

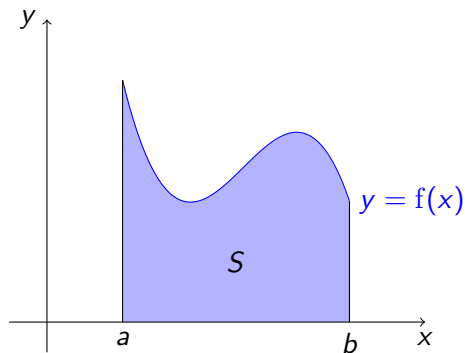
Área Entre Curvas

Jairo Menezes e Souza

UFG/CAC

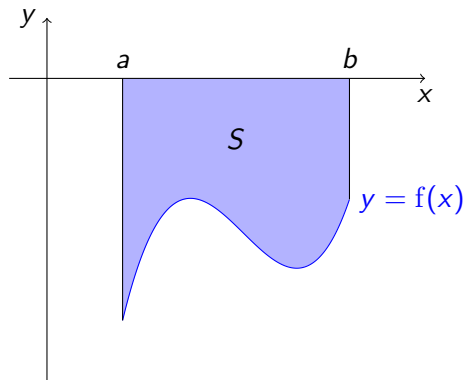
06/08/2013

Vimos que a integral definida no intervalo $[a, b]$ de uma função $y = f(x)$ positiva significa a área compreendida entre as retas verticais $x = a$ e $x = b$, abaixo do gráfico $y = f(x)$ e acima do eixo $y = 0$.



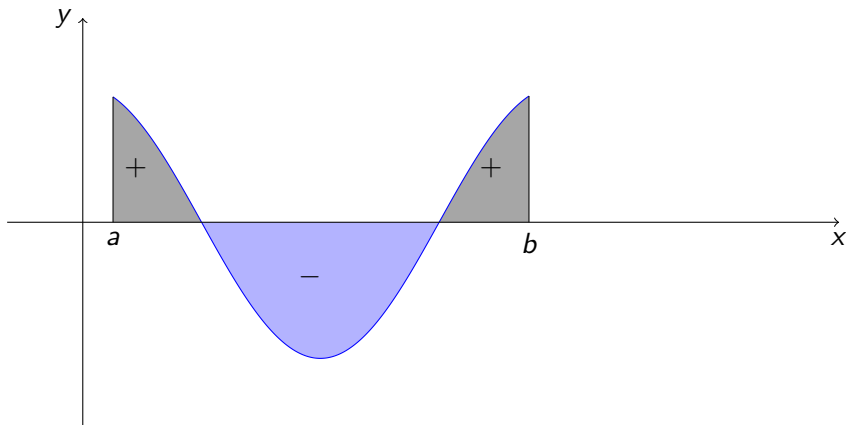
$$\int_a^b f(x) dx = A(S)$$

A integral definida no intervalo $[a, b]$ de uma função $y = f(x)$ negativa significa menos a área compreendida entre as retas verticais $x = a$ e $x = b$, acima do gráfico $y = f(x)$ e abaixo do eixo $y = 0$.



$$\int_a^b f(x) dx = -A(S)$$

Para funções que variam entre positivas e negativas há uma compensação no cálculo da integral



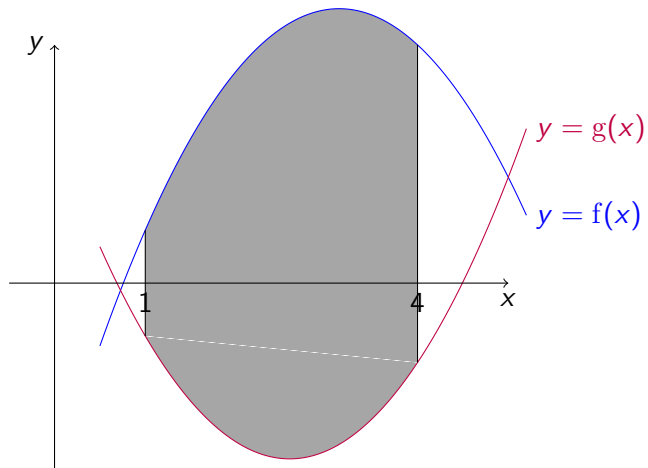
Exemplo

Queremos achar a área entre $x = 1$ e $x = 4$ e entre os gráficos de

$$f(x) := \frac{-(11x^2 - 69x + 46)}{12}$$

e

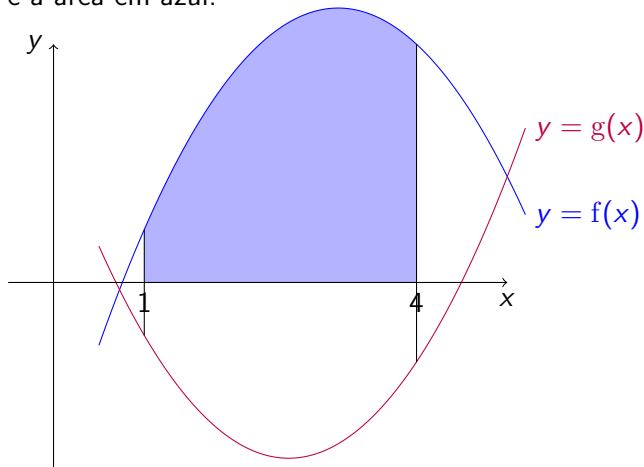
$$g(x) := \frac{11x^2 - 57x + 34}{12}$$



Temos que

$$\int_1^4 \frac{(11x^2 - 69x + 46)}{12} dx$$

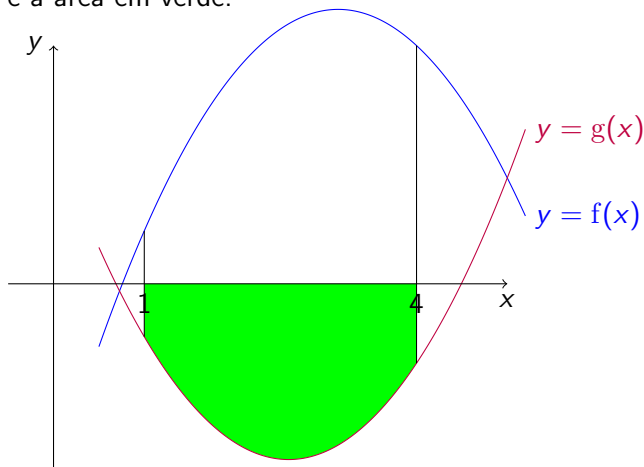
é a área em azul.



Temos que

$$- \int_1^4 \frac{11x^2 - 57x + 34}{12} dx$$

é a área em verde.



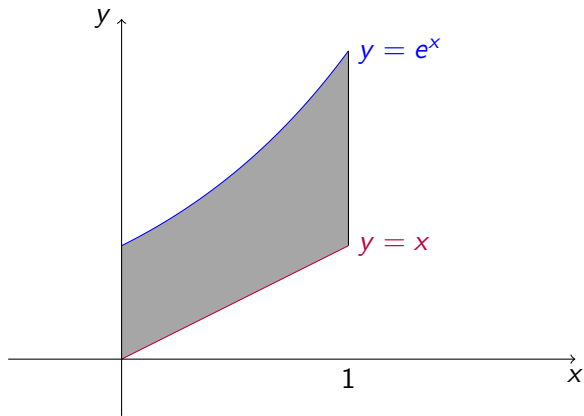
Exemplo

Assim a área que procuramos é

$$\begin{aligned} A &= \int_1^4 \frac{(11x^2 - 69x + 46)}{12} - \int_1^2 \frac{11x^2 - 57x + 34}{12} \\ &= \int_1^4 (f(x) - g(x)) dx \end{aligned}$$

exemplo

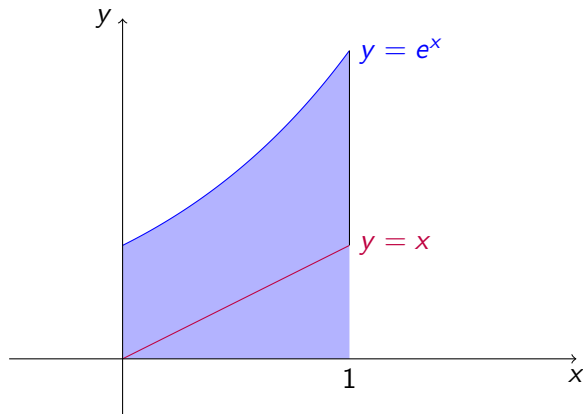
Encontre a área da região limitada acima por $y = e^x$, e abaixo por $y = x$, e limitada nos lados por $x = 0$ e $x = 1$.



Temos que

$$\int_0^1 e^x dx$$

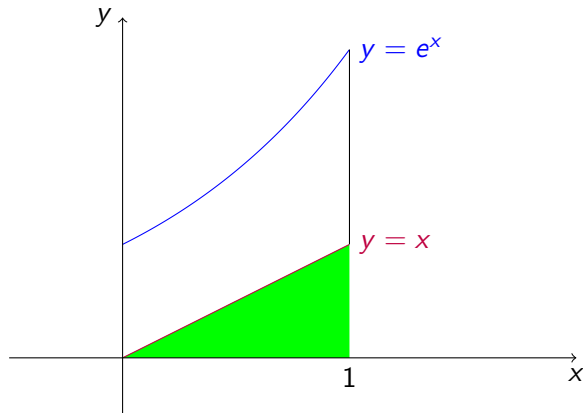
é a área em azul.



Temos que

$$-\int_0^1 x dx$$

é a área em verde.



Exemplo

Assim a área que procuramos é

$$A = \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 x dx$$

Exemplo

Assim a área que procuramos é

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 e^x dx - \int_0^1 x dx \\ &= \int_0^1 (e^x - x) dx \end{aligned}$$

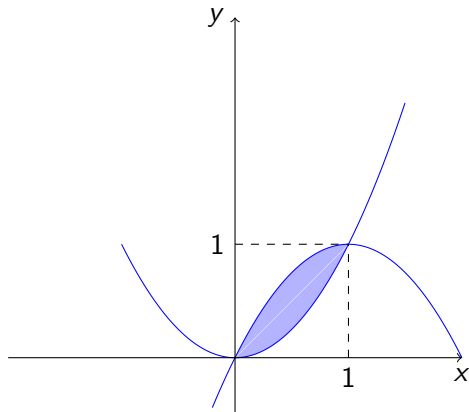
Proposição

Suponha que $f(x) \geq g(x)$ para $x \in [a, b]$ então a área delimitada acima por $y = f(x)$, abaixo por $y = g(x)$ e pelos lados por $x = a$ e $x = b$ é dada por

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Exemplo

Encontre a área entre as parábolas $y = x^2$ e $y = 2x - x^2$



Exemplo

Encontre a área da região limitada pelas curvas $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{2}$

