

# Universidade Federal de Goiás

## Análise 1 - Lista 2

7 de março de 2014

1. Sejam  $f : A \rightarrow B$ ,  $g : B \rightarrow C$  funções. Mostre que:
  - (a) se  $f$  e  $g$  forem injetoras então  $g \circ f$  também será injetora.
  - (b) se  $f$  e  $g$  forem sobrejetoras então  $g \circ f$  também será sobrejetora.
  - (c) se  $f$  e  $g$  forem bijetoras então  $g \circ f$  também será bijetora.
2. Dada a função  $f : A \rightarrow B$ , prove:
  - (a) para todo  $Z \subset B$ , tem-se  $f(f^{-1}(Z)) \subset Z$ ;
  - (b)  $f$  é sobrejetora  $\Leftrightarrow f(f^{-1}(Z)) = Z$ , para todo  $Z \subset B$ .
3. Dada a função  $f : A \rightarrow B$ , prove:
  - (a) para todo  $X \subset A$ , tem-se  $f^{-1}(f(X)) \subset X$ ;
  - (b)  $f$  é injetora  $\Leftrightarrow f^{-1}(f(X)) = X$ , para todo  $X \subset A$ .
4. Seja  $f : A \rightarrow B$  uma função. Mostre que:
  - (a)  $f$  pode ser decomposta da forma  $h \circ f_1$ , onde  $h$  é uma função injetora e  $f_1$  é uma função sobrejetora.
  - (b)  $f$  pode ser decomposta da forma  $\pi \circ f_2$ , onde  $\pi$  é uma função sobrejetora e  $f_2$  é uma função injetora.
5. Mostre que se a função  $f : A \rightarrow B$  possui inversa então ela é única.
6. Seja  $f : A \rightarrow B$  uma função arbitrária. Mostre que a função  $F : A \rightarrow G(f)$  dada por  $F(x) = (x, f(x))$  é bijetora. Em seguida, encontre sua inversa  $F^{-1}$ .