 1**.

a) Encontre a medida do perímetro do Retângulo 3, concomitantemente.

b) Encontre a medida da área do Retângulo 3.

c) Compare o **Retângulo 1** com o **Retângulo 3** e escreva o que você percebeu.

d) O **Retângulo 1** e o **Retângulo 3** são semelhantes? Como você sabe disso?

4) Compare os três retângulos desenhados. O que você pode concluir a respeito dos procedimentos necessários para se obter uma figura com medidas proporcionais?

Fonte: arquivo da professora

Na primeira aula foi trabalhada a Tarefa 1, sem alterar a disposição dos alunos que estavam em fileiras e com a apresentação da imagem em *Power Point* no projetor da sala. Esta aula foi audiogravada, a fim de obter registros da comunicação matemática ocorrida, já que se tratava de uma roda de conversa, conforme proposto na tarefa. Para iniciar o desenvolvimento da Tarefa 1, informei à turma que a professora de matemática havia faltado e que iríamos fazer algo diferente: eu iria colocar uma imagem para eles no projetor e íamos conversar sobre ela.

Na segunda aula, propus à turma que se organizassem em duplas, mas quatro alunos se recusaram a juntar com os outros e realizaram a tarefa individualmente. Distribuí as folhas com a impressão da Tarefa 2 adaptada e as folhas de papel quadriculado na escala 1 cm x 1 cm. Esta aula não foi audiogravada, mas as folhas com os registros dos alunos foram recolhidas. Enquanto realizavam a Tarefa 2, em alguns momentos, quando pude estar presente, fui circulando pela sala, observando o que faziam e realizando mediações e problematizações quando percebia serem necessárias. Em outros, deixei-os sozinhos, pois observava a realização das questões propostas em outra turma. Devido ao contexto, não houve a socialização das respostas encontradas e o

fechamento da referida tarefa. Tinha a intenção de fazer isso em outra oportunidade, contudo não foi possível.

As tarefas apresentadas nesta narrativa – e as demais elaboradas pelo Grucomat – podem ser adaptadas, de acordo com o contexto da sala de aula e a intencionalidade do professor, bem como podem ser incorporadas a elas outras propostas, conforme apresento no decorrer do texto. Além disso, podem ser trabalhadas com turmas de outras etapas da escolaridade após a realização dos ajustes necessários. É indispensável considerar o fato de serem turmas mais ou menos avançadas, quais conhecimentos prévios detêm, quais conceitos se pretende abordar e em quais os alunos dão conta de chegar.

A abordagem do conceito de semelhança de figuras na Tarefa 1

Durante a realização da Tarefa 1, adotei algumas ações: uso do exemplo da foto 3x4; sistematização na lousa; e proposta de registro no caderno. Tais ações não foram pensadas durante a elaboração da tarefa e não integram as sugestões ou notas para o professor na sequência inicialmente planejada. Elas surgiram durante o desenvolvimento e a finalização da tarefa, de acordo com a necessidade no contexto e a minha intencionalidade. Desse modo, a seguir exponho três episódios.

Episódio 1: O exemplo da foto 3x4

Conforme indicado na Tarefa 1, na 2.^a situação, que se refere à ação de arrastar a lateral direita da imagem até o final da margem direita do *slide*, após perguntar se a figura obtida com a alteração vertical seria semelhante à original, comecei a discutir com a turma o conceito de “semelhante”, segundo o excerto da transcrição do Quadro 4.

Quadro 4 - Excerto do diálogo 1⁴

- Prof.^a: *Essa imagem que está aqui é semelhante àquela que eu tinha mostrado primeiro?*
- Alunos: *Sim.*
- Prof.^a: *Vamos voltar? Semelhante... Isso é semelhante a isso?*
- Alunos: *Não.*
- Alunos: *Sim.*
- Prof.^a: *Sim ou não?*
- Alunos: *Sim.*
- Alunos: *Não.*
-
- Prof.^a: *O que é uma coisa semelhante? O que vocês acham?*
- Aluno: *Parecida.*
- Prof.^a: *Parecida? E isso está parecido com aquela primeira imagem?*
- Alunos: *Sim.*
- Alunos: *Não.*
- Aluno: *É semelhante, mas está esticada.*
- Prof.^a: *Mas então elas são semelhantes?*
- Aluno: *Sim. Não.*
- Aluno: *É igual, mas é de outra forma...*
- Aluno: *É semelhante, mas tem algumas coisas que mudaram.*
- Aluno: *É a mesma imagem, mas tem algumas coisas diferentes.*
- Prof.^a: *E o que mudou?*
- Aluno: *O formato.*
- Aluno: *Ângulos diferentes...*
- Prof.^a: *Então elas são semelhantes ou não são?*
- Aluno: *Sim. Não. Não sei.*
- Prof.^a: *Não sei? Vamos pensando... Vamos continuar. Agora eu vou pegar a imagem inicial e fazer outra coisa com ela. [Referindo-se à Situação 3 que consiste em arrastar a parte superior da imagem até o final da margem superior do slide.] Vou fazer isso aqui. O que aconteceu?*
- Aluno: *Agora está num outro ângulo.*
- Aluno: *Está ampliada.*
- Aluno: *Ela cresceu.*
- Aluno: *Ela ficou mais baixa, mais reta.*

⁴ No decorrer desse diálogo, bem como, dos posteriores, quando o interlocutor for *Alunos*, refere-se a uma fala simultânea de vários deles. Já *Aluno* representa um integrante qualquer da turma.

— Prof.^a: *E o Sol?*

— Aluno: *Esticado.*

— Prof.^a: *Esticado, mas com a mesma forma de antes?*

— Aluno: *Não.*

— Aluno: *Antes, qual?*

— Prof.^a: *À que eu acabei de fazer.*

— Aluno: *Não.*

— Prof.^a: *E será que é semelhante ou não? Semelhante à primeira?*

— Aluno: *Não.*

— Prof.^a: *Retomando. Essa é a original. Tem essa.* [Referindo-se à figura obtida na 2.^a Situação, em que a lateral direita da imagem é arrastada até o final da margem direita do slide.]. *O que eu fiz com essa daqui?*

— Aluno: *Esticou pro lado.*

— Prof.^a: *E essa daqui?* [Referindo-se novamente à Situação 3 que consiste em arrastar a parte superior da imagem até o final da margem superior do slide.]

— Aluno: *Pra cima.*

— Prof.^a: *Então... Mas dá pra ver que é a mesma foto?*

— Aluno: *Sim.*

— Aluno: *Não.*

— Aluno: *Como não? Dá pra saber que tem o cavalo, o sol...*

— Prof.^a: *Mas essas imagens são semelhantes ou não?*

— Aluno: *Sim. Não.*

— Prof.^a: *Então, vamos imaginar que aqui tem a foto de um de vocês, ou seja, ao invés do cavalo tem a foto de um de vocês... Por exemplo, se eu tenho uma foto pequenininha, 3x4, de um de vocês e eu quero fazer uma foto para colocar em um quadro. O que eu tenho que fazer com essa foto?*

— Aluno: *Ampliar.*

— Prof.^a: *Ampliar, mas como que ela é ampliada?*

— Aluno: *Maior.*

— Prof.^a: *Maior de que forma?*

— Aluno: *Pra cima.*

— Prof.^a: *Só pra cima?*

— Aluno: *Não pro lado também...*

— Aluno: *Pra deixar essa foto maior, tem que deixar ela normal e além de esticar para cima tem que esticar pro lado...*

— Aluno: *Pra ficar igual à pequena.*

— Prof.^a: *Mas então, quer dizer que quando eu tenho uma foto pequenininha e quero colocar ela no quadro, eu tenho que fazer o quê?*

— Aluno: *Ampliar.*

— Aluno: *Deixar na mesma medida. Um quadrado.*

— Prof.^a: *Um quadrado? Se for um quadrado tem que continuar um quadrado, é isso?*

— Aluno: *Isso.*

— Prof.^a: *E se for um retângulo?*

— Aluno: *Tem que continuar um retângulo.*

— Prof.^a: *Então a pessoa que vai ampliar essa foto para colocar no quadro, ela estica só do lado a foto?*

— Aluno: *Não. Do lado e pra cima.*

— Prof.^a: *Então se ela ampliar puxando só para o lado, a foto vai ser semelhante?*

— Aluno: *Não.*

— Prof.^a: *Só para cima, a foto vai ser semelhante?*

— Aluno: *Não.*

— Prof.^a: *Pra ser semelhante, o que tem que fazer?*

— Aluno: *Ampliar, puxando para o lado e para cima.*

— Aluno: *Pra todos os lados.*

— Prof.^a: *Então, vamos voltar nas perguntas que eu fiz com relação às imagens. Essa é a original. Essa é semelhante à original?*

— Aluno: *Não.*

— Prof.^a: *E essa é semelhante?*

— Aluno: *Não.*

— Prof.^a: *Então, o que eu tenho que fazer com essa foto do cavalo pra que ela fique semelhante à original, se eu quero ampliá-la?*

— Aluno: *Puxar pra cima e para o lado.*

— Prof.^a: *Vamos ver. Me ajudem, então, a ampliar a foto do cavalo. [Referindo-se à Situação 4, que versa sobre clicar no canto superior direito e arrastar a diagonal.] O que eu tenho que fazer?*

— Aluno: *Arrasta ali, no cantinho.*

— Prof.^a: *Assim? Vejam como ficou.*

— Aluno: *Pronto. Agora ficou semelhante.*

— Prof.^a: *Então, eu tinha essa original, essa que eu puxei pra cima, essa que eu puxei para o lado e essa que eu arrotei no cantinho como vocês falaram. [Referindo-se às quatro situações propostas.] E qual é semelhante à primeira, à original?*

Ao perceber que havia divergências nas respostas dos alunos, quando os questioneei sobre as imagens serem semelhantes ou não, conforme evidencia a parte inicial do excerto, referente à Situação 2, decidi conduzir o diálogo para algo do cotidiano, que pudesse facilitar a validação ou a refutação de suas ideias. Antes, passei para outra situação da tarefa, a 3.^a, que trata sobre arrastar a parte superior da imagem até o final da margem superior do *slide*, esperando que chegassem ao conceito de “semelhante”. Como isso não ocorreu, no final dessa situação tomei como exemplo a ampliação de uma foto 3x4 para colocar em um quadro e fui realizando problematizações, a fim de que, a partir do diálogo, do discurso matemático, os alunos mobilizassem o conceito de semelhança de figuras. Para Bagne (2012, p.62-63):

Ao adotar a prática do diálogo diante das resoluções de situações-problemas num contexto de problematização, damos espaço para que o aluno relate o que ele pensa ser verdadeiro. A ideia, nesse momento, não é dizer o certo ou o errado, mas deixar que o próprio grupo conduza as discussões e que, nesse processo, haja apropriações sobre o modo de pensar.

Essa estratégia desse episódio, referente à foto 3x4, possibilitou a elaboração conceitual no referido contexto de realização da tarefa. Contudo, em outro, poderia não possibilitar as mesmas contribuições, por não ser algo do conhecimento dos alunos, sendo necessário, então, pensar em outras estratégias que viabilizassem a compreensão do conceito de semelhança de figuras, como por exemplo, a ampliação de uma foto do perfil do *Instagram* ou outra rede social.

De acordo com o Currículo Paulista (São Paulo, 2019), documento orientador das escolas da rede pública de ensino do estado de São Paulo, a ideia de semelhança é trabalhada no 6.º ano

do Ensino Fundamental. Considerando que nessa fase da escolaridade, esses alunos estavam com aulas remotas devido à pandemia da Covid-19, isso acabou deixando lacunas na formação de alguns conceitos matemáticos, e, talvez, por isso, a turma teve dificuldades em chegar a um consenso sobre as imagens obtidas a partir das alterações realizadas com relação à imagem original, se havia semelhança entre elas ou não.

Além disso, os conceitos relacionados à proporcionalidade precisam ser construídos gradativamente, perpassando todas as etapas da escolarização básica e, muitas vezes, as lacunas na formação do professor que ensina matemática se configuram como obstáculos para esse processo. É necessário priorizar o ensino pautado no desenvolvimento do pensamento proporcional em detrimento ao ensino apoiado na memorização de regras e técnicas, como a regra de três, ou na sequência definição – exemplos – exercícios (Faria; Maltempi, 2020).

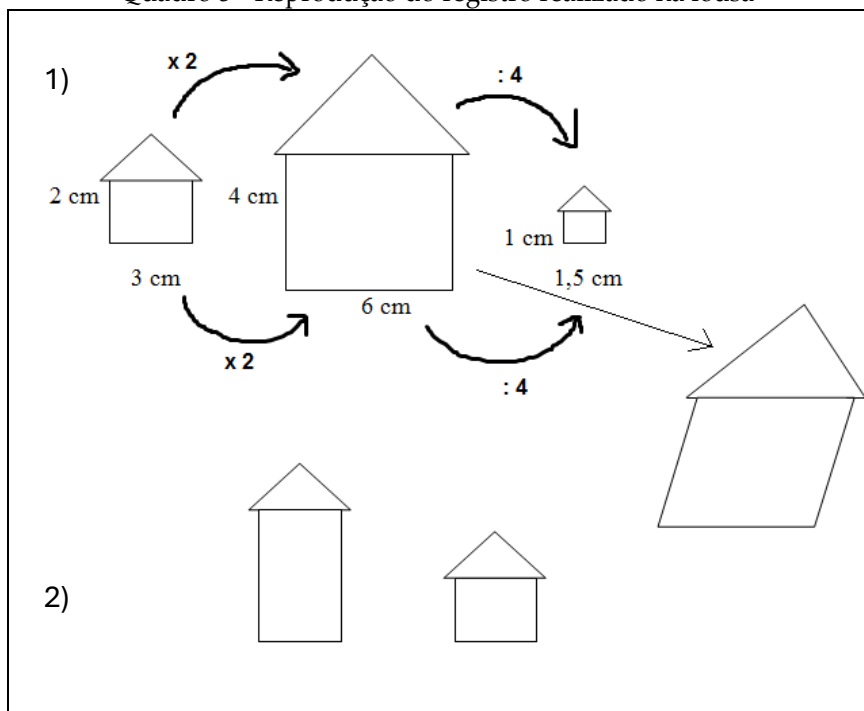
Como evidencia o trecho final do excerto, após perceber que os alunos tinham se apropriado dos procedimentos necessários para se obter uma imagem semelhante à outra, pude iniciar a Situação 4, que propõe clicar no canto superior direito da imagem e arrastar na diagonal, ampliando a figura. Nessa ocasião, um aluno indica a ação a ser feita, e o outro constata que a figura obtida é semelhante à original. Para confirmar se isso tinha ficado claro também para os demais, retomei novamente os quatro *slides* apresentados e eles indicaram, corretamente, que a semelhança ocorria apenas entre a primeira e a quarta imagem.

Episódio 2: A sistematização de conceitos na lousa

Terminado o desenvolvimento da Tarefa 1, devido à minha trajetória como professora de matemática, senti a necessidade de sistematizar e ampliar na lousa os conceitos trabalhados durante o diálogo com os alunos. Para isso desenhei dois pares de casinhas – o primeiro com uma com o dobro das medidas da outra, e o segundo com ambas com a mesma medida de comprimento e o

dobro da medida da altura – para que indicassem em qual havia semelhança entre as figuras e em qual não. O Quadro 5 ilustra a reprodução completa do registro da lousa, uma vez que não foi possível tirar uma foto na ocasião.

Quadro 5 - Reprodução do registro realizado na lousa



Fonte: Arquivo da professora

A partir daí, fui problematizando, conforme o diálogo do Quadro 6, e registrando na lousa, de acordo com o que foram indicando, inclusive acrescentando ao par de casinhas semelhantes uma terceira casinha com a metade das medidas da primeira e, considerando que fossem semelhantes, fui colocando uma das medidas e questionando—os para que indicassem a outra, bem como percebessem o que estava acontecendo com as medidas, ao fazer comparações entre as figuras.

Quadro 6 - Excerto do diálogo 2

- Prof.^a: [...] *Então, se eu colocar aqui na lousa essas casinhas. Essas são semelhantes?* [Referindo-se ao item 1 do Quadro 5]
- Alunos: *Sim.*
- Prof.^a: *E essas?* [Referindo-se ao item 2 do Quadro 5]
- Alunos: *Não.*
- Prof.^a: *Então, se nessa eu colocar 2 cm de altura e 3 de comprimento, e essa 4 cm de altura, qual será o seu comprimento?* [Referindo-se ao item 1 do Quadro 5]
- Aluno: 6
- Prof.^a: 6. *E como vocês sabem disso?*
- Aluno: *Porque está dobrando.*
- Prof.^a: *E se aqui eu tivesse triplicado? O que é triplicado?*
- Aluno: 3 vezes.
- Prof.^a: *Aqui também teria que...?*
- Aluno: *Triplicar.*
- Prof.^a: *Isso. Triplicar. Então vejam que todas as medidas têm que ser ampliadas na mesma proporção.*
- Aluno: *Mas é só na hora de ampliar que eu tenho uma figura semelhante?*
- Alunos: *Não.*
- Prof.^a: *Não? Mas se eu não ampliar o que eu posso fazer com ela?*
- Aluno: *Diminuir.*
- Prof.^a: *Diminuir. Isso mesmo. A gente diz, reduzir.*
- Prof.^a: *Então, se eu tiver essa casinha e quero reduzir, e ela vai ficar com 1 cm aqui.* [Referindo-se ao item 1 do Quadro 5] *O que aconteceu aqui? Essa medida era 4 e foi para 1. Qual é a relação? Essa medida foi reduzida quantas vezes?*
- Aluno: *Diminuiu 3.*
- Prof.^a: *Então é só diminuir 3? Então, qual será essa medida, se na outra o comprimento é 6? Se eu fizer o que vocês disseram aqui, que diminuiu 3, fica quanto?*
- Aluno: 3.
- Prof.^a: *E daí ela fica semelhante?*
- Alunos: *Não.*
- Prof.^a: *Por que não?*
- Aluno: *Porque vai ter 1 e 3 cm de medidas. Não vai ficar parecida com a outra.*

— Prof.^a: *Vamos pensar, então. Qual é a relação entre o 4 e o 1. Que cálculo eu posso fazer com o 4 para obter 1?*

— Aluno: *Fazer menos.*

— Prof.^a: *Mas daria certo?*

— Aluno: *Não. Dividir.*

— Prof.^a: *Dividir por quanto?*

— Aluno: *Por 4.*

— Prof.^a: *Então o 6 tem que dividir por quanto?*

— Aluno: *Por 4 também.*

— Aluno: *Vai ser 2.*

— Prof.^a: *Mas se vocês falaram que vai dividir por 4, dá 2?*

— Aluno: *1,5.*

[...]

— Prof.^a: *Isso. Então, quando acontecer isso, as figuras são semelhantes. Se eu fizesse o que vocês falaram e diminuísse 3 só, não seria. Então pode só diminuir para ser semelhante?*

— Alunos: *Não.*

— Prof.^a: *E somar?*

— Alunos: *Não.*

— Aluno: *Nem somar, nem diminuir.*

[...]

— Prof.^a: *Retomando aqui na lousa: e se eu ao invés dessa casinha, tivesse feito uma assim, ela vai ser semelhante a outra. [Referindo-se ao item 1 do Quadro 5]*

— Alunos: *Não.*

— Prof.^a: *Por quê?*

— Aluno: *Porque ela está torta.*

— Prof.^a: *Então, para ser semelhante adianta só dobrar as medidas?*

— Aluno: *Não. Tem que ser reta.*

— Prof.^a: *Isso. Tem que manter o formato da outra, não pode estar inclinada. A gente diz que os ângulos têm que se manter. Se essa é reta, o ângulo da outra, para ser semelhante, também tem que ser reto. E é claro que, além disso, as medidas correspondentes têm que mudar na mesma proporção. Se uma dobra, a outra também. Se uma divide pela metade, a outra também. Se uma triplica, a outra também. Certo? Entenderam?*

— Alunos: *Certo. Entendemos.*

Fonte: arquivo da professora

É possível perceber no decorrer do diálogo, iniciado com a questão da ampliação de figuras, que, quando houve as problematizações sobre a redução da casinha, a discussão culminou na constatação, por um dos alunos, de que, se diminuísse três unidades de cada medida, não haveria semelhança. Contudo, a primeira hipótese da turma foi a de que deveria haver a diminuição de três unidades em cada medida, remetendo a uma questão bastante comum na abordagem da proporcionalidade: a ideia de que a existência de uma relação aditiva entre as medidas é uma condição para manter a semelhança entre as figuras. Para Van de Walle (2009), compreender a diferença entre situações aditivas e multiplicativas indica o desenvolvimento do pensamento proporcional. Sendo assim, é importante que seja trabalhada desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental a ideia de que a multiplicação por um valor x significa aumentar em x vezes, e que a divisão por um valor x corresponde a diminuir x vezes, ou seja, que, por exemplo, ao calcular o dobro de um número, ele é aumentado em duas vezes, e, ao calcular a metade, é reduzido duas vezes.

Desse modo, com a realização dessa sistematização, houve a antecipação de conclusões às quais os alunos deveriam chegar com o desenvolvimento da Tarefa 2. Ao final, após desenhar uma casinha inclinada e fazer questionamentos a respeito, a partir das respostas dos alunos pude realizar o fechamento do diálogo, mencionando as condições necessárias para que duas figuras sejam semelhantes.

O excerto evidencia, mais uma vez, a importância do diálogo, da comunicação que ocorre na sala de aula. Segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 12), “a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes”. Além disso, o diálogo nas aulas de matemática é uma conversação que visa “construir novos significados em um processo colaborativo de investigação” (Alrø; Skovsmose, 2010, p. 120).

Episódio 3: O registro matemático dos alunos no caderno

Não satisfeita, findada a sistematização na lousa, comecei a pensar que, como eu não era a professora da turma e, provavelmente, não pudesse retomar a discussão com eles, seria interessante que registrassem algo sobre todo o processo que vivenciaram com base na Tarefa 1 para consolidar as aprendizagens. Solicitei, então, à turma, que todos realizassem o registro do que tinham entendido a respeito de figuras semelhantes no caderno, conforme o Quadro 7.

Quadro 7 - Propondo aos alunos o registro no caderno

— Prof.^a: Agora, vocês vão fazer o seguinte: peguem o caderno e vocês vão escrever com as palavras de vocês o que vocês entenderam que são figuras semelhantes. O que entenderam que tem que fazer para uma figura ser semelhante à outra. Pode fazer usando desenhos, números, cálculos, escrever. É como uma anotação que vocês vão fazer para não esquecer o que são figuras semelhantes.

Fonte: arquivo da professora

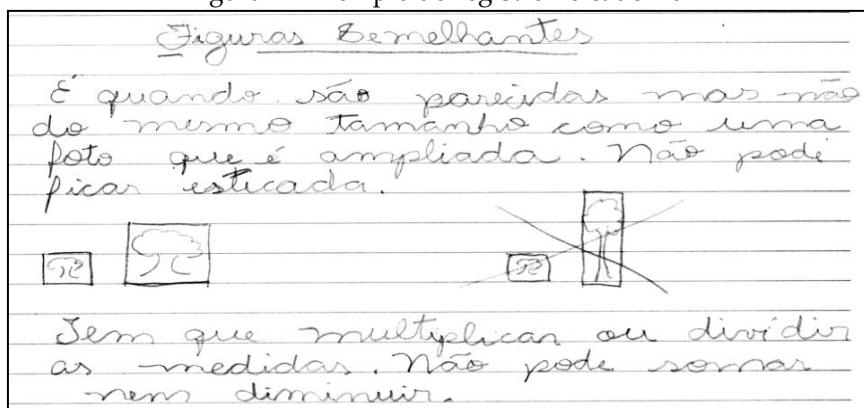
Recordo-me que, quando circulei pela sala, analisando alguns de seus registros, fazendo problematizações com relação ao que estavam colocando no papel, percebi que havia uma variedade de registros, uns utilizando apenas escrita, outros combinando escrita e imagens, outros imagens e números etc. A decisão foi importante para obter indícios acerca da apropriação da ideia de semelhança de figuras e identificar que significados haviam atribuído aos conceitos suscitados nas discussões.

A estratégia que adotei evidencia uma reflexão durante a minha ação e elucida um saber da minha experiência como professora de matemática. O saber da experiência nada mais é do que aquilo que “se adquire no modo como alguém vai respondendo ao que vai lhe acontecendo ao longo da vida e no modo como vamos dando sentido ao acontecer do que nos acontece” (Larrosa, 2002, p. 27). Então, os professores “no exercício

de suas funções e na prática de sua profissão, desenvolvem saberes específicos, baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio. Esses saberes brotam da experiência e são por ela validados” (Tardif, 2014, p.38-39).

Infelizmente, não foi possível analisar todos, e tampouco guarda-los. Na Figura 1 apresento um dos quais consegui tirar uma cópia dias depois.

Figura 1 - Exemplo do registro no caderno



Figuras semelhantes

É quando são parecidas, mas não do mesmo tamanho como uma foto que é ampliada. Não pode ficar esticada.

Tem que multiplicar ou dividir as medidas. Não pode somar nem diminuir.

Fonte: arquivo da professora

No registro do aluno, notam-se: a definição que utilizou para figuras semelhantes; o exemplo usado, com dois pares de imagens representando fotos, um semelhante e o outro não, com destaque para a questão da proporção entre as medidas no desenho; a explicitação do que não pode ocorrer na ampliação de fotos; a identificação dos procedimentos que devem ou não ser realizados com as medidas das figuras para que haja semelhança.

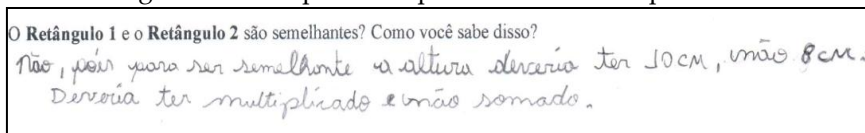
Como muito bem lembram Nacarato e Lopes (2009, p.34), a “ação de escrever permite que ele tenha tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que escreveu e reestruturar sua escrita. Enfim, há todo um movimento reflexivo, por parte do escritor sobre a sua própria aprendizagem”.

As percepções a partir da Tarefa 2

A partir da análise dos registros que foram recolhidos ao final da aula, foi possível evidenciar alguns pontos importantes. Primeiramente, a maior parte dos alunos não apresentou dificuldades em utilizar a malha quadriculada, tampouco em desenhar os retângulos de acordo com a proposta dos enunciados, nem com o cálculo do perímetro e da área.

Com relação à comparação entre os Retângulos 1 e 2, alguns alunos não responderam corretamente, sobressaindo respostas como: “Teve ampliação, por isso são semelhantes”; “Porque aumentou a largura e o comprimento”; “Porque dobrou a largura”. Analisando o primeiro desses registros, percebemos que a dupla não compreendeu a ideia de ampliação. Com relação ao segundo, bastava para os alunos que o retângulo tivesse suas medidas aumentadas, não fazendo distinção entre o procedimento aditivo e o multiplicativo. Para a terceira dupla, apenas o fato de dobrar uma das medidas já era suficiente para afirmar que os retângulos eram semelhantes. Contudo, houve respostas que indicam a apropriação dos conceitos suscitados no diálogo ocorrido durante o desenvolvimento e a sistematização referente à Tarefa 1, como vemos na Figura 2.

Figura 2 - Exemplo de resposta ao item d da questão 2



O Retângulo 1 e o Retângulo 2 são semelhantes? Como você sabe disso?

Não, pois para ser semelhante a altura deveria ter 10cm, não 8 cm.
Deveria ter multiplicado e não somado.

Fonte: arquivo da professora

A maioria concluiu que, quando comparados os Retângulos 1 e 3, eles eram semelhantes, com exceção de duas duplas que não justificaram a resposta, sobressaindo entre as respostas a questão de ampliar, multiplicar a largura e o comprimento, dobrar os lados, aumentar as medidas e continuarem parecidos, aumentar na diagonal. Nesses casos, é possível perceber que se utilizam do discurso matemático do diálogo promovido no desenvolvimento da Tarefa 1, manifestando suas apropriações a respeito do conceito de semelhança de figuras. (Figura 3)

Figura 3 - Exemplo de resposta ao item d da questão 3

O Retângulo 1 e o Retângulo 3 são semelhantes? Como você sabe disso?

Sim, pois o dobro de 5 é 10 e o dobro de 3 é 6.

O Retângulo 1 e o Retângulo 3 são semelhantes? Como você sabe disso?

Sim, pois o dobro de 5 é 10 e o dobro de 3 é 6.

Fonte: arquivo da professora

Convém destacar a realização da última questão da Tarefa 2, a número 4: *Compare os três retângulos desenhados. O que você pode concluir a respeito dos procedimentos necessários para se obter uma figura com medidas proporcionais?* Durante o desenvolvimento da tarefa pelos alunos, nos momentos em que pude circular pela sala, percebi que estavam com dúvidas a respeito do que exatamente tinham que responder. Então, identifiquei qual era o entrave: o trecho “uma figura com medidas proporcionais”. Embora eu tivesse citado sobre a mudança das medidas na mesma proporção como condição para que duas figuras fossem semelhantes no final da

sistematização que realizei na lousa após a Tarefa 1, o foco na realização das duas tarefas propostas foi a ideia de semelhança e não o conceito de proporcionalidade entre medidas. Além disso, caso esse conceito já tivesse sido trabalhado com a turma, não haveria dificuldades na compreensão. Nas duplas em que consegui, realizei a mediação para que compreendessem a relação entre o proposto nos itens anteriores e o solicitado na Questão 4, pois como já mencionado anteriormente, estava acompanhando outra sala que estava sem professor.

A partir dos registros dos alunos, notei que alguns deles não responderam à questão. Outros responderam se referindo à obtenção de figuras semelhantes, conforme solicitado nos itens anteriores, fazendo menção apenas ao procedimento multiplicativo, mas não ao aditivo como procedimento com o qual não se obtêm figuras com medidas proporcionais, conforme era o esperado após a comparação dos Retângulos 1, 2 e 3. (Figura 4)

Figura 4 - Exemplo de resposta à Questão 4

4) Compare os três retângulos desenhados. O que você pode concluir a respeito dos procedimentos necessários para se obter uma figura com medidas proporcionais?

Que para obter uma figura semelhante temos que fazer a divisão ou a multiplicação das medidas.

4) Compare os três retângulos desenhados. O que você pode concluir a respeito dos procedimentos necessários para se obter uma figura com medidas proporcionais?

Que para obter uma figura semelhante temos que fazer a divisão ou a multiplicação das medidas.

Fonte: arquivo da professora

Diante dessas percepções, é evidente que seria imprescindível o momento de socialização das respostas da Tarefa 2 e a realização da sistematização dos conceitos envolvidos, todavia não foi possível pelo contexto já mencionado anteriormente. Por esse motivo, então, foi muito importante a sistematização que realizei na lousa sobre o

conceito de semelhança de figuras, após a finalização da Tarefa 1, utilizando outras imagens e exemplos contendo medidas, embora tenha antecipado conclusões às quais os alunos deveriam chegar no desenvolvimento da Tarefa 2. Se não a fizesse naquele momento, ficariam sem nenhuma sistematização acerca das tarefas trabalhadas. A socialização das ideias e a sistematização de conceitos e estratégias de resolução são ações fundamentais para validar ou refutar as respostas dos alunos no desenvolvimento de tarefas matemáticas e possibilitar a aprendizagem. De acordo com Fontana (2000, p. 28), a elaboração conceitual acontece por um processo discursivo “de articulação, pelo confronto, de muitas vozes sócio-historicamente definidas em condições de interação – compreensão/expressão – determinadas”, em que os sentidos em circulação se transformam pela mediação do outro.

Ao compartilhar a experiência com as tarefas no Grucomat, chegamos ao consenso da necessidade de reformular a questão 4, substituindo o trecho “uma figura com medidas proporcionais” por “uma figura semelhante”. O objetivo é que uma turma que ainda não trabalhou com o conceito de medidas proporcionais possa alcançar as conclusões esperadas com a tarefa. Isso desvela a importância do movimento de sala de aula e do compartilhamento da experiência com o Grupo, possibilitando ampliar as potencialidades da Tarefa. É algo que faz parte da dinâmica do Grupo.

Finalizando...

Mesmo estando “do outro lado sala de aula” por ocupar a função de vice-diretora, esse foi um momento muito importante. Pude reviver o movimento de sala de aula, a minha prática como professora de matemática com foco na mediação pedagógica e nas problematizações, para possibilitar que os alunos avançassem no processo de mobilização de ideias matemáticas e na elaboração de conceitos. Uma prática perpassada pelas minhas experiências nos anos de docência, pelas pesquisas e estudos realizados na Pós-

Graduação *Stricto Sensu* em Educação e pelo período de participação no Grucomat.

Apesar de não ser a professora da turma, consegui estabelecer um rico diálogo com os alunos, objetivando conduzi-los ao pensamento proporcional a partir das tarefas propostas. Esse movimento só foi possível devido a todo o processo percorrido por mim até o momento em que trabalhei com as tarefas para a referida sala de aula: estudo para aprofundamento do conceito; participação na elaboração, análise e adequação das tarefas; planejamento da aula, desenvolvimento das tarefas com a turma. Isso evidencia o quão importante é a dinâmica do Grucomat e do subgrupo do qual faço parte.

Assim, destaca-se o papel da intencionalidade, que permeou tal processo, desde a intencionalidade do subgrupo na preparação da tarefa, bem como a minha em sala de aula. O conceito de intencionalidade é decorrente dos estudos da perspectiva histórico-cultural. Nessa teoria o professor tem o papel de organizador do meio educativo, “o que requer uma sólida formação teórica, intencionalidade e diretividade” (Teixeira, 2022, p. 17).

A intencionalidade do ensino se revela quando o professor busca compreender qual o nível de desenvolvimento real e qual a zona de desenvolvimento potencial de cada estudante, a fim de organizar suas ações orientadas para o desenvolvimento dos sujeitos. Se revela, ainda, na preocupação de possibilitar aos estudantes a apropriação e relação entre os conceitos de forma consciente, que extrapolam os limites do pensamento e possam ser comunicadas por diversas formas de linguagem, entendendo que esta, por sua vez, carrega em si diversas generalizações. (Tocha *et al.*, 2021, p.195)

Portanto, é indispensável que o trabalho pedagógico tenha uma intencionalidade, a qual permite ao professor ter objetivos claros, tanto ao planejar como ao implementar as práticas de ensino. Além disso, todo esse ato intencional ampliou as potencialidades das tarefas com as quais trabalhei com a turma. As

mesmas tarefas, abordadas por outro professor, podem não ter os mesmos resultados.

A narrativa também suscita reflexões sobre a atual realidade das escolas, no que se refere ao tempo e ao espaço para que os professores de matemática possam dedicar-se ao estudo, empenhar-se no planejamento das aulas, debruçar-se sobre as tarefas que irão propor as suas turmas, discutir com os pares, compartilhar experiências. O que se vê é o professor com um tempo cada vez mais escasso, devido à sobrecarga de trabalho e ao aumento das prescrições. Também, na maioria das vezes, o professor não encontra um espaço seguro dentro das escolas, em que não haja a prevalência das relações de poder. São raros os espaços formativos, tampouco os colaborativos.

Por fim, também as políticas públicas educacionais atuais, sobretudo as da rede estadual paulista, merecem uma reflexão. Prioriza-se a implantação de Currículos engessados, que predeterminam o que, como, quando e por quanto tempo ensinar, defendendo ser a solução para resolver os problemas da Educação e trazer resultados satisfatórios. Contudo, não se leva em consideração o tempo dos alunos no processo de elaboração conceitual, não se investe em uma formação continuada voltada ao processo de ensino e aprendizagem, à formação de conceitos. Aliás, o importante no momento é realizar uma determinada quantidade de tarefas por aluno para atingir as metas semanais nas plataformas educacionais, e a formação do professor para colocar em funcionamento tais plataformas.

Referências

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BAGNE, J. *A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2.º ano do ensino fundamental: movimento possibilitado por práticas*

interativas em sala de aula. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco (USF), 2012. 206 p.

FARIA, R. W. S. de C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. *Revista Educação em Questão*, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, jul./set. 2020.

FONTANA, R. Ap. C. *Mediação pedagógica na sala de aula*. Campinas (SP): Autores Associados, 2000.

LARROSA, J. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Revista Brasileira da Educação*, Rio de Janeiro, n.19, jan./abr., p. 20-28, 2002.

NACARATO, A. M.; LOPES, C. A. E. Práticas de leitura e escrita em Educação Matemática: tendências e perspectivas a partir do Seminário de Educação Matemática do COLE. In: LOPES, C. A. E.; NACARATO, A. M. (org.). *Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. *Currículo Paulista*. 1. ed. São Paulo: SE, 2019.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

TEIXEIRA, S. R. dos S. A Educação em Vigotski: prática e caminho para a liberdade. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, v. 47, p. 1-22, 2022.

TOCHA, N. N. *et al.* Contribuições de Vigotski para a organização do ensino. In: DIAS, Maria Sara de Lima (org.). *Lev Vygotsky: teoria e prática da perspectiva histórico—cultural*. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2021.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução: Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

A mesma tarefa desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental 2 e Ensino Médio no início dos estudos do grupo

Caio Leardini Grillo¹

Introdução

Sou professor de matemática, licenciado pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) desde 2014. Realizei um intercâmbio na Indiana University (EUA) através do programa de graduação sanduíche pela Capes entre 2012 e 2013. Entre 2016 e 2024, lecionei no Ensino Fundamental II e Ensino Médio da rede Sesi/SP e desde 2025 atuo em escolas particulares de Vinhedo. Também em 2016, ingressei no Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat), vinculado à USF e participei de todos os trabalhos² do grupo desde então.

Esta narrativa conta situações vividas em sala de aula no início do ano letivo de 2019 na escola Sesi de Itatiba-SP. O grupo decidiu, em 2018, estudar sobre proporcionalidade e, no fim do ano, tivemos contatos com algumas tarefas do livro *Matemática no Ensino Fundamental*, de Van de Walle. Decidi que as colocaria em prática no início do ano como uma forma de retomar alguns conceitos e até como uma avaliação diagnóstica dos conceitos trazidos pelos alunos de anos anteriores. Optei por propor as mesmas tarefas no 9.º ano do Ensino Fundamental e no 2.º ano do Ensino Médio (Anexo 1), com a diferença que no 9.º desenvolvemos também um trabalho em parceria com a cozinha da escola e com a professora

¹ Professor da rede particular de ensino. E-mail: grillo.caio@gmail.com

² GRUCOMAT. ebooks. Disponível em: <https://grucomat.com.br/ebooks/>. Acesso em: 11 set. 2024.

Carla, do 2.^o ano do Ensino Fundamental, também integrante do Grucomat, mas que não consta nesta narrativa.

Relato a seguir os acontecimentos, analiso alguns registros, retomando as interações feitas em sala e, no final, proponho alguns direcionamentos. Infelizmente não temos o registro em áudio ou vídeo, apenas as minhas anotações e as memórias transformadas nesse relato.

Sobre as turmas e a metodologia de aula

O referencial do sistema SESI SP de ensino prioriza o estudante como protagonista no processo de aprendizagem. Sua base é uma abordagem sociointeracionista, para que o estudante desenvolva autonomia, competência e habilidades com o objetivo de se desenvolver de forma integral como cidadão. A metodologia prevista é pautada na Resolução de Problemas, na qual o professor atua como orientador e mediador. Foi muito importante para mim trabalhar numa escola em que a proposta de ensino estivesse alinhada com os ideais do Grucomat, pois isso favorece a minha evolução como professor. O material didático da Rede SESI SP é elaborado na própria rede e, por ser construído intencionalmente seguindo o referencial curricular da rede, é bem completo. Mesmo assim, o professor tem a liberdade de escolher e compor as aulas com outras atividades, conforme observa alguma necessidade. Esse ambiente de trabalho viabiliza o desenvolvimento de tarefas como as apresentadas nesta narrativa.

O 2.^o ano do Ensino Médio tinha 32 alunos, dos quais 30 já tinham sido meus alunos no ano passado na série anterior. A retomada começou pela parte algébrica, com algumas sequências já elaboradas e estudadas pelo Grucomat³ e, em seguida, entramos na

³ O e-book *O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática* pode ser acessado no link: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf

parte proporcional com as tarefas novas, adaptadas daquelas socializadas com o grupo no fim do ano de 2018 do livro *Matemática no Ensino Fundamental*, de Van de Walle, uma das referências iniciais para o Grucomat nesse trabalho. De primeira, não comentei o assunto a ser tratado, e os alunos se dividiram em grupos de quatro integrantes e começaram a resolver em sala. Fui circulando entre os grupos para interagir também, não apenas responder as dúvidas.

Os alunos resolveram o que deu tempo durante a aula e entregaram os registros. Muitos chegaram incompletos e com erros, mesmo assim os digitalizei antes de lhes devolver. Na aula seguinte, devolvi os registros e dei mais tempo para os grupos terminarem e circulei, realizando problematizações em cima das resoluções e das dúvidas dos alunos. No momento da socialização, pedi que os grupos falassem suas estratégias, alguns foram até a lousa, outros apenas comentaram e eu mesmo fiz o registro na lousa. Como já conhecia as estratégias, pela primeira versão e pelas interações nos grupos, às vezes solicitei exatamente os grupos com estratégias diferenciadas para gerar mais discussão em sala. O momento de confrontar diferentes estratégias, inclusive as certas, sempre é muito produtivo. Os alunos, então, tiveram a oportunidade de ir adequando suas próprias resoluções e respostas durante a socialização para folha da entrega final, que também está digitalizada.

O 9.º ano do Ensino Fundamental também tinha 32 alunos, mas nenhum deles tinha sido meu aluno no ano anterior. Iniciei com uma retomada de anos anteriores, optei por relembrar cálculos em geral (decimais, frações etc.); pensamento algébrico (com as outras tarefas elaboradas pelo Grucomat) e, finalmente, chegamos ao pensamento proporcional. A principal diferença em relação a outra sala foi o tempo: no 9.º, como há mais aulas semanais, os alunos conseguiram fazer tudo em sala, nos grupos.

Novamente a estratégia foi que os grupos de três ou quatro integrantes tentassem resolver, e eu fui circulando, buscando interagir, discutir estratégias e construir com eles as ideias. Em seguida, socializamos as resoluções, buscando confrontar as

informações. Os estudantes eram livres para registrar como quisessem, a única exigência era fazer algum registro no papel, indicando como o grupo havia pensado e qual estratégia fora usada para resolver o problema.

O Grucomat tem papel fundamental na influência para essa metodologia de realização das tarefas, uma vez que aprendi muito com interação com os demais de Educação Infantil e Fundamental 1. Em seus relatos, pude perceber como cada momento da aula é um acontecimento, que merece ser conversado, apresentado, discutido e, principalmente, cabe ouvir os estudantes através de sua fala e de seus registros.

A despeito de a natureza das tarefas propiciar bastante discussão, sua efetiva realização depende da dinâmica estimulada pelo professor e do engajamento dos estudantes. Todos esses aspectos fazem parte de um processo que precisa ser construído ao longo do tempo com a turma para atingir um patamar com participação eficaz dos estudantes tanto no momento dos registros como no momento de socialização.

Tendo em conta que as tarefas do Grucomat sempre são pensadas para serem aplicadas em diversas faixas etárias, às vezes adaptando-as à complexidade e à profundidade das discussões, aproveitei esse momento de retomada com as duas turmas para aplicar os mesmos enunciados e, então, observar as semelhanças e as diferenças que poderiam aparecer tanto nas discussões como nos registros.

Os registros dos estudantes e alguns comentários

A seguir vou comentar alguns registros que chamaram a minha atenção e dos colegas do grupo após uma reunião em que nos debruçamos sobre uma versão prévia dessa narrativa. Seguirei a ordem dos problemas tal qual foram propostos na tarefa. O Anexo 1 contém, na íntegra, os enunciados das tarefas e, ao longo da narrativa, destacarei um a um nas caixas de texto.

Como professor, sempre há uma resposta ou resolução esperada para o problema, algo que na minha cabeça faça sentido para mostrar que o estudante, de fato, entendeu a tarefa e sabe resolvê-la. No entanto, até pela natureza das tarefas, é preciso estar de olhos bem abertos para outras formas de registrar a resolução, e eu faço questão de deixar isso bem claro aos estudantes: precisa mostrar de alguma forma o pensamento. Um bom ponto de partida para a interação com os grupos é solicitar ao estudante que ele explique seu registro. Nos registros a seguir, é possível reparar a variedade de formas e aí entra o papel do professor que precisa se questionar o que era esperado para o aluno nessa tarefa e como avaliar se esses registros atendem a essa necessidade.

No problema 1, vários grupos do 2.º EM perguntaram, com a intenção de confirmar, se haveria uma única resposta, e a minha mediação foi questionar quais respostas eles já tinham encontradas e se eles achavam que haveria outras. Alguns grupos, por tentativas, descobriram um par de valores que dava certo e paravam por aí. Nos grupos, a que alcancei, lhes questionei como eles acharam a resposta e se ela seria a única. Outros grupos deixaram apenas uma resposta, mesmo após a discussão em sala.

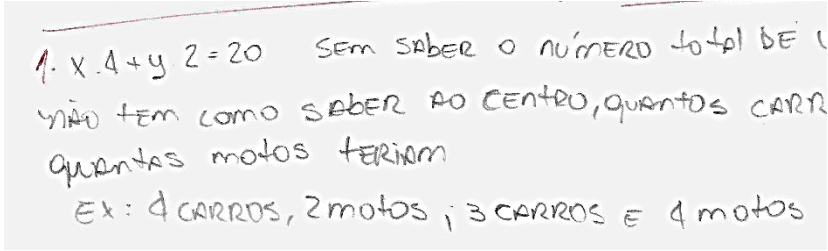
1. Em um estacionamento há carros e motos somando um total de 20 rodas. Explique como podemos descobrir quantos carros e quantas motos estão estacionados?

Questionei também meios de validar repostas e, prontamente, os alunos indicaram o cálculo para o total de rodas, multiplicando por 4 e por 2 as quantidades de carros e motos, respectivamente. Ainda indaguei se seriam infinitas respostas a um outro grupo e, após um momento de reflexão, os alunos disseram achar que não. Então pedi para achar todas as respostas ou uma maneira de encontrar todas as respostas, e aí surgiu a equação com duas variáveis, na qual coletivamente organizamos uma tabela de possíveis valores, descobrindo todas as respostas. Durante a

socialização, pudemos conversar sobre a estratégia de descobrir essas outras repostas e apareceu a ideia do grupo de trocar 1 carro por 2 motos, ou vice-versa.

Na Figura 1, temos a ilustração de um grupo, que conseguiu perceber que o problema tinha várias respostas certas e registrou duas possibilidades.

Figura 1 – Registro de resolução da tarefa 1 por alunos do 2.º EM



Handwritten text in a notebook:

1. $x \cdot 4 + y \cdot 2 = 20$ Sem saber o número total de veículos, não tem como saber ao certo, quantos carros ou quantas motos teriam

Ex: 4 carros, 2 motos; 3 carros e 4 motos

Transcrição:

$x \cdot 4 + y \cdot 2 = 20$ Sem saber o número total de veículos, não tem como saber ao certo, quantos carros ou quantas motos teriam.

Ex: 4 carros, 2 motos; 3 carros e 4 motos

Fonte: acervo do professor

Na Figura 2, percebemos que o grupo usou equivocadamente a palavra múltiplos (provavelmente querendo dizer divisores), no entanto percebeu muito bem a proporção “1 carro para 2 motos” e deixou ainda dois exemplos de resposta.

Figura 2– Registro de resolução da tarefa 1 por alunos do 2.º EM

1) Existem vários despois, pois 4 e 2 são múltiplos
 por exemplo 1 carro pode substituir 2 motos e
 Uma das despois seria 4 carros e 2 motos ou

Transcrição:

Existem várias respostas, pois 4 e 2 são múltiplos de 20. Por exemplo
 1 carro pode substituir 2 motos e 2 motos um carro. Uma das
 respostas seria 4 carros e 2 motos ou 3 carros e 4 motos.

Fonte: acervo do professor

Na Figura 3, notamos que o grupo organizou a tabela com os
 valores inteiros que satisfaziam o problema e ainda observou que
 as possibilidades com 0 carros ou 0 motos seriam inválidas.
 Importante essa estratégia de organizar em tabela, pois isso ajuda
 o estudante a visualizar relações entre os dados e só o fato de
 construir a tabela ordenadamente também é um sinal de que o
 estudante percebeu a relação “2 motos equivalem a 1 carro”

Figura 3 – Registro de resolução da tarefa 1 por alunos do 2.º EM

1) Sabemos que há, pelo menos, 1 carro e 1 moto, por isso
 não há a possibilidade de ter apenas motos ou
 carros.

m	c
0	5
2	4
4	3
6	2
8	1
10	0

Transcrição:

Sabemos que há, pelo menos, 1 carro e 1 moto, por isso não há a
 possibilidade de ter apenas motos ou carros.

M	C
0	5

2	4
4	3
6	2
8	1
10	0

Fonte: acervo do professor

Na turma de 9.º ano, houve alguns grupos que, inicialmente, escreveram $x + y = 20$. Intervim, questionando se o 20 era total de veículos ou de rodas, e os alunos perceberam que a equação estava incoerente com a situação. O grupo repensou qual seria a quantidade de rodas por carro e por moto para então montar a equação $4x + 2y = 20$. Outros grupos tiveram dificuldades para resolver a equação com duas variáveis. No caso, sugeri que testassem alguns valores e registrassem numa tabela. Os registros deles apareceram bem mais organizados e completos, comparando com a turma do Médio.

Na Figura 4, observamos que o grupo optou por escrever as respostas do problema numa espécie de tabela. Notamos aí que variou o número de carros aumentando 1 a cada linha, enquanto diminui em 2 a quantidade de motos. O grupo ainda registrou as contas para verificar se o total de rodas resultava em 20.

Figura 4 – Registro de resolução da tarefa 1 por alunos do 9.º EF

① 1 carro e 8 motos

2 carros e 6 motos

3 carros e 4 motos

4 carros e 2 motos

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 12 \\ \times 4 \quad \times 2 \quad + 8 \\ \hline 12 \quad 8 \quad 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 6 \quad 12 \\ \times 4 \quad \times 2 \quad + 8 \\ \hline 8 \quad 12 \quad 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 12 \\ \times 4 \quad \times 2 \quad + 8 \\ \hline 12 \quad 8 \quad 20 \end{array}$$

Transcrição:

1 carro e 8 motos

2 carros e 6 motos

3 carros e 4 motos

4 carros e 2 motos

Algoritmo da multiplicação: 3 vezes 4 igual a 12; algoritmo da multiplicação 4 vezes 2 igual a 8; algoritmo da soma: 12 mais 8 igual a 20; Algoritmo da multiplicação: 2 vezes 4 igual a 8; algoritmo da multiplicação 6 vezes 2 igual a 12; algoritmo da soma: 12 mais 8 igual a 20; Algoritmo da multiplicação: 3 vezes 4 igual a 12; algoritmo da multiplicação 4 vezes 2 igual a 8; algoritmo da soma: 12 mais 8 igual a 20.

Fonte: acervo do professor

De forma parecida, na Figura 5 podemos ver outra maneira de organizar todas as respostas do problema também em uma tabela e, agora, a cada carro que diminui na primeira coluna ocorre um aumento de duas motos na segunda coluna. De novo, o grupo registrou as contas para verificar o total de rodas.

Figura 5 – Registro de resolução da tarefa 1 por alunos do 9.º EF

1.

Carros	MOTOS
4	2 = $4 \cdot 4 = 16 + 2 \cdot 2 = 4 = 20$
3	4 = $3 \cdot 4 = 12 + 4 \cdot 2 = 8 = 20$
2	6 = $2 \cdot 4 = 8 + 6 \cdot 2 = 12 = 20$
1	8 = $1 \cdot 4 = 4 + 8 \cdot 2 = 16 = 20$

Transcrição:

Carros	Motos	
4	2	$= 4 \cdot 4 = 16 + 2 \cdot 2 = 4 = 20$
3	4	$= 3 \cdot 4 = 12 + 4 \cdot 2 = 8 = 20$
2	6	$= 2 \cdot 4 = 8 + 6 \cdot 2 = 12 = 20$
1	8	$= 1 \cdot 4 = 4 + 8 \cdot 2 = 16 = 20$

Fonte: acervo do professor

2. Em um estacionamento há 7 veículos, entre carros e motos. Sabendo-se que o total de rodas é igual a 20, quantos carros e quantas motos estão nesse estacionamento?

A questão 2 já segue direto da questão 1, e os grupos, das duas turmas, que tinham todas as respostas na primeira, já concluíam a resposta: três carros e quatro motos para o problema 2. Ressaltei

então que, por conta da outra informação dos veículos “em um estacionamento há 7 veículos”, isso restringiria as possibilidades de respostas, e na turma do 9.º pude introduzir o conteúdo de Sistemas Lineares, que seria abordado no decorrer daquele ano.

E o problema 3, das plantas, gerou bastante discussão na turma do 2.º EM.

3. Há duas semanas, duas flores foram medidas e tinham 8 cm e 12 cm, respectivamente. Hoje estão com 11 cm e 15 cm de altura. Qual das duas flores cresceu mais? Justifique sua resposta.

Direto, praticamente sem pensar, os alunos pensaram na diferença entre os números e responderam que eles cresceram o mesmo. Conversamos e chegamos a um acordo que o crescimento em centímetros foi igual, mas a pergunta poderia ser interpretada de outra maneira: *o que representaria para cada planta esse crescimento de 3 cm?* Sugeri uma comparação energética, pensando que, para a planta menor, ela precisaria de mais “energia” para dar conta desse crescimento. Uma aluna rebateu, dizendo que a planta maior já gastava mais “energia” para se manter. Surgiu aí um impasse que só foi resolvido quando optamos por comparar numericamente: o 3 corresponde a que aumento do 8? E do 12? Os alunos escolheram trabalhar na porcentagem e, pelos cálculos, perceberam que a primeira cresce 37,5% de seu tamanho; enquanto a segunda, apenas 25%. Isso desencadeou a discussão de quando devemos pensar proporcionalmente e quando aditivamente. Os alunos estavam relutantes e, no fim, entendemos que o enunciado aceitaria as duas respostas desde que justificadas corretamente.

Na Figura 6, temos o registro do grupo que manteve a resposta, pensando no campo aditivo, enquanto, na Figura 7, o do grupo que calculou o aumento proporcional, pensando em porcentagem, mas, ainda assim, escreveu “cresceram proporcionalmente 3 cm”.

Figura 6 – Registro de resolução da tarefa 3 por alunos do 2.º EM

3) As 2 cresceram a mesma quantidade. 3 cm

Transcrição:

As 2 cresceram a mesma quantidade. 3 cm.

Fonte: acervo do professor

Figura 7 – Registro de resolução da tarefa 3 por alunos do 2.º EM

3 - 8 = 12 CRESCERAM proporcionalmente
11 15 3 cm

$$\begin{array}{l} 12 \rightarrow 100\% \\ 3 \rightarrow x\% \end{array} \quad \begin{array}{l} 8 \rightarrow 100\% \\ 3 \rightarrow x\% \end{array}$$

$$x = \frac{3 \cdot 100}{12} = x = 25\%$$

$$x = \frac{3 \cdot 100}{8} = x = 37,5\%$$

$x = 25\%$ - Planta 2
 $x = 37,5\%$ - Planta 1

Transcrição:

8 = 12

11 = 15

Cresceram proporcionalmente 3 cm.

$$\begin{array}{rcl} 12 & \text{---} & 100\% \\ 3 & \text{---} & x\% \\ & \text{---} & 3 \cdot 100 \\ x & = & \frac{\quad}{12} \end{array}$$

$x = 25\%$ - Planta 2

$$\begin{array}{rcl} 8 & \text{---} & 100\% \\ 3 & \text{---} & x\% \\ & \text{---} & 3 \cdot 100 \\ x & = & \frac{\quad}{8} \end{array}$$

$x = 37,5\%$ - Planta 1

Fonte: acervo do professor

Na turma de 9.º ano, a questão 3 novamente foi a que mais deu discussão. Durante a realização, eu questionei os grupos: “será que o crescimento de 3 cm é mesmo para duas plantas? Será que para plantas de tamanhos diferentes crescer 3 cm dá o mesmo impacto?” Os grupos de primeira responderam que “em cm o crescimento foi igual”, “foi o

mesmo", *"nenhuma cresceu mais que a outra"*. Foi apenas durante a parte coletiva que discutimos o quanto o 3 representa em porcentagem para cada planta, e só aí os estudantes perceberam alguma diferença no crescimento.

Para o problema 4, imediatamente os alunos do 2.º EM observaram o jogador com menor número de erros, colocando Gilberto (8A e 3E) como resposta. Para os grupos adiantados, eu questionei com outros exemplos: *"e se uma pessoa chutasse 50 vezes e acertasse 45, você ainda faria a mesma escolha?"* Minha intenção era mostrar um exemplo com mais erros, no entanto maior aproveitamento. No momento de socialização, discutimos o termo "aproveitamento dos chutes": *"será que vale mais um atleta que tenta poucas vezes e erra poucos ou um atleta que tem muitas tentativas, porém erra mais?"* Um aluno argumentou que quanto mais você chuta, você tem mais chance de errar mais, indicando que não seria uma comparação justa. Propus, então, que tentássemos calcular o número de acertos por tentativa em forma de porcentagem. Ao fazer todas as contas, verificamos coletivamente que Juliano teria 86% de aproveitamento

4. No treino para a final do campeonato de futebol, que poderia ser decidido em cobranças de pênaltis, as estatísticas dos quatro principais jogadores do time foram:

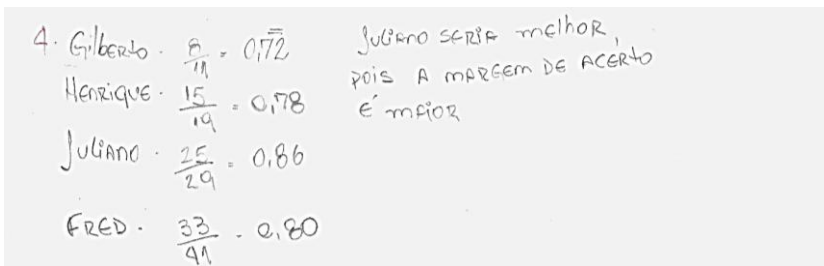
Jogador	N.º de acertos	N.º de tentativas
Gilberto	8	11
Henrique	15	19
Juliano	25	29
Fred	33	41

Para bater o pênalti decisivo, qual jogador é a melhor escolha? Por quê?

Na Figura 8, o registro do grupo, que comparou as razões "acertos por tentativas" reduzindo ao número decimal para

comparar o aproveitamento, se mostra bastante significativo. O grupo demonstrar conhecer a representação de razões é um sinal do pensamento proporcional, uma vez que os estudantes conseguiram compreender que as duas grandezas estavam relacionadas e fazia sentido comparar no formato de razão.

Figura 8 – Registro de resolução da tarefa 4 por alunos do 2.º EM



Handwritten student work showing calculations for Gilberto, Henrique, Juliano, and Fred, and a conclusion that Juliano is better.

4. Gilberto . $\frac{8}{11} = 0,72$
 Henrique . $\frac{15}{19} = 0,78$
 Juliano . $\frac{25}{29} = 0,86$
 Fred . $\frac{33}{41} = 0,80$

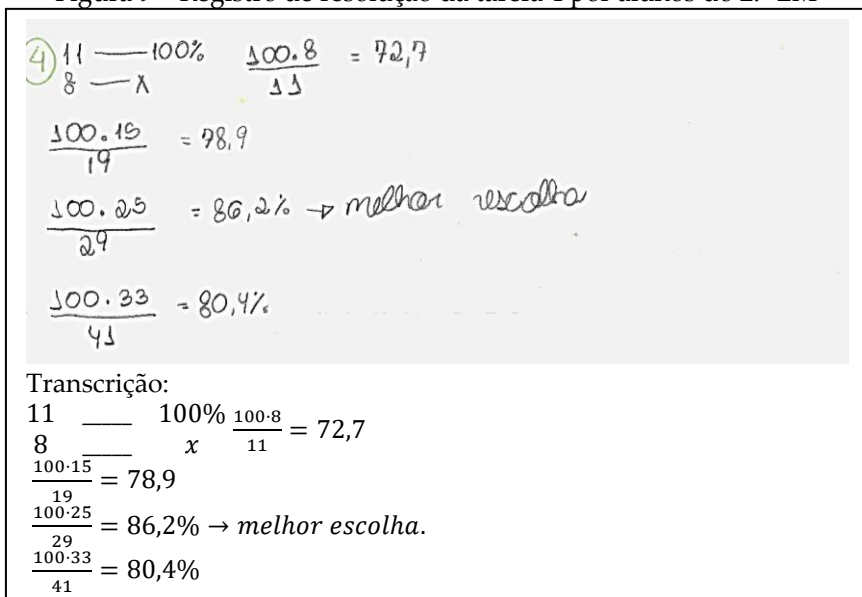
Juliano seria melhor,
 pois a margem de acerto
 é maior

Transcrição:
 Gilberto . $\frac{8}{11} = 0,72$
 Henrique . $\frac{15}{19} = 0,78$
 Juliano . $\frac{25}{29} = 0,86$
 Fred . $\frac{33}{41} = 0,80$
 Juliano seria melhor, pois a margem de acerto é maior.

Fonte: acervo do professor

Na Figura 9, podemos notar o clássico modo de resolução conhecido por “regra de três”, sugerindo como ele está enraizado para os estudantes, mesmo para alguns sem o pensamento proporcional estruturado, em algumas situações apenas como uma fórmula sem pensar.

Figura 9 – Registro de resolução da tarefa 4 por alunos do 2.º EM



Handwritten student work for task 4, showing calculations for percentages of goals scored out of total shots:

$$\begin{array}{l} \textcircled{4} \begin{array}{l} 11 \text{ --- } 100\% \\ 8 \text{ --- } x \end{array} \quad \frac{100 \cdot 8}{11} = 72,7 \\ \\ \frac{100 \cdot 15}{19} = 78,9 \\ \\ \frac{100 \cdot 25}{29} = 86,2\% \rightarrow \text{melhor escolha} \\ \\ \frac{100 \cdot 33}{41} = 80,4\% \end{array}$$

Transcrição:

$$\begin{array}{l} 11 \text{ --- } 100\% \\ 8 \text{ --- } x \end{array} \quad \frac{100 \cdot 8}{11} = 72,7$$

$$\frac{100 \cdot 15}{19} = 78,9$$

$$\frac{100 \cdot 25}{29} = 86,2\% \rightarrow \text{melhor escolha.}$$

$$\frac{100 \cdot 33}{41} = 80,4\%$$

Fonte: acervo do professor

Para a turma de 9.º ano, a questão 4 igualmente os induziu a pensar de maneira aditiva, procurando o jogador que errou menos chutes, conforme o registro da Figura 10. Introduzi o conceito de aproveitamento e lhes questionei assim: “como fazer para comparar de maneira efetiva os dois jogadores com quantidades de chutes diferentes? Se um jogador que chutou 11 errou 3, se ele chutar 22 esperamos que ele erre quantas?” No coletivo, do mesmo modo realizamos as divisões entre o número de acertos por chutes e, dessa forma, encontramos a proporção de quantos acertos ele teria para cada chute dado. Foi interessante problematizar que essa é uma previsão mantendo-se a proporção, mas não é uma garantia do número de acertos para os próximos chutes.

Figura 10 – Registro de resolução da tarefa 4 por alunos do 9.º EF

Handwritten student work showing four subtraction problems and a conclusion. The problems are: 11 - 8 = 3, 19 - 15 = 04, 29 - 25 = 09, and 41 - 33 = 08. To the right, the student has written: 'Gilberto seria a melhor escolha porque teve menos erros'.

Transcrição:

Algoritmo da subtração: 11 menos 8 igual a 3; algoritmo da subtração 19 menos 15 igual a 04; algoritmo da subtração 29 menos 25 igual a 09; algoritmo da subtração 41 menos 33 igual a 08. Gilberto seria a melhor escolha, porque teve menos erros.

Fonte: acervo do professor

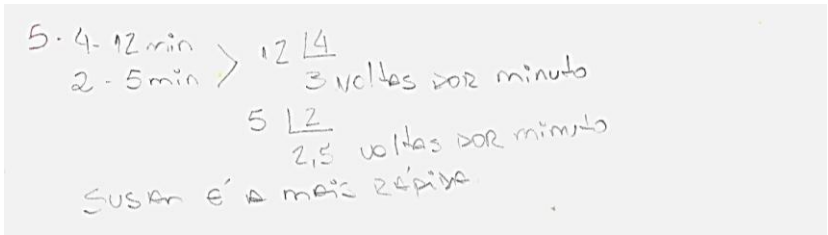
A partir daí, os alunos do 2.º EM já estavam se acostumando com as estratégias, e as atividades seguintes também pareceram ser mais do contexto dos alunos. No problema 5, alguns acharam a razão “voltas por minuto”, nesse caso a pessoa mais rápida é a que dá mais voltas em um minuto, ou seja, o maior resultado responde ao problema. Enquanto outros encontraram a razão “minutos por volta”, assim a pessoa mais rápida é a que tem o menor tempo por volta, ou seja, o menor resultado responde ao problema. Identificamos a equivalências das duas estratégias de maneira coletiva. Outro grupo optou por multiplicar a proporção até chegar em um valor comum de quatro voltas para comparar os tempos.

5. Terry pode correr 4 voltas em 12 minutos. Susan pode correr 2 voltas em 5 minutos. Quem é a corredora mais rápida, ou elas correm com a mesma rapidez? Explique seu raciocínio.

No registro da Figura 11, notamos que os estudantes escolheram dividir o tempo pelo número de voltas, mas, de forma equivocada, interpretaram o resultado da divisão como “voltas por minuto”. Vemos que a ideia de comparar as razões seria a correta, no entanto a interpretação errada do que significa a razão causou uma diferença na resposta final, pois a pessoa que dá 3 voltas em 1 minuto é mais rápida do que a pessoa que dá 2,5 voltas em 1 minuto, porém, a pessoa que

leva 3 minutos para completar uma volta é mais lenta do que a pessoa que demora 2,5 minutos por volta.

Figura 11 – Registro de resolução da tarefa 5 por alunos do 2.º EM



The image shows handwritten student work on a light gray background. It includes two division problems and a conclusion. The first problem is $12 \div 4 = 3$ with the text "3 voltas por minuto" below it. The second problem is $5 \div 2 = 2,5$ with the text "2,5 voltas por minuto" below it. At the bottom, it says "Susan é a mais rápida.".

Transcrição:

4 – 12 min
2 – 5 min

Algoritmo da divisão: 12 dividido por 4 igual a 3 voltas por minuto.
Algoritmo da divisão: 5 dividido por 2 igual a 2,5 voltas por minuto.
Susan é a mais rápida.

Fonte: acervo do professor

Outro registro interessante é da equivalência para uma mesma quantidade de voltas, conforme a Figura 12. Aqui podemos ver indícios do pensamento proporcional para resolver o problema sem o uso da regra de três, pois os estudantes realizaram uma redução (ou ampliação) para o mesmo número de voltas.

Figura 12 – Registro de resolução da tarefa 5 por alunos do 2.º EM

5 - S: 2V — 5 min
 4V — 10 min
 T: 2V — 6 min
 4V — 12 min

→ Susan é a mais rápida, pois se ela fizesse 4 voltas, ela levaria 10 min, e Terry levaria 12 min.

Transcrição:

S: 2V — 5 min
 4V — 10 min
 T: 2V — 6 min
 4V — 12 min

Susan é a mais rápida, pois se ela fizesse 4 voltas, ela levaria 10 min, e Terry levaria 12 min.

Fonte: acervo do professor

Parece que foi mais fácil para resolver a atividade na turma do 9.º ano. Vários grupos também encontraram as razões volta por minuto ou minutos por volta. Outro grupo estendeu o tempo até 60 minutos para as duas pessoas e comparou a quantidade de voltas, conforme Figura 13. Inclusive foram todas validadas no coletivo.

Figura 13 – Registro de resolução da tarefa 5 por alunos do 9.º EF

⑤ Terry = 12 m / 4 voltas
 Susan = 5 m / 2 voltas
 T = 12.5 > 60 m / 20 voltas
 4.5
 S = 5.12 > 60 m / 24 voltas
 2.12
 R.: Susan é a mais rápida

Transcrição:

Terry = 12 m/ 4 voltas (*5)

Susan = 5 m/ 2 voltas (*12)

$T = \frac{12 \cdot 5}{4 \cdot 5} \} 60 \text{ m / 20 voltas}$

$T = \frac{5 \cdot 12}{2 \cdot 12} \} 60 \text{ m / 24 voltas}$

R.: Susan é a mais rápida

Fonte: acervo do professor

6. Dois acampamentos de escoteiros organizaram festas de pizza. O acampamento do Urso encomendou duas pizzas para cada três campistas. O líder dos Guaxinins encomendou três pizzas para cada cinco campistas. Quais campistas têm mais pizza para comer, os do Urso ou os do Guaxinin?

Na tarefa 6, na turma do 2.º EM também houve confusão em relação ao entendimento do enunciado. Um grupo comparou apenas os valores absolutos das pizzas, sem comparar quantidades de pessoas, na socialização foi esclarecida a pergunta. Como alguns grupos dividiram o número de pizzas pelo número de pessoas para comparar a razão pizza por pessoa, observamos o fato de o número dessa razão ser menor do que um indicando que cada pessoa come menos do que uma pizza. Outros estudantes buscaram igualar o número de pessoas para comparar a quantidade de pizza, como por exemplo na Figura 14, notamos que as tabelas têm a coluna “Pe” de Pessoas e “Pi” de Pizza. Percebemos que os estudantes multiplicaram uma tabela por 5, concluindo que, para 15 pessoas seriam pedidas 10 pizzas, enquanto, na outra tabela, os valores foram multiplicados por 3, indicando que, para 15 pessoas, seriam pedidas 9 pizzas.

Figura 14 – Registro de resolução da tarefa 6 por alunos do 2.º EM



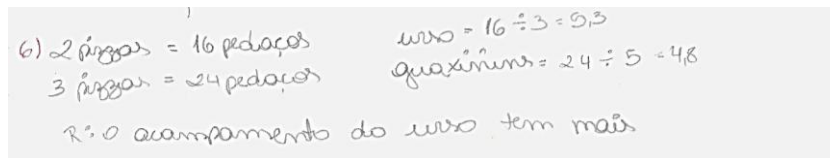
Transcrição:

U		G	
Pe	Pi	Pe	Pi
5×3	2×5	3×5	3×3
15	10	15	9

Fonte: acervo do professor

Ainda teve caso de grupo que subdividiu a pizza e pensou em pedaços (1 pizza=8 pedaços) e aí distribuiu os pedaços para o número de campistas, encontrando a razão “pedaço por pessoa” para poder comparar, como o registro da Figura 15.

Figura 15 – Registro de resolução da tarefa 6 por alunos do 2.º EM



Transcrição:

2 pizzas = 16 pedaços urso = $16 \div 3 = 5,3$
 3 pizzas = 24 pedaços quaxinins = $24 \div 5 = 4,8$
 R: O acampamento do urso tem mais.

Fonte: acervo do professor

Na turma de 9.º ano, alguns alunos questionaram se o enunciado pedia a quantidade absoluta de pizzas. Mediei, explicando que, se tem mais pizzas para mais pessoas, pode ser que dê na mesma quantidade para as pessoas que estão comendo. Assim, a pergunta é, pensando para cada pessoa, em qual caso

haveria maior disponibilidade de pizza. Tivemos casos de resolução, dividindo e comparando os números decimais das razões pizza por pessoa, de acordo com o registro da Figura 16.

Figura 16– Registro de resolução da tarefa 6 por alunos do 9.º EF

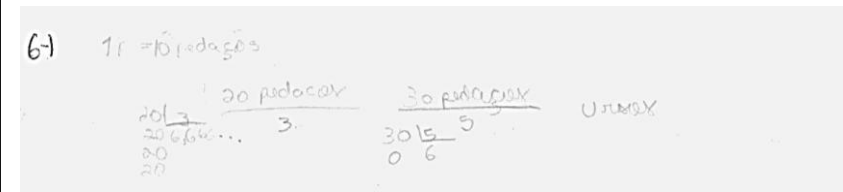


Transcrição:
 Algoritmo da divisão: 20 dividido por 3 igual a 0,66... com resto 2.
 Algoritmo da divisão: 30 dividido por 5 igual a 0,6 com resto 0.
 Acampamento Urso.

Fonte: acervo do professor

Outros grupos subdividiram as pizzas em pedaços e, nesse caso, chama atenção o número de pedaços que esse grupo escolheu: 10 ao contrário da tradicional divisão em 8 (Figura 17). Na discussão lhes perguntei: “Dividir as pizzas em pedaços iguais afeta na quantidade de pizza disponível?” e concluímos que, desde que nos dois acampamentos a divisão fosse igual, poderíamos comparar a quantidade de pedaços.

Figura 17 – Registro de resolução da tarefa 6 por alunos do 9.º EF



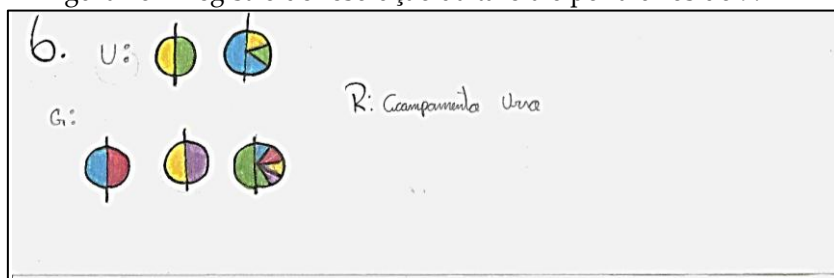
Transcrição:
 1 pizza = 10 pedaços
 Algoritmo da divisão: 20 dividido por 3.

Fonte: acervo do professor

Ainda houve grupo que representou a pizza como círculo e dividiu-a, representando a fração que caberia a cada pessoa,

concluindo que, no acampamento urso, teria mais, pois ficaria com meia pizza e 1 terço para cada, enquanto no outro acampamento seria meia pizza e 1 quinto para cada, conforme a Figura 18.

Figura 18 – Registro de resolução da tarefa 6 por alunos do 9.º EF



Fonte: acervo do professor

Para a questão 7, nas duas turmas tivemos resoluções parecidas: alguns alunos optaram por dividir as quantidades e achar a razão “preço por minuto” (Figura 19), e outros grupos multiplicaram as razões para alcançar uma unidade de comparação, por exemplo o preço por 60 minutos nas duas empresas (Figura 20).

7.A companhia de telefonia *Fale-Bastante* cobra 70 centavos a cada 15 minutos e a companhia *Ligue-Mais* cobra R\$ 1,00 por 20 minutos. Qual companhia está oferecendo a taxa mais barata ou as taxas são iguais? Justifique.

Figura 19 – Registro de resolução da tarefa 7 por alunos do 2.º EM

7 - Fale - bastante: $70 \div 15 = 4,6$
 ligue-mais: $100 \div 20 = 5$
 companhia mais a Fale-bastante

Transcrição:

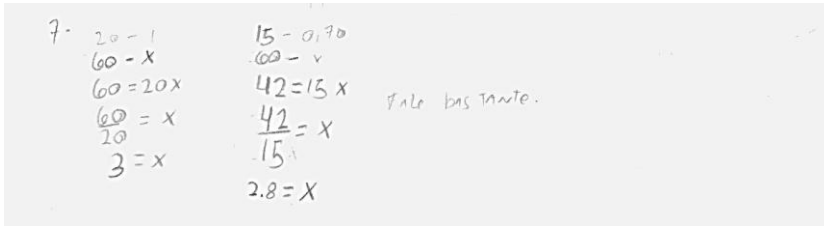
Fale-bastante: $70 \div 15 = 4,6$

Ligue-mais: $100 \div 20 = 5$

Compensa mais a Fale-bastante.

Fonte: acervo do professor

Figura 20 – Registro de resolução da tarefa 7 por alunos do 9.º EF



Transcrição:

20 — 1
60 — x
60 = 20x
 $\frac{60}{20} = x$
3 = x

15 — 0,7
60 — x
42 = 15x
 $\frac{42}{15} = x$
2,8 = x

Fale bastante.

Fonte: acervo do professor

Conclusão sobre as tarefas e os registros

Fiquei com a sensação de que os problemas 3 e 4 induzem mais os alunos a pensarem aditivamente ao contrário dos problemas 5 e 7. Acredito que as razões “volta por minuto”, “preço por minuto” são mais comuns e mais familiares a eles do que “acertos por chutes” ou “crescimento por tamanho”.

Pelos registros do 9.º ano, observei, ainda, que, apesar de os alunos serem mais novos, eles pareceram mais organizados e mais criativos. Pode ser uma mera comparação dos estudantes envolvidos, entretanto pode indicar uma certa acomodação dos estudantes do Ensino Médio, os quais acabam se pautando mais em “receitas” para resolver problemas e tentando “algebrizar” tudo, enquanto os estudantes mais novos parecem ser mais livres para pensar e usar sua criatividade. Parece sintomático do Ensino Médio

ser menos participativo, menos engajado e aí fica o questionamento: em que parte estamos perdendo essa participação e cortando essa criatividade dos estudantes ao longo do percurso até o Ensino Médio?

No geral, conforme já suspeitávamos nas discussões do grupo no final de 2018, os alunos estão muito mais acostumados com problemas e abordagens no campo aditivo. Uma hipótese é de que a proporcionalidade aparece disfarçada com outros nomes e, por vezes, apenas decorada na “regra de três”. Imagino que muitos alunos fazem apenas de maneira procedimental, o que explicita a não familiaridade com o pensamento proporcional e causa dificuldades nas interpretações dos problemas e até na identificação de situações que são ou não proporcionais.

A partir desse diagnóstico, o grupo elaborou outras tarefas com a intenção de oferecer essa sensibilização, para que os alunos percebam mais claramente quais situações estariam no campo aditivo e quais no campo multiplicativo, como forma de introduzir o assunto.

A tarefa tem um potencial muito grande tanto como diagnóstico, para o professor avaliar como a turma lida com problemas que envolvem proporcionalidade, e também como ponto de partida para discutir estratégias de resoluções. A riqueza do momento de comparar estratégias precisa ser valorizada e destacada inclusive para os estudantes. É uma dinâmica desgastante em alguns momentos, todavia é muito gratificante notar os estudantes usando a criatividade e o raciocínio para resolver problemas.

Anexo 1 - tarefas – proporção

1. Em um estacionamento, há carros e motos somando um total de 20 rodas. Explique como podemos descobrir quantos carros e quantas motos estão estacionados?

2. Em um estacionamento, há 7 veículos, entre carros e motos. Sabendo-se que o total de rodas é igual a 20, quantos carros e quantas motos estão nesse estacionamento?

3. Há duas semanas, duas flores foram medidas e tinham 8 cm e 12 cm, respectivamente. Hoje estão com 11 cm e 15 cm de altura. Qual das duas flores cresceu mais? Justifique sua resposta.

4. No treino para a final do campeonato de futebol, que poderia ser decidido em cobranças de pênaltis, as estatísticas dos quatro principais jogadores do time foram:

5.

Jogador	N.º de acertos	N.º de tentativas
Gilberto	8	11
Henrique	15	19
Juliano	25	29
Fred	33	41

Para bater o pênalti decisivo, qual jogador é a melhor escolha? Por quê?

6. Terry pode correr 4 voltas em 12 minutos. Susan pode correr 2 voltas em 5 minutos. Quem é a corredora mais rápida, ou elas correm com a mesma rapidez? Explique seu raciocínio.

7. Dois acampamentos de escoteiros organizaram festas de pizza. O acampamento do Urso encomendou duas pizzas para cada três campistas. O líder dos Guaxinins encomendou três pizzas para cada cinco campistas. Quais campistas têm mais pizza para comer, os do Urso ou os do Guaxinin?

8. A companhia de telefonia *Fale-Bastante* cobra 70 centavos a cada 15 minutos, e a companhia *Ligue-Mais* cobra R\$ 1,00 por 20 minutos.

Qual companhia está oferecendo a taxa mais barata ou as taxas são iguais? Justifique.

Referências

SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA. SESI-SP. *Referencial curricular do sistema SESI-SP de ensino: ensino médio*. São Paulo: SESI-SP Editora, 2020.

VAN DE WALLE, A. *Matemática no Ensino Fundamental* [recurso eletrônico]: formação de professores em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

A receita da Tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância

Cidinéia da Costa Luvison¹

Rosangela Eliana Bertoldo Frare²

Não é uma palavra a mais, oca, mitificante. É práxis, que implica a ação e a reflexão dos homens sobre o mundo para transformá-lo (Freire, 2011, p. 93).

A Educação Especial tem se tornado parte integrante de muitas discussões e estudos no contexto educacional da atualidade. Várias têm sido as discussões em torno da aprendizagem dos alunos nas salas de aula regulares bem como do seu desenvolvimento nas unidades escolares. Muitos discursos ainda têm sido permanentes e *sobrevivido* nesse contexto, principalmente em relação à socialização do aluno da Educação Especial como fator principal de sua permanência em sala de aula, muito mais do que a aprendizagem e seu desenvolvimento.

Certamente a falta de formação – um aspecto ainda preocupante na equipe escolar, formada por professores, gestores e funcionários – tem se tornado o principal agravante nas instituições escolares, somada à visão assistencialista em relação a frequência e permanência desses estudantes na escola.

Essas preocupações fazem parte de muitas análises e reflexões que temos realizado como gestoras de uma escola da rede pública de ensino do estado de São Paulo, instituição que faz parte do Programa de Ensino Integral (PEI) de 9 horas, atendendo aos anos finais do

¹ Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc – SP); Centro Universitário de Itapira (Uniesi). E-mail: cidineia.luvison@gmail.com

² Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc –SP). E-mail: robertoldo81@hotmail.com

Ensino Fundamental e ao Ensino Médio na modalidade regular e integrado ao ensino técnico (Novotec e Itinerário Formativo Técnico com os cursos de Administração, Logística e Informática para Internet). A escola está localizada no interior paulista, em um município com aproximadamente 14 mil habitantes.

Desde 2018, ano em que iniciamos na gestão – a primeira autora como diretora e a segunda autora como vice-diretora da instituição –, uma de nossas maiores preocupações eram os alunos elegíveis da Educação Especial. Além de insegurança, dúvida e incertezas frente às atividades desenvolvidas em sala de aula, ainda nos deparávamos com as narrativas dos professores sobre as dificuldades de trabalhar com os alunos da Educação Especial. Apontavam inicialmente não saber como elaborar atividades adaptadas e depois relatavam enfrentar os desafios propostos pelo tempo de sala de aula – pois, pelo fato de esses alunos demandarem mais atenção, tornava-se um grande desafio atender às demandas de trabalho e às salas de aula lotadas, com aproximadamente 40 alunos.

Todo esse contexto nos mobilizou no ano de 2020 a escrever o Projeto de Itinerância, de acordo com a *Resolução SE 68, de 12 de dezembro de 2017* (São Paulo, 2017, p. 35), que enfatiza em seu art. 7º:

[...] na comprovada inexistência de espaço físico adequado à instalação de Sala de Recursos, quer na unidade escolar, quer em escola próxima, ou quando devidamente justificado, o atendimento dar-se-á na *modalidade itinerante*, mediante apresentação de projeto próprio elaborado pela unidade escolar, para a Diretoria de Ensino.

Essa possibilidade de trazer professores especialistas da Educação Especial, juntamente com o olhar para o aluno na sala de aula regular e em atendimentos na sala itinerante, seria um dos caminhos que poderíamos trilhar. Quando submetemos o projeto à diretoria de ensino, tínhamos seis alunos elegíveis da Educação Especial com laudos de deficiência intelectual. O laudo médico é uma das exigências da legislação para a abertura da sala de

itinerância e também para o uso da nomenclatura na Secretaria Escolar Digital (SED) como aluno pertencente à Educação Especial.

Em 2020 a sala itinerante foi homologada pela diretoria de ensino e iniciamos o projeto em 2021: eram três turmas com dois alunos em cada uma delas. E de que maneira ocorria o trabalho? O atendimento na sala de itinerância era individualizado e algumas vezes em grupo, com dez aulas para cada turma – seis aulas para acompanhamento dos alunos na itinerância e quatro aulas para observação e acompanhamento dos alunos em suas aulas regulares.

Somado a esse contexto, o *Decreto n.º 67.635, de 06 de abril de 2023* (São Paulo, 2023, p. 3), que dispõe sobre a Educação Especial na rede estadual de ensino, agregou em seus artigos 12 e 13 o Projeto Ensino Colaborativo:

Artigo 12 - Fica instituído o Projeto Ensino Colaborativo, voltado às unidades escolares da rede estadual de ensino que tenham estudante elegível aos serviços da Educação Especial, como forma de atuação articulada entre a equipe escolar e os Professores Especializados.

§ 1º- O Projeto Ensino Colaborativo visa a proporcionar suporte e acompanhamento pedagógico, sendo desenvolvido como estratégia pedagógica voltada à inclusão do estudante elegível aos serviços da Educação Especial, nas classes comuns do ensino regular, ao fomento da cultura inclusiva e à adoção de práticas inclusivas nas escolas da rede pública.

§ 2º - Para o fomento da cultura inclusiva nos espaços escolares, o Professor Especializado do Projeto Ensino Colaborativo deverá apoiar os professores regentes das classes e aulas regulares, bem como a equipe gestora e funcionários da unidade escolar, no atendimento ao estudante elegível da Educação Especial e na criação de ambientes cada vez mais inclusivos e equânimes.

Artigo 13 - O Projeto Ensino Colaborativo é estruturado nos seguintes eixos:

I - articulação entre os professores regentes de classes comuns do ensino regular e o Professor Especializado;

II - identificação, aperfeiçoamento e acompanhamento dos apoios, recursos e serviços para a inclusão;

- III - permanência de todos os estudantes, atendidos ou não pelos serviços da Educação Especial, no mesmo espaço físico, com o mesmo currículo, garantida a acessibilidade e a tecnologia assistiva;
- IV - formação continuada dos docentes para as práticas pedagógicas em âmbito do Projeto Ensino Colaborativo;
- V - orientação e esclarecimento à comunidade escolar, proporcionando diálogo acerca da cultura inclusiva e dos apoios, recursos e serviços da Educação Especial;
- VI - promoção de tempos e espaços para diálogo e planejamento das questões relativas à perspectiva inclusiva na unidade escolar (São Paulo, 2023, p. 3).

Esse projeto tinha como objetivo desenvolver uma cultura inclusiva nas classes de ensino regular e oferecer suporte e acompanhamento pedagógico do professor especialista em Educação Especial, estabelecendo um trabalho colaborativo entre o professor da Educação Especial e o da sala de aula regular, a fim de constituir um processo de formação continuada de ambos, diálogo, planejamento e desenvolvimento de propostas que atendessem às especificidades de cada aluno.

Somos duas professoras e pesquisadoras com trajetórias profissionais e acadêmicas perpassadas pela matemática, já que desenvolvemos nossas pesquisas de mestrado e doutorado em Educação com foco nessa área do conhecimento e participamos do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) da Universidade São Francisco (USF) há vários anos – a primeira autora desde 2010; e a segunda, desde 2015. Esse movimento tem nos possibilitado novas reflexões em relação à matemática.

No decorrer do ano de 2023 o grupo se debruçou em torno de momentos coletivos, para estudar a respeito da proporcionalidade – e nos dividimos em subgrupos: professores da Educação Infantil; professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental; e professores dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Os subgrupos trabalhavam na elaboração das tarefas e no desenvolvimento delas em sala de aula e posteriormente traziam

as considerações ao grupo para serem discutidas, a fim de repensarmos a tarefa e as mediações realizadas.

Nesta narrativa trazemos algumas experiências construídas por dois alunos da sala de itinerância a partir do trabalho com receitas culinárias, apoiando-nos na perspectiva histórico-cultural, tendo como base o papel do outro no desenvolvimento humano, em especial quando tratamos a respeito do pensamento proporcional.

A tarefa “A receita da Tia Nastácia”, que envolve uma receita de bolinho de chuva assado, foi realizada em parceria com a professora da sala itinerante e com os alunos Maria e João³. O objetivo foi analisar as relações estabelecidas pelos alunos quanto ao pensamento proporcional.

A professora Ana⁴ tem uma vasta experiência no trabalho com a Educação Especial, principalmente em relação ao Transtorno do Espectro Autista (TEA). Toda a sua trajetória de formação é principalmente nessa área, pois, por ter um filho com TEA, necessita periodicamente estar em formação. Quando iniciamos com a sala de itinerância, Ana começou conosco e se dedicou incansavelmente para que esse movimento de inclusão, desenvolvimento e formação ocorresse na escola. São três anos dedicados ao acolhimento, à formação dos professores, ao desenvolvimento e acompanhamento dos alunos e à preparação para incluí-los no mercado de trabalho. Prova do sucesso do trabalho da professora aconteceu no ano de 2023, quando um dos alunos conseguiu uma vaga de Pessoa com Deficiência (PCD) em uma empresa de embalagens na cidade a partir de sua mediação. A preocupação dela é possibilitar a autonomia do estudante, tanto para o trabalho quanto para estudos posteriores.

Maria é uma aluna com 18 anos de idade e que desde o 6.^o ano faz parte de nosso quadro de alunos. Atualmente frequenta a 3.^a série do Ensino Médio. No ano de 2024, momento no qual

³ Os nomes dos alunos são fictícios.

⁴ O nome da professora também é fictício.

participou das tarefas aqui narradas, tinha 17 anos e estava na 2.^a série do Ensino Médio. A deficiência de Maria faz parte do CID G80.2 - Paralisia cerebral hemiplégica espástica, que consiste em problemas de movimento e equilíbrio, devido a uma lesão no córtex motor do cérebro. A aluna possui grande interesse de entrar no mercado de trabalho e tem uma vida bastante autônoma – consegue realizar suas atividades diárias, como se vestir, caminhar, fazer uso de computadores e celular, se alimentar.

João também é um aluno com 18 anos de idade. Iniciou conosco na 1.^a série do Ensino Médio e participou das tarefas com 17 anos, quando estava na 2.^a série do Ensino Médio. Diariamente o aluno é acompanhado por uma professora de apoio, presente durante todo o tempo na sala de aula com o aluno em caso de necessidades. Sua deficiência faz parte do CID 11:6A-2 - TEA sem Transtorno do Desenvolvimento Intelectual e com leve ou nenhum comprometimento da linguagem funcional.

O aluno interage de forma positiva com a instituição de ensino, demonstrando uma relação cuidadosa e cooperativa. Apresenta habilidades de comunicação com amplo repertório, expressa suas necessidades, desejos e interesses principalmente pela comunicação verbal. Embora comunicativo e a despeito dessas interações, apresenta momentos de insegurança em suas respostas, e nas interações sociais seu processamento de informações tem uma forma mais lenta.

João tem refletido muito sobre o seu projeto de vida e passado por muitas dúvidas nessa fase de maioridade. Seu desejo inicial é continuar os estudos, cursando Biomedicina, e trabalhar.

Durante as tarefas desenvolvidas com Ana, Maria e João, realizamos três momentos a partir da videogravação: o primeiro, durante a receita de bolinho de chuva; o segundo compreendeu as mediações desenvolvidas durante a receita de bolo de chocolate; e o terceiro aconteceu na realização da receita pela aluna.

Como a tarefa foi idealizada para alunos dos anos iniciais, crianças entre 6 e 10 anos, o objetivo inicial seria a contextualização

de quem era a personagem “Tia Nastácia” e também o seu criador, Monteiro Lobato.

Na obra de Lobato, Tia Nastácia é uma grande cozinheira e realiza várias receitas. Uma das receitas mais famosas é a de *bolinho de chuva*. Durante a discussão no Grucomat os integrantes chegaram à conclusão de que deveríamos fazer uma adaptação na receita de bolinho de chuva frito – e, por ela ser mais saudável, fizemos a receita de *bolinho de chuva assado*. A seguir, no Quadro 1, apresentamos a tarefa elaborada pelo grupo.

Quadro 1 – Tarefa da receita da Tia Nastácia

1. Apresentação da receita e leitura:

Bolinho de chuva assado

Ingredientes:

2 xícaras (chá) de farinha de trigo

1/2 xícara (chá) de açúcar

3/4 de xícara (chá) de leite

1 colher (sopa) de manteiga

1 colher (sopa) de fermento em pó

2 ovos

Modo de preparo:

Em um recipiente, coloque todos os ingredientes, menos o fermento e a farinha de trigo. Com ajuda de um *fouet* ou na batedeira, misture todos os ingredientes até obter uma massa homogênea. Acrescente a farinha de trigo e o fermento peneirados, aos poucos, misturando bem até que tenham sido incorporados. Disponha a massa em forminhas de empada metálicas untadas ou em forminhas de *cupcake*.

Leve para assar em forno preaquecido a 200º C por, aproximadamente, 20 minutos.

Rendimento: Aproximadamente 12 bolinhos.

Dica: você também pode rechear os seus bolinhos com banana. Basta colocar o recheio no meio e cobrir com um pouco mais de massa!

Fonte: <https://blog.tudogostoso.com.br/cardapios/como-fazer-bolinho-de-chuva-assado/>

2. Manipulação de material para a exploração de unidades de medidas

Duas sugestões propostas na tarefa seriam em relação ao material a ser utilizado: xícara cilíndrica e transparente (Figura 1), para possibilitar que os alunos visualizem as unidades de medida fracionadas ($\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ de xícara). Posteriormente apresentar um copo medidor (Figura 2) que, apesar de não ter o formato de xícara, tem as medições necessárias para a receita, para que eles tenham a possibilidade da verificação. Outra possibilidade de material de verificação é um *kit* medidor de xícaras e de colheres (Figura 3).

Figura 1: Xícara transparente Figura 2: Copo medidor



Figura 3: Kit medidor



3. Representações das unidades de medidas

Antes de iniciar a receita, a tarefa traz a proposta de discutir o modo como fariam para representar as unidades de medida, a fim de realizar o manuseio de cada um e a respectiva unidade de medida. Durante o manuseio, algumas questões podem ser realizadas: “Qual a quantidade de açúcar que precisamos para fazer essa receita?”; “Como podemos fazer para achar a metade da xícara?” e “O que acontece se colocarmos

açúcar na outra metade da xícara?”. O objetivo é que os alunos consigam compreender a ideia de dobro e metade.

No caso de $\frac{3}{4}$ da xícara, diga a eles que essa unidade de medida está entre a metade da xícara e a xícara cheia. Se você perceber que os alunos responderam com facilidade o que é $\frac{3}{4}$, é possível dizer que essa medida corresponde à metade acrescentada da metade da metade. Novamente, questione: “Como podemos fazer para encontrar $\frac{3}{4}$ de uma xícara? Será que podemos pensar em aproximadamente?”.

Um outro recurso que pode ser utilizado é a marcação com caneta permanente dividindo a xícara em quatro partes, a fim de questionar “como fazer para obter três das quatro partes?”. Começar a completar a xícara, mostrando 1 parte de 4, 2 partes, 3 partes... (apontar que significa metade) até a xícara cheia: as quatro partes. Essa dinâmica é necessária para melhor compreensão do inteiro e de suas partes.

No caso da colher de sopa, apresente-a aos alunos. Caso surja algum questionamento, comentar sobre os diversos tipos de colheres (sopa, sobremesa, chá e café) e suas finalidades.

4. Rendimentos

Uma receita rende em torno de 12 bolinhos – e se for usar a forma de *cupcake*? Isso gera uma problematização inicial com os alunos: “Se fizermos apenas uma receita de bolinho de chuva, cada um de vocês conseguirá comer bolinhos? Vocês acham que é suficiente para a quantidade de pessoas que temos?”; “O que podemos fazer para resolver esse problema?”; “Se aumentarmos a receita duas vezes, quantos bolinhos, aproximadamente, vamos ter?”; “Quantas receitas devemos fazer?”.

Considerando que não há como prever exatamente a quantidade de bolinhos por receita, é possível discutir com os alunos uma quantidade aproximada de bolinhos e quantas receitas deverão ser feitas. Deixar os alunos registrarem como estão pensando para descobrir quantas receitas terão que fazer. Após fazer os bolinhos, contar com eles quantos bolinhos foram feitos e questioná-los se chegamos perto da quantidade aproximada da receita e, se não, por quê?

Possíveis questionamentos: retomada das medidas; questionamento com relação à quantidade de alunos da sala e a quantidade de bolinhos. Pensando em aumentar não só com dobro, triplo, mas também com

quantidade e meia - Sugestão: o que acontece se eu chamar a sala ao lado? ou...Uma sala tem 30 alunos, então é necessário fazer 3 receitas?

5. Completando a tabela

A tabela proposta contempla os ingredientes da receita em cada linha, e em cada coluna a quantidade de receitas: 1 receita, 1 receita e meia, 2 receitas e 3 receitas.

Outra proposta seria utilizar a tabela para discutir sobre o tempo de forno para as variações nas quantidades de receita (uma receita e meia, duas e três receitas).

Fonte: tarefa desenvolvida pelo Grucomat, 2024.

Na próxima seção, discorreremos sobre o desenvolvimento humano à luz da teoria histórico-cultural.

O olhar a partir da teoria histórico-cultural

À luz da teoria histórico-cultural (Vygotski, 1995, 2001), é importante discutirmos acerca do desenvolvimento humano. Desde o nascimento as funções elementares são marcadas pela origem biológica. Com o tempo e a partir do contato social, as funções psíquicas superiores vão se desenvolvendo, porém esse desenvolvimento não ocorre de um dia para outro, mas a partir de um longo processo demarcado pela imaginação, pela criatividade, pela linguagem, pela memória lógica e pela formação de conceitos.

De acordo com o autor esse desenvolvimento primeiramente ocorre no social, ou seja, entre as pessoas, para posteriormente acontecer no plano individual. Essas experiências sociais possibilitam ampliar a natureza humana e produzir sentidos ao contexto que lhe é dado – e a partir de uma mediação semiótica transformar, ou seja, trazer à tona a significação.

Assim, em todas as práticas sociais e com todas as pessoas, com ou sem deficiência, esse movimento de significação ocorre, desde que sejam dadas possibilidades de contato social, de participação em diferentes experiências, *do* outro e *com* o outro, enfim, nas relações humanas. É com o outro que o ser humano

adquire possibilidades de compreensão do mundo, estabelecendo sentidos e significados sobre o contexto.

Para Vygotski (1995) o desenvolvimento é dialético e pode ser construído nas relações. Quando pensamos no contexto escolar, logo imaginamos todas as experiências psíquicas a que os alunos estão sujeitos, tanto na relação com o seu professor quanto com outros colegas. Essas relações em processos de amadurecimento e de ampliação constante são o que Vygotski (1995) nomeia como Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A interação que ocorre entre os alunos e entre professor e aluno mobiliza o conhecimento uns dos outros, agindo diretamente na ZDP.

Assim,

se o conceito se constrói numa indispensável relação com a significação da palavra, então o conhecimento sobre o mundo não pode ser reduzido apenas à zona mais estável do campo dos sentidos - aquela do significado. Se a generalização é o ato fundamental que constitui a palavra e o conceito, ela não deve ser concebida fora do movimento de dispersão e de criação de múltiplas significações. Se a categorização da realidade é construída sobre as bases de experiências vivenciais concretas, ele não deixa de ser atravessada pelo caráter dinâmico da significação, que tem lugar no contexto da cultura, em suas condições estáveis e instáveis, e que se refletem no acontecimento da interação verbal, em suas condições específicas de ocorrência e nas vicissitudes das motivações e características de personalidade dos sujeitos (Góes; Cruz, 2006, p. 42).

É sempre com o outro que essa dialética é construída, é na interação verbal, gestual, escrita, pelo olhar, pelas ações e pelas emoções que a elaboração conceitual e o desenvolvimento humano se ampliam, possibilitando ao ser humano pensar, agir, dialogar, refletir, refutar e significar. É com o outro que transformamos e somos transformados, é pela ação da linguagem que nos desenvolvemos e aprendemos. Para Luvison (2017, p. 103),

o significado (palavra) está ligado tanto à esfera do pensamento, quanto à da linguagem tratando-se de um ato de generalização. Quando as crianças se deparam com novas situações envolvendo à palavra, esta se amplia. Essa ampliação se deve ao dinamismo possibilitado pelos sentidos que possui toda uma dialética que contribui para chegar progressivamente ao significado, que possui um caráter mais estável, coerente e preciso. Os sentidos se constituem nas interações e vinculam-se às experiências que cada ser humano possui. Por fazerem parte do contexto, do olhar, das articulações e das sensações de cada um, possuem toda uma dinâmica, e são variáveis, inacabados, interpretativos e flexíveis, pois em contextos diferentes a palavra muda de sentido, o que auxilia na compreensão do significado.

Nesse sentido as vivências sociais abrem múltiplas possibilidades de desenvolvimento, desde que sejam significativas à pessoa e à aprendizagem. Outro aspecto contemplado por Vygotski (2001) seria em relação à imitação. O autor esclarece que esse é um movimento de grande importância para o desenvolvimento, pois o ser humano imita o que está em sua ZDP, partindo do que já sabe (desenvolvimento real) para o que ainda não sabe (proximal) e em que precisa de auxílio, tanto de um adulto quanto de outra criança ou jovem.

O gesto é outro elemento de extrema importância discutido por Vygotski (1995). Segundo ele o gesto é um “signo visual”, “a escrita no ar”. O adulto, ao fazer as mediações – seja com uma criança, seja com um jovem ou outro adulto –, utiliza-se do gesto, das formas de uso e do significado da palavra, transmitindo culturalmente essa ideia. O gesto é a extensão primeira da palavra e é a partir dele que concebemos a primeira referência de meio de comunicação, enfim, da palavra-gesto, tornando-se, como menciona Pino (Reis, 2015), o portador de significação. Assim, aprendemos e compreendemos a partir do gesto porque ocorreu a apropriação de um significado que é social.

E esse significado é um processo necessário e que auxilia a elaboração da linguagem escrita, como parte de um instrumento do

pensamento. É por meio da apropriação da palavra que a representação ocorre, pois, “[...] para que a linguagem escrita da humanidade se converta em linguagem escrita da criança, são necessários complexos processos de desenvolvimento” (Vygotski, 1995, p. 185), inclusive de ferramentas e instrumentos para que a linguagem seja internalizada.

O adolescente, ao longo do tempo, vai desenvolvendo a memória, a lógica, a abstração, a personalidade etc. – nesse processo a linguagem é o elemento principal e se torna um instrumento para o desenvolvimento da abstração. Na adolescência inicia-se a formação dos verdadeiros conceitos, porém, segundo Vygotski (2001), nesse período o adolescente ainda se utiliza de formas primárias de pensamento, pois vai conseguir utilizar os verdadeiros conceitos, de forma abstrata, apenas no final da adolescência.

O adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito (Vygotski, 2001, p. 99).

O pensamento por conceitos faz com que os jovens tenham novos pensamentos, o que é encarado como um salto qualitativo em seu desenvolvimento. Nessa fase o concreto deixa de ser algo tão necessário, porém, de acordo com Vygotski (1995), crianças ou adolescentes com algum tipo de deficiência podem ainda recorrer a ele, por utilizarem as ferramentas culturais de formas diferentes.

Construindo sentidos entre os ingredientes e a proporcionalidade

Pelo envolvimento e parceria que temos com a sala de itinerância, a primeira autora propôs à professora da sala o desafio de trabalhar com os alunos a tarefa “Receita da Tia Nastácia”, a fim de

compreendermos os significados estabelecidos por eles em relação ao pensamento proporcional. A professora se sentiu tocada pela proposta, principalmente por envolver receita culinária e um conceito que já estava explorando com seus alunos a partir de um jogo.

Na turma, havia dois estudantes da 2.^a série do Ensino Médio, Maria e João, ambos com 17 anos. O combinado com a professora foi que utilizasse como registro desse momento a videogravação, a fim de não perder o movimento e as mediações realizadas no decorrer da tarefa. Além disso, foi utilizada a escrita nos momentos em que os alunos refletiram a respeito do conceito abordado em “Completando a tabela”.

Para o desenvolvimento da tarefa, a professora da turma fez a leitura da receita de bolinho de chuva assado e, à medida que a realizava, procurava dialogar e fazer inferências a respeito de cada ingrediente e sua quantidade. Uma das conversas realizadas entre a primeira autora e a professora era sobre a importância de os alunos estabelecerem sentidos sobre as quantidades e sua representação e as unidades de medidas, por isso era importante trabalhar a leitura e ir trazendo elementos que possibilitassem a eles compreender o modo como representar essas unidades.

Uma das discussões feitas pela professora foi em relação à medida de $\frac{3}{4}$ de xícara. Ela questiona os alunos sobre o modo como descobrir $\frac{3}{4}$ e para isso utiliza um copo plástico descartável com água e gestos: segura o copo com a mão e deixa os quatro dedos bem visíveis aos alunos. A professora demonstra com quatro dedos, segurando o copo, uma medida inteira, e pede para que João e Maria peguem o copo e o representem utilizando a água.

A seguir, na Figura 1, mostramos a professora representando $\frac{3}{4}$ de xícara. Em seguida, reproduzimos o diálogo que ocorreu nesse momento.

Figura 1 – Representando $\frac{3}{4}$ de xícara



Fonte: acervo das autoras

Episódio 1: “ $\frac{3}{4}$ de xícara!”

Professora: *Então eu tenho a xícara que é uma medida inteira. Eu quero $\frac{3}{4}$. Quantos dedos eu tenho aqui?* [Apontando para eles, segurando o recipiente que representa a xícara com os quatro dedos].

Maria: *Quatro.*

Professora: *Eu quero $\frac{3}{4}$. Três de quatro. Onde eu teria que medir?* [João olha atento, mas a professora já pede para que eles façam a experiência no copo. Ela pega um copo descartável transparente e entrega a João e Maria. João já pega o copo da mesma maneira que a professora e observa-o]. *Coloquem aí quatro dedos. Eu quero $\frac{3}{4}$ desse copo. Como tem 4 e eu só quero 3 eu elimino 1 e acrescento no caso o leite que nós vamos usar a água como exemplo para não desperdiçar seria até qual ponto?*

João: *Três.*

Professora: *Pode colocar* [João começa a colocar a água no copo e olha para o copo e para a professora a fim de conferir o que havia feito. Enquanto isso, a professora ajuda Maria a colocar a água no copo e pede para que ele fale “pare” quando chegasse a $\frac{3}{4}$].

João: *Pare!*

Professora: *Aí tem $\frac{3}{4}$?*

[João observa o copo novamente e afirma que sim].

Professora: *Encheu o copo?*

Maria: *Não.*

Professora: *Não né? Quase que o copo inteiro, mas e se eu quisesse $\frac{2}{4}$ como que eu iria medir?*

João: *Tira dois dedos.*

[A professora faz a marcação no copo descartável com uma caneta preta].

Professora: *E se eu quisesse, Má, $\frac{3}{4}$? $\frac{3}{4}$ não, se eu quisesse um inteiro?*

Maria: *Enchia o copo.*

Professora: *Muito bem. E um quarto?*

João: *Tira três dedos.*

Professora: *Entenderam? Isso se chama medida fracionada.*

No decorrer da mediação da professora, ela procura adaptar as orientações presentes na tarefa, que mostramos no Quadro 2.

Quadro 2 – Orientações da tarefa

Professor, após ouvir as ideias das crianças, caso as crianças não proponham a utilização do recurso da marcação, então, sugerir a marcação com caneta permanente dividindo a xícara em quatro partes. Questionar: como fazer para obter três das quatro partes? Começar a completar a xícara mostrando 1 parte de 4, 2 partes e mostrar (apontar que significa metade) 3 partes... até a xícara cheia: as quatro partes. Essa dinâmica é necessária para melhor compreensão do inteiro e de suas partes.

Fonte: tarefa desenvolvida no Grucomat

Por João e Maria apresentarem no decorrer de outras atividades algumas dúvidas em relação às unidades de medidas, a professora observa a orientação como uma possibilidade e ao mesmo tempo reforça as noções de partes, demonstra as medidas e solicita que os alunos a imitem, utilizando dicas físicas, verbais e gestuais. Esse conjunto de ações mobiliza os alunos a responder quando questionados em relação às demais quantidades.

Outro ponto importante foi a presença do gesto nas mediações, as relações que a professora inicia com os alunos para que compreendam as medidas fracionadas. Embora nessa fase do

desenvolvimento a presença da abstração esteja mais presente, a necessidade de Maria e João ainda está nesse momento envolta no concreto e na sua relação com a linguagem. Sensível a esse movimento, a professora utiliza-se desses instrumentos (o copo e a água) para possibilitar aos alunos novas relações e significados.

Além disso, solicita a eles que a imitem, repetindo os mesmos gestos, e no decorrer das ações questiona e mobiliza o olhar, trazendo à tona a linguagem juntamente com os gestos. Para Vygotski (2001) existe um processo cognitivo intenso nesse momento, entre o que o ser humano já sabe (Zona de Desenvolvimento Real [ZDR]) e o que ele ainda não sabe (ZDP).

No episódio 2, que mostramos a seguir, a professora questiona os alunos em relação à quantidade de açúcar na receita. Foi interessante observar que ela utiliza uma tabela de conversão em mililitros para trabalhar com os alunos, pois, segundo ela, acreditava que eles teriam mais facilidade no momento de pensar no aumento das receitas, em especial, quando fossem produzir uma receita e meia.

Episódio 2: “Qual a quantidade de açúcar?”

Professora: *Qual a quantidade de açúcar que precisamos para fazer essa receita?* [Ficam em dúvida e observam a receita novamente]

João: *Um e meio.*

Professora: *O um que está em cima representa um inteiro e o dois representa a metade. Qual desses medidores eu usaria?* [Maria pega o medidor de $\frac{1}{2}$ e aponta para a professora]

Professora: *Isso mesmo. Meia xícara equivale a quantos ml que está aí?* [apontando para a tabela de conversão]

Maria: *120 ml.*

Professora: *120 ml, muito bem. E como nós podemos fazer para achar a metade da xícara? O que é metade?*

João: *Meio.*

Professora: *Então aponta pra mim como achar...* [João leva a sua mão no copo medidor que representa uma xícara e distribui os quatro dedos,

segurando-a. A professora pede que ele ache a metade da xícara e ele tira dois dedos]. *Essa é a metade?*

João: *Sim* [mas ainda mostra certa insegurança na resposta].

[A professora coloca os quatro dedos no copo medidor e explica novamente que seria o copo inteiro, tirando dois dedos, ela aponta a eles que sobrou a metade].

Professora: *O que acontece se colocarmos açúcar na outra metade da xícara? Ou seja, o que acontece se eu colocar o açúcar na outra metade?*

João: *Um inteiro.*

Professora: *Isso, uma xícara. Continuando... Se fizermos apenas uma receita de bolinho de chuva, cada um de vocês conseguirá comer quantos bolinhos?*

Maria: *Quatro.*

Professora: *Quantos bolinhos dá na receita?*

Maria: *Doze.*

Professora: *Quatro para Maria e quatro para o João dá doze?*

Maria: *Cinco.*

Professora: *Então vamos contar. Cinco para Maria e cinco para o João são doze?*

Maria: *Seis para cada* [Enquanto isso, João fica inseguro em falar, mas possivelmente, pelos seus gestos, parece ter uma resposta].

Professora: *Seis mais seis são doze?*

João: *Sim.*

Professora: *Seis é o quê?*

João: *Metade.*

Professora: *E se vocês fossem contar com a prô?*

Maria: *Quatro* [apontando quatro dedos].

Professora: *Se aumentarmos a receita duas vezes, quantos bolinhos aproximadamente vamos ter?*

Maria: *Trinta e quatro, não... vinte e quatro.*

Professora: *Se eu fizer uma receita vai ter bolinhos suficientes para todos? Todos vão comer?*

João: *Parece... quatro pra cada.*

Professora: *E se eu fosse fazer uma receita para sala do 2.ºB? Uma receita dá 120. [João vai registrando com a mediação da professora que escreve 1 – 120; 2 – ... e aponta em seu registro] Se uma receita dá cento e vinte, na segunda receita eu vou usar quantos ml de novo? Se eu vou fazer duas vezes a mesma receita, na segunda receita quanto eu vou usar de ml?*

Maria: *Duzentos e quarenta.*

Professora: *Por quê?* [Maria mostra com o dedo “2”]

Maria: *É duas receitas e vai aumentando.* [João pensa, olha para a professora e nesse instante Maria explica olhando para João]

Maria: *É cento e vinte mais cento e vinte.*

As relações estabelecidas pela professora e pelos alunos são de suma importância, trata-se de um momento no qual relacionam as informações; voltam à leitura; e refletem a respeito da quantidade, trazendo à tona situações reais, como, por exemplo, ao pensarem na receita para todos os alunos da sala, ao realizarem a conversão etc. Embora os alunos em um primeiro momento respondam a partir do pensamento aditivo, o que contribui pouco para a elaboração do pensamento proporcional, toda a dinâmica possibilitada durante a aula faz com que várias outras ações sejam mobilizadas para que eles compreendam sobre a quantidade de bolinhos quando se altera o número de pessoas.

O planejamento da professora e o olhar cuidadoso que dirige aos seus alunos em cada mediação são aspectos que contribuem para o desenvolvimento deles, principalmente quando pensamos na linguagem no decorrer do processo de elaboração conceitual. O ir e vir que a professora realiza e a percepção e o olhar de João em sua direção em relação à dúvida ao representar a metade da xícara com os dedos, por exemplo, buscando a sua aprovação, são indícios da importância do outro no decorrer do processo de desenvolvimento e também da imitação como parte da significação. Segundo Vygotski (2001, p. 332), “a aprendizagem é possível onde existe a imitação. [...] Ela sempre começa daquilo que ainda não está maduro na criança. As possibilidades da aprendizagem são determinadas da maneira mais imediata pela zona do seu desenvolvimento imediato”.

Partindo da compreensão de que João necessita desse movimento, mesmo sendo um jovem de 17 anos, e que suas especificidades como ser humano perpassam por essa ação de observar, repetir a ação da professora, buscar a sua aprovação em

cada gesto, em cada palavra, nos possibilita compreender que cada ser humano, dentro de suas potencialidades, possui suas necessidades e tempo de apropriação.

Ao continuarmos a receita, mais um ingrediente utilizado foram os ovos. Nesse episódio um fator interessante foi a participação de Maria, ao pensar na quantidade de ovos e de receitas, como mostra o episódio 3.

Episódio 3: “Quantos ovos?”

Professora: *E agora vamos para os ovos. Para uma receita?*

Maria: *Dois ovos.*

Professora: *Pra uma receita e meia?*

Maria: *Três.*

Professora: *Por que, Má?*

Maria: *Porque é metade.*

Professora: *Duas receitas? Quantos ovos?*

João: *Quatro ovos.*

Professora: *Três receitas?*

Maria: *Seis.*

Professora: *Muito bem!*

O movimento que Maria estabelece com a professora nesse momento é interessante para analisarmos as suas respostas. Quando a professora pergunta a respeito de uma receita e a quantidade de ovos a ser utilizada, Maria rapidamente responde que seriam dois, momento no qual recorre à receita. Mas, quando a professora pergunta sobre a quantidade de ovos para uma receita e meia e ela responde que seriam três, esse movimento nos faz pensar na hipótese de que, quando afirma “*porque é metade*”, teria realizado o cálculo mental pensando na metade de dois ovos, referindo-se à quantidade para a meia receita, e juntado com dois ovos, que é a quantidade para uma receita. Contudo, não é possível afirmar que esse tenha sido o seu pensamento, porque a professora, na ocasião, não realizou o questionamento acerca do modo como procedeu para chegar à resposta.

A resposta de Maria nos deixa em dúvida em relação ao seu raciocínio e ao mesmo tempo faz refletir sobre a importância das boas perguntas no decorrer das mediações. Essa resposta poderia ter sido uma boa oportunidade para compreendermos de que maneira a aluna tinha pensado e se realmente haveria indícios do pensamento proporcional.

Esse momento trouxe a seguinte reflexão: Maria utilizava ou não o procedimento multiplicativo? Procuramos chamá-la em outro momento para que ela explicasse o modo como havia feito e como havia chegado a algumas quantidades, mas procuramos fazer isso utilizando uma outra receita: a de bolo de chocolate. Ao questioná-la a respeito da utilização de 2 xícaras de chá de farinha de trigo, por exemplo, em uma receita, uma receita e meia, duas receitas ou três receitas, ela responde: “2, 4, 6” – referindo-se à quantidade de xícaras de chá de farinha de trigo utilizadas para fazer uma, duas e três receitas. Pedimos a ela que explicasse como havia chegado a essa conclusão e Maria responde que pensou multiplicando: “duas vezes um, o dobro de dois, quatro, duas vezes três, seis”. Perguntamos como seria com uma receita e meia e ela confirma que são três, pois “é uma receita, duas xícaras, e meia, metade de dois é um, dá três”, evidenciando o pensamento utilizado no episódio referente à quantidade de ovos.

Ao pensarmos na quantidade fracionada, questionamos: “se a quantidade de farinha fosse 3 xícaras em vez de 2, o que mudaria para 1 receita?”. Maria responde que seriam 3 xícaras. E para 2 receitas? Ela responde que seriam 6 xícaras. Para 3 receitas? Aponta que seriam 9 xícaras. E para 4 receitas? Maria menciona que seriam 12 xícaras. Perguntamos, então, o que mudaria se fosse $\frac{1}{2}$ receita – ela aponta que seria 1 xícara e $\frac{1}{2}$, porém pensa, mas não registra, pois não sabia a representação numérica da fração, ou seja, Maria sabia que seria 1 xícara e $\frac{1}{2}$, tem noção de quantidade, mas não associa essa quantidade ao número no momento do registro. Prova disso é que, em relação a outros ingredientes, por não saber representar $\frac{1}{2}$, ela escreve “metade”.

Na Figura 2, mostramos Maria no momento da receita de bolo de chocolate.

Figura 2 – Maria e o bolo de chocolate



Fonte: acervo das autoras

A cada diálogo estabelecido entre nós e a professora, entre a professora e os alunos e entre nós e a aluna Maria, percebemos que, muito além do pensamento proporcional, observávamos o desenvolvimento de todo um processo de formação da linguagem, de reflexão frente à língua materna e à linguagem matemática, o desvencilhar da acessibilidade diante de uma mão que ia até o ingrediente e com tantas dificuldades buscava acrescentá-lo a outros tantos ingredientes para dar forma a uma massa de bolinho de chuva.

A ação de iniciar a receita após tantas discussões possibilitou que as ações de tocar nos ingredientes, separar as quantidades e observar as misturas também fossem de extrema importância na vida de João e Maria. Quebrar um ovo, para João, era de uma delicadeza e de uma *perfeição* visíveis, pois fazer receitas já faz parte

das oficinas de terapia que ele frequenta, porém, para Maria, o significado de fazer um bolinho de chuva assado, quebrar um ovo e acrescentar o leite, o açúcar e o fermento demarcava uma ruptura intensa em sua vida em direção à sua autonomia como pessoa.

Um dos momentos importantes durante a receita de bolinho de chuva e que gostamos de rememorar é a discussão sobre a quantidade de manteiga na colher. Quando João pega a manteiga com a colher, olha para a professora e diz: “*eu não sei o tamanho*”. A Figura 3 mostra João questionando sobre a quantidade de manteiga na colher.

Figura 3 – João e a quantidade de manteiga



Fonte: acervo das autoras

Nesse instante a professora diz: “*nem muito, nem pouco, uma colher normal*”. João olha para ela e a professora pergunta novamente: “*tá sobrando espaço aí? Você acha que é suficiente?*” João observa a colher e tenta pegar mais um pouco de manteiga para completar o espaço que faltava. A Figura 4, a seguir, mostra mais um momento de João com a colher de manteiga.

Figura 4 – João observando a colher de manteiga



Fonte: acervo das autoras

E agora, como retirar a manteiga da colher? Sua primeira ação é balançar a colher, para cima e para baixo, com o objetivo de retirar a manteiga. A professora diz a João: *“tente dar algumas batidinhas com a colher no pote e você também pode ajudar com o seu dedo para retirar a manteiga”*. Ao realizar as ações sugeridas pela professora, João consegue retirar a manteiga da colher e fica muito satisfeito, sorrindo e observando a manteiga dentro do pote.

Ações como essas, aparentemente simples, para João e Maria representam ações intensas, importantes e altamente significativas. Para João, os *comandos* da professora são importantes, a repetição das palavras é significativa, a observação atenta e profunda o faz refletir, finalizar ações, mobilizar o seu corpo e o seu pensamento em direção à completude do que precisa realizar. Para ele, o gesto da professora, a demonstração, é necessário e importante.

A interação, o convívio e as vivências propiciadas nesse ambiente de investigações e práticas colaborativas viabilizam novas aprendizagens e o contato com diferentes linguagens. Essas ações são importantes e necessárias, pois são perpassadas por instrumentos de mediação, em que “o verdadeiro curso do desenvolvimento do

pensamento não vai do individual para o socializado, mas do social para o individual” (Vygotski, 2001, p. 24).

Maria, pela sua dificuldade motora, nunca tinha feito uma receita culinária. A mãe, sempre com medo de que ela pudesse se queimar no fogão ou se cortar com objetos pontiagudos, nunca a desafiou a cozinhar. Foi muito bonito observar o rosto de felicidade da aluna colocando os ingredientes, misturando-os e vencendo toda e qualquer forma de limitação que os seus movimentos poderiam trazer. É como se nesse momento Maria se libertasse e principalmente trouxesse à tona o seu projeto de vida.

Na escola de tempo integral o que norteia todo o nosso trabalho é o projeto de vida do aluno, e Maria, após a experiência com a tarefa de bolinho de chuva assado, adaptação da receita da Tia Nastácia, despertou para a culinária, dizendo que o seu sonho é a gastronomia ou a nutrição.

Maria e João nos ensinaram muito em todo esse processo e também nos levaram a pensar, como grupo de pesquisa, que as tarefas precisam ser organizadas também para nossos alunos da Educação Especial. A forma com que constroem o conhecimento perpassa por toda uma singularidade e um cuidado que são únicos para cada aluno da Educação Especial. Cada ação, cada explicação, cada demonstração, cada fala, enfim, cada olhar são desenvolvidos em um espaço de tempo que precisa ser repensado pelo professor, pois o tempo representa novas conquistas e avanços para a vida de nossos alunos, como representou para João e para Maria.

Considerações finais

Pensar sobre a Educação Especial certamente é um grande desafio na atualidade, pois envolve todo um processo de acolhimento, acompanhamento, planejamento e principalmente trabalho conjunto de toda a escola diante das especificidades do aluno e da família, que também precisa ser acolhida para enfrentar todos os seus desafios diariamente.

Ao longo de todo o processo de desenvolvimento, cada aluno possui suas especificidades e o seu tempo de amadurecimento, compreensão e apropriação, e durante todo esse caminhar é de total importância compreendermos que todo aluno, com ou sem deficiência, aprende e se desenvolve a partir dessa singularidade.

O olhar para cada aluno é importante, pois possibilita ao professor observar, planejar, definir objetivos, traçar todo um caminhar a partir dessa observação e compreender o modo como cada um deles aprende, age e reage, o que torna o ato de planejar mais fácil.

Durante a tarefa da receita da Tia Nastácia, observamos que todo o movimento proposto de leitura, escrita e mediação e os instrumentos (os medidores, o copo plástico, a água etc.) utilizados pela professora Ana foram cruciais para a compreensão e mobilização dos alunos.

A conversão utilizada pela professora na tabela em mililitros foi uma das estratégias encontradas por ela para trabalhar com o fracionamento das unidades de medida, quando a quantidade utilizada nos ingredientes era $\frac{1}{2}$ xícara (chá) de açúcar, $\frac{3}{4}$ de xícara (chá) de leite. Como motivo da utilização dessa estratégia pensamos em duas hipóteses: ela acredita ser uma estratégia mais compreensível para os alunos o uso de algo mais concreto e perceptível visualmente; ou, talvez, não soubesse como desenvolver com eles essa ideia, por isso recorreu à tabela de mililitros. Por se tratar de um conceito que necessitaria de maior abstração pelos alunos, recorrer ao concreto, à tabela de conversão, foi uma possibilidade nesse trabalho inicial com a proporcionalidade.

Consideramos que todo esse movimento possibilitado aos alunos da Educação Especial foi o princípio de uma formação frente ao pensamento proporcional. Por se tratar de alunos com deficiência, há necessidade de propor outras tarefas com o conceito, tornando-se um trabalho longo e que requer maior revisão.

Para a professora, certamente esse movimento foi muito importante e contribuiu para a sua formação, pois foi o primeiro

contato dela com tarefas envolvendo o pensamento proporcional, trazendo maiores subsídios para que possa continuar com esse trabalho. Além disso, a dialogicidade estabelecida entre ela e os alunos só foi possível pela professora mediadora que ela é, que sempre procura perguntar e estabelecer o diálogo com seus alunos da sala de itinerância.

O processo de elaboração conceitual é um caminho intenso e cercado pela linguagem, pelos gestos, pela mediação, pela reflexão, pela leitura e pela escrita. No decorrer desse processo com os alunos observamos os primeiros indícios para o pensamento proporcional, mas ainda é o princípio de um longo trabalho.

Referências

- FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.
- GÓES, M. C. R. de; CRUZ, M. N. da. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vygotski. *Pro-Posições*, Campinas, v. 17, n. 2, p. 31-46, maio/ago. 2006.
- LUVISON, C. da C. *Narrar, dizer e vivenciar como apropriação e (re)significação de linguagens e conceitos matemáticos no 3.º ano do Ensino Fundamental*. 2017. 227 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2017.
- REIS, R. H. dos. Diálogo com Angel Pino: a linguagem e a educação de jovens e adultos. *Caderno CEDES*, Campinas, 35, n. esp., p. 435-444, dez. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ccedes/a/ymVmTS97BdDcNh5tmgpyzkC/> Acesso em: 12 out. 2024.
- SÃO PAULO (Estado). Decreto n.º 67.635, de 06 de abril de 2023. Dispõe sobre a Educação Especial na rede estadual de ensino e dá providências correlatas. *Diário Oficial do Estado de São Paulo*, Executivo, São Paulo, v. 133, n. 70, Seção I, p. 1-3, 7 abr. 2023, Disponível em: <https://www.imprensaoficial.com.br/> Acesso em: 15 abr. 2024.

SÃO PAULO (Estado). Resolução SE 68, de 12-12-2017. Dispõe sobre o atendimento educacional aos alunos, público-alvo da Educação Especial, na rede estadual de ensino. *Diário Oficial do Estado de São Paulo*, Executivo, São Paulo, v. 127, n. 231, Seção I, p. 351, 3 dez. 2017. Disponível em: <https://www.imprensaoficial.com.br/> Acesso em: 15 abr. 2024.

VYGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKI, L. S. *Obras escogidas III*. Madrid: Visor, 1995. 383 p.

O grupo colaborativo como espaço formativo e investigativo sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional

Iris Aparecida Custódio¹

Adair Mendes Nacarato²

Ao longo dos capítulos que compõem esta coletânea, o leitor pôde conhecer o trabalho desenvolvido pelo Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) no decorrer de seis anos, quando tivemos como foco de estudo e investigação o desenvolvimento do pensamento proporcional na educação básica.

Ao finalizarmos esse projeto, sentimo-nos mobilizados a elaborar uma síntese sobre o conhecimento que produzimos ao nos dedicarmos a estudar e compreender o pensamento proporcional. Foi um período de estudos, discussões, elaboração e desenvolvimento de tarefas em sala de aula, produção de narrativas pedagógicas e compartilhamento dessas narrativas.

Os quatro capítulos iniciais desta coletânea centraram-se em questões epistemológicas, conceituais e metodológicas sobre possibilidades de desenvolvimento do pensamento proporcional em sala de aula. Neles apresentamos a maneira como o grupo foi se apropriando teórica e conceitualmente da proporcionalidade e como fomos construindo uma identidade no grupo que reverbera nos modos como concebemos uma sala de aula para ensinar matemática, o papel do professor e sua intencionalidade e como garantir uma matemática acessível a todos os estudantes. A construção dessa identidade foi um processo colaborativo e de

¹ Vice-líder do Grucomat-Universidade São Francisco. *E-mail:* irisapcustodio@gmail.com

² Líder do Grucomat-Universidade São Francisco. *E-mail:* ada.nacarato@gmail.com

compartilhamento das experiências vividas com os alunos, a partir das narrativas pedagógicas dos professores. O ano de 2024 foi marcante para todos os participantes, visto que foi dedicado ao compartilhamento e à discussão dessas narrativas. Nesses momentos de discussão, os participantes foram elaborando reflexões sobre nossas aprendizagens e sobre o conhecimento que produzimos e/ou ampliamos no âmbito do projeto.

A síntese aqui proposta tomou como objeto de análise as narrativas pedagógicas dos professores bem como as narrativas orais produzidas nos encontros do grupo, em 2024. Esses encontros foram audiogravados – pois utilizamos a plataforma Meet – e, posteriormente, transcritos. Utilizamos também publicações dos participantes do grupo, sobre a temática e a metodologia de trabalho do grupo, em artigos, capítulos de livros ou anais de eventos, com vistas a fundamentar nossas reflexões.

Elegemos quatro eixos analíticos para esta produção: o ambiente para ensinar e aprender matemática; o ambiente de trabalho em um grupo colaborativo; as aprendizagens do grupo para a escola e da escola para o grupo; e as aprendizagens de conceitos relacionados ao pensamento proporcional.

Ambiente para ensinar e aprender matemática

Dois capítulos desta coletânea se dedicaram a discutir possibilidades de ensino e aprendizagem em matemática na sala de aula da educação básica. As autoras Bianca Maria Cogni Blanco e Selma Nascimento Vilas Boas, no capítulo “A brincadeira e o desenho como eixos importantes na transição da educação infantil para o Ensino Fundamental”, discutem o pressuposto de que a brincadeira é uma atividade promotora de aprendizagem e desenvolvimento infantil e que se torna mais potente quando a criança tem a possibilidade de registrar a vivência na brincadeira por meio do desenho e do compartilhamento com os colegas; e o quanto esse registro expressa os modos como a criança pensa matematicamente. No entanto, essa atividade tão necessária na

infância vai perdendo espaço quando a criança ingressa no 1.º ano do Ensino Fundamental; é como se, em um período de férias, na mudança de segmento de escolarização, o aluno deixasse de ser criança. Assim, tanto no texto que as autoras elaboraram colaborativamente quanto na experiência delas em sala de aula, relatada e analisada nas narrativas pedagógicas sobre a tarefa da pipoca, elas vão mostrando ao leitor a riqueza da brincadeira e os discursos matemáticos elaborados pelas crianças. Ao compartilharem suas narrativas no grupo, elas deixaram explícita a potência da brincadeira para a aprendizagem matemática, desde que o professor tenha intencionalidade, como destacou Selma em sua narrativa³:

É possível, por meio de brincadeiras, desenhos e rodas de conversas discutir com as crianças situações que abranjam a noção de grandeza. Mais adiante, essa experiência vivida será conectada com outras acerca do conceito de grandeza e proporcionalidade, agregando conhecimento à formação de modo significativo (Vilas Boas, p. 116-117).

Nessa mesma perspectiva, a professora Bianca, do 1.º ano, assim refletiu em sua narrativa pedagógica⁴:

Foi possível perceber o modo como o brincar, quando intencional e bem conduzido, pode ser uma porta de entrada para aprendizagens significativas. As crianças, em um ambiente lúdico e seguro, exploraram relações de quantidade, espaço, tempo e força, elementos essenciais para o desenvolvimento do pensamento proporcional (Blanco, p. 152).

³ Ver o capítulo “Brincadeira Pipoca”, de Selma Nascimento Vilas Boas, nesta coletânea.

⁴ Ver o capítulo “Brincadeira da pipoca – introduzindo ideias de proporcionalidade”, de Bianca Maria Cogni Blanco.

Ambas as autoras destacam as potencialidades da brincadeira, seja na Educação Infantil, seja nos anos iniciais do Ensino Fundamental⁵:

A experiência da brincadeira Pipoca reforça a importância do papel mediador, carregado de intencionalidade do professor, por meio de um planejamento potente e promotor de aprendizagens. Colocar a criança no centro do currículo e ter sua participação no cotidiano escolar, em nenhum momento isso diminui, menospreza ou desconsidera o papel do professor, pelo contrário. Isso exige dele um repertório de saberes para dar conta de garantir tais compromissos com a criança e com a educação das infâncias (Blanco; Vilas Boas, p. 64-65).

O segundo texto que aborda o ambiente para ensinar e aprender matemática, “Aulas investigativas: o papel do professor e a equidade nas aulas de matemática”, de Carla Cristiane Silva Santos e Sirley Aparecida de Souza, tem como foco o papel de aulas investigativas como potencializadoras das aprendizagens discentes e constituidoras de uma cultura social de aula de matemática. Essa cultura é alicerçada pelas tarefas, pelas interações entre os estudantes e entre eles e o professor e pelas mediações do professor que contribuem para os avanços das aprendizagens e, conseqüentemente, do desenvolvimento dos participantes. Segundo as autoras,

o desafio, portanto, está em construir uma cultura de sala de aula que valorize a argumentação matemática, promova o desenvolvimento conceitual e respeite o processo de aprendizagem dos alunos. Quando o professor assume essa postura investigativa e mediadora, ele cria um ambiente em que todos os estudantes têm voz, constroem sentido para a matemática e se tornam agentes do próprio aprendizado (Santos; Souza, p. 78).

⁵ Ver o capítulo “A brincadeira e o desenho como eixos importantes na transição da educação infantil para o Ensino Fundamental”, de Bianca Maria Cogni Blanco e Selma Nascimento Vilas Boas, nesta coletânea.

Nas narrativas por elas produzidas, essa cultura de aula investigativa se faz presente. A professora Sirley, por exemplo, elaborou duas narrativas pedagógicas: uma sobre a receita da Tia Nastácia e outra com o uso das barras Cuisenaire. Em ambas, ela destacou o modo como as aulas investigativas incentivam os estudantes a discutir e argumentar matematicamente. Na primeira narrativa⁶, por exemplo, ela destacou:

As imagens e o registro escrito das atividades das crianças demonstram o modo como a receita foi sendo desenvolvida. O processo foi bastante lento. Certamente, não foi um trabalho fácil e tranquilo, todavia foi acertado. As crianças construíram sínteses interessantes. O resultado das atividades escritas é exemplo de que o trabalho nessa perspectiva investigativa permite ao(a) professor(a) refletir a todo tempo sobre estratégias e fazer releituras de conjecturas abandonadas, de tal modo a concretizar conceitos matemáticos – no caso, número e proporção (Souza, p. 185).

A professora Carla também destacou as potencialidades de aulas investigativas. Segundo ela⁷,

mesmo conhecendo a turma, lidar com imprevistos não é simples, pois cumpre saber conduzir o planejamento de modo que faça sentido e não se perca o objetivo final, quando precisamos mudar a rota. Apesar de a tarefa ser investigativa, os estudantes precisam ter uma ideia clara de onde irão chegar para que possam construir as relações corretas, mesmo cometendo erros. A mediação pedagógica está em saber conduzir o objetivo durante todo o processo. Entrar na sala de aula todos os dias é como trabalhar com a imprevisibilidade a todo momento; por isso, torna-se imprescindível a constante busca por saber como fazer e como aprimorar essa prática (Santos, p. 249-250).

⁶ Ver o capítulo “Receita da Tia Nastácia – Narrativa de uma prática investigativa matemática”, de Sirley Aparecida de Souza.

⁷ Ver o capítulo “Salto em distância com o 5.º ano”, de Carla Cristiane Silva Santos, nesta coletânea.

Esses capítulos reforçam a importância da intencionalidade do professor, seja na elaboração do seu planejamento, seja nas mediações que realiza em sala de aula, enquanto os alunos trabalham de modo colaborativo. Defendemos também que uma aula precisa ser organizada em três momentos: o momento antes, em que o professor realiza seu planejamento, apresenta a tarefa aos estudantes e combina com eles como será o produto; o momento durante, em que os alunos trabalham em duplas ou pequenos grupos e o professor acompanha as discussões, realiza mediações, promove questionamentos e problematizações aos alunos e já tem uma visão mais ampla de como a tarefa foi compreendida ou não por eles e que mediações precisa fazer no encerramento da aula; e, o momento depois, que se caracteriza pela discussão coletiva da tarefa e das estratégias utilizadas e pela realização de uma síntese do conceito em questão.

Esse tipo de ambiente de sala de aula se faz presente em todas as narrativas pedagógicas dos professores; essa é uma das características da identidade do Grucomat, constituída também: pelo planejamento intencional do professor, que seleciona a tarefa elaborada pelos participantes do grupo, mas a reelabora, com vistas a atender às especificidades de sua turma; pela disponibilidade de colocar-se à escuta dos estudantes e valorizar suas falas, estratégias e hipóteses; e pela compreensão de que devem ser colocados como protagonistas do próprio processo de aprendizagem.

Essas características sempre são ressaltadas nas discussões coletivas nos encontros do grupo. Por exemplo, o professor Caio, na reunião de 19 de setembro analisou:

Outra coisa que eu acho importante, que é valorizar a produção do aluno no sentido de comparar as estratégias, colocar eles como agentes ativos na hora da aula, acho que isso é uma coisa importante também do que apareceu. Tem uma coisa que a gente sempre fala, que esse tipo de aula, ele é um pouco caótico, porque você não sabe muito bem o que vai aparecer. Então o professor tem que estar disposto a abraçar isso e saber interagir ali nas

mediações, tanto perguntando coisas, quanto respondendo coisas (Caio. Encontro 19 set. 24).

A professora Bianca também trouxe suas reflexões:

Essa questão de colocar o aluno como protagonista. Então, eu proponho e em cima do que ele fala, eu vou construindo. E isso foi uma coisa que aconteceu muito aqui. Eu não levei nada pronto, tudo foi construído junto com eles, todas as regras... E eles me surpreenderam muito com as falas deles em vários momentos. O que mostra que eles eram capazes. Não precisava fazer grandes explicações, porque eles já tinham conhecimento e a gente já estava colocando isso em prática (Bianca. Encontro de 3 out. 24).

Partimos do pressuposto de que todo estudante pode aprender matemática, os tempos de aprendizagem são diferentes, mas o conhecimento é acessível a todos, mesmo a alunos com alguma deficiência, como destaca a narrativa das professoras Cidinéia da Costa Luvison e Rosangela Eliana Bertoldo Frare, intitulada “A receita da Tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância”, que analisa como dois alunos com deficiência intelectual apresentam indícios de aprendizagem matemática. No encontro do grupo em 17 de outubro, ao discutir essa narrativa, a professora Cidinéia assim se expressou:

Cada um com o seu tempo de aprendizagem e a partir das suas especificidades. Eu e a Rosangela estávamos conversando muito sobre isso, porque tem um momento que eu digo lá, que o João, ele tem um processamento mais lento. Eu não sabia nem que palavra usar. Eu fiquei até com medo de usar essa expressão, mas, na verdade, é. Porque é mais lento. Então, perceber que, mesmo com toda especificidade desses dois alunos, eles são, sim, capazes de aprender. Eles são capazes de participar, de responder numa mediação (Cidinéia. Encontro de 17 out. 24).

Essa cultura social de aula de matemática foi apropriada por nós, a partir das ideias de Hiebert *et al.* (1997). Acreditamos que ampliamos essas ideias, principalmente por entrecruzá-las com a

teoria histórico-cultural, especialmente nos conceitos de desenvolvimento humano e do papel do outro.

Nessa teoria, o desenvolvimento acontece a partir de duas categorias fundamentais: o cultural e o social. Portanto, a sociabilidade e as formas de organização humanas não podem ser compreendidas apenas a partir dos fenômenos naturais, mas devem ser entendidas também na transição da ordem natural para a ordem cultural (Pino, 2000).

Vigotski (2000), em sua “lei genética geral do desenvolvimento cultural”, defende que uma função psicológica é inicialmente um acontecimento social, ou seja, ocorre a partir das relações intersubjetivas e por meio delas. Assim, o desenvolvimento cultural acontece: em si, para o outro e para si. Nessa perspectiva, constituímos e somos constituídos nas relações que estabelecemos com o outro e com o nosso entorno, quando nos apropriamos de práticas sociais e culturais, construídas historicamente.

Entendemos que o mesmo acontece no contexto de uma aula de matemática, quando intencionalmente planejada e pautada nas interações, sejam elas entre os estudantes, sejam entre eles e o professor ou entre eles e o material e os demais recursos empregados e os conceitos em questão. Essas relações formam, transformam e podem propiciar aprendizagens não apenas aos estudantes, mas também ao professor. Por outro lado, no contexto de um grupo colaborativo, com a dinâmica de trabalho como a adotada pelo Grucomat, as relações estabelecidas entre seus participantes possibilitam que as práticas, as experiências e concepções sobre o ensino de matemática e o papel do professor sejam compartilhadas e, conseqüentemente, (re)significadas.

Para Vigotski (2000, p. 24), “a essência do intelecto está nos instrumentos”, portanto o desenvolvimento ocorre a partir da produção de instrumentos e de signos que medeiam a ação humana. Ao planejar e mediar intencionalmente uma aula de matemática pautada nas interações, no diálogo e nas mediações, o professor lança mão de instrumentos que propiciam não apenas

processos de aprendizagens discentes, mas também docentes, o que pode possibilitar seu desenvolvimento profissional.

No Grucomat compreendemos que a escrita e o compartilhamento de narrativas pedagógicas atuam como instrumentos de (auto)formação tanto do professor narrador, ao sistematizar as experiências e ao produzir reflexões sobre elas, quanto dos demais participantes, quando interagem com a prática narrada e compartilhada, produzindo sínteses e reflexões.

O ambiente de trabalho em um grupo colaborativo

O capítulo “Metodologia de trabalho do Grucomat: uma prática construída colaborativamente”, de Adair Mendes Nacarato, narra o percurso do grupo e o modo como ele foi constituindo, de modo colaborativo, sua identidade, a qual reverbera nas identidades dos participantes. Cada professor ou professora traz para o grupo as suas experiências, que, ao serem compartilhadas, promovem aprendizagens e (re)significações das práticas, e essa (re)significação amplia a identidade do grupo e dos próprios participantes.

A colaboração reside no trabalhar junto com o outro e, nesse movimento colaborativo, cada um contribui com o que lhe é peculiar; todos têm voz e são ouvidos e respeitados. Como afirmamos em trabalho anterior (Nacarato; Custódio; Frare, 2021, p. 16),

a colaboração está relacionada às interações entre os participantes e seus diversos saberes. A forma como tais interações ocorrem permite que toda a bagagem teórica, metodológica e experiencial acumulada em diversos espaços formativos e profissionais seja a base para a ressignificação dos conteúdos matemáticos e das práticas de ensino.

A colaboração no grupo é fortalecida pela heterogeneidade nele existente, visto que há professoras pedagogas que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, há

coordenadoras pedagógicas e professores especialistas em matemática. Outro ponto de destaque no grupo é o compartilhamento das narrativas pedagógicas; essa prática tem se constituído (auto)formativa. Como afirmou o professor Caio, na reunião de 17 de outubro:

a gente sempre aprende com o pessoal do Fundamental I e do Infantil, em relação a essa interação, porque senão a gente cai na mesma coisa de sempre, de fazer coisa na lousa e tal [...]. Sempre que eu vejo as narrativas das colegas, é sempre um acontecimento. Você vai ver a imagem, o que a gente achou da imagem, aí todo mundo fala um pouco. Então, lógico que a gente vai medir isso, que nem tudo dá para transpor diretamente. [...] conhecer a prática de outro professor influencia a sua (Caio. Encontro 17 out. 24).

A professora Sirley no encontro de 3 de outubro refletiu sobre as contribuições do grupo para a sua formação:

Uma das coisas que o grupo tem, assim, acrescentado muito na minha formação e no meu fazer na sala de aula, agora quando eu penso no planejamento. Eu sempre fui muito, assim, muito dura, né? E eu tenho aprendido muito aqui no grupo, que, poxa, são crianças, então vamos brincar, vão ser mais leves e leveza, sabe? E eu acredito que a professora Sirley está melhorando muito, eu estou achando (Sirley. Encontro 3 out. 2024).

A professora Selma também trouxe suas aprendizagens para compartilhar no grupo:

Acho que o grupo mostra isso em todas as tarefas, que é possível aprender matemática. Porque tem uma história bem difícil em relação ao ensino da matemática. Até hoje, a gente ainda tem muitas crianças com dificuldade. E eu penso que o trabalho do grupo vem bem ao encontro de mostrar que é possível todas as crianças aprenderem matemática com propostas significativas, investigativas (Selma. Encontro 3 out. 24).

Além da produção de narrativas pedagógicas, outra prática valorizada no Grucomat tem sido o trabalho nos subgrupos. Na etapa em que estamos elaborando as tarefas, os professores se

reúnem em três subgrupos de acordo com o nível de ensino em que atuam: Educação Infantil; anos iniciais do Ensino Fundamental; e anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Nesses subgrupos, os professores conseguem dialogar e trazer para o debate as suas vivências, seja com os alunos, seja com os professores, no caso das coordenadoras. As tarefas vão sendo elaboradas a partir dos saberes dos professores, tanto em termos de linguagem quanto de conteúdo e conceitos matemáticos. Após algumas sessões em subgrupos, os participantes reúnem-se no grupo maior para compartilhar suas produções. Esse movimento do subgrupo para o grupo e do grupo para o subgrupo tem possibilitado o refinamento na elaboração das tarefas. Nesse sentido, temos aprendido o modo como elaborar tarefas que sejam problematizadoras e potencializadoras de aprendizagens dos estudantes. O professor Caio trouxe essa contribuição para a discussão:

Vamos dizer assim, no momento que a gente estava no subgrupo, e que acho que potencializou as tarefas. A gente conseguiu também colocar algumas coisas lá que essa forma de organizar o grupo também ajudou. Até para mim, a Rosângela e a Iris nos conhecermos, interagirmos ali mais próximo, e poder produzir de uma forma mais coerente em conjunto. Foi importante também naquele momento (Caio. Encontro 19 set. 24).

Esse movimento de idas e vindas do grupo para o subgrupo e dele para o grupo novamente tem se revelado uma prática formativa; nos subgrupos os professores sentem-se mais confortáveis para expor suas ideias e suas práticas, o que contribui para a qualidade da tarefa elaborada. Essas tarefas, ao passarem pela discussão no coletivo do grupo, vão produzindo (re)significações conceituais e de práticas; todos podem analisar a mesma tarefa e propor alterações. Nesse momento, os professores avaliam se a tarefa em discussão poderá ou não ser desenvolvida com seus alunos; várias tarefas elaboradas pelo grupo são levadas para diferentes níveis de ensino. Esse movimento contribui tanto para que compreendamos as diferenças nos modos de pensar de

estudantes de diferentes faixas etárias quanto para as aprendizagens do grupo sobre o processo de elaboração de tarefas.

Por exemplo, a brincadeira da pipoca foi desenvolvida em turmas de Educação Infantil e de anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesses casos, podemos analisar os diferentes tipos de discurso matemático dos alunos; se aqueles em anos mais avançados utilizam ou não estratégias mais elaboradas. Por exemplo, o professor Caio desenvolveu a mesma tarefa em uma turma de 9.º ano e em outra, de 2.º ano do Ensino Médio, e refletiu sobre os resultados obtidos⁸:

Pelos registros do 9.º ano, observei, ainda, que, apesar de os alunos serem mais novos, eles pareceram mais organizados e mais criativos. Pode ser uma mera comparação dos estudantes envolvidos, entretanto pode indicar uma certa acomodação dos estudantes do Ensino Médio, os quais acabam se pautando mais em “receitas” para resolver problemas e tentando “algebrizar” tudo, enquanto os estudantes mais novos parecem ser mais livres para pensar e usar sua criatividade. Parece sintomático do Ensino Médio ser menos participativo, menos engajado e aí fica o questionamento: em que parte estamos perdendo essa participação e cortando essa criatividade dos estudantes ao longo do percurso até o Ensino Médio? (Grillo, p. 298-299).

A reflexão do professor ocorreu, pois, ao analisarmos a dinâmica das aulas na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, percebemos o quanto os alunos mais novos são criativos em suas estratégias e hipóteses. No entanto, isso vai se perdendo ao longo do processo de escolarização. Pensar sobre esse processo tem sido um movimento importante para o grupo, inclusive nos momentos de elaboração e planejamento das tarefas.

⁸ Ver a narrativa “A mesma tarefa desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental 2 e Ensino Médio no início dos estudos do grupo”, de Caio Leardini Grillo.

Em várias ocasiões, na condição de grupo, entendemos que uma tarefa estava pronta, no entanto, ao ser levada para sala de aula, os estudantes produziam interpretações que não havíamos previsto. Ainda que busquemos evitar equívocos – sejam eles de linguagem ou conceituais –, tais situações podem ocorrer, e é justamente no movimento de interação dos estudantes com as tarefas que essas questões se revelam. Nesse processo, percebemos o quanto o planejamento e a intencionalidade pedagógica são fundamentais para as aprendizagens, tanto discentes quanto docentes. Por mais organizada e cuidadosamente planejada que seja uma aula, não é possível prever tudo que pode acontecer em sala de aula: estamos constantemente cercados pelas imprevisibilidades. Entendemos que essas situações inesperadas evidenciam as potencialidades das tarefas, as quais se manifestam nas interações – seja entre os alunos e a proposta, seja entre eles e o professor ou nas mediações realizadas.

A heterogeneidade do grupo é um fator relevante para o processo de elaboração das tarefas, uma vez que os professores que atuam na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental possuem uma perspectiva particular sobre a sala de aula. Suas práticas são atravessadas por momentos de interação com as crianças, formas intencionais de organização do trabalho em grupo e estratégias próprias para conduzir uma aula investigativa. Por sua vez, os professores especialistas trazem uma bagagem conceitual que possibilita não apenas o aprofundamento teórico, mas também a ampliação das propostas, evidenciando conceitos que, inicialmente, não estavam em foco quando a tarefa foi pensada e elaborada. Essa heterogeneidade favorece inúmeras aprendizagens para todos os envolvidos.

O compartilhamento das narrativas pedagógicas sempre contribui para reflexões e discussões sobre as práticas de ensinar matemática; e ampliação do olhar do professor para os seus alunos e os modos como eles expressam suas ideias matemáticas e elaboram estratégias de resolução.

Essa dinâmica de trabalho do grupo é decorrente da colaboração que existe entre os participantes. A colaboração não é algo que se conquista rapidamente; ela requer tempo e uma dinâmica que permita que todos os participantes, ao se sentirem acolhidos e respeitados, possam se expressar. Nesse movimento, todos aprendem e se desenvolvem profissionalmente, como afirma Ibiapina (2008, p. 31):

Assim, os processos de aprendizagem construídos colaborativamente oferecem potencial de auxílio tanto para a concretização do pensamento teórico quanto das práticas emancipatórias, já que fortalece a prática docente, abrindo caminhos para o desenvolvimento pessoal e profissional tanto dos pesquisadores quanto dos professores.

No Grucomat todos os participantes são considerados pesquisadores; não há diferenciação nem hierarquização. Para nós, a produção da narrativa pedagógica é a sistematização e análise das práticas vivenciadas pelos professores.

As aprendizagens do grupo para a escola e da escola para o grupo

As aprendizagens viabilizadas pela dinâmica de trabalho do Grucomat não se restringem aos seus participantes. Por isso a complexidade dos processos formativos ali desencadeados. As práticas compartilhadas no coletivo do grupo reverberam no contexto escolar, uma vez que todos os integrantes do Grucomat atuam direta ou indiretamente nas escolas de educação básica.

Na reunião do dia 3 de outubro a professora Selma apresenta suas considerações a respeito da relação universidade-escola, quando compartilha suas reflexões ao discutirmos sua narrativa pedagógica:

A parceria que tem da universidade com a escola, acho que isso também é demais. As professoras não conseguem participar porque estão abarrotadas de coisas para fazer, mas elas acolhem o que eu levo, o que o grupo está

propondo. Então, essa parceria entre universidade e escola, que traz também muito forte a teoria e a prática. De verdade, ali, a gente vendo as duas andando juntas, que é isso que é importante (Selma. Encontro 3 out. 24).

Selma atua na coordenação e, sempre que possível, estabelece parcerias com as professoras de sua escola, propondo o desenvolvimento de tarefas pensadas e elaboradas pelo Grucomat. Ao compartilhar com as professoras as tarefas elaboradas pelo grupo e com elas planejar o modo como ocorrerá o desenvolvimento na escola, Selma dá continuidade aos processos formativos desencadeados durante as interações no Grucomat. Suas aprendizagens afetam e são afetadas na interação com essas professoras.

A heterogeneidade do grupo possibilita que cada participante experiencie os processos formativos de maneira distinta. Para Selma, esses processos continuam com as professoras que atuam em sua escola, quando assume seu papel de formadora de professores:

Bom, vindo como coordenadora da escola, eu acho importante a parceria da coordenação com os professores, a disposição das professoras de olhar para o que o grupo está estudando e realizar a proposta. E também, no dia a dia, a vida é tão corrida que para os professores pensarem em tudo, em todas as propostas, em todas as dinâmicas, as perguntas do que fazer com as crianças... O trabalho que o grupo apresenta é um facilitador qualitativo para o trabalho docente.

Porque quando eu falava para as professoras: “quem gostaria de desenvolver uma proposta de uma brincadeira com as crianças?”, elas ficam meio assim. Daí eu falo: “olha, nós lá no grupo montamos...”, quando eu mostro essa estrutura, elas ficam animadas de ir lá, de ler, de conhecer, de fazer. Então, eu acho que esse caminho, eu acho que foi muito importante também (Selma. Encontro 3 out. 24).

Em sua fala, Selma enfatiza a importância do trabalho realizado pelo grupo, especialmente no modo como as tarefas são pensadas e organizadas. Quando elaboramos uma tarefa, temos

sempre o cuidado de propor diferentes possibilidades de realização, pois entendemos que cada escola apresenta sua particularidade. Inserimos também o que nomeamos como “notas para o professor”, com orientações e possíveis problematizações que podem auxiliar o docente que não esteja habituado a trabalhar com aulas investigativas.

As professoras Cidinéia e Rosângela, assim como Selma, também atuam na gestão de uma escola estadual, como diretora e vice-diretora, respectivamente. Por não estarem em sala de aula, desenvolvem as tarefas elaboradas pelo grupo em parceria com professores que atuam em sua escola ou quando precisam realizar alguma substituição, na ausência de algum docente. Na reunião do dia 17 de outubro, elas trouxeram reflexões sobre o papel do grupo para os processos formativos na escola:

Essa contribuição do grupo, a gente levar isso para lá, e a Rosângela falou muito isso comigo, o quanto a professora, embora ela não faça parte do grupo, foi a primeira experiência que ela teve de uma tarefa montada de sugestões. “Olha, procure fazer essa mediação, procure chamar atenção para esse aspecto”. E isso também a Natália falou, e a Rosângela frisou muito isso. Foi um subsídio muito grande para ela estar com uma tarefa em mãos e poder vivenciar esse momento com os alunos dela. Colocar uma câmera lá para gravar, porque ela nunca pensou nisso (Cidinéia. Encontro 17 out. 24).

Cidinéia também enfatiza a importância da dinâmica de elaboração das tarefas e os modos como elas são propostas. Uma das práticas do Grucomat consiste na documentação do movimento experienciado em sala de aula, por meio da videogravação. Cidinéia e Rosângela refletem sobre o papel dessa prática e o quanto ela pode ser (auto)formativa:

Ela [a professora parceira que atua com estudantes com deficiência] falou: “Nossa, Cidinéia, realmente, quando a gente olha o vídeo de novo, quanta coisa vai passando despercebida”. Ela falou muito para mim, porque ela nunca fez isso. Ela nunca colocou uma câmera para gravar e olhou de novo (Cidinéia. Encontro 17 out. 24).

Rosângela complementa a fala de Cidinéia, quando reflete sobre o papel do vídeo e o modo como ele pode ser promotor de reflexões sobre a prática:

[...] acho que essa questão de olhar para o vídeo, dela refletir e pensar na aula dela, é evidente, por exemplo, na outra semana que eu assisti a sua aula, que ela veio, que eu fiz uns apontamentos lá do que ela fez com a Caroline, e ela trouxe o vídeo que ela gravou, na sugestão que eu dei, ela fazendo isso com a Caroline. Então, ela gravou o vídeo para ela ver como estava sendo essa mediação, esse processo. Então, acho que isso foi importante. Ficou na prática dela essa questão também, para ajudar ela própria (Rosângela. Encontro 17 out. 24).

A professora da classe itinerante⁹, que atua no contraturno das aulas com alunos com deficiência e que desenvolveu, na escola em que atuam Cidinéia e Rosângela, a tarefa elaborada pelo Grucomat, adotou como prática a videogravação da aula, para futuras análises e reflexões, pois percebeu o quanto pode ser apreendido a partir das gravações. Isso mostra o quanto é importante quando os professores participantes levam para suas escolas algumas experiências vividas no coletivo do grupo. O uso de vídeos de aula sempre foi uma metodologia de trabalho valorizada por permitir esse movimento de análise das aulas. Essa abordagem metodológica de registro como objeto de análise existe no grupo desde 2008 e já foi tema de um projeto com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)¹⁰ e que gerou, entre outras produções, o texto de Nacarato e Grando (2015). As autoras analisam as contribuições do uso de vídeos para a pesquisa em sala de aula:

⁹ Ver a narrativa “A receita da Tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância”, de autoria de Cidinéia da Costa Luvison e Rosângela Eliana Bertoldo Frare.

¹⁰ Projeto intitulado “A videogravação de aulas de matemática como ferramenta para a pesquisa em formação docente: produção e análise de vídeos”, na linha de fomento Universal do CNPq, em 2012 (Processo 475848/2012-8).

O vídeo possibilita captar o movimento e a imagem numa sala de aula; propicia que o professor volte a ele quantas vezes for necessário; possibilita a multiplicidade de olhares e interpretações - pelo próprio professor, em diferentes momentos ou pelos pares -; permite um exame mais detalhado das ideias matemáticas que circulam pela sala de aula e do modo como estas são apropriadas, ampliadas e (re)significadas pelos alunos; libera o professor que tem a intencionalidade investigativa do ato do registro simultâneo, pois ele poderá assistir ao vídeo posteriormente e, dessa forma, pode dar maior atenção aos alunos durante as aulas; possibilita a análise de diferentes práticas e contextos e das formas de organização dos alunos para o trabalho - individual, em pares ou em grupos. Em síntese, possibilita o compartilhamento e a constituição de um repertório de saberes profissionais - de conteúdo [...], pedagógico do conteúdo e curricular (Nacarato; Grando, 2015, p. 88-89).

As falas das professoras Cidinéia e Rosangela evidenciam as potencialidades do uso do vídeo como registro de práticas de sala de aula. No entanto, a videogravação de uma sala de aula também encontra limites: nem sempre o professor pode fazer a gravação, dada a dificuldade de usar a câmera e administrar a sala; nem sempre é possível captar todo o movimento de uma sala de aula; há dificuldade de captar as vozes dos alunos, principalmente quando estes estão em grupos; há, também, o barulho natural de uma sala de aula com estudantes trabalhando. No momento atual, a maior dificuldade é o próprio uso do vídeo em sala de aula, em decorrência do uso de imagens, conforme regulamentação da Lei Geral de Proteção de Dados (LGPD); a maioria das Secretarias de Educação e dos gestores das escolas não permite o uso do vídeo, o que acarreta limitações nas submissões dos projetos de pesquisa aos comitês de ética institucionais. O uso de audiogravação tem sido autorizado, mas com restrições quanto à preservação da identidade dos participantes; assim, temos utilizado pseudônimos

para os estudantes e até mesmo para os professores, em alguns casos, quando submetemos artigos para periódicos¹¹.

Outra contribuição do grupo para as práticas dos professores refere-se às parcerias estabelecidas entre os próprios participantes quando estes atuam em uma mesma escola. Esse é o caso de Cidinéia e Rosângela, que atuam colaborativamente na gestão de uma escola e, quando necessário, trocam ideias sobre as tarefas que estão sendo discutidas e/ou desenvolvidas em sala de aula. Na reunião de 17 de outubro de 2024, Cidinéia, professora pedagoga, narrou ao grupo:

Toda vez que eu e a Rosângela fazemos um texto em parceria, eu sento muito com ela e são sempre as mesmas dúvidas que aparecem. “Rô, por exemplo, aqui na questão da proporcionalidade, o que que eu posso abordar frente ao que o aluno fez? Ele chegou? Ele não chegou? Ele pensou de uma maneira correta? O que a gente está contribuindo verdadeiramente?”. Você lembra, Rô? Na terça-feira a gente estava conversando sobre isso. Será que não seria importante? Porque, veja, ela não é dos anos iniciais e essa tarefa é. Só que, na verdade, ela me acrescenta em termos de formação na área da matemática. Porque toda vez que eu preciso escrever em relação a alguma coisa da matemática, eu vou atrás dela. Que a gente escreve em parceria ou se eu escrever sozinha, enfim. Eu sempre vou recorrer a ela. Aí ela discute comigo: “mas aconteceu isso aqui, olha, ele conseguiu”. Então, a formação que a Rosângela tem da matemática, ela contribui comigo porque eu aprendo com ela. Porque como vocês falaram isso no início do texto dela, será que não seria importante eu colocar isso no nosso texto? Porque é uma parceria importante no Grucomat, mas também é uma parceria na escola porque a todo momento eu tiro dúvida com ela. A todo momento. No entanto, para esse texto, quando entrou na parte da proporcionalidade mesmo que eu ia falar da Ana com o João, aí nós sentamos juntas de novo e eu dizia assim pra ela: “Rô, mas será que eu posso dizer isso? Será que é errado eu dizer tal coisa?”. Porque eu tenho medo de errar no conceito da matemática, vocês entendem? Então ela me acrescenta nisso. Isso não seria importante? (Cidinéia. Encontro 17 out. 24).

¹¹ O presente projeto, quando chegou à fase de desenvolvimento das tarefas em sala de aula, foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética da USF.

Essa fala evidencia a importância das parcerias, seja no coletivo do grupo, seja em espaços externos a ele. Esse tipo de parceria também acontecia entre Carla e Caio, que atuavam na mesma escola – Carla, professora pedagoga atuando nos anos iniciais; e Caio, professor de matemática. Na reunião de 7 de novembro de 2024, quando discutimos a narrativa de Carla, ela explicitou essa parceria:

Pegando o gancho que você está falando, Caio, eu acho que por ser uma das últimas narrativas e eu ter participado da devolutiva de tantas discussões, fiquei até mais segura para conduzir. Eu estava insegura, eu até procurei o Caio lá na escola, porque eu queria fazer direito. Aí no fim foi acontecendo, porque eles foram trazendo e ficou muito gostoso. Mas talvez até falar isso, por ter acompanhado o grupo, me deu mais essa segurança, os estudos e também ter acompanhado o compartilhamento das narrativas, as discussões aí. Isso me deu mais segurança também (Carla. Encontro 7 nov. 24).

Carla destaca não apenas a parceria com Caio, mas também a importância do compartilhamento das narrativas no grupo. O quanto o olhar do outro possibilita reflexões e segurança para a professora pedagoga que *ousa* trabalhar um conteúdo – o de proporcionalidade – com seus alunos pela primeira vez.

Outra parceria que também ocorreu no grupo foi o trabalho de Tamara, graduanda do curso de Pedagogia e pesquisadora de Iniciação Científica, que atuou de modo colaborativo com a professora de uma turma de Educação Infantil. Tamara assumiu as tarefas relativas às brincadeiras, mas contou com o apoio e ajuda da professora. Em sua narrativa¹², Tamara explicita em dois momentos essa parceria:

Estabeleci uma parceria com a professora da turma, que analisou nosso projeto e as brincadeiras propostas e me auxiliou em todo o processo (Silva, p. 118).

¹² Ver a narrativa “Corrida do Jornal”, de Tamara Barbosa da Silva.

Essa questão foi discutida com a professora da turma e ela disse ser tranquilo, visto que ela desenvolve muitos jogos e brincadeiras e que sempre conversa com as crianças sobre perder/ganhar num jogo e que, quando alguma criança se aborrece, ela conversa com a turma toda (Silva, p. 121).

Os excertos aqui apresentados evidenciam que a colaboração que acontece no grupo extrapola o seu espaço e chega até as escolas e as salas de aula. A possibilidade de compartilhar dúvidas e saberes, de se colocar à escuta do outro e contribuir para a sua formação é uma das marcas identitárias do grupo. “O prazer de compartilhar espaços voluntariamente com outros professores com objetivos e interesses semelhantes também é um elemento relevante do ambiente – participando e refletindo sobre práticas e saberes” (Nacarato; Custódio; Frare, 2021, p. 16). Trata-se de um ambiente de trabalho e aprendizagem em que produzimos conhecimentos na prática e da prática. Segundo Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 275, tradução nossa), o conhecimento da prática

emerge do entendimento conjunto de professores e outros que estão comprometidos com observação e documentação sistemáticas, e de longo prazo, dos estudantes e de seu processo de atribuir significados. Para gerar conhecimento que dê conta de múltiplas camadas de contexto e múltiplas perspectivas de significado, os professores dependem de um largo espectro de experiências e de sua história intelectual, dentro e fora das escolas.

Olhar para a própria prática e refletir sobre ela requer que os professores estejam abertos aos comentários dos colegas e à compreensão de que a produção do conhecimento é coletiva e necessitamos do olhar do outro, o olhar exotópico como defende Bakhtin (2003, p. 23):

Eu devo entrar em empatia com esse outro indivíduo, ver axiologicamente o mundo de dentro dele tal qual ele o vê, colocarme no lugar dele e, depois de ter retornado ao meu lugar, completar

o horizonte dele com o excedente de visão que desse meu lugar se descortina fora dele, convertê-lo, criar para ele um ambiente concludente a partir desse excedente da minha visão, do meu conhecimento, da minha vontade e do meu sentimento.

Desde o início da criação do Grucomat, sempre partimos do pressuposto de que aprendemos pelo outro e com ele.

Aprendizagens de conceitos relacionados ao pensamento proporcional

No capítulo de apresentação, no de metodologia de trabalho do grupo¹³ e no que discute os percursos teóricos do grupo¹⁴ narramos nossa trajetória de estudos sobre o pensamento proporcional e os pressupostos teóricos nos quais nos apoiamos. Ao discutirmos a narrativa de cada participante do grupo, tivemos um olhar detalhado para as ideias matemáticas que emergiram nos discursos dos estudantes e dos professores e para a possibilidade de estas trazerem indícios de pensamento proporcional; cada autor(a) pode produzir sua própria síntese da sua percepção sobre essas ideias.

Desde o início da elaboração das tarefas destinadas à Educação Infantil partimos do pressuposto de que, nessa faixa etária, não encontraríamos indícios de pensamento proporcional, mas, talvez, ideias que poderiam, futuramente, contribuir para esse tipo de pensamento. As tarefas visavam colocar as crianças no movimento de pensar matematicamente, falar sobre suas ideias e registrá-las no momento do desenho.

Tanto na tarefa da corrida do jornal – narrativa de Tamara – quanto na brincadeira da pipoca (narrativas de Selma e Bianca), as

¹³ Ver o capítulo “Metodologia de trabalho do Grucomat: uma prática construída colaborativamente”, de Adair Mendes Nacarato.

¹⁴ Ver o capítulo “Pensamento proporcional: os percursos teóricos do Grucomat”, de Iris Aparecida Custódio, Caio Leardini Grillo, Rosângela Eliana Bertoldo Frare e Diana Milena Escobar Franco.

crianças expressaram várias ideias matemáticas. Destacamos algumas delas: a contagem simples e a contagem por pareamento; o conceito de divisão na organização das equipes; as relações entre grandezas (mais crianças, mais pipocas; passo maior, quantidade menor de passos na corrida do jornal; tamanho da unidade de medida x medida); o modo como encontrar a metade de uma grandeza contínua (receita); o conceito de combinatória na montagem da tarefa com o Cuisenaire; o conceito de medida, dentre outras. Na reunião de 3 de outubro, Selma refletiu sobre os conceitos matemáticos mobilizados pelas crianças na brincadeira da pipoca:

A contagem foi bem marcante. A representação por meio do desenho. Porque a gente fala que a escrita precisa fazer parte também das aulas de matemática. Na Educação Infantil e nos anos iniciais, o desenho é uma linguagem muito forte e muito potente para as crianças. Os registros por meio do desenho (Selma. Encontro 3 out. 24).

Em sua narrativa, Selma destacou:

Cabe destacar, ainda, que as relações de grandeza são a base do pensamento proporcional e, no caso da brincadeira, ressalto duas falas de tais relações: “quanto mais criança, maior o campo” [para que a brincadeira aconteça] e “quanto mais rápido, mais pipoca joga” (Vilas Boas, p. 117).

Tamara, na narrativa “Corrida do Jornal”, explicitou as ideias das crianças:

As crianças gostam de se envolver nas brincadeiras, são competitivas. Elas próprias foram criando estratégias para chegar primeiro e vencer a brincadeira, a qual se configura como um potencial para desenvolver diferentes ideias e, inclusive, o pensamento matemático. Nessa brincadeira, por exemplo, o conceito de medida se fez presente, pois elas tinham que estimar o tamanho do passo para colocar o jornal. Elas também elaboraram boas

estratégias: enquanto a dupla de meninos resolveu inverter a posição do jornal, a das meninas aumentou a distância entre os jornais, de modo que, ao ter mais jornal para caminhar ou aumentar o tamanho do passo, chegaria mais rápido à linha final. Isso nos dá pistas de quanto as crianças são resolvedoras de problemas, basta sentirem-se desafiadas a resolvê-los (Silva, 129-130).

Bianca também destacou em sua narrativa as potencialidades da brincadeira da pipoca:

As crianças, em um ambiente lúdico e seguro, exploraram relações de quantidade, espaço, tempo e força, elementos essenciais para o desenvolvimento do pensamento proporcional. Elas criaram estratégias, compararam massas das “pipocas”, relacionaram força e distância de arremesso e incluíram espontaneamente no seu vocabulário termos como “dobro”, demonstrando compreensão de noções matemáticas em construção. Durante as interações, os alunos trabalharam habilidades como: comparação de grandezas, estimativa, observação e registro, organização espacial, argumentação, escuta atenta, colaboração e construção coletiva de regras. Nos registros gráficos, ficou evidente a maneira como cada criança, a seu modo e dentro do seu estágio de desenvolvimento, conseguiu representar aspectos vivenciados na brincadeira, como número de participantes, quantidade de pipocas, tempo e até mesmo o espaço físico (Blanco, p. 152).

Esses excertos trazem indícios de que é possível, a partir de tarefas planejadas, com intencionalidade pedagógica das professoras e um ambiente de aula problematizadora, mobilizar as crianças para a produção de conhecimento matemático. E, nesse movimento, as professoras também aprendem e reconhecem o protagonismo das crianças e a importância de aulas problematizadoras.

O grupo contava com três professoras dos anos iniciais: Bianca, Sirley e Carla. Bianca, por trabalhar no 1.º ano, optou por desenvolver a brincadeira da pipoca e dialogou muito com Selma, que também a desenvolveu na Educação Infantil – apresentamos

anteriormente suas contribuições e excertos de sua narrativa. Sirley desenvolveu duas tarefas: a receita da tia Nastácia e a Escala Cuisenaire. No caso da receita, sua narrativa e a discussão no grupo mostraram o modo como os alunos foram se apropriando de ideias matemáticas, discutindo relações multiplicativas, como no excerto:

De acordo com a proposta do trabalho investigativo, as crianças foram formulando hipóteses, testando cada ingrediente e concretizando conceitos matemáticos de proporção como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ + 1 xícara, 2 xícaras de farinha de trigo e/ou açúcar. É possível ensinar matemática a partir de gêneros textuais – e o gênero “receita” atendeu à nossa proposta de desenvolver o conteúdo da proporcionalidade (Souza, p. 216).

Essa mesma tarefa foi desenvolvida na classe itinerante na escola em que Cidinéia e Rosangela atuam, com dois estudantes com deficiência. Elas destacaram, na narrativa¹⁵, o modo como conceitos matemáticos foram mobilizados:

Durante a tarefa da receita da Tia Nastácia, observamos que todo o movimento proposto de leitura, escrita e mediação e os instrumentos (os medidores, o copo plástico, a água etc.) utilizados pela professora Ana foram cruciais para a compreensão e mobilização dos alunos. A conversão utilizada pela professora na tabela em mililitros foi uma das estratégias encontradas por ela para trabalhar com o fracionamento das unidades de medida, quando a quantidade utilizada nos ingredientes era $\frac{1}{2}$ xícara (chá) de açúcar, $\frac{3}{4}$ de xícara (chá) de leite (Luvison; Frare, p.328).

Tanto na narrativa de Sirley quanto na de Cidinéia e Rosangela, o uso de medidas fracionárias se faz presente, e é interessante perceber a maneira como as professoras promoveram mediações e dialogaram com os alunos sobre o modo como obter

¹⁵ Ver a narrativa “A receita da Tia Nastácia: uma experiência na sala de itinerância”, de Cidinéia da Costa Luvison e Rosangela Eliana Bertoldo Frare.

essas unidades de medida, a partir dos conhecimentos de que eles dispunham, visto que “fração” só é introduzida a partir do 4.º ano.

Na narrativa¹⁶ de Sirley sobre a Escala Cuisenaire ela destacou as aprendizagens dos estudantes:

Ao longo de nossas aulas, pude observar, mediante o manejo das barras e as discussões coletivas, que as crianças, invariavelmente, construíram conceitos como dobro, triplo e metade. Diria que foi um avanço na construção das ideias matemáticas para o raciocínio proporcional (Souza, p. 186).

A análise dessa narrativa gerou bastante discussão no grupo, sobre o momento da tarefa em que se pode dizer que os alunos estão construindo ideias de proporcionalidade. A Escala Cuisenaire é um material que possibilita boas relações entre os comprimentos das barras. A Figura 1 mostra essa escala.

Figura 1 – A Escala Cuisenaire



Fonte: Acervo autoras

Após a exploração das relações entre as barras, a tarefa propunha um contexto de garagem de ônibus, em que cada tipo de barra (do 2 ao 10) representa um ônibus, e o aluno precisaria descobrir, por exemplo, no caso de um ônibus marrom sair da

¹⁶ Ver a narrativa “A Escala Cuisenaire”, de Sirley Aparecida de Souza.

garagem, quais e quantos ônibus iguais podem ocupar o mesmo espaço. Provavelmente, as crianças iriam por pensamento aditivo, combinando de todas as maneiras possíveis barras que, juntas, comporiam a barra do 8, como fizeram os alunos de Sirley com a barra do 10. No entanto, a proporcionalidade estaria na proposição de questões do tipo: quantos ônibus lilases (comprimento 4) poderiam ocupar o mesmo espaço do ônibus marrom (comprimento 8)? E quantos vermelhos (comprimento 2)? Qual é a relação existente entre esses dois valores? Daí, sim, a expectativa era que os alunos concluíssem que, como o ônibus lilás tem o dobro do comprimento do vermelho, então caberia a metade deles no mesmo espaço. No entanto, essa parte da tarefa não foi desenvolvida ainda em sala de aula, mas as discussões no grupo foram interessantes.

Carla desenvolveu com seus alunos a tarefa do salto em distância¹⁷ e registrou na narrativa a riqueza de diálogos estabelecidos com os alunos e o quanto eles foram além da expectativa que tínhamos com a tarefa. É importante destacar que Carla, na época do projeto, ensinava matemática na escola para turmas do 3.º ao 5.º ano, portanto, ela acompanhava esses alunos durante três anos, e sua prática é pautada em aulas investigativas, o que evidencia que, ao chegarem ao 5.º ano, os alunos estavam com raciocínios bastante rápidos. Destacamos um excerto da fala de Cidinéia no dia do compartilhamento da narrativa de Carla sobre os raciocínios dos alunos:

Eles usam palavras mais complexas. De agilidade, pensamento, eles fazem comparação, eles vão tentando fazer relações. Uma altura, uma distância maior. Então, isso me chamou muito a atenção. Eles falam muito de tática, de impulso. Então, isso só é possível, eu acredito, porque você já vem construindo com a turma, desde lá de trás. Então, para eles, é muito tranquilo falar dessas coisas, porque eles entendem o que estão falando. Então, o vocabulário, acho que eu vou por esse lado, o vocabulário, a

¹⁷ Ver a narrativa “Salto em distância com o 5.º ano”, de Carla Cristiane Silva Santos.

linguagem utilizada. Isso me chamou muito a atenção das suas crianças. Porque, por exemplo, se eu for comparar com os meus alunos que tive, e não de uma turma só, de várias, você percebe uma diferença na linguagem. Bem grande. Então, a todo momento que eu estava lendo o diálogo, isso me ficou muito forte. Esse ponto é muito interessante de observar. Quando eles vão fazendo a comparação dos saltos, eles colocam: “se juntarmos quatro canudos de oito centímetros, o total vai ser 32 centímetros”. E aí eles vão construindo para o aditivo, mas já colocam multiplicativo logo à frente. E o inverso também. Se você cortar o canudo de 32 em quatro partes. Veja, daí ele aponta o chão. Então, são construções, reflexões das crianças que vão fazendo muito sentido para a turma, vão fazendo sentido para você, porque você vai fazendo a mediação. E aí o registro das crianças também fica muito forte. Toda essa relação, essa construção, esse amadurecimento, vai ficando muito presente durante a narrativa toda. Eu acho que essa força da linguagem nas relações construídas, no diálogo com as crianças, essa força do vocabulário, de se colocar muito bem, fica muito forte (Cidineia. Encontro de 7 nov. 24).

A narrativa de Carla vai mostrando a mobilização dos alunos para resolver as situações propostas, evidenciando a importância de uma tarefa problematizadora e o papel da professora.

Quanto aos professores especialistas em matemática, esta coletânea conta com as narrativas de Rosângela e Caio. Rosângela atua como vice-diretora da escola, mas, como participante do grupo há muitos anos, tem uma prática dialógica com os alunos, construída ao longo de sua experiência profissional. Ela, como forma de desenvolver uma tarefa em sala de aula, aproveitou a falta de um professor de sua escola e desenvolveu a tarefa “Explorando imagens” com uma turma de 8.^o ano¹⁸. Ao finalizar sua narrativa, ela traz a seguinte reflexão:

Apesar de não ser a professora da turma, consegui estabelecer um rico diálogo com os alunos, objetivando conduzi-los ao pensamento

¹⁸ Ver a narrativa “‘É a mesma imagem, mas tem algumas coisas diferentes’: abordando proporcionalidade a partir da ideia de semelhança”, de Rosângela Eliana Bertoldo Frare.

proporcional a partir das tarefas propostas. Esse movimento só foi possível devido a todo o processo percorrido por mim até o momento em que trabalhei com as tarefas para a referida sala de aula: estudo para aprofundamento do conceito; participação na elaboração, análise e adequação das tarefas; planejamento da aula, desenvolvimento das tarefas com a turma (Frare, p. 274).

Destacamos um excerto da análise de Cidinéia para a narrativa de Rosangela e a intencionalidade pedagógica:

Um exemplo que eu destaco aqui é esse pensamento aditivo e multiplicativo, ou seja, hoje fica claro para nós, após o estudo e toda a discussão que nós demoramos tempo para compreender, de que o pensamento aditivo ele é importante, mas, ao trabalhar com a proporcionalidade, ele fica em segundo plano. Eu vou usar essa palavra, não é bem isso que eu quero dizer, mas ele fica em segundo plano, porque ele não é tão importante para desenvolver o pensamento proporcional. Esse olhar atento dela, então voltando um pouquinho, é porque ela sabia aonde ela queria ir, ou seja, esse aprofundamento do conceito foi muito importante para pensar a tarefa e olhar para esses alunos e a cada fala deles, entender que ela precisava chegar em algum lugar (Cidinéia. Encontro 16 maio 24).

Foi muito importante para todos os participantes do grupo se apropriarem das características do pensamento proporcional. Para Van de Walle (2009, p. 382),

o raciocínio proporcional é considerado a pedra fundamental do currículo elementar e uma base do pensamento algébrico (Lesh, Post e Behr, 1987). Representa a habilidade de começar a compreender as relações multiplicativas enquanto a maioria dos conceitos aritméticos é de natureza aditiva. O desenvolvimento do raciocínio proporcional é uma das metas mais importantes do currículo de 5.^a a 8.^a série.

Todos os autores por nós estudados ao longo do projeto reforçam a necessidade de desenvolver tarefas que propiciem aos alunos a construção de relações multiplicativas, o que demanda

tempo. Além disso, eles também reforçam que o uso constante de regras, técnicas e algoritmos não propicia o desenvolvimento do pensamento ou raciocínio proporcionais. Isso se evidenciou na narrativa de Caio, que desenvolveu a mesma tarefa com estudantes do 9.º ano do Ensino Fundamental e do 2.º ano do Ensino Médio. Em sua narrativa¹⁹, ele refletiu sobre a diferença entre as estratégias dos alunos:

Pelos registros do 9.º ano, observei, ainda, que, apesar de os alunos serem mais novos, eles pareceram mais organizados e mais criativos. Pode ser uma mera comparação dos estudantes envolvidos, entretanto pode indicar uma certa acomodação dos estudantes do Ensino Médio, os quais acabam se pautando mais em “receitas” para resolver problemas e tentando “algebrizar” tudo, enquanto os estudantes mais novos parecem ser mais livres para pensar e usar sua criatividade. Parece sintomático do Ensino Médio ser menos participativo, menos engajado e aí fica o questionamento: em que parte estamos perdendo essa participação e cortando essa criatividade dos estudantes ao longo do percurso até o Ensino Médio? No geral, conforme já suspeitávamos nas discussões do grupo no final de 2018, os alunos estão muito mais acostumados com problemas e abordagens no campo aditivo. Uma hipótese é de que a proporcionalidade aparece disfarçada com outros nomes e, por vezes, apenas decorada na “regra de três”. Imagino que muitos alunos fazem apenas de maneira procedimental, o que explicita a não familiaridade com o pensamento proporcional e causa dificuldades nas interpretações dos problemas e até na identificação de situações que são ou não proporcionais (Grillo, p. 298-299).

No dia da discussão da narrativa de Caio, os participantes do grupo destacaram a cultura social da aula de matemática (Hiebert *et al.*, 1997) e o próprio Caio fez a seguinte reflexão sobre sua prática:

¹⁹ Ver a narrativa “A mesma tarefa desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental 2 e Ensino Médio no início dos estudos do grupo”, de Caio Leardini Grillo.

Bom, falando do que foi a narrativa como um todo, acho que essa parte da interação com os alunos, que a Selma destacou também, eu acho que é uma coisa importante, porque a gente sabe que não são todas as aulas de matemática por aí que são pautadas nisso. Outra coisa que eu acho importante, que é valorizar a produção do aluno no sentido de comparar as estratégias, colocar eles como agentes ativos na hora da aula, acho que isso é uma coisa importante também do que apareceu. Tem uma coisa que a gente sempre fala, que esse tipo de aula, ele é um pouco caótico, porque você não sabe muito bem o que vai aparecer. Então o professor tem que estar disposto a abraçar isso e saber interagir ali, nas mediações, tanto perguntando coisas, quanto respondendo coisas. Pelo que vocês destacaram hoje, acho que aquela conclusão de ir acabando com a criatividade, acho que é uma coisa importante também, mas eu não sei se seria exclusivamente dessa minha tarefa, do que eu aprendi, não sei (Caio. Encontro 19 set. 24).

O grupo produziu boas sínteses sobre tarefas potencializadoras do pensamento proporcional e pôde discutir sobre elas, a partir das falas e dos registros das crianças e dos estudantes. No entanto, não estamos falando de qualquer tarefa – nem de qualquer sala de aula. As tarefas precisam ser problematizadoras, mas mediadas pelo professor, em aulas dialogadas em que o aluno é o protagonista e pode discutir, levantar hipóteses, validar essas hipóteses, comparar estratégias, registrar e produzir sínteses. Essa é a cultura de sala de aula de matemática de que fomos nos apropriando ao longo da trajetória do Grucomat e a partir da leitura de autores como Hiebert *et al.* (1997) e Van de Walle (2009).

Para concluir

Este capítulo teve como objetivo a síntese dos resultados de um trabalho de seis anos no Grucomat, em que nos debruçamos para estudar sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional. Quando estávamos iniciando o projeto, veio o isolamento social em decorrência da Covid-19, o que atrasou as práticas de sala de aula com a realização da tarefa. Se, de um lado,

isso foi um desafio, de outro, foi a possibilidade de trabalharmos remotamente e termos tempo para os estudos e a elaboração das tarefas e compreendermos que as reuniões do grupo, quando realizadas de forma híbrida ou remota, mantêm a qualidade das discussões e possibilitam a participação de colegas de regiões mais longínquas, como Goiás e Colômbia.

Foram seis anos de produção de conhecimentos sobre: práticas de ensinar e aprender matemática; como elaborar tarefas problematizadoras; como analisar o raciocínio matemático dos alunos; como elaborar uma narrativa pedagógica; e como analisar a narrativa do colega.

Ao longo dos anos de trabalho do Grucomat, fomos construindo, colaborativamente e por meio de estudos, uma concepção de aula de matemática que parte da intencionalidade do professor, com tarefas problematizadoras e pautadas no diálogo, nas interações e nas comunicações de ideias, visando à equidade e à possibilidade de que todos os alunos possam aprender. Nesse sentido, o apoio na perspectiva histórico-cultural e em autores como Hiebert *et al.* (1997) e Van de Walle (2009), entre outros, foi fundamental para a construção dessa concepção – e o capítulo das autoras Carla Cristiane Silva Santos e Sirley Aparecida de Souza reforça essa identidade do grupo.

A colaboração também se fez presente na construção de uma dinâmica de trabalho dentro do grupo, conforme destacado no capítulo de Adair Mendes Nacarato e, entre as ações desenvolvidas, o compartilhamento das narrativas pedagógicas foi o ponto alto desse projeto. O ano de 2024 foi de uma experiência ímpar para todos os participantes, quando pudemos analisar detalhadamente, em dois momentos diferentes, todas as narrativas que compõem esta coletânea. Cada autor ou autora se sentiu valorizado ou valorizada em sua escrita; as contribuições dos colegas foram essenciais para a reescrita da narrativa; e o olhar exotópico (Bakhtin, 2003) de cada um e de cada uma trouxe, além de contribuições para as reflexões e avanços nos conhecimentos que o grupo já havia produzido, a apropriação dos conceitos

relativos ao pensamento proporcional, como destacado no capítulo de Iris Aparecida Custódio, Caio Leardini Grillo, Rosangela Eliana Bertoldo Frare e Diana Milena Escobar Franco.

O projeto trouxe algo novo, até então pouco discutido: o ensino de matemática para estudantes com deficiência. Aprendemos muito com o trabalho das professoras Cidinéia da Costa Luvison e Rosangela Eliana Bertoldo Frare, quer seja no capítulo que traz uma discussão teórica sobre a temática, quer seja na narrativa pedagógica que aborda o modo como se deu o desenvolvimento da tarefa em uma sala de itinerância, com dois alunos com deficiência e a parceria estabelecida com a professora desses estudantes.

Nas tarefas elaboradas, em momento algum, tivemos a intencionalidade de elaborar uma sequência que seja suficiente para dar conta da complexidade da temática. Tivemos, sim, a preocupação de elaborar algumas tarefas para identificarmos os tipos de raciocínios que os alunos elaboram; se eles são capazes de utilizar o pensamento proporcional para resolvê-las ou se utilizariam procedimentos e técnicas algorítmicas. Assim, as narrativas que compõem esta coletânea, bem como os excertos de narrativas orais que apresentamos neste capítulo, trazem indícios sobre o conhecimento produzido.

Os resultados também evidenciam a importância de se colocar à escuta do outro – o outro criança da Educação Infantil, o outro estudante do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio e o outro professor. Quando o professor se sente respeitado, valorizado e compreende que sua voz é importante, ele também sabe se colocar à escuta de seus alunos e reconhecer que aquilo que eles falam tem valor e precisa ser considerado.

A organização de uma coletânea é sempre trabalhosa, marcada por idas e vindas dos textos, dos autores para as revisoras e destas para os autores, até se chegar a um consenso. Quando finalizamos o trabalho e temos um olhar retrospectivo para o que foi produzido, fica a certeza de que o professor da escola básica é um pesquisador de sua própria prática e produtor de conhecimentos. Ele precisa ser

ouvido e contar com um grupo de apoio para seus estudos e pesquisas – somente assim conseguirá tornar visível seu trabalho, tão invisibilizado pelas políticas públicas e pelas inúmeras demandas que chegam às escolas, que, além de retirarem desses professores a energia para investir na própria formação, na maioria das vezes, os culpabilizam pelos insucessos dos estudantes nas avaliações externas na área de matemática. O Grucomat, ao se colocar à escuta desse professor, valorizar o seu trabalho e atuar de forma colaborativa, tem se revelado um espaço formativo e exemplo de uma bem-sucedida relação universidade-escola básica.

Que as experiências vividas pelos participantes do Grucomat possam incentivar outros professores a participar de grupos colaborativos ou criar seus próprios grupos!

Referências

- BAKHTIN, M. *Estética da criação verbal*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.
- COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of knowledge of practice: Teacher learning in communities. *Review of Research in Education*, Washington, v. 24, p. 249-305, 1999. DOI: 10.3102/0091732X024001249
- HIEBERT, J. *et al.* *Making sense: Teaching and learning mathematics*. Portsmouth: Heinemann, 1997.
- IBIAPINA, I. M. L. M. *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos*. Brasília: Liber Livros, 2008.
- NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A.; FRARE, R. B. The production of pedagogic narratives as a formative process in contexts of collaboration. *Sisyphus Journal of Education*, Lisboa, v. 9, p. 11-33, 2021. DOI: <https://doi.org/10.25749/sis.21782>
- NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. A análise de aulas videogravadas como prática de formação de professores que ensinam matemática. In: POWELL, A. B. (org.). *Métodos de pesquisa*

em Educação Matemática: usando escrita, vídeo e internet.
Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 61-94.

PINO, A. O social e o cultural na obra de Vigotski. *Educação & Sociedade*, Campinas, ano XXI, n. 71, p. 45-78, 2000. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/gHy6pH3qxxynJLHgFyn4hdH/>
Acesso em: 7 jun. 2025.

VAN DE WALLE, J. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, L. S. Lev S. Vigotski: Manuscrito de 1929. *Educação & Sociedade*, Campinas, ano XXI, n. 71, p. 21-44, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302000000200002>

Índice remissivo

Anos Finais – 27; 50; 53; 255; 256; 307; 310; 345

Anos Iniciais – 18; 20; 26; 27; 34; 35; 37; 46; 69; 75; 81; 83; 135; 154; 157; 159; 193; 194; 197; 223; 224; 271; 310; 312; 338; 345; 346; 347; 353; 354; 378

Aulas investigativas – 17; 19; 20; 75; 81; 193; 338; 339; 350; 361

Base Nacional Comum Curricular – BNCC – 16; 42; 45; 47; 58; 62; 73; 118; 133; 134

Colaboração – 12; 30; 31; 39; 40; 44; 55; 154; 343; 348; 355; 358; 366

Conceitos matemáticos – 17; 52; 63; 68; 69; 71; 73; 77; 78; 79; 80; 81; 82; 90; 91; 104; 140; 154; 172; 173; 181; 188; 220; 221; 267; 333; 339; 345; 357; 359

Cultura – 16; 17; 31; 32; 38; 39; 40; 55; 75; 76; 77; 78; 79; 82; 83; 87; 134; 190; 197; 201; 309; 310; 338; 339; 341; 364; 365

Currículo – 50; 65; 69; 72; 118; 119; 135; 266; 279; 280; 310; 338; 363

Deficiência – 17; 19; 21; 85; 86; 87; 88; 89; 90; 91; 92; 94; 95; 136; 308; 311; 312; 316; 319; 332; 341; 350; 351; 359; 367

Desenvolvimento humano – 55; 87; 93; 311; 316; 317; 342

Desenvolvimento profissional – 15; 18; 24; 27; 31; 32; 44; 55; 343

Educação Básica – 10; 15; 17; 23; 27; 39; 42; 43; 47; 58; 61; 62; 63; 73; 85; 95; 118; 191; 193; 198; 222; 335; 336; 348

Educação Especial – 17; 21; 85; 86; 90; 91; 93; 94; 307; 308; 309; 310; 311; 331; 332; 333; 334

Ensino Médio – 10; 15; 16; 20; 21; 27; 34; 49; 58; 255; 256; 281; 282; 302; 303; 305; 308; 310; 311; 312; 320; 345; 346; 364; 367

Equidade – 17; 75; 76; 77; 338; 366

Formação de professores – 44; 50; 59; 83; 158; 191; 223; 280; 305; 369

Grupo colaborativo – 15; 23; 24; 38; 44; 61; 75; 86; 135; 158; 194; 223; 255; 281; 310; 335

Histórico-cultural – 15; 17; 18; 22; 29; 35; 47; 55; 57; 64; 85; 86; 87; 93; 94; 95; 278; 311; 316; 342; 366

Intencionalidade pedagógica – 16; 62; 64; 67; 71; 72; 73; 347; 358; 363

Mediação – 56; 57; 64; 65; 77; 79; 83; 86; 89; 90; 91; 94; 144; 152; 159; 161; 166; 168; 172; 173; 181; 187; 189; 215; 254; 276; 277; 280; 285; 311; 316; 322; 324; 325; 330; 332; 333; 339; 341; 350; 351; 359; 362

Narrativa pedagógica – 30; 38; 122; 337; 348; 366; 367

Raciocínio proporcional – 50; 51; 52; 53; 55; 58; 172; 181; 185; 187; 188; 189; 280; 360; 363; 364

Sobre as autoras e os autores

Adair Mendes Nacarato

Licenciada em Matemática pela PUC-Campinas, Mestra e Doutora em Educação pela FE/Unicamp. Docente do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco, na linha de pesquisa Formação de Professores, Trabalho Docente e Práticas Educativas. Suas pesquisas centram-se em: formação de professores, prática pedagógica em Matemática, e narrativas e histórias de vida. É líder dos grupos de pesquisa: Histórias de Formação de Professores que ensino Matemática – Hifopem e Grupo Colaborativo em Matemática – Grucomat. É pesquisadora produtividade do CNPq, nível B.

E-mail: ada.nacarato@gmail.com

Bianca Maria Cogni Blanco

Licenciada em Pedagogia pela Universidade São Francisco, em 2013, e Artes Visuais pela Faculdade Mozarteum de São Paulo, em 2016. Pós graduada em Formação de Docentes: Educação Infantil, alfabetização e educação especial pelo Centro Universitário Faveni. Atua como professora dos anos iniciais no município de Itatiba desde 2014 e, desde 2024, como formadora de professores pela mesma rede com foco em alfabetização, leitura e ensino da matemática nos anos iniciais. Integrante do grupo de pesquisa Grucomat e do curso de extensão Gêneros de texto e gramática nos anos iniciais na Universidade São Francisco.

E-mail: biancamcogni@gmail.com

Caio Leardini Grillo

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Realizou intercâmbio na Indiana University (EUA) através do programa de graduação sanduíche

pela CAPES. Foi professor de matemática do Ensino Fundamental II e Ensino Médio da rede SESI-SP e atualmente leciona na rede particular de Itatiba, no Colégio Triação e Vinhedo, no Santanna International School e na escola Maple Bear. Também faz parte do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) vinculado a USF.
E-mail: grillo.caio@gmail.com

Carla Cristiane Silva Santos

Graduada em Pedagogia e Mestre em Educação pela Universidade São Francisco (USF), campus Itatiba, na linha de pesquisa Educação, Sociedade e Processos Formativos. Desenvolveu estudos na área de Educação Matemática, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É integrante do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat/USF) e possui publicações em livros e periódicos nacionais e internacionais. Atuou como professora de Matemática e Ciências da Natureza na rede SESI-SP e, atualmente, é Coordenadora Pedagógica no SESI/SP – CE 242, em Vinhedo.
E-mail: carlinha_ipda@hotmail.com

Cidinéia da Costa Luvison

Doutora e Mestre em Educação pela Universidade São Francisco; Pós-graduada em Educação Especial, Psicopedagogia e Gestão Educacional. Graduada em História, Pedagogia e Matemática. É diretora de uma escola PEI (Programa do Ensino Integral) na rede estadual de ensino do Estado de São Paulo e professora do Ensino Superior no Centro Universitário de Itapira (UNIESI). Pesquisadora com ênfase na aprendizagem matemática de crianças e jovens e nas narrativas orais e escritas produzidas por elas. É integrante do Grupo Colaborativo em Matemática - Grucomat.
E-mail: cidineialuvison@gmail.com

Diana Milena Escobar Franco

Es colombiana. Es licenciada en Matemáticas y Física, tiene una maestría en Educación y es doctora en Educación por la

Universidad de Antioquia. Es miembro de los grupos de investigación Hifopem, Grucomat y GECEM. Su investigación se enfoca en la formación de profesores y en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Actualmente, es coordinadora académica en una escuela en Colombia y profesora de la Universidad de Antioquia.

E-mail: diana.escobar@udea.edu.co

Iris Aparecida Custódio

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (UFLA), Mestra e Doutora em Educação pela Universidade São Francisco (USF). Atua como professora na Educação Básica, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Atualmente é vice-líder do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) e integrante do Grupo Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática (Hifopem).

E-mail: irisapcustodio@gmail.com

Rosângela Eliana Bertoldo Frare

Doutora em Educação pela Universidade São Francisco. Mestre em Educação pela mesma Universidade. Graduada em Matemática pelas Faculdades Integradas de Amparo. Participa do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat) desde 2014. É professora efetiva da rede pública de ensino estadual paulista e atualmente está designada como vice-diretora de escola da mesma rede.

E-mail: robertoldo81@hotmail.com

Selma Nascimento Vilas Boas

Graduada em Pedagogia pela Universidade Padre Anchieta de Jundiá (2000), mestre em educação pela Universidade São Francisco, campus Itatiba (2015) e doutora em Educação pela mesma Universidade (2022). As duas pesquisas foram realizadas na linha de pesquisa: Educação, Sociedade e Processos formativos. Atua na função de Coordenadora Pedagógica da Educação Infantil

– faixa etária 3 a 5 anos, na rede pública municipal de Jundiaí. É integrante do Grupo Colaborativo em Matemática-Grucomat.

E-mail: s.boas070176@gmail.com

Sirley Aparecida de Souza

Pedagoga pela UFG/GO, mestra pela PUC/GO, doutora pela UFGO e pós-doutoramento em Educação pela USF/Itatiba/SP. Coursou Direito na PUC/GO e é advogada. Professora adjunta do CEPAE/UFG. É membro dos grupos de pesquisa Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática – Hifopem e Grupo Colaborativo em Matemática – Grucomat, desde o ano de 2023. Suas pesquisas estão concentradas na: formação docente, narrativas (auto) biográficas, infância, prática pedagógica e Educação Matemática.

E-mail: sirley_souza@ufg.br

Tamara Barbosa da Silva

Participante do Grupo Colaborativo em Matemática – Grucomat. Como graduanda do curso de Pedagogia, realizou pesquisa de Iniciação Científica tendo como título “As brincadeiras potencializando a construção de ideias matemáticas”, em parceria com uma professora da Educação Infantil.

E-mail: barbosadasilvatamara@gmail.com

Nesta obra, apresentamos o resultado de seis anos de trabalho dos participantes do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat), com foco no desenvolvimento do pensamento proporcional. Esse trabalho foi planejado e realizado intencionalmente, com professores atuando em sala de aula e apontando pistas de como é possível propor tarefas matemáticas que mobilizem os estudantes e possibilitem que eles elaborem conceitos.

