Simbolização de Sentenças

Geovana Machado Guimarães, Lorrane Luzia Dutra de Miranda Silva,
Luana Aparecida de Amorim
Orientador: Kelvin Rodrigues Couto

Introdução

Neste pôster daremos continuidade aos estudos de Lógica, aplicando a simbolização de sentenças, inserida na disciplina de Fundamentos de Lógica. Descreveremos um processo aplicado na simbolização de sentenças, com o objetivo de determinar sua verdade lógica.

Simbolização de sentenças

Dada uma sentença, queremos determinar se esta sentença é uma verdade lógica, isto é, queremos determinar se o valor de verdade da sentença não depende do contexto em que está inserida, mas apenas do modo em que foi formada.

Para que seja feito o processo de simbolização iremos, sempre que possível, seguir os seguintes passos:

Passo 1 : Classificar a sentença como atômica ou molecular.

Passo 2 : Classificar todos os conectivos que ocorrem na sentença.

Passo 3 : Determinar se a sentença é negação, conjunção, disjunção, implicação ou biimplicação.

Passo 4 : Reescrever a sentença de acordo com as regras de reescrita.

Passo 5 : Simbolizar a sentença reescrita, substituindo as sentenças atômicas pelas letras p, q, r, s ou t.

- Exemplo 1:

✓ Carolina é médica e Pedro é jogador de futebol.

Efetuando os passos teremos :

Passo 1 – Molecular

Passo 2 - Conectivo e : ∧

Passo 3 –A sentença é uma conjunção.

Passo 4 - ((Carolina é médica) ∧ (Pedro é jogador de futebol)).

Passo 5 - A sentença pode ser simbolizada como:
((p) ∧ (q))
Onde p : (Carolina é médica)
E onde q : (Pedro é jogador de futebol).

- Exemplo 2:

✓ Julia irá a aula se, e somente se, não estiver chovendo.

Efetuando os passos teremos :

Passo 1 - Molecular

Passo 2 - Conectivo se e somente se: ↔

Passo 3 - Biimplicação.

Passo 4 - ((Julia irá a aula) ↔ (não estiver chovendo)).

Passo 5 - A sentença pode ser simbolizada como:

((p) ↔ (q))

Onde, p : (Julia irá a aula)

E onde q : (Caso não estiver chovendo)

Conclusão

A forma em que uma sentença é formada é de fundamental importância para determinarmos se a mesma é uma verdade lógica, ou não. Assim, os passos descritos anteriormente têm o intuito de facilitar o processo de simbolização de sentenças, que em geral é um processo trabalhoso

Referências Bibliográficas

- Faculdade de Computação – FACOM. Apostila de Lógica Proposicional. Disponível em <http://www.facom.ufu.br/~gustavo/Logica/Apostila_LogicaProposicional.pdf/>, acessado dia 04/05/2015.
- FREITAS. Renata de, VIANA. Petrucio, Curso Básico de Lógica Matemática, Versão preliminar.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 de realização de eventos.

Método das divisões sucessivas para o cálculo do Máximo Divisor Comum

Daniela Ferreira Rodrigues – danisarv2020@gmail.com
Jéssica Vieira Diniz– jessica.vieira.diniz@hotmail.com
Igor dos Santos Lima (Orientador) - igor.matematico@gmail.com

Introdução

- **Neste pôster apresentaremos o cálculo do Máximo Divisor Comum (MDC) usando o método das divisões sucessivas de restos e quocientes, que no caso é apenas o último resto não nulo. Para isto, definiremos Algoritmo de Euclides e, por fim , será visto o Método das divisões sucessivas.**

Preliminares

- **Algoritmo de Euclides**
- **Definição: Sejam $a, b \in \mathbb{Z}$, com $b > 0$. Então, existem únicos $q, r \in \mathbb{Z}$ tais que $a = b + qr$, onde**
- $0 \leq r < b$.
- **(a = dividendo, b = divisor, q = quociente e**
- **r = resto).**
- **Exemplo 1) $a = 242$; $b = 108$**
- $242 \mid \underline{108}$
- $216 \quad 2$
- 26
- $242 = 108.2 + 26$
- **Exemplo 2) $a = 105$; $b = 17$**
- $105 \mid \underline{17}$
- $102 \quad 6$
- 3
- $105 = 17.6 + 3$
- **Definiremos também algumas regras importantes no processo de divisibilidade.**
- **Regras de divisibilidade**
- $i)$ $1 \mid a$; $a \mid a$; $a \mid 0$
- $ii)$ $a \mid 1 \Leftrightarrow a = 1$ ou -1; $0 \mid b \Leftrightarrow b = 0$
- $iii)$ $a \mid c$ e $c \mid d \Rightarrow ac \mid bd$.
- $iv)$ $a \mid b$ e $b \mid c \Rightarrow a \mid c$.
- $v)$ $a \mid b$ e $b \mid a \Rightarrow a = b$ ou $a = -b$.
- $vi)$ $a \mid b$ e $b \neq 0 \Rightarrow |a| \leq |b|$.
- $a \mid b$ e $a \mid c \Rightarrow a \mid bx + cy, \forall\, x, y \in \mathbb{Z}$.
- **Em particular,** $a \mid b + c$ $(x = y = 1)$ e $a \mid b - c$
- $(x = 1$ e $y = -1)$.
- **Método das divisões sucessivas.**
- **Definição: Sejam a, $b \in \mathbb{Z}$, com $b \neq 0$. Fazendo $r_0 = |b|$. Existem $q_1, r_1 \in \mathbb{Z}$ com $a = bq_1 + r_1$, onde $0 \leq r_1 < |b| = r_0$.**
- **Se $r_1 = 0$, então pare.**
- **Se $r_1 \neq 0$, então existem q_2,$r_2 \in \mathbb{Z}$ com**
- $r_0 = r_1 q_2 + r_2$, **onde** $0 \leq r_2 < r_1$.
- **Se $r_2 = 0$, então pare.**
- **Se $r_2 \neq 0$, então existem q_3,$r_3 \in \mathbb{Z}$ com $r_1 = r_2 q_3 + r_3$, onde $0 \leq r_3 < r_2$.**
- **....**
- $r_{k-2} = r_{k-1} q_k + r_k$, **onde** $0 \leq r_k < r_{k-1}$.
- **....**
- **Após um número infinito de passos, existirá $n \in \mathbb{N}$ tal que $r_n \neq 0$ e $r_{n+1} = 0$.**
- $r_{n-3} = r_{n-2} q_{n-1} + r_{n-1}$, **onde** $0 < r_{n-1} < r_{n-2}$.
- $r_{n-2} = r_{n-1} q_n + r_n$, **onde** $0 < r_n < r_{n-1}$
- $r_{n-1} = r_n q_{n+1} + 0 \longmapsto r_{n+1} = 0$.
- **Afirmação. $mdc = r_n$. (último resto não nulo).**

  $r_0 > r_1 > r_2 > r_3 > \cdots > r_k \ldots \geq 0$
- **Sequência decrescente de inteiros não negativos (limitados) ; tal sequência converge para 0.**
- **Exemplo 3: $d = mdc(45, 36) = 9$**

Restos →	9	0
45	36	9
quocientes →	1	4

- **Exemplo 4: 1) Calcule $d = mdc(a, b)$ pelo método das divisões sucessivas.**
- **a) Considere $a = 180$ e $b = 252$**

	72	36	0
252	180	72	36
	1	2	2

- **Onde $d = mdc(180, 252) = 36$**
- **b) Considere $a = 120$ e $b = 25$.**

	20	5	0
120	25	20	5
	4	1	4

- **Onde $d = mdc(120, 25) = 5$.**

Referências

- **[1] NETO, Lineu. *Álgebra 1*. Universidade de Brasília. Departamento de matemática .1°/ 2004.**

"Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 de realização de eventos."

FORMAÇÃO DE SENTENÇAS

Alicia Elias de Almeida, André Luiz Cardoso, Andresa Martins Arruda, Kelio Rosa da Silva Lemes, Laís Prado Gonçalves e Marcos Aurélio de Almeida.

Orientador: Kelvin Rodrigues Couto

Introdução

Neste pôster trataremos sobre formações de sentenças. Discutiremos sobre conectivos, peso de conectivos, sentenças atômicas e moleculares e exibiremos exemplos.

Sentenças

Definição: Uma sentença é um conjunto de palavras ou símbolos que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, de maneira exclusiva, em um dado contexto.

Conectivos

Definição: Um conectivo é uma expressão de uma dada linguagem, utilizada para formar sentenças a partir de sentenças dadas.

Ex.: "Não", "E", "Ou", "Se.. Então" e "Se e somente se".

Outra característica essencial a todas as sentenças é que, além de poderem ser classificadas como verdadeiras ou falsas, também podem ser utilizadas na formação de outras sentenças.

Tipos de Sentenças

Sentenças Atômicas: Sentenças sem quaisquer conectivos lógicos ou quantificadores.

Ex.: Ganhei um cachorro.

A maçã é vermelha.

O quadro é negro.

Esse livro está na mesa.

Sentenças Moleculares: São aquelas que usam os conectivos "não", "e", "ou", "se.. Então" e "se e somente se" aos quais denominamos conectivos lógicos ou estruturais lógicas.

Ex.: Não ganhei um cachorro.

A maçã é vermelha e doce.

O quadro é negro ou branco.

Se esse livro está na mesa então vamos estudar.

Vou ganhar um carro, se e somente se entrar para a faculdade.

Os exemplos exibidos até agora são sentenças pois podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas.

Não são exemplos de sentenças:

Ex.: Como o dia está lindo!

Qual o seu endereço?

Tenha um bom dia!

Peso de um Conectivo

O peso de um conectivo é o número exato de sentenças utilizadas para formar uma nova sentença, por meio deste conectivo.

Estes conectivos são expressões de ligações entre sentenças atômicas. Seus pesos são:

Conectivos	Pesos
Não	1
E	2
Ou	2
Se.. Então	2
Se, e somente se	2

Conclusão

Concluímos que para formar as sentenças lógicas precisamos verificar se a expressão pode ser classificada como verdadeira ou falsa. E uma sentença pode ser classificada como atômica ou molecular.

Referencia Bibliográfica:

Renata de Freitas e Petrucio Viana, *Curso Básico de Lógica Matemática*. Manuscrito, [texto, versão preliminar].

• Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 de realização de eventos.

FUNÇÃO DE VERDADE

Abrão Dantas de Souza; Alessandra Amorim Calixto; Aline Ferreira de Almeida;
Andreza Alves da Rocha; Elaine P. Silva Pacheco; Lucas Rosa Garcia da Costa;
Michael Douglas; Rafaela Souza Alves Fonseca.
Orientador: Kelvin Rodrigues Couto

INTRODUÇÃO

Neste pôster definiremos função de verdade. Apresentaremos alguns exemplos do cotidiano em que aplicamos essa função.

FUNÇÃO DE VERDADE

Uma função de verdade, também chamada de função veritativa, é uma função que retorna valores de verdade a listas de valores de verdade. Na lógica clássica, os valores de verdade são o V (verdadeiro) ou F (falso).

Uma sentença Atômica é a base da formação das outras sentenças. Não possui vínculos entre uma sentença e outra, portanto as mesmas não apresentam vínculos entre seus valores de verdade.

Um conectivo sentencial é por função de verdade se o valor de verdade de uma sentença molecular, é única e exclusivamente determinado pelas sentenças atômicas que a compõe.

- Exemplo 1: (Hoje o dia está bonito) e (O cachorro está feliz)

Em uma sentença Molecular seu valor de verdade pode depender ou não dos valores de verdade de suas sentenças componentes.

- Exemplo 2: ((9 é impar) ^ (6 é par)).
- Exemplo 3: ((4 + 2 = 6) ^ (2 +6 =8)).

As sentenças acima são verdadeiras, e neste caso o valor de verdade dessas sentenças moleculares dependem do valor de verdade das sentenças atômicas componentes.

- Exemplo 4: ((Amanhã vai sair o Pagamento) v (~(amanhã não vai sair o pagamento))).
- Exemplo 5: ((Hoje haverá aula de lógica) v (~(Não haverá aula de lógica))).

As disjunções acima são verdadeiras, pois em cada caso, uma das sentenças atômicas que a compõe é verdadeira.

CONCLUSÃO

Analisando os exemplos citados é possível notar, que o valor de verdade de uma sentença molecular pode depender, ou não, do valor de verdade das sentenças atômicas que a compõe.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- W. Carnielli e L. R Epstein. Computabilidade, funções computáveis, lógica e os fundamentos da matemática. Editora UNESP, São Paulo, 2006.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 da realização de eventos.

REGRAS DE AVALIAÇÃO E TABELAS DE VERDADE DOS CONECTIVOS

Andressa Machado de Amorim, Dienifer Rodrigues Caldeira, Marília de Campos Silva, Nathielle Nobre Nascimento, Suellen Antônia Gomes Teixeira e Thatyene Xavier Pereira Lobo.
Orientador:Kelvin Rodrigues Couto.

Introdução

Neste daremos continuidade à semântica, descreveremos regras para avaliar o valor de verdade de uma sentença molecular, dados os valores de verdade das suas componentes. Estas regras serão definidas de acordo com o uso dos conectivos não, e, ou, se...então e se, e somente se, na linguagem matemática.

Negação

Uma negação é verdadeira se a sentença negada é falsa. E é falsa se a sentença negada é verdadeira.

Exemplo:

Dada a sentença α : Dilma é presidenta. Como α é verdadeira sabemos que ¬α é falsa.

α	$\neg\alpha$
V	F
F	V

Conjunção

Uma conjunção é verdadeira se suas componentes são simultaneamente verdadeiras. E é falsa quando ao menos uma das suas componentes é falsa.

Exemplo:

Dadas as sentenças verdadeiras α : O céu é azul e β: Matemática é uma ciência. Então a sentença α ^ β é verdadeira e as sentenças ¬α ^ β, ¬α ^ ¬β e α ^ ¬β são falsas.

α	β	$\alpha \wedge \beta$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção

Uma disjunção é falsa se suas componentes são simultaneamente falsas. E é verdadeira quando ao menos uma das suas componentes é verdadeira.

Exemplo:

Dadas as sentenças α : Eu estou viva e β : Eu estou morta. Então a sentença α v β é verdadeira.

α	β	$\alpha \vee \beta$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Biimplicação

Uma biimplicação é verdadeira se suas componentes possuem os mesmos valores de verdade e é falsa quando suas componentes possuem valores de verdade distintos.

Exemplo:

Dadas duas sentenças α: Um número é primo e β : um número é divisível somente por 1 e por ele mesmo. Então temos α ↔ β, neste caso α e β tem os mesmos valores de verdade.

α	β	$\alpha \leftrightarrow \beta$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Implicação

Uma implicação é falsa se seu antecedente é verdadeiro seu consequente é falso. E é verdadeira em todos os outros casos.

Exemplo:

Dadas duas sentenças α : Brasília é a Capital do Brasil e β : Buenos Aires é a Capital da Argentina. Então as sentenças α → β, ¬α → ¬β, e ¬α → β são verdadeiras e a sentença α → ¬β é falsa.

α	β	$\alpha \to \beta$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Conclusão

Portanto, cada tabela de verdade determina o valor de verdade da sentença molecular, apenas utilizando os valores de verdade das suas componentes.

Referência Bibliográfica

R. DE FREITAS, P. VIANA, Curso Básico de Lógica Matemática, Versão Preliminar.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 de realização de eventos.

O programa GAP como ferramenta de ensino e aprendizagem de Álgebra.

Alan Rodrigues dos Santos – alansantos2102@gmail.com
Patrícia Cristina Souza dos Santos – patriciacristina_souza@hotmail.com
Igor dos Santos Lima (Orientador) - igor.matematico@gmail.com

Introdução

Um dos grandes problemas por parte dos discentes da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão do curso de Matemática Licenciatura é a compreensão de disciplinas com foco abstrato, em particular a disciplina de Álgebra. É importante para o âmbito acadêmico a compreensão desses fatores, para repensar no que se deve mudar e adaptar para essa nova fase do curso, pelo fato de que não se deve desvalorizar o ensino de disciplinas abstratas, pois, é de extrema importância para a formação de futuros professores na área de Matemática. O foco do presente trabalho é analisar se o uso da tecnologia (GAP) pode ajudar a melhorar e motivar o ensino e a aprendizagem de Álgebra mostrando os resultados obtidos pelos estudantes participantes deste projeto.

As Tecnologias de Informação e Comunicação e o Software GAP

O GAP é um sistema para álgebra computacional discreta com ênfase particular em teoria computacional de grupos, mas que já provou-se útil também em outras áreas.

Objetivos

Neste trabalho o objetivo é analisar se o uso da tecnologia (GAP) pode ajudar a melhorar e motivar o ensino/aprendizagem de Álgebra mostrando os resultados obtidos pelos estudantes do curso de licenciatura ao associar a tecnologia com ementas do curso superior, registrando o desenvolvimento do projeto em Trabalho Final de Curso e um artigo a ser escrito ao final do TFC.

O método de investigação da pesquisa busca intervir na prática educacional de modo inovador, propondo uma mudança com o intuito de encontrar soluções para esses problemas.

E este último é o enfoque da pesquisa: investigar porque os discentes em Matemática sentem dificuldades e desmotivados em aprender Álgebra I e Álgebra II e se o uso de ferramentas tecnológicas (TIC's) como, por exemplo, o software GAP pode facilitar na compreensão dos conteúdos e fazer com que os alunos tornem mais motivados e consequentemente amenizar a taxa de evasão e reprovação em Álgebra

Publico Alvo

- Discentes da Universidade Federal de Goiás - Regional Catalão;
- Alunos e professores participantes do Seminário Semanal de Álgebra;
- Participantes do IV Workshop de Álgebra da UFG-CAC;
- Professor Csaba Schneider da UFMG (Possível entrevistado);
- Demais interessados no projeto (possivelmente também os alunos da disciplina "GAP" do PROFMAT e ex-alunos do curso de Matemática Licenciatura).

Metodologia

O projeto consiste:

- Apresentação de seminários no Seminário Semanal de Álgebra;
- Apresentação de pôster no IV Workshop de Álgebra da UFG-CAC;
- Entrevistas com docentes que ministraram as disciplinas de Álgebra I e Álgebra II;
- E será convidado para dar entrevista o Prof. Csaba Schneider sobre a utilização do GAP no ensino de Álgebra.

Resultados parciais

Apesar de esta pesquisa estar em andamento pode-se destacar alguns estudos e levantamentos já realizados, na pesquisa desenvolvida na disciplina Pesquisa em Educação Matemática:

- apontaram que o GAP despertou o interesse, a curiosidade e a motivação pela a disciplina Álgebra;
- mas por outro lado, os alunos tiveram dificuldades em relação à linguagem do GAP, pois o software tem idioma em língua inglesa;
- a pesquisa não quer dizer que o professor deve utilizar somente recursos tecnológicos, desprezando o método tradicional, mas aliando o método comum com novas formas de ensino.

Referências

[1] GARCIA, Arnaldo: LEQUAIN, Yves. Elementos de Álgebra. 6. ed. Rio de Janeiro: IMPA ,2012.

[2] O Grupo GAP, GAP - Grupos, Algoritmos e Programação, Versão 4.7.6; 2014. Disponível em <http://www.gap-system.org/> Acesso em: 21 nov. 2014.

[3] PEREIRA, B. T. O uso das tecnologias da informação e comunicação na prática pedagógica da escola. p .5-6. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1381-8.pdf. Acesso em: 18 de maio 2015.

"Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 de realização de eventos."

Estatística Aplicada a Eventos

Aline Barbosa e Gesiel Gomes
Orientador: Igor dos Santos Lima
e-mail: aline.barbosa@outlook.com, djeison_x@hotmail.com

Introdução

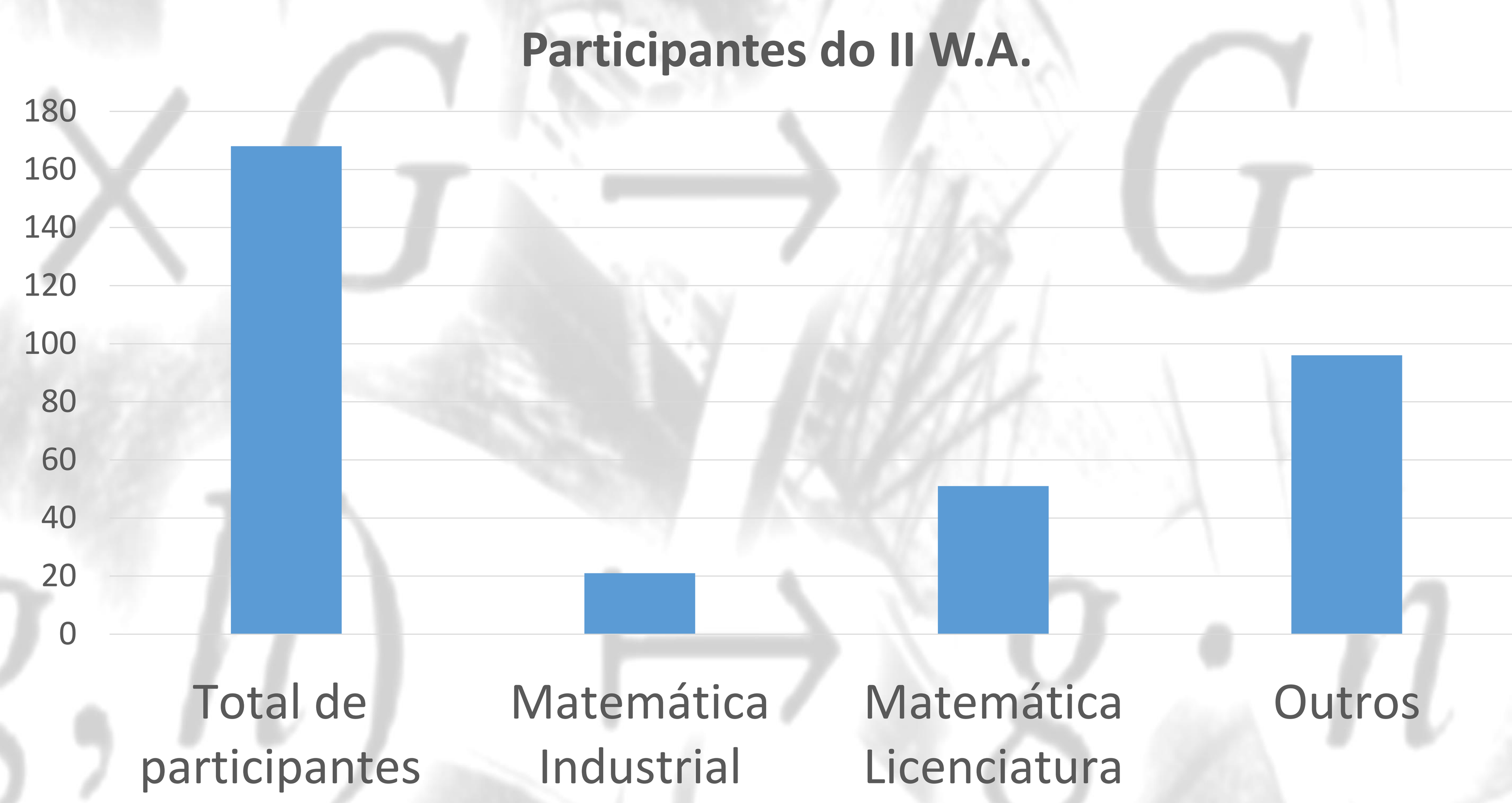
Neste pôster vamos dar continuidade aos estudos de Estatística Aplicada a Eventos da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia da UFG – Regional Catalão, o III Workshop de Álgebra, definiremos alguns conceitos dentro da Estatística e aplicaremos ao evento em questão. Um dos diferenciais desta será a inserção da análise qualitativa.

População e Amostra

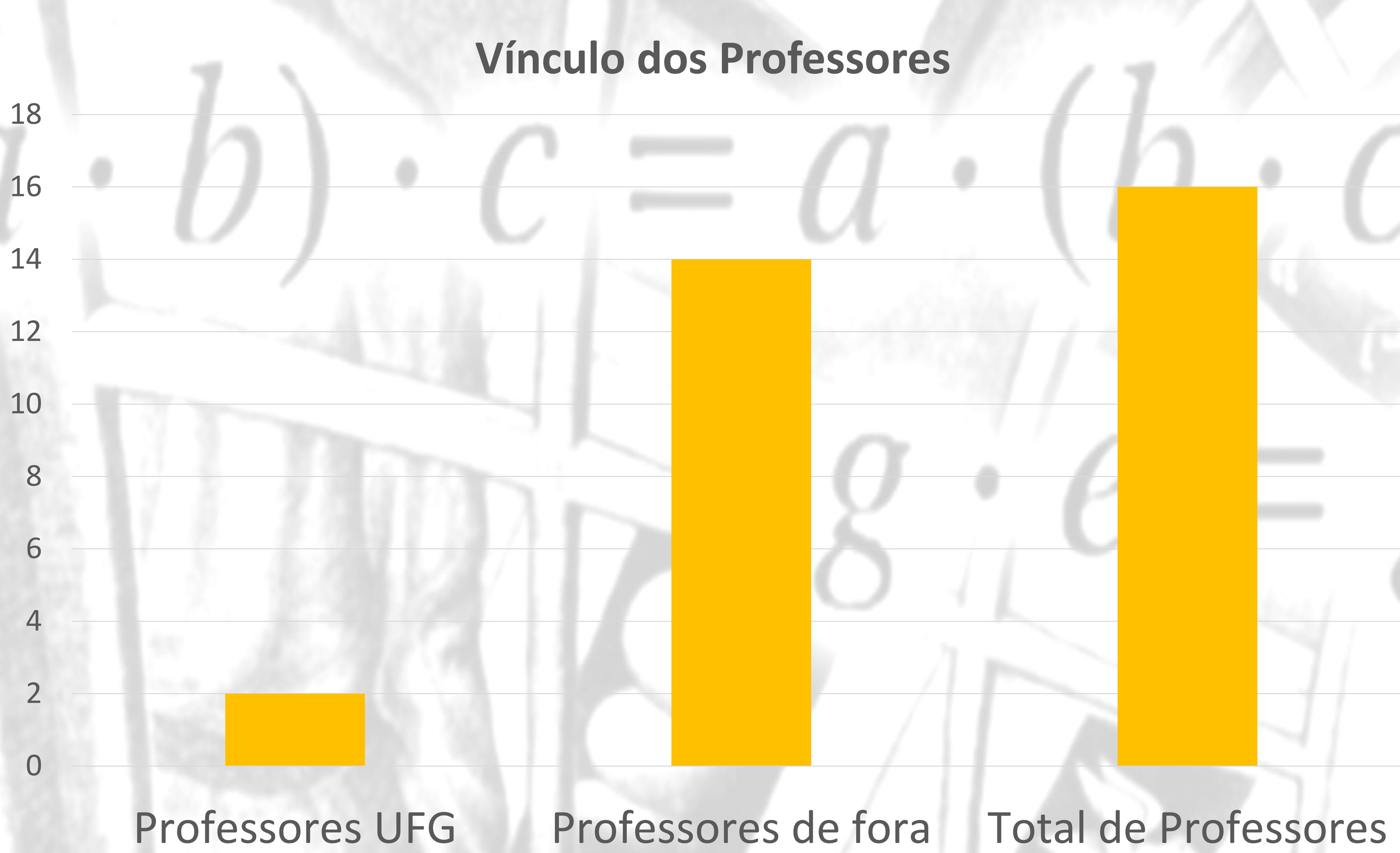
Definição: População é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação, com uma ou mais características comuns. A população é dita finita quando o número de elementos do conjunto pode ser quantificado numericamente e a entrevista ou análise das informações abordam a todos os elementos do conjunto. A população é dita infinita caso contrário. Uma amostra é um subconjunto da população.

Exemplo: Considere a população como sendo o conjunto dos habitantes da cidade de São Paulo. Observe que essa população é infinita. A seguir mostramos uma amostra:

O subconjunto formado pelos participantes do II W.A.



O subconjunto formado pelos professores participantes do III W.A.



Medidas de Tendência Central

As medidas de tendência central são parâmetros que permitem que se tenha uma ideia de como se distribuem os dados de um experimento. Existem três medidas principais que refletem a tendência central de uma distribuição de frequências:

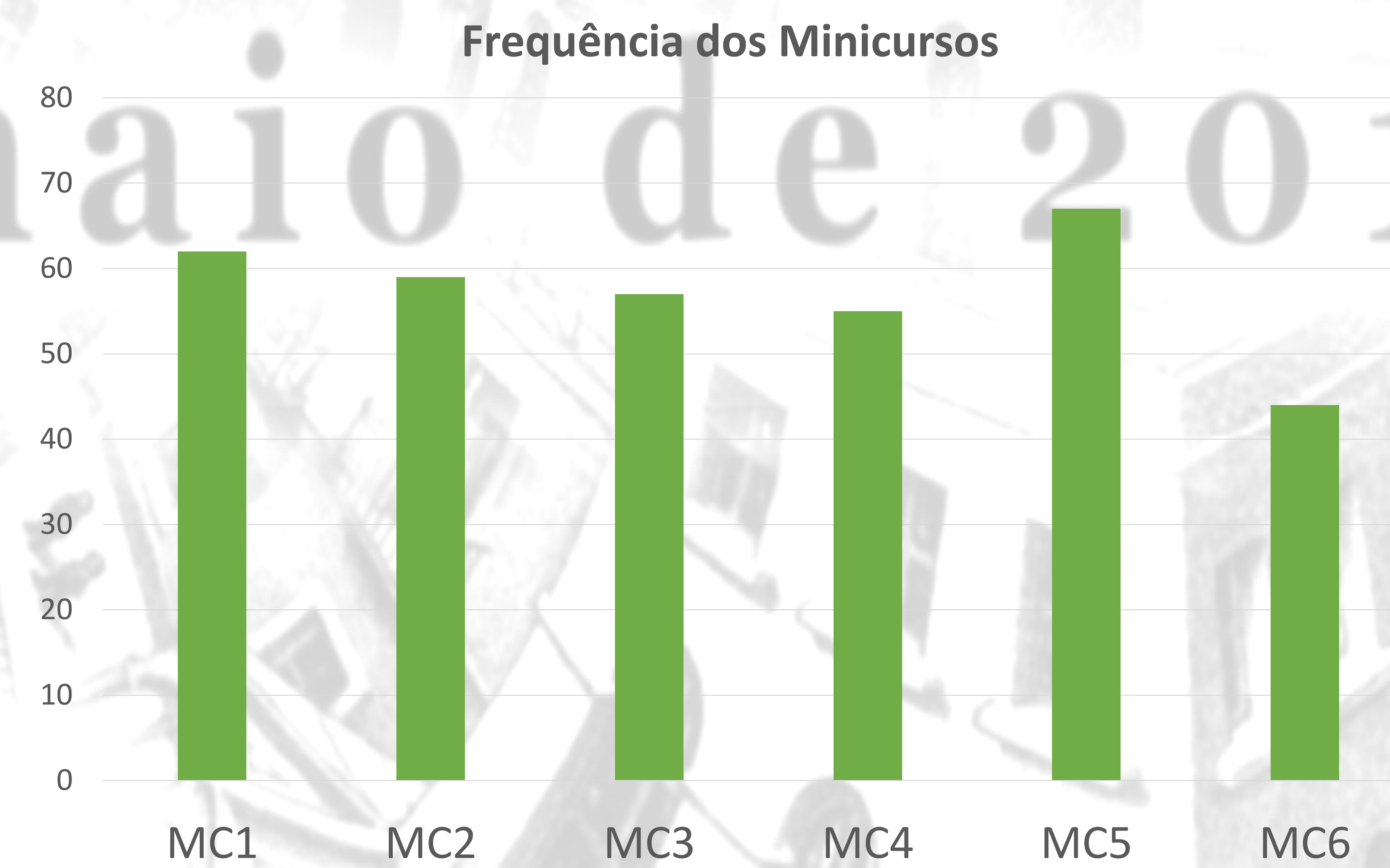
Definição:

A **média** é a soma de todos os resultados dividida pelo número total de casos.

A **moda** é o evento ou categoria de eventos que ocorre a maior frequência e indica o valor ou categoria mais provável.

A **mediana** é o valor da variável a partir do qual metade dos casos se encontra acima dele e metade se encontra abaixo. Se o número de observações for ímpar, a mediana será o valor central da distribuição. Se o número for par, a mediana será a média dos dois valores centrais.

Exemplo: No III W.A a média de participantes nos minicursos foi de 57, a mediana foi de 59 e a moda não ocorreu, caso em que dizemos amodal. Os dados de frequência em cada minicurso se encontra a seguir:



Medidas de Dispersão

Definição: Variância é a soma dos quadrados das diferenças de cada ponto em torno da média aritmética. Ela caracteriza a dispersão dos pontos de uma amostra potencializando as suas diferenças. O desvio padrão é a raiz quadrada da variância.

Exemplo: No III W.A. a variância da frequência foi de 50,3, enquanto o desvio padrão foi de 7,1.

Análise dos Questionários

A partir dos questionários aplicados faremos uma análise sucinta deste assunto. Ao todo 39 pessoas o responderam, seu foco principal foi descobrir por qual área os alunos se interessam e se o apoio dos professores para participar do evento realmente conta no momento da participação efetiva deste aluno.

Quanto às respostas dos alunos para o segundo foco foram bem positivas, todos demonstraram vontade de participar, seja pelo conhecimento que o evento traz e/ou pelas horas extracurriculares. O que os impede de certo modo é a liberação de suas aulas para frequentarem. A divulgação e o apoio das Unidades Acadêmicas na área de exatas é essencial para o sucesso deste projeto.

Fontes: Dados do II e III W.A.; Questionários aplicados.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 de realização de eventos.

FAPEG
FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DE GOIÁS

GOVERNO DE GOIÁS
Fazendo o melhor pra você.

Geometria Dinâmica

Aline Lourenço Costa e Edson Félix Júnior
aline.l.costa@outlook.com, edsonfelix_goiano@hotmail.com
Márcio Roberto Rocha Ribeiro (orientador)
marcio_roberto_rocha@ufg.br

IV Workshop de Álgebra da UFG-CAC

Introdução

Em nosso Trabalho Final de Curso, utilizamos da Geometria Dinâmica na construção do aprendizado da Geometria Plana. Através de um ambiente computacional, usamos o Geogebra, software matemático, para executar essa ação. Trabalhamos com alunos de 7º e 8º anos, do Ensino Fundamental II do Colégio Estadual Dona Iayá, alternando aulas expositivas conceituais em sala e práticas no laboratório de informática. O objetivo foi a busca pela melhoria da aprendizagem na Geometria Plana, com uma ferramenta complementar, um recurso didático dinâmico, que promove uma compreensão visual dos conceitos matemáticos, na construção de objetos geométricos na tela do computador. Utilizamo-nos da facilidade e do fascínio que a tecnologia exerce, especialmente sobre os jovens.

A Geometria Dinâmica e o Geogebra

A **Geometria Dinâmica** é a mesma geometria de sempre, mas trabalhada por meio de softwares, programas gráficos, em uma área de trabalho, que admite construções geométricas. Nick Jackiw e Steve Rasmussem foram os pioneiros na utilização desse termo, softwares de Geometria Dinâmica, diferentes dos demais softwares de Geometria, com maneira diferenciada da construção com a régua e o compasso, uma construção ativa e interativa, fazendo do programa uma inovadora maneira de aprendizagem da geometria. Possui distinção principal e vantajosa onde o aluno e professor podem testar suas conjecturas por exemplos e contraexemplos gerados facilmente, ressaltando que o deslocamento das construções dos pontos, retas e círculos, não produz perda de originalidade e alteração de propriedades geométricas do objeto inicial.

o **software GeoGebra** é um exemplo de software de Geometria Dinâmica, e foi com este que trabalhamos com as turmas do Colégio Dona Iayá, uma ferramenta didática complementar às metodologias. É um software livre, gratuito via www.geogebra.org. A figura 1, logo a seguir, mostra o aspecto da tela inicial do GeoGebra 4.0.

Os alunos utilizando o Geogebra

Realizamos com os alunos algumas atividades no laboratório de informática da escola Dona Iayá, e relatamos a seguir algumas dessas:

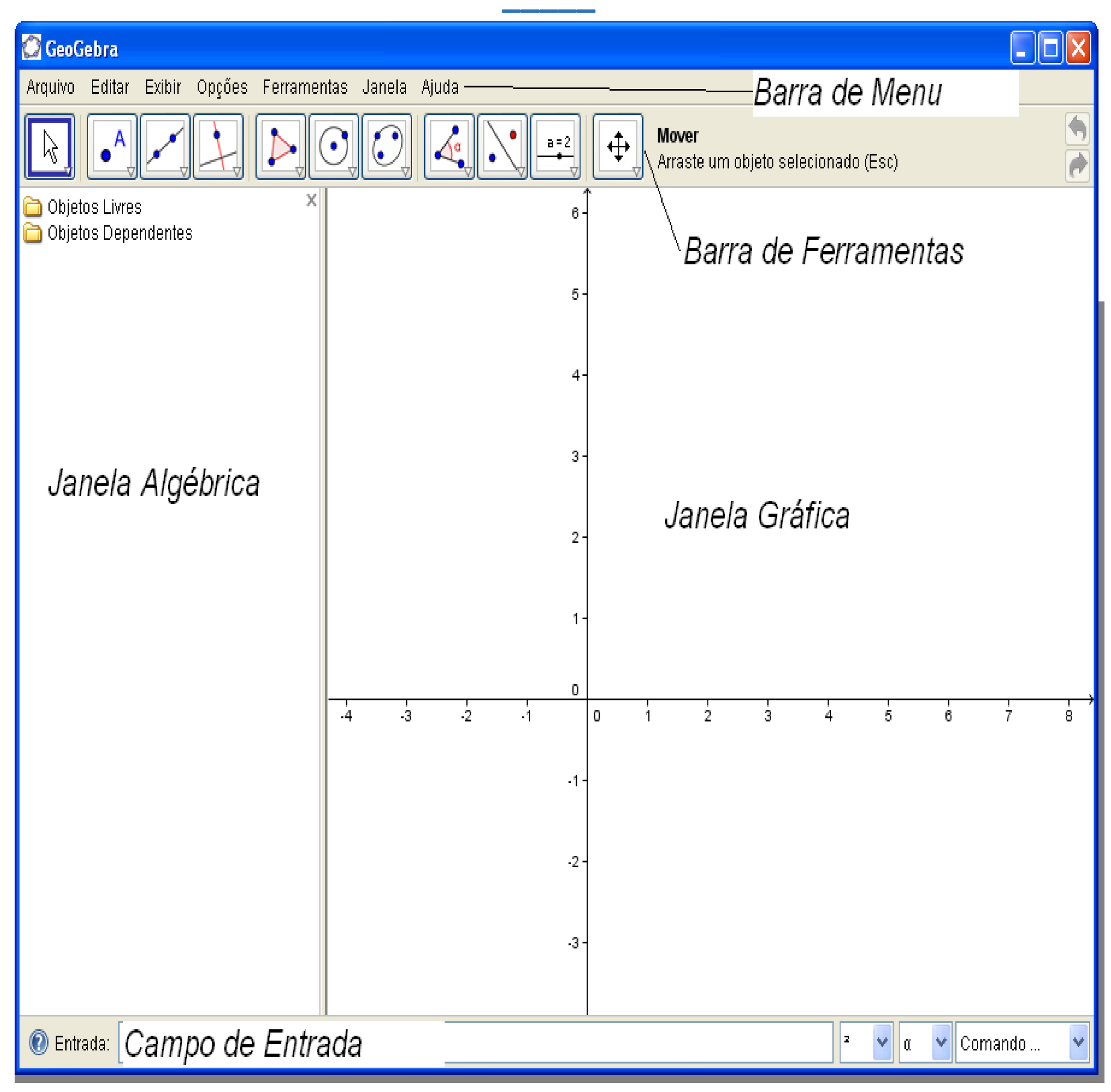


Figura 1- GeoGebra 4.0 - Tela Inicial

- Inicialmente trabalhamos: Ponto, reta e plano, onde a visualização no software foi essencial ao entendimento dos alunos, pois se trata de princípios abstratos da Geometria Plana (veja figura 2).

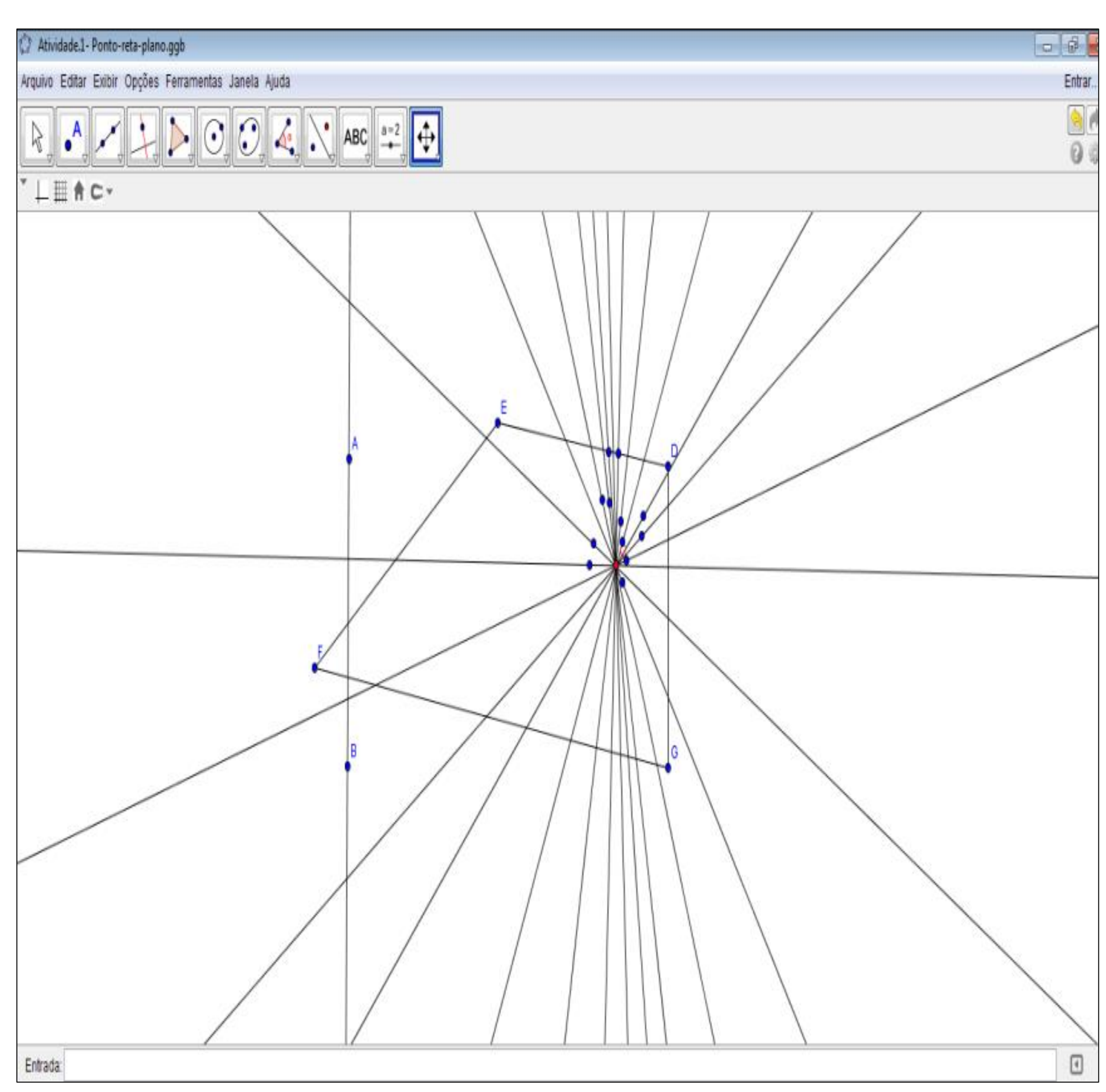


Figura 2- ponto, reta e plano

Alguns comentários dos alunos ao manusearem o software Geogebra:

-*"A reta sumia professora, só um ponto não faz reta."*

- *"O legal é ver a ponto mexer na reta, e não tem fim."*

- *"O ponto gira a reta de um lado e tira do lugar, leva pra onde a gente quer, dá pra construir figura, né"?*

Foram trabalhados os polígonos: classificação, polígonos regulares; vértice; suas construções utilizando o software GeoGebra, veja figura 3.

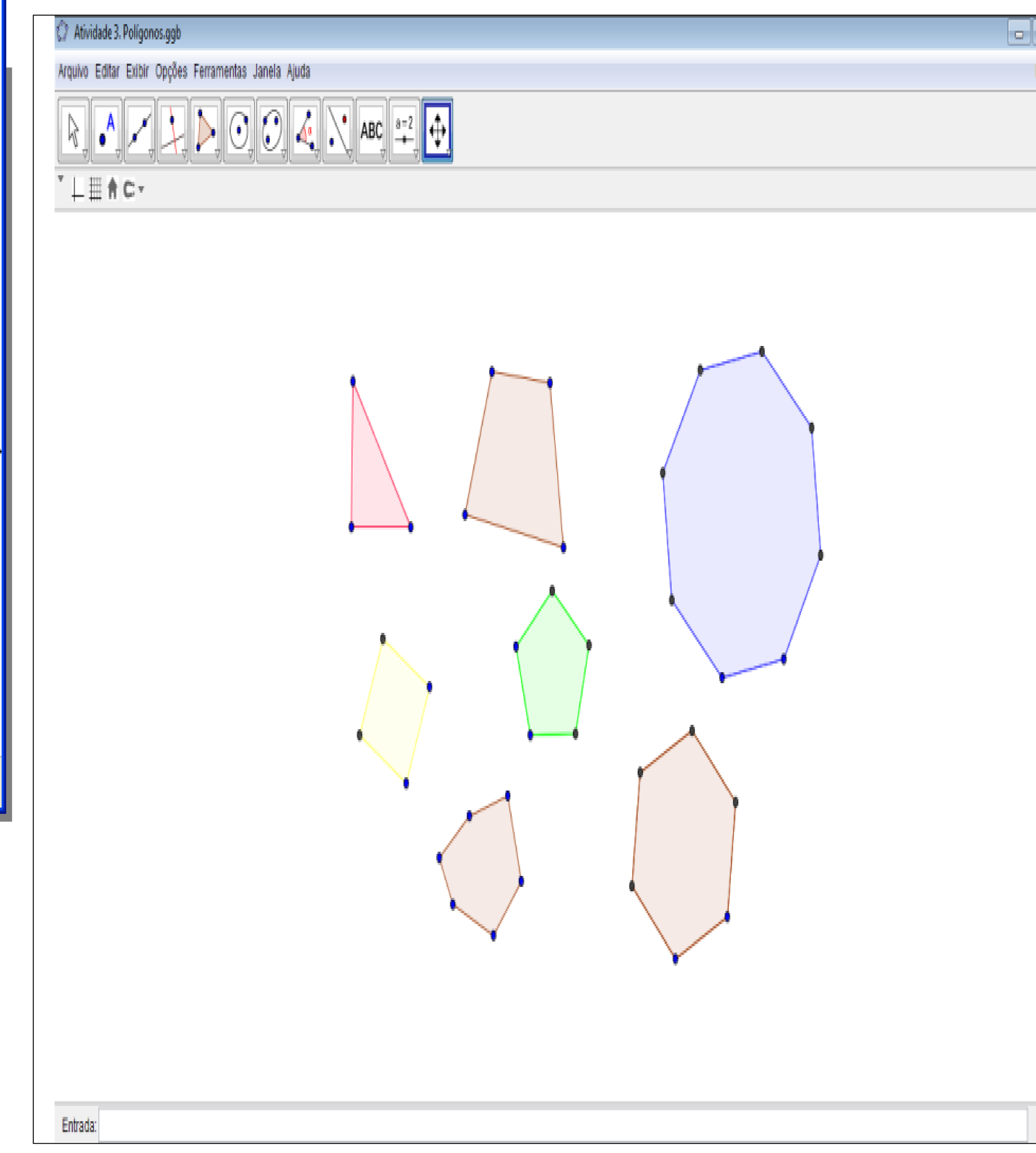


Figura 3 - Polígonos

Resultados e Conculusões

- Possibilidade de aulas dinâmicas e com participação direta e efetivas dos alunos;
- Diversidade de caminhos na resolução de exercícios;
- Possibilidade de experimentar e experienciar visualmente os conceitos e propriedades geométricas;

Referências Bibliográficas

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria,** artigo publicado nos Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, 1996).

SILVA, José Manuel Gomes Esteves da. **A Geometria Dinâmica no âmbito do ensino /aprendizagem:** um protótipo para o estudo do Círculo no 9 ºano do Ensino Básico, Dissertação apresentada para obtenção do Grau de Mestre em Educação Multimédia, Porto 2002.

FAPEG FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DE GOIÁS

GOVERNO DE GOIÁS Fazendo o melhor pra você.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 para realização de eventos.

Equação do Terceiro Grau: Três Milênios para uma Solução

Gislene da Silva Fonseca
gis-sf@hotmail.com

Márcio Roberto Rocha Ribeiro (orientador)
rocha.ufg@gmail.com

IV Workshop de Álgebra da UFG-CAC

Introdução

Este é parte de um trabalho, em fase de desenvolvimento, que tem por objetivo estudar as equações do terceiro grau: fatos históricos; o método de Ferro-Tartáglia para determinação de raízes; a busca por soluções reais e o uso do cálculo na determinação de raízes.

Um enigma histórico

A solução de equações do segundo grau já era conhecida pelos babilônios a setecentos anos antes da era Cristã. Assim, por que somente após mais de três mil anos é que se conseguiu resolver as equações de terceiro grau, e logo em seguida a de quarto grau?

A saga da solução de um problema de três mil anos

A história da solução das equações de terceiro grau envolve personagens fascinantes em meio a descobertas e disputas decorrentes.

- Scipione Ferro (1465-1526), provavelmente, por volta de 1515, foi o primeiro a resolver a equação do terceiro grau, mas nunca publicou nada. Comunicou a solução a Antônio Maria Fiore (grande amigo).

- Em 1535 Fiore desafia Niccolo Tartaglia, que era professor em Veneza. O desafio consistia em lista de problemas trocada entre os competidores. Tartaglia (1499-1557) resolve a lista que constava de problemas envolvendo a equação do terceiro grau e vence o duelo com facilidade. Tartaglia manteve sua solução em segredo.

- Em 1539, Girolamo Cardano (1501-1576) soube da notícia do concurso e a natureza dos problemas, ficou curioso em descobrir o procedimento para resolver as equações e atraiu Tartaglia para uma visita. Assim, obteve dele a regra para se resolver a equação do terceiro grau, sob a forma de versos enigmáticos, sem demonstração. Mas Cardano jurou a Tartaglia que não divulgaria a regra. Cardano e seu brilhante discípulo, Ludovico Ferrarri (1522-1557), demonstraram a regra de Tartaglia para solução de $x^3 + px = q$. Eles propuseram a mudança $x = y - \frac{a}{3}$ em $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$. Pouco tempo depois, Ferrari resolve a equação do quarto grau. Cardano não podia publicar a solução de Tartaglia devido ao juramento.

- Em 1542, ele e Ferrari obtiveram permissão de Della Nave para examinar os manuscritos de Ferro. Em 1545, Cardano publica o livro *Ars Magna*, que continha, entre outras coisas, a solução da equação do terceiro grau devido a Ferro. Isto provoca uma reação contrária de_Tartaglia, que, em 1546, publica o livro *Quesiti e Inventioni Diverse*, no qual ataca duramente Cardano pela quebra do juramento.

- De fevereiro de 1547 a julho de 1558, houve um duelo com seis panfletos de Ferrari e seis panfletos de Tartaglia e um debate final, devido ao qual Tartaglia perde seu emprego em Brescia e volta a Veneza, onde morreria no esquecimento nove anos mais tarde.

Em virtude desta saga histórica, o método de solução de uma equação do terceiro grau será aqui denominada de "Método de Ferro-Tartáglia".

Resolvendo a equação do terceiro grau: Método de Ferro-Tartáglia.

A equação de terceiro grau,

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,\ a \neq 0$$

é equivalente à

$$x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0$$

e portanto, basta considerar equações do tipo

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Substituindo $x = y - \frac{a}{3}$, obtemos

$$y^3 + \left(b - \frac{a^2}{3}\right)y + \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c = 0$$

Que é uma equação do tipo

$$x^3 + px + q = 0$$

e fazendo $x = u + v$, obtemos

$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u + v) + q = 0.$$

Assim, para determinar u, v tais que:

$$u^3 + v^3 = -q \ \text{ e } \ uv = -\frac{p}{3},$$

ou equivante:

$$u^3 + v^3 = -q,\ \ u^3v^3 = -\frac{p^3}{27}$$

observamos que, u^3 e v^3 são raízes da equação do segundo grau

$$w^2 + qw - \frac{p^3}{27} = 0,$$

que resolvendo nos fornece:

$$u^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}} \quad \text{e}$$

$$v^3 = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}.$$

Segue que:

$$x = u + v =$$

$$= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

Exemplo

O Exemplo aqui apresentado foi retirado do livro de *Álgebra* de Leonard Euler, 1770, e consiste em resolver a equação
$x^3 + 3x + 2 = 0.$
Utilizando a fórmula de Ferro-Tartáglia, obtemos uma raiz **r** para a equação, dada por:

$$r = \sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{-1 - \sqrt{2}} = \sqrt[3]{-1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}$$

As outras duas raízes são obtidas resolvendo a equação do segundo grau

$$x^2 + ax + b = 0,$$

onde

$$x^2 + ax + b = (x^3 + 3x + 2)/(x - r) \quad .$$

Assim, $a = r$ e $b = r^2 + 3$. Portanto, as raízes da equação $x^2 + rx + r^2 + 3 = 0$ são as duas outras raízes da equação de terceiro grau dada.

Referências bibliográficas

[1] LIMA,E. L. *A equação do terceiro grau*, Matemática Universitária, nº 5, 1987, p. 9-23.

[2] AABOE, A. *Episódios da História antiga da Matemática*, Coleção do Professor de **Matemática**, Sociedade Brasileira de Matemática.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 para realização de eventos.

Um estudo sobre o número π

Oliviana Xavier do Nascimento
olivianaxn@gmail.com

Márcio Roberto Rocha Ribeiro (orientador)
marcio_roberto_rocha@ufg.br

IV Workshop de Álgebra da UFG-CAC

Introdução

Este é parte de um trabalho, em fase de desenvolvimento, que tem por objetivo estudar os seguintes aspectos do número π: história, situações em que ele se faz presente, cálculo e transcendência.

Um breve histórico

Os primeiros registros sobre π foram deixados pelos povos egípcios e babilônios há aproximadamente 4000 anos. Desde essa época até meados do século XVI, o número π assumiu diversos valores. Dentre eles 3,16 e $\sqrt{10}$. Sucedeu após esse período, marcado pelos diversos valores para π, uma outra etapa da história desse número, que ficou conhecida como período de caça às casas decimais de π, em que se buscavam ferramentas de cálculo capazes de produzir os dígitos de π de maneira precisa e em quantidades muito grandes. Essa etapa é marcada pelo surgimento do computador e isso a subdivide em duas partes, uma anterior e outra posterior a esse marco, em que os esforços para obtenção das casas decimais de π foram transferidos do ser humano para o computador. Outros dois importantes fatos, que competem espaço com a procura pelas casas decimais de π, são a prova, em 1761, de que π é um número irracional e a prova, em 1882, de que π trata-se de um número transcendente.

Onde o número π aparece

Algumas situações em que o número π se faz presente:

- ✓ fórmulas que fornecem o perímetro e área do círculo;
- ✓ fórmulas que fornecem a área e o volume de algumas figuras da geometria euclidiana que apresentam algum formato circular como esfera, cilindro circular reto, cilindro equilátero e cone circular reto;
- ✓ ao lidar com funções trigonométricas que são definidas em termos de um círculo unitário (seno, cosseno, tangente, cossecante, etc.) e
- ✓ no cálculo das probabilidades de eventos aleatórios. A exemplo, temos o Problema das Agulhas de Buffon.

Como calcular o número π

Há um tempo, tem-se a possibilidade de calcular o número π com qualquer quantidade de casas decimais. As maneiras de fazer isso são, em geral, decorrentes de fórmulas que convergem, de alguma forma, para o valor de π. A seguir, apresentamos algumas dessas fórmulas. Juntas, elas constituem um conjunto de alternativas para o cálculo do número π.

- Fórmula de Gregory e Leibniz:

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4}{2n+1} \qquad (1)$$

A série de Gregory e Leibniz provém da seguinte expressão

$$arctang\ x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} \qquad (2)$$

A fórmula (1) converge lentamente para π (veja tabela 1). Por isso, ela não é tão eficaz. Contudo, ela tem sua importância, pois, posteriormente, surgiram outras séries alicerçadas na função arco tangente, em que a convergência para π se dá de forma mais rápida.

- Fórmula utilizada por John Machin, em 1706, para calcular 100 casas decimais para π:

$$\frac{\pi}{4} = 4arctang\left(\frac{1}{5}\right) - arctang\left(\frac{1}{239}\right) \qquad (3)$$

A fórmula (3) pode ser reescrita, utilizando a expansão de arco tangente indicada em (2), resultando em

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 16}{5^{2n+1}(2n+1)} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4}{239^{2n+1}(2n+1)}$$

- Fórmula obtida por Euler, em 1738:

$$\pi = 4arctang\left(\frac{1}{2}\right) + 4arctang\left(\frac{1}{3}\right) \qquad (4)$$

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4}{2^{2n+1}(2n+1)} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4}{3^{2n+1}(2n+1)}$$

- Fórmula provada por John Wallis, em 1655:

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)(2n)}{(2n-1)(2n+1)} \qquad (6)$$

- Fórmula obtida por Newton, em 1676:

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{4n}(n!)^2} \frac{3}{2n+1} \qquad (7)$$

Newton usou a série de potências da função arco seno para obter a fórmula (7), fazendo $x = \frac{1}{2}$.

$$\arcsin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)}$$

A soma dos 50 primeiros termos da série (7) fornecem 30 dígitos exatos de π.

- Fórmula apresentada pelo indiano Srinivasa Ramanujan, em 1914, que fornece 8 casas decimais de π a cada termo adicionado:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!\,(1103 + 26390n)}{(n!)^4 396^{4n}} \qquad (8)$$

Tabela comparativa

A tabela que segue apresenta um comparativo da convergência entre as fórmulas: Gregory e Leibniz (1) ; Euler (4); Newton (7):

n	Fórmula (1)	Fórmula (4)	Fórmula (7)
	Gregory e Leibniz	Euler	Newton
0	4,00000000000000	3,33333333333333	3,00000000000000
1	2,66666666666666	3,11728395061728	3,12500000000000
2	3,46666666666666	3,14557613168724	3,13906250000000
3	2,89523809523809	3,14085056176105	3,14115513392857
4	3,33968253968254	3,14174119743368	3,14151117234003
5	2,97604617604617	3,14156158787759	3,14157671577486
6	3,28373848373848	3,14159934096619	3,14158942531912
7	3,01707181707181	3,14159118436090	3,14159198235838
8	3,25236593471887	3,14159298133456	3,14159251115786
9	3,04183961892940	3,14159257960635	3,14159262287061
10	3,23231580940559	3,14159267045068	3,14159264687556
11	3,05840276592733	3,14159264971678	3,14159265210588
12	3,21840276592733	3,14159265448534	3,14159265325873
13	3,07025461777918	3,14159265338153	3,14159265351533
14	3,20818565226194	3,14159265363845	3,14159265357293
15	3,07915339419742	3,14159265357837	3,14159265358595
16	3,20036551540954	3,14159265359248	3,14159265358891
17	3,08607980112383	3,14159265358915	3,14159265358959
18	3,19418790923194	3,14159265358994	3,14159265358974
19	3,09162380666784	3,14159265358975	3,14159265358978
20	3,18918478227759	3,14159265358980	3,14159265358979
21	3,09616152646364	3,14159265358979	3,14159265358979
22	3,18505041535253	3,14159265358979	3,14159265358979
23	3,09994403237380	3,14159265358979	3,14159265358979
24	3,18157668543503	3,14159265358979	3,14159265358979

Tabela 1

Referências bibliográficas

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Bluncher, 1996.

GUZO, Sandro M.. O número “pi". **Revista Eletrônica de Matemática**, Universidade Federal de Goiás, n. 2, 2010.

Este projeto foi financiado pela FAPEG através do edital 02/2015 para realização de eventos.