Construção da Música e as Séries de Fourier

Aline Barbosa e Desirée Moura
Orientador: Igor dos Santos Lima
e-mail: aline.barbosa@outlook.com, desiree._silva@hotmail.com

Introdução

Neste pôster iremos apresentar alguns fatos sobre as construções das séries de Fourier e suas aplicações na música. As séries de Fourier são as somatórias de senos e cossenos e foram criadas pelo matemático Jean Baptiste Joseph Fourier, em 1822. Sua descoberta consiste em, ao deparar-se com sinais complicados o mesmo poderia ser expresso a partir da soma de sinais mais simples, a qual ele fazia pela soma dos senóides.

Biografia

Jean Baptiste Joseph Fourier nasceu na cidade de Auxerre, França em 21 de março de 1768. Após a morte de seus pais, foi internado em uma escola militar de Auxerre, onde primeiramente se interessou pela literatura e posteriormente preferiu se dedicar às ciências, conquistando na escola a maioria dos primeiros prêmios. Aluno brilhante, Fourier foi promovido professor desta mesma escola aos 22 anos. Em 1793 envolveu-se com o Comitê Revolucionário durante a Revolução Francesa, tal envolvimento quase resultou em sua morte, consequentemente levando-o ao seu desligamento do Comitê e exílio no Egito.

Em 1810, retornou à França e fundou a Universidade Real de Grenoble, da qual se tornaria reitor. Foi em Grenoble que levou a efeito suas experiências sobre a propagação do calor que lhe permitiram padronizar a evolução da temperatura por meio de séries trigonométricas. Esses trabalhos, que trouxeram grande avanço à modelização matemática dos fenômenos, contribuíram com os fundamentos da termodinâmica. Abriram, paralelamente, caminho à Teoria das Séries de Fourier e das Transformadas de Fourier.

Séries de Fourier

De acordo com Silva, Séries de Fourier, são basicamente, uma forma de representar funções periódicas como séries infinitas de senos e cossenos. Possui a seguinte fórmula geral:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos\frac{2n\pi}{T}t + b_n \sin\frac{2n\pi}{T}t\right]$$

Onde,

- Os termos a_0, a_n e b_n são chamados de Coeficientes de Fourier, números que variam dependendo da função que pretende-se representar;
- Para n, temos o índice da série, como $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$ assim encontra-se os termos da somatória;
- T corresponde ao tempo que a fonte precisa para gerar uma onda completa, chamada de período.

Como a série de Fourier representa uma função periódica se faz necessário descrever as características de uma onda, que são:

- Período – É o tempo que a fonte precisa para gerar uma onda completa;
- Frequência – Representa o grau de oscilação dos pontos do meio do qual a onda se propaga;
- Amplitude – É a distancia entre a parte mais baixa e a parte mais alta da onda.

Exemplos de séries:

- Onda Triangular (primeiros três termos):

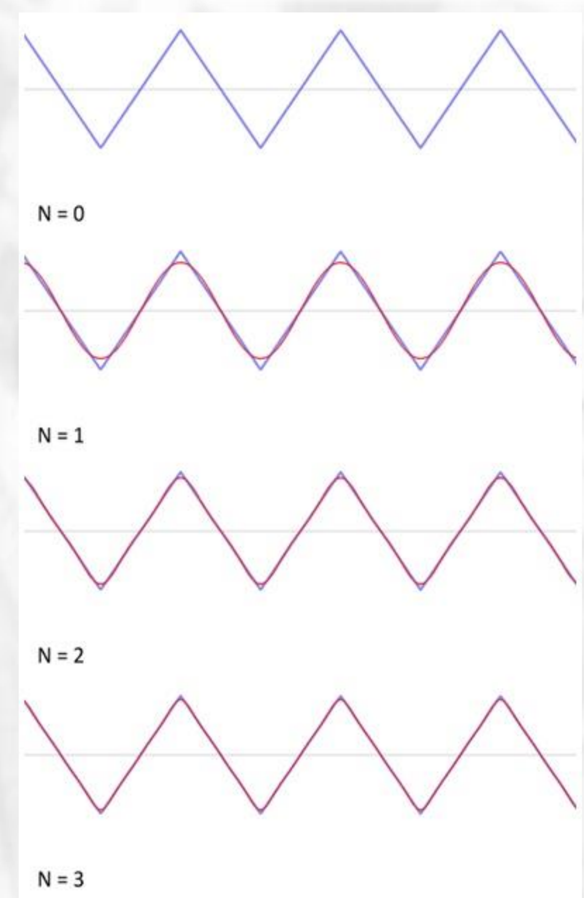
$$f_1(t) = \frac{4}{\pi}\left[\sin w_1\, t - \frac{1}{9}\sin 3w_1\, t + \frac{1}{25}\sin 5w_1\, t - \cdots\right]$$

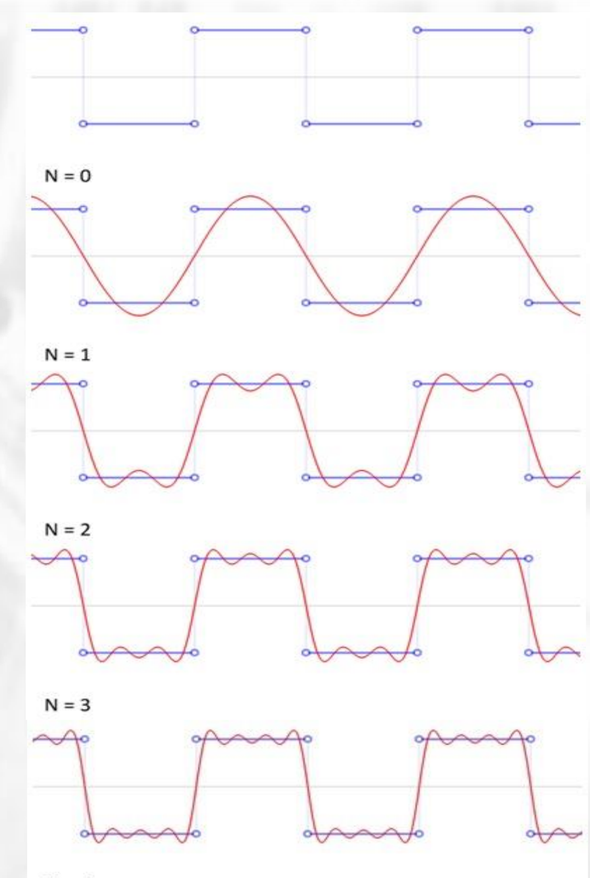
- Onda Quadrada (primeiros quatro termos):

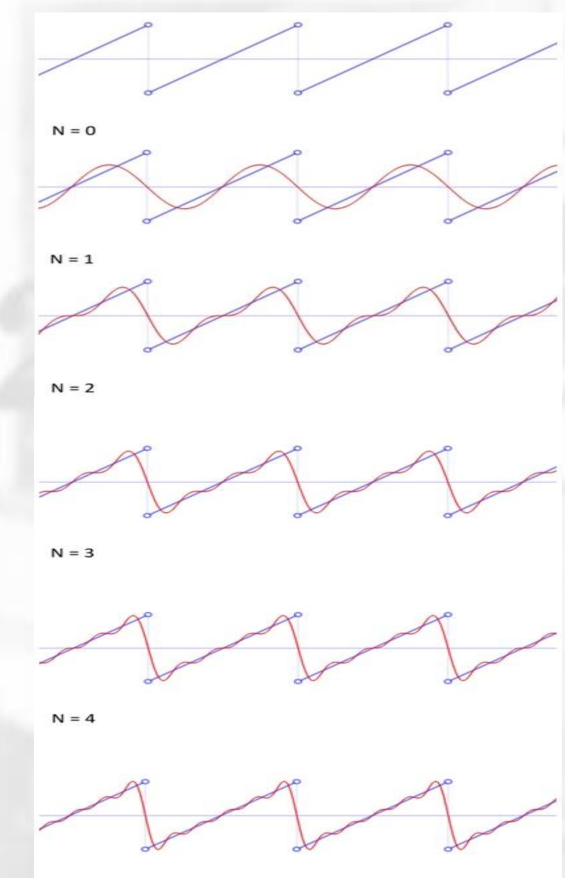
$$f_2(t) = \frac{4}{\pi}\left[\cos\, w_1\, t - \frac{1}{3}\cos 3w_1\, t + \frac{1}{5}\cos 5w_1\, t - \cdots\right]$$

- Onda Dentada (primeiros cinco termos):

$$f_3(t) = \sin w_1\, t - \frac{1}{2}\sin 2w_1\, t + \frac{1}{3}\sin 3w_1\, t + \cdots$$







Séries de Fourier e a Música

A análise de Fourier consiste em um método matemático para determinar as diferentes amplitudes de onda associadas a cada uma das frequências (número de pulsos que ocorre por unidade de tempo) que compõe um sinal. Atualmente, a análise matemática tem como utilidade prática para a música auxiliar compositores a terem controle de sua escritura musical e ainda possibilitar que sintetizadores de som reproduzam notas musicais quase perfeitamente. Este último poderíamos citar como exemplo uma música gravada por uma gravadora. Ao gravá-la a mesma terá um tamanho muito grande, isso porque uma gravação não possui perdas, cada frequência é preservada por toda a mixagem, até a faixa final. Assim aplicando a transformada de Fourier em um pequeno trecho de uma música, no entanto, você vai descobrir que existem alguns componentes de frequência que são incrivelmente dominantes e outros que mal aparecem.

O formato de arquivo MP3 faz exatamente isso, exclui componentes de frequência quase imperceptíveis para economizar espaço, bem como alguns dos que estão na extremidade superior de nossa faixa de audição, porque temos dificuldade de distinguir entre essas frequências.

Faz-se isso por toda a música, cortando-a em milhões de trechos, determinando os componentes de frequência importantes e jogando fora aqueles que são sem importância. O que resta são apenas as mais importantes frequências — ou notas — que podem ser tocadas em seus ouvidos para representar (com bastante precisão) a música original. Ah, e este arquivo tem menos de um décimo do tamanho original.

Referências Bibliográficas

Silva, I. Souza, B. U. Séries de Fourier: Aplicações na Música In: Anais do IX Seminário de Iniciação Científica VI Jornada de Pesquisa e Pós-Graduação e Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, 2011, Iporá.

Este projeto foi financiado pela CAPES.