



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
REGIONAL CATALÃO - UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA  
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

LUCIANO FERREIRA SILVA

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A INSERÇÃO DE  
ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS  
EM CONCEITOS BÁSICOS DE TERMODINÂMICA**

CATALÃO - GOIÁS  
2020



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE FÍSICA

## **TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES**

### **E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG**

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### **1. Identificação do material bibliográfico**

] Dissertação       ] Tese

#### **2. Nome completo do autor**

**LUCIANO FERREIRA SILVA**

#### **3. Título do trabalho**

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A INSERÇÃO DE ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TERMODINÂMICA**

#### **4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)**

Concorda com a liberação total do documento  ] SIM       ] NÃO<sup>1</sup>

**[1]** Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

**a)** consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

**b)** novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Julio Santiago Espinoza Ortiz, Professor do Magistério Superior**, em 13/10/2020, às 13:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



Documento assinado eletronicamente por **LUCIANO FERREIRA SILVA, Discente**, em 28/10/2020, às 14:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1611035** e o código CRC **BA697EB6**.

---

**Referência:** Processo nº 23070.025989/2020-98

SEI nº 1611035

**LUCIANO FERREIRA SILVA**

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A INSERÇÃO DE  
ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS  
EM CONCEITOS BÁSICOS DE TERMODINÂMICA**

Dissertação apresentada ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, pólo Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão – Unidade Acadêmica Especial de Física, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Orientador: Prof. Dr. Julio Santiago Espinoza Ortiz

**CATALÃO - GOIÁS  
2020**

Silva, Luciano Ferreira.

Uma proposta metodológica para a inserção de elementos de estatística como organizadores prévios em conceitos básicos de termodinâmica / Luciano Ferreira Silva. – Catalão, 2020.

166 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Física, Programa de Pós-Graduação Em Ensino de Física, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Catalão/GO, 2020.

Orientador: Prof. Dr. Julio Santiago Espinoza Ortiz

Título em inglês: A methodological proposal for the insertion of statistical elements as previous organizers in basic thermodynamic concepts.

1. Termodinâmica. 2. Estatística. 3. Teoria da Aprendizagem Significativa. 4. Organizadores prévios. I. Ortiz, Julio Santiago Espinoza. II. Uma proposta metodológica para a inserção de elementos de estatística como organizadores prévios em conceitos básicos de termodinâmica.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE FÍSICA

### ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 2 da sessão de Defesa de Dissertação de **LUCIANO FERREIRA SILVA**, que confere o título de Mestre em **Ensino de Física**, na área de concentração em **Física na Educação Básica**.

Aos **vinte e nove de maio de dois mil e vinte**, a partir da quinze, por video conferência, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “ **UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A INSERÇÃO DE ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TERMODINÂMICA**”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor **Julio Santiago Espinoza Ortiz (UFG/RC/UAEF)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: **Professor Doutor Jalles Franco Ribeiro da Cunha (UFG/RC/UAEF)**, membro interno; cuja participação ocorreu através de videoconferência **Professor Doutor Denis Rezende de Jesus (UFG/RC/UAEF)**, membro interno; cuja participação ocorreu através de videoconferência. **Professor Doutor Eberth de Almeida Correa (UNB/RC/IF)**, membro externo; cuja participação ocorreu através de videoconferência, a arguição os membros da banca não fizeram sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido o candidato **APROVADO** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor **Julio Santiago Espinoza Ortiz**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos **vinte e nove de maio de dois mil e vinte**.

#### TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Eberth de Almeida Corrêa, Usuário Externo**, em 24/09/2020, às 17:35, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Julio Santiago Espinoza Ortiz, Professor do Magistério Superior**, em 30/09/2020, às 17:36, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Denis Rezende De Jesus, Professor do Magistério Superior**, em 13/10/2020, às 14:25, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Jalles Franco Ribeiro Da Cunha, Professor do Magistério Superior**, em 28/10/2020, às 14:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1573862** e o código CRC **0F3CA00A**.

---

**Referência:** Processo nº 23070.025989/2020-98

SEI nº 1573862

**LUCIANO FERREIRA SILVA**

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A INSERÇÃO DE  
ELEMENTOS DE ESTATÍSTICA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS  
EM CONCEITOS BÁSICOS DE TERMODINÂMICA**

Dissertação apresentada ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, pólo Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão – Unidade Acadêmica Especial de Física, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física

Orientador: Prof. Dr. Julio Santiago Espinoza Ortiz

**CATALÃO - GOIÁS  
2020**



Dedico este trabalho  
Aos meus pais Lúcio (*in memorian*) e Maria Emília,  
À minha Esposa Angela Cristina,  
Aos meus filhos Cristiano e Juliano,  
A todos apaixonados pela Física,  
E a todas as pessoas que veem a Educação como um  
meio de luta e transformação social.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Ao meu orientador Professor Dr. Julio Santiago Espinoza Ortiz pelo profissionalismo, empenho, dedicação, incentivo e paciência desde sua primeira aula até a conclusão deste trabalho.

À Sociedade Brasileira de Física (SBF) pela iniciativa, desenvolvimento e manutenção do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF).

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física – Unidade Acadêmica Especial de Física – Regional Catalão – Universidade Federal de Goiás, pela dedicação e incentivo.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG).

Aos meus pais, esposa e filhos que, mesmo em momentos de extrema dificuldade, souberam me apoiar, me incentivando e motivando em cada passo dessa jornada.

Aos meus colegas de sala do MNPEF que se tornaram mais que amigos, irmãos unidos com o propósito de aprender e divulgar a Ciência.

Aos professores e servidores do Colégio Estadual Jardim América que, por gloriosos vinte e quatro anos foram minha segunda família e segunda casa, respectivamente. Grato pela parceria de uma vida.

Ao professor Augusto César Borges Moreno, colega e amigo desde o meu ingresso na graduação em Física, e de cuja cooperação foi fundamental para a concretização deste trabalho.

Aos alunos da 2ª Série A (2019), do Colégio Estadual Jardim América, pela contribuição, colaboração, paciência e confiança enquanto turma-piloto para o desenvolvimento deste trabalho.

A todos os alunos de todos os colégios, cursos e faculdades em que lecionei, durante todos esses vinte e cinco anos de carreira, e que sempre contribuíram com suas participações para meu crescimento pessoal e profissional.

Ao bom e velho Rock'n Roll, companheiro das madrugadas de trabalho e inspirador nos momentos de dificuldade criativa.

A todos que contribuíram diretamente ou indiretamente para que eu pudesse exitosamente primar pela conclusão deste trabalho.

*“Não basta ensinar ao homem uma especialidade. Porque se tornará assim, uma máquina utilizável, mas não uma personalidade. É necessário que adquira um sentimento, um senso prático daquilo que vale a pena ser empreendido, daquilo que é belo, do que é moralmente correto”.*

*Albert Einstein*

## RESUMO

O ensino de Termodinâmica, dentre os demais conteúdos do currículo da disciplina de Física, ao mesmo tempo apresenta-se como interessante, no aspecto de despertar a curiosidade e o interesse do aluno e desafiador, sobre o ponto de vista do processo de Ensino – Aprendizagem, sobretudo, em se tratando de Ensino Médio. A matéria, por apresentar notável aplicabilidade em situações próprias de nosso cotidiano, desperta naturalmente o interesse daqueles que tem a oportunidade de conhecê-la. No entanto, a rotina comumente estabelecida em sala de aula acaba por mitigar o interesse dos estudantes pela Ciência, ao passo que lhes são oferecidos, em grande parte das situações, apenas a resolução de problemas de aplicações diretas de fórmulas como metodologia de ensino. No presente trabalho propomos uma sequência didática cujo objetivo é possibilitar a aplicação de uma proposta metodológica, dentro da perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa, para a inserção de elementos de estatística como organizadores prévios em conceitos básicos de Termodinâmica. A proposta consiste de três etapas: em um primeiro momento serão expostos aspectos históricos da evolução dos conceitos termodinâmicos, o método indutivo e a sua aplicação enquanto metodologia científica, e em sequência, conceitos básicos de estatística. A segunda etapa é essencialmente composta de três atividades experimentais onde são introduzidos de forma prática, conceitos elementares de estatística quais sejam, o lançamento de moedas onde se verifica a frequência de incidência de resultados “cara” ou “coroa” comparando estes resultados ao definido teoricamente; o lançamento de dados não viciados onde serão computados o resultado da soma das faces de dois dados lançados; e o caminho aleatório em duas dimensões onde, através de elementos definidos aleatoriamente, têm-se a confecção de um *random walk* – 2D e os resultados são utilizados para definirmos grandezas estatísticas como amplitude, desvio padrão e variância. Na sequência, a terceira etapa traz a utilização de simuladores em Java cujo objetivo é expandir os conceitos suscitados na segunda etapa. Por fim, propõe-se vincular os conceitos apresentados nas atividades anteriores às grandezas termodinâmicas conforme o conteúdo majoritariamente proposto no currículo de Física aplicado ao Ensino Médio.

**Palavras-chaves:** Termodinâmica, Estatística, Teoria da Aprendizagem Significativa, organizadores prévios.

## ABSTRACT

The teaching of thermodynamics, among the other contents of the curriculum of the discipline of physics, at the same time presents itself as interesting, in the aspect of arousing the curiosity and interest of the student and challenger, from the point of view of the Teaching - Learning process. especially when it comes to high school. The subject, because it has remarkable applicability in situations of our daily life, naturally arouses the interest of those who have the opportunity to know it. However, the routine commonly established in the classroom mitigates students' interest in science, whereas in most situations they are offered only problem solving of direct formula applications as a teaching methodology. In the present work we propose a didactic sequence whose objective is to enable the application of a methodological proposal, within the perspective of the Meaningful Learning Theory, for the insertion of statistical elements as advance organizers in basic concepts of thermodynamics. The proposal consists of three stages: firstly, historical aspects of the evolution of thermodynamic concepts, the inductive method and its application as a scientific methodology and, in sequence, basic concepts of statistics will be exposed. The second stage is essentially composed of three experimental activities where practical, basic concepts of statistics are introduced, namely the coin tossing of the frequency of incidence of "heads" or "crowns" results comparing these results to the theoretically defined ones; the throwing of non-biased dice where the result of the sum of the faces of two thrown dice will be computed; and the random path in two dimensions where, through randomly defined elements, a random walk - 2D is made and the results are used to define statistical quantities such as amplitude, standard deviation and variance. Following, the third stage brings the use of Java simulators whose objective is to expand the concepts raised in the second stage. Finally, it is proposed to link the concepts presented in previous activities to thermodynamic quantities according to the content mostly proposed in the Physics curriculum applied to high school.

**Keywords:** Thermodynamics, Statistics, Meaningful Learning Theory, advance organizers.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	8
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	12
2.1 A PERCEPÇÃO DOS FENÔMENOS	12
2.2 O MÉTODO INDUTIVO E OS CONCEITOS TERMODINÂMICOS INICIAIS	14
2.3 O CALOR COMO ENERGIA	15
2.4 CONCEITOS ELEMENTARES DE ESTATÍSTICA	22
2.4.1 <b>Probabilidade</b>	22
2.4.2 <b>Incerteza</b>	24
2.4.3 <b>Valores médios</b>	25
2.4.4 <b>A distribuição binomial e o “caminho aleatório”</b>	27
<b>3 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA</b>	31
<b>4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA APLICAÇÃO</b>	35
4.1 DELIMITAÇÃO ESPACIAL, TEMPORAL E PÚBLICO ALVO	36
4.2 O PRODUTO EDUCACIONAL	36
4.3 APLICAÇÃO DO PRODUTO	38
4.3.1 <b>Descrição do universo de aplicação do projeto</b>	38
4.3.2 <b>Aplicação de pré-teste</b>	40
4.3.3 <b>Atos preparatórios</b>	42
4.3.4 <b>A exposição teórica</b>	43
4.3.5 <b>Experimentos</b>	44
4.3.6 <b>Simuladores</b>	78
4.4 A UTILIZAÇÃO DOS ORGANIZADORES PRÉVIOS	86
4.5 APLICAÇÃO DE PÓS-TESTES	87
4.6 QUADRO COMPARATIVO	88
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	90
<b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	92
<b>7 APÊNDICE 1 (PRODUTO EDUCACIONAL)</b>	94
<b>8 APÊNDICE 2 (ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS)</b>	150

## 1 INTRODUÇÃO

Através das décadas, percebe-se que o ensino de Física tem se compactado em verdades prontas e portanto memorizáveis. A Física Geral vem sendo apresentada como um conjunto de fórmulas matemáticas, e com a Termodinâmica, especificamente, não é diferente. Atualmente, aos alunos de Ensino Médio é passada a impressão de que o conhecimento científico sempre existiu como um conjunto de regras que estão coerentemente interligadas.

Na própria legislação, o tratamento e reverência que o ensino de Física recebe, têm se mostrado decadente e comedido. Segundo o Parecer nº 853/71 do Conselho Federal de Educação, o ensino de Física visa

tornar o educando capaz de explicar o meio próximo e remoto que o cerca e atuar sobre ele, desenvolvendo para tanto o espírito de investigação, invenção e iniciativa; o pensamento lógico e a noção da universalidade das leis científicas e matemáticas.

Com base neste parecer, o ensino da Física no Brasil deveria ser então, capaz de preparar o estudante para o desenvolvimento da ciência, uma vez que os objetivos explícitos refletem a imagem do cientista em nosso meio.

Já sob o prisma dos Parâmetros Curriculares Nacionais (os PCN's), apresentados no ano de 1997, a proposta é

construir uma visão da Física voltada para a formação de um cidadão contemporâneo, atuante e solidário, com instrumentos para compreender, intervir e participar na realidade.

Percebe-se certo imbróglio nesta nova atribuição uma vez que a mesma não consegue objetivar, de forma concreta, o papel da Física no processo educacional.

No que tange ao mais recente movimento, subsidiado pela implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de Ciências da Natureza, propõe-se a

ampliar e sistematizar as aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do Ensino Fundamental. Isso significa, em primeiro lugar, focalizar a interpretação de fenômenos naturais e processos tecnológicos de modo a possibilitar aos estudantes a apropriação de conceitos, procedimentos e teorias dos diversos campos das Ciências da Natureza.

Lamentavelmente, o tocante à Física no BNCC configura-se basicamente, em última versão, na apresentação das unidades curriculares levando a crer que o objetivo primordial seja a preparação para avaliações.

Por mais que haja um esforço em compatibilizar o processo de ensino e aprendizagem em Física, de fato a educação científica (CARRAHER, 1984),

envolve a transmissão de conhecimentos em construção, frequentemente desconhecidos do público em geral, o desenvolvimento da habilidade de usar esses conhecimentos e, além disso, o desenvolvimento de um modo de conhecer também especializado, que permite a criação de novos conhecimentos científicos. Se o ensino de Ciências visar apenas a transmissão de conhecimentos, o aluno provavelmente aprenderá apenas a repetir o que aprendeu. Se o ensino de ciências promover apenas a utilização do conhecimento, o aluno poderá ser um bom técnico. Mas, para formar um cientista, além de ser necessário informá-lo sobre os conceitos científicos correntes e levá-lo a aprender a usar esses conhecimentos para resolver novos problemas, é necessário prepará-lo para as atividades e o modo de conhecimento envolvido na criação de novas explicações científicas. O modelo vigente de ensino das ciências, concretizado pela prática educacional corrente, parece tratar o ensino das Ciências como um problema principalmente de transmissão de informações e, ocasionalmente, de utilização dessas informações para resolver problemas já resolvidos por outros através de rotinas para solução de problemas já praticados com o professor.

No entanto, se faz necessário evitar que a figura do cientista se limite simplesmente a verificar obviedades. Tampouco, que este se isole de modo que a percepção em torno de sua existência seja associada a seres inalcançáveis, quando suscitadas suas capacidades de abstração, de tal sorte que, essa análise acabe por desestimular a vontade de aprender que possa ter se manifestado no indivíduo ou na classe de estudantes.



Em contrapartida, não seria prejudicial à formação dos alunos, a insistência em aprofundar demasiadamente determinados conteúdos? Haveria propósito em tal ação? Depara-se com a questão: até onde ir? Qual o limite para o ensino de Física em Ensino Médio? O que e como ensinar?

Ademais, as formalidades exigidas para o aprendizado de Física podem ser apresentadas ou complementadas de forma alternativa. Segundo Marco Antônio Moreira, “a falta de experimentos realizados pelos alunos, ou pelo menos, demonstrações realizadas pelo professor, se constitui em uma séria deficiência” (1983, p.13).

Promover e associar o aspecto lúdico ao processo de ensino aprendizagem em Física cria a possibilidade de vislumbrar o envolvimento do aluno em uma perspectiva de aprendizagem potencialmente significativa. Desta maneira, ao associar os conceitos previamente adquiridos a novos conhecimentos decorrentes da interação proporcionada experimentalmente, o indivíduo tende a integrar-se à classe, ocasionando a aprendizagem do conteúdo proposto e socializando com seus pares as conquistas e frustrações da descoberta científica.

Trata-se de um momento de transição. Cada vez mais, o professor tende a se tornar um moderador da aprendizagem, encarando o aluno como um colaborador ativo em contraponto ao de um mero receptor passivo. Tendente a dar uma ênfase educacional no pensamento crítico e criativo em vez de priorizar a memorização de fatos, buscando como dispositivo de aprendizagem, a amplificação da interação entre aprendiz e preceptor, reduzindo a repetição de conteúdos dissociados do que foi previamente proposto, a um menor patamar. Procurando transcender o acesso ao conhecimento em vez de limitá-lo ao conteúdo de sua disciplina e, finalmente, focar na produção criativa e produtiva, como alternativa à exibição e demonstração de conceitos retidos na forma pré estabelecida.

Dentro desta concepção mais aberta do processo educativo, é fundamental que se ampliem, através da oferta de mecanismos e ferramentas, sobretudo as tecnologias de informação e comunicação, os recursos disponíveis ao professor para que ele desempenhe seu papel histórico de forma eficiente e eficaz.

Há quem pense que a Ciência tende a ser algo inalcançável. Outros ainda afirmam ser algo pronto, definido, que utilizamos para desenvolver aparatos, aperfeiçoar equipamentos, produzir tecnologia. Há aqueles que pensam se tratar de algo místico, desenvolvido por um ser superior o qual já, antecipadamente, definiu as regras de funcionamento, ao passo que estas, não se modificam no tempo e no espaço. Tão estável quanto sua percepção de Universo; de Céu e Terra; de sagrado e profano; de bem e mal; de luz e sombra ou de quente e frio.

Para uma grande parte das pessoas, tal situação pode parecer bastante conveniente. Inevitavelmente, buscam a lei do menor esforço sem se dar conta que, em sua atitude cômoda, empregam de uma forma não tão grandiosa, um princípio natural, qual seja, “o gasto mínimo de energia”. No entanto, na medida em que evoluímos temporalmente enquanto sociedade, nossa própria história mostra o quanto aprendemos, por exemplo, sobre o Universo e suas leis. Através de métodos que se aperfeiçoaram ao longo do tempo, quebramos conceitos previamente estabelecidos e nos deparamos com novos paradigmas. Em particular, a evolução das teorias que envolvem os conceitos de temperatura e calor. Estas concepções constituem-se como exemplos marcantes da evolução dos conceitos científicos que, temporalmente, desenvolvemos e aplicamos.

Esta é a finalidade deste trabalho: proporcionar ao estudante a percepção, mediante a aplicação da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, da evolução do pensamento científico no que tange aos conceitos relativos à energia térmica e suas transformações, possibilitando a compreensão de um sistema de várias partículas utilizando de cálculos probabilísticos e estatísticos aplicáveis em variáveis aleatórias como posição e velocidade das partículas de um gás.

Para que possamos alcançar o objetivo, propomos uma sequência didática que possa oferecer elementos estatísticos de modo a subsidiar o aprendizado dos conceitos básicos da Termodinâmica, possibilitando uma nova perspectiva envolvendo a observação de fenômenos físicos relevantes. Da mesma forma, busca-se mostrar aos estudantes de ensino médio uma abordagem distinta do tradicional, inovando-se na formação de conceitos a partir de uma abordagem não convencional.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Há uma quantidade significativa de trabalhos relacionados ao tema. No entanto, procuraremos proporcionar a possibilidade da inserção de uma nova abordagem a fim de possibilitar a expansão do conhecimento e enriquecimento do processo de Ensino e Aprendizagem.

A proposta deste trabalho, direcionado ao professor e ao aluno, encontra relevância no fato de que é necessário propor e compartilhar experiências de sala de aula. Diante de circunstâncias adversas, dificuldades econômicas, sociais e culturais, acentuadas, ainda, pela falta de políticas públicas voltadas para a educação, a disponibilidade de cada experiência vivenciada por docentes e discentes, que possam auxiliar na compreensão de conceitos físicos, contribuem para que possamos criar meios de transpor obstáculos ao Ensino e Aprendizado de Física.

O trabalho será fundamentado teoricamente, na proposta da Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel. Procuraremos, através de sequências didáticas planejadas para tal fim, proporcionar uma alternativa que possa contribuir para a melhoria do processo de Ensino e Aprendizagem.

### 2.1 A PERCEPÇÃO DOS FENÔMENOS

Advindo de nossas próprias percepções a sensação de quente e frio, por certo ponto, pode nos parecer trivial. Essa observação advém do fato de que, normalmente, podemos, através dos sentidos, sermos capazes de perceber o mundo no qual estamos inseridos. No livro “Filosofia da Educação”, Henrique Nielsen Neto (1988) define a percepção da seguinte forma:

É o ponto de partida do nosso conhecimento do mundo. Percebendo tudo que está a seu redor (fatos e coisas). E os estímulos destes fatos e coisas ativam os órgãos dos sentidos. Quando um indivíduo já está ou entra num ambiente qualquer, o que ele sente diante de si constitui uma forma de conhecimento: isto é a percepção.

No entanto, podemos admitir que a percepção de quente e frio através dos sentidos, nos remete aos conceitos iniciais acerca de temperatura. Segundo Hans Christian Von Baeyer, “A sensação de quente ou de calor é uma experiência curiosa, difícil de descrever com palavras, e, de certa forma, diferente de outras sensações” (Von Baeyer, 1994).

Ainda, segundo Von Baeyer, à medida que são apresentadas as medidas para transformar qualidades em quantidades, há uma passagem da especulação filosófica sobre a natureza física do calor para permitir o início de uma formulação de teoria científica. A observação de outros fenômenos relacionados à mudança de temperatura, como por exemplo, a dilatação, já no século XVII, proporciona o desenvolvimento do termômetro. Tal invenção favorece o aumento da precisão das medidas e a possibilidade de reproduzir, com maior correção, fenômenos térmicos anteriormente percebidos. Com isso, conceitos são aperfeiçoados e distinguidos. Há uma maior atenção em nomear as transformações físicas da matéria como também, em perceber suas causas e as consequências da interferência humana.

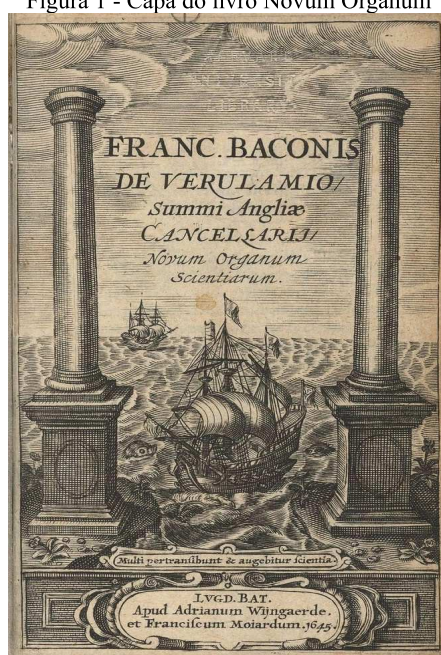
Tem-se a ideia de que os desbravadores da Termometria não tinham, de forma clara, o entendimento das grandezas que se dispunham a medir. De forma empírica, avançavam entre erros e acertos. E, dada a preocupação de um significativo número de pessoas obcecadas em resolver problemas relacionados à temperatura, os avanços se tornavam mais consistentes e aplicáveis.

## 2.2 O MÉTODO INDUTIVO E OS CONCEITOS TERMODINÂMICOS INICIAIS

O método indutivo, que pode ser chamado simplesmente de indução, constitui-se de uma linha argumentativa utilizada com o propósito de se chegar a uma conclusão, sendo utilizada em diversas áreas de conhecimento. De modo simplificado, a indução acrescenta informações novas em premissas que foram fornecidas antecipadamente. Dessa forma, sendo utilizado principalmente no estudo das Ciências, parte de premissas verdadeiras para se chegar a conclusões que podem, ou não, serem verdadeiras. Sobre certo viés, pode-se afirmar que o método indutivo sugere a verdade, mas não a garante.

No século XVII, o filósofo inglês Francis Bacon (1561-1626), lança as bases para a criação do método indutivo (Figura 1). Coligado à ideia de empirismo, tal método se propõe a investigar fatos a partir da observação dos fenômenos ocorrentes na natureza. Para tanto, o método indutivo exige que, primeiramente, os cientistas façam observações. A partir de então, formem uma teoria para explicar o que foi observado. E, enfim, teste a validade de suas respostas a partir de experimentos.

Figura 1 - Capa do livro *Novum Organum*



Fonte: Wikipédia. Disponível em [https://pt.wikipedia.org/wiki/Novum\\_Organum#/media/Ficheiro:Houghton\\_EC.B1328.620ib\\_-\\_Novum\\_organum\\_scientiarum.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Novum_Organum#/media/Ficheiro:Houghton_EC.B1328.620ib_-_Novum_organum_scientiarum.jpg). Acesso em 14/06/2018

A proposta de Bacon se desvencilha de Aristóteles e Platão pelo fato desses últimos não se atentarem à experimentação. Faltavam a eles a praticidade e aplicabilidade. Pela inexistência dos experimentos, eram falhas suas conexões com o mundo real.

Como contraponto, durante o Iluminismo francês, a interpelação de Bacon à ciência acaba por se tornar mais influente que a abordagem dualista fornecida por Descartes. De

forma diversa, Francis Bacon sortiu sua vida entre a contemplação filosófica e a empolgação da vida pública. Para ele, a dedicação exagerada aos estudos, sem uma finalidade prática, era pura vaidade acadêmica, ao passo que os estudos não poderiam ser um fim em si mesmo, aduzindo que os verdadeiros sábios são capazes de utilizar os conhecimentos de maneira prática, indicando uma visão pragmática para a ciência e a filosofia (OLIVEIRA, 2002).

Ao examinar a natureza do calor, Bacon explica em sua obra (BACON, 2000), como seu método deve ser aplicado. Para tanto, cria duas tabelas: a primeira, enumerando as várias circunstâncias em que encontramos calor, esta é denominada “Tabela de Essência e Presença”; Na segunda, que é nomeada como “Tabela de Desvio, ou de Ausência na Proximidade”, ele enumera as circunstâncias que se parecem com as da primeira tabela, exceto pela ausência de calor. Partindo de uma análise (do), que ele chama de naturezas (cor, emissão de luz, dureza, flexibilidade etc.) dos itens nestas listas, somos levados a conclusões sobre a causa do calor. Ou seja, as naturezas que estão sempre presentes na primeira tabela, mas nunca na segunda, são consideradas como a causa do calor.

Ao afirmar que o homem é “o ministro e intérprete da natureza”; que “o conhecimento e o poder humano são sinônimos”; que “os efeitos são produzidos por instrumentos e ajudas”; que “o homem enquanto opera só pode se inscrever ou retirar corpos naturais, a natureza realiza internamente o resto”; e que “a natureza só pode ser comandada obedecendo-a”, Bacon nos sugere a síntese de sua filosofia: que pelo conhecimento da natureza e pelo uso de instrumentos, o homem pode governar ou direcionar a natureza para produzir resultados definitivos.

Destarte, ao buscar o conhecimento da natureza, o homem alcança poder sobre ela – e assim, o restabelecimento do “Império do Homem sobre a criação”, que havia sido perdido pela queda junto com a pureza humana original.

### 2.3 O CALOR COMO ENERGIA

De forma leiga, os conceitos de temperatura e calor, são praticamente utilizados indistintamente. Simplificando, enquanto o primeiro se refere à intensidade do nível de agitação das partículas que compõem um sistema, sendo medido a partir de um termômetro, o

segundo, menos passível de observação direta, mede sua quantidade enquanto relacionado, principalmente, à massa de substâncias envolvidas tanto nas mudanças de temperatura dos corpos ou sistemas quanto nas alterações provocadas no estado físico da matéria, objeto da observação.

Na ânsia de sanar a preocupação dos cientistas do século XVIII, quanto a essa distinção, o sucesso da teoria do fluido ao explicar a eletricidade ensejou sua transposição para o calor. À época, o calor era visto como um fluido invisível, uma substância material que fluía de um corpo para outro. O fato é que a teoria proposta, acompanhada da confusão existente entre calor armazenado (energia interna) e calor radiante, se sucumbira aos testes experimentais e teóricos que lhes foram impostos (VON BAEYER, 1994).

A natureza do calor começa a se mostrar evidente a partir da experiência relatada por Benjamin Thompson, o Conde de Rumford, realizada na última década do século XVIII. Na ocasião, foi observado que ao furar o metal de um canhão com uma broca, havia produção calor, provocando a elevação de temperatura. Não obstante à situação, que já fora observada anteriormente, o Conde de Rumford concluiu que o calor não poderia ser um fluido, pois, com a continuidade do experimento, uma substância material, tendo sua origem quer seja no canhão, quer seja na furadeira, acabaria por se esgotar e deixar de fluir.

Nas palavras de Rumford (VON BAEYER , 1994, p.170),

“Qualquer coisa que qualquer corpo isolado, ou sistema de corpos, possa continuar a fornecer, ilimitadamente, não tem possibilidade de ser uma substância material; e me parece extremamente difícil, se não totalmente impossível, formar qualquer ideia clara, de qualquer coisa, capaz de ser acionada e transmitida da forma como o calor o foi nessas experiências, a não ser que seja movimento.”

De forma pioneira, o calor era relacionado ao movimento dinâmico. A ideia se revigora quando associada à teoria atomística da matéria, propondo que o calor seria atribuído às vibrações aleatórias dos átomos e moléculas que compõem as substâncias.

Embora a experiência relatada tenha envolvido corpos sólidos, estender a teoria para os fluídos soou bastante pertinente, principalmente, quando aplicada aos gases. Ao ser

comprimido em um recipiente fechado, por exemplo, o gás exerce uma pressão que pode ser interpretada como consequência da existência da quantidade de colisões das suas partículas com as paredes do recipiente. Com o aquecimento do gás, essas partículas se movimentam com maior velocidade, colidindo com as paredes com mais intensidade que antes, e, conseqüentemente, aumentando a sua pressão. De forma simples, e por que não dizer simpática, a teoria cinética conjuga duas ideias fundamentais da Física: a hipótese atômica e o conceito de movimento. E, como veremos a simplicidade tem se tornado uma das importantes chaves para a compreensão dos fenômenos termodinâmicos.

Interessante se faz perceber que, a forma com que a Termodinâmica se aperfeiçoa, se conecta com a necessidade da humanidade em buscar desenvolvimento científico e tecnológico. Em como, a evolução dos conceitos almeja integrar-se a necessidade de obter resultados práticos. Paradigmas são apresentados, a ciência é buscada e alçada a ser a transformadora de um modelo econômico e social. Como nem todos os problemas são resolvidos, é estabelecido um conflito que servirá de motivador à busca de novas teorias e concepções, proporcionando a evolução do conhecimento e o desenvolvimento de novas aplicações tecnológicas.

Neste viés, Thomas Kuhn (1922-1996), procura demonstrar que as ciências, além de serem construções humanas, o são, em consequência, construções históricas e sociais. O físico argumenta que: “Talvez a ciência não se desenvolva pela acumulação de descobertas e invenções individuais...” (KUHN, 1997). Evidente se torna a percepção de que a ciência se desenvolve de forma coletiva, conjunta, sem individualizar conquistas e sem desmerecer as valorosas contribuições dos predecessores (1997, p.21):

Quanto mais cuidadosamente estudam, digamos, a dinâmica aristotélica, a química flogística ou a termodinâmica calórica, tanto mais certos tornam-se de que, como um todo, as concepções de natureza outrora correntes não eram nem menos científicas, nem menos o produto de idiosincrasias do que as atualmente em voga.

No tocante à Termodinâmica, assim como a toda ciência, seu desenvolvimento não acontece de forma linear, como um somatório de saberes ou um enfileiramento de



compêndios ou uma sequência de conceitos. Mas, sobretudo, uma emaranhada relação entre fatos, teorias, dados e paradigmas.

No conceito vanguardista encabeçado por Antoine Laurent de Lavoisier, conscrita a ideia do “nada se cria, nada se perde, tudo se transforma” e suas consequências no processo de combustão e oxidação, Julius Robert von Mayer (1814-1878), lança as bases para o Princípio da Conservação da Energia e, conseqüentemente, o Primeiro Princípio da Termodinâmica. Relacionando-a ao calor gerado pelos efeitos mecânicos nos seres vivos, o calor corporal e os alimentos ingeridos, Mayer (1851, apud MARTINS, 1984, p.66) concluiu que “o calor produzido organicamente pelo organismo deve manter uma relação quantitativa invariável para com o trabalho gasto em sua produção”, estendendo este conceito não só para os organismos vivos, mas para qualquer tipo de sistema existente na natureza.

E Martins complementa (1984, p.66):

Mayer procura estabelecer que o calor produzido pelo atrito de dois sólidos é proporcional ao trabalho mecânico utilizado; sugere que nas máquinas a vapor há uma conversão de calor em trabalho; e calcula, a partir das propriedades dos gases, o valor do equivalente mecânico do calor, chegando a um valor numérico que pode ser expresso como  $1 \text{ cal} = 3,6 \text{ J}$ . Mayer não tenta explicar o calor como uma forma de movimento, mas adota uma concepção muito mais geral: ele admite que o calor, o movimento (energia cinética) e a força de queda (energia potencial) são diferentes formas de uma mesma coisa, mas que essa coisa – a força em abstrato – não é propriamente, nenhuma dessas três coisas.

Admiravelmente, a abstração apresentada por Mayer se assemelha ao que temos como conceito moderno de energia.

A hipótese do calor como uma modalidade de energia provocou muitas discussões entre os cientistas do século XIX. Buscando sua confirmação, experiências foram propostas tendo em vista a confirmação das suposições de Rumford. Tais experimentos, sobretudo o de James Prescott Joule (1818-1889), acabaram por estabelecer, definitivamente, que o calor era uma forma de energia e tornando lei, as transformações de energia em suas diversas modalidades. Ou seja, a energia é conservada em qualquer processo quando se é levado em conta o calor, a compreensão do processo de mecanismo pelo qual um sistema altera suas variáveis ou propriedades termodinâmicas.

Sintetizando, a primeira lei da termodinâmica estabelece que a variação de energia interna de um sistema é equivalente à diferença entre o calor trocado com a vizinhança e o trabalho realizado pelo sistema ou sobre o sistema, denotando a possibilidade de conversão de uma modalidade de energia em outra. Ademais, a lei, por não fornecer o sentido do fluxo, não restringe as possibilidades de conversão de energia.

Nota-se que o desenvolvimento da Termodinâmica esteve vinculado às máquinas que tocaram a revolução Industrial. Neste crescente, Willian Tompson Kelvin (1824-1907) e Rudolf Clausius (1822-1888), desenvolveram a segunda lei da Termodinâmica, a partir das ideias de Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832), sobre os fundamentos das máquinas térmicas, ciclos termodinâmicos e processos reversíveis.

Clausius formula a relação entre fluxo de calor e trabalho mecânico e ainda, introduz o conceito de entropia, tornando claro que o calor não era nenhum fluido misterioso, mas uma modalidade de energia térmica. Sua formulação para a segunda lei da termodinâmica ficou assim, enunciado (Clausius, 1850):

Nenhum processo pode ter como único efeito transferir calor de um corpo para outro a uma temperatura mais elevada que a dele.

Lord Kelvin, ao estudar as máquinas que trabalhavam segundo o ciclo de Carnot, percebia que parte do calor absorvido do reservatório quente era liberada para o reservatório frio e conseqüentemente impossibilitando uma eficiência de 100%. Então, em 1851, Kelvin expressa pela primeira vez seu enunciado para a segunda lei da Termodinâmica, sendo que o mesmo, mais tarde, foi refinado por Max Planck (1858-1947) proporcionando o que hoje conhecemos como enunciado de Kelvin-Planck da segunda lei da Termodinâmica:

Nenhum processo pode ter como único efeito a retirada de calor de uma fonte a uma temperatura fixa e a realização de um trabalho equivalente.

Irrefutavelmente, pode-se mostrar que os dois enunciados são equivalentes. Fazemos isso, mostrando que a contradição de um enunciado implica na contradição do outro e vice-versa.

Além da proposição para a segunda lei da Termodinâmica, tanto Clausius quanto Kelvin, provaram o teorema de Carnot, segundo o qual nenhuma máquina térmica que opere entre um reservatório quente e um reservatório frio (em relação ao considerado quente) pode ter rendimento maior que o de um ciclo de Carnot.

Sinteticamente, a Segunda Lei da Termodinâmica determina o sentido e a direção de um processo, estabelece o estado final de equilíbrio, define a execução ideal para as máquinas de conversão de energia além de determinar a possibilidade de reversibilidade do processo, ao estabelecer que trabalho seja sempre diretamente convertido em calor, sem, no entanto, encontrar reciprocidade.

Posteriormente, Clausius numa formulação alternativa da segunda lei da termodinâmica, sem fazer menção às máquinas térmicas, definiu a função a qual chamou de entropia. Notou-se que a mesma se conserva em todas as transformações reversíveis e aumenta nas irreversíveis. Ele argumentou que qualquer ciclo reversível pode ser aproximado com precisão arbitrária por uma sucessão de ciclos de Carnot. Através da combinação de alguns ciclos, ele demonstrou que o valor da transformação para um fluxo de calor poderia ser reduzido para a mesma forma, qual seja, estabelecendo que “os valores de transformação poderiam ser somente uma função universal do calor e temperatura,  $Q_f(t)$  e  $Q_{1F}(t_1, t_2)$ ”, como uma conversão de calor em trabalho (Barbarini, 2018).

Dessa forma, cada troca de calor poderia ser tratada igualmente e ao estabelecer que “a soma dos valores de transformação para seu ciclo era simplesmente a soma de  $q_f(t)$  em todas as temperaturas e, desde que o ciclo consistisse de uma transformação mais o inverso de seu equivalente” (BARBARINI, 2018) para qualquer ciclo reversível, Clausius cria uma nova função de estado o qual denominou de entropia. Adiante, em 1877, Ludwig Eduard Boltzmann (1844-1906) estabelece o vínculo entre o teorema de Clausius sobre o aumento da entropia e a probabilidade de estado de um sistema, proporcionando, então, a interpretação estatística da entropia.

A partir de então, as bases da Termodinâmica foram aprofundadas e fortalecidas. Seus conceitos operativos buscam fundamentar-se na oportunidade, desordem, aleatoriedade e probabilidade.

O ato aleatório de jogar uma moeda, por exemplo, não nos dá a certeza do resultado, pois, o mesmo não pode ser previsto independente de quantas vezes a mesma tenha sido jogada. No entanto, à medida que aumentamos o número de jogadas, pode-se afirmar que, em aproximadamente metade das vezes, o resultado poderá ser “cara” ou “coroa”. Segundo VON BAEYER (1994, p.175),

A Física procura descobrir as regularidades no comportamento da matéria. A Atomística a desmembra em inúmeras partículas que, segundo a Teoria do Calor, estão em movimento aleatório. A Estatística resgata a ordem em um nível diferente na hierarquia da análise e viabiliza a ciência exata da Termodinâmica.

De forma específica, aplica-se a Estatística à distribuição de posição e velocidades das moléculas de modo que a aleatoriedade desses atributos constitua a base hipotética da Teoria Cinético Molecular da Matéria.

Conhecer a natureza, dominar seus segredos, desenvolver tecnologia, promover a evolução da sociedade. Com o desenvolvimento deste trabalho, pretende-se observar que a ciência e, sobretudo a Termodinâmica, não progrediram como resultado de esforços individuais e que seu desenvolvimento não acontece de forma linear. A sociedade constrói o conhecimento. As contribuições para tal, podem até nascer de percepções individualizadas dos fenômenos naturais, mas adquirem robustez ao ser socializada, estabelecida como paradigma, posta em discussão, criticada, aperfeiçoada e aplicada na viabilização de uma sociedade melhor.

Das premissas aristotélicas aos paradigmas kuhnianos; do místico flogístico ao movimento browniano das partículas de um sistema, dos gigantes que nos servem de apoio ao mais recente laureado; a ciência evolui com a sociedade, através da explanação dos sentidos, do compartilhamento de ideias e do somatório de esforços. O aperfeiçoamento da Termodinâmica sintetiza o que somos enquanto civilização: energia pura.

Expõe-se o mote do estudo proposto: perceber, desde a abordagem na Educação Básica, os conceitos termodinâmicos permeando a forma de agir e de pensar de uma sociedade, favorecendo o surgimento de máquinas, de novas teorias, de uma nova forma de perceber o Universo. Uma integralização de contribuições que buscam estabelecer um pouco de ordem no caos.

## 2.4 CONCEITOS ELEMENTARES DE ESTATÍSTICA

Este projeto tem como culminância o estudo e a compreensão de certos fenômenos termodinâmicos. Tem-se que a Termodinâmica em sua análise mais elementar, busca estabelecer relações entre as propriedades macroscópicas dos sistemas. Todavia, para que possamos ampliar o conhecimento acerca de vários sistemas físicos, é preciso compreender a natureza microscópica destes sistemas.

Desta forma, para a efetivar a aplicação e maximizar a efetividade deste trabalho, faz-se necessário a utilização de conceitos elementares de Estatística<sup>1</sup>.

### 2.4.1 Probabilidade

Para que possamos definir a probabilidade de que um evento ocorra, prezamos pela existência de um conjunto finito de eventos possíveis ao qual denominamos de amostragem. A título de exemplificação, podemos considerar uma das atividades que são propostas na sequência didática, objeto deste trabalho: o lançamento de moedas. Quando lançamos uma moeda há duas possibilidades de resultados: ou cara ou coroa. Desta forma, afirmamos que a amostragem possui dois elementos.

Os resultados de experimentos considerados em uma amostragem com  $n$  possibilidades denominamos variável aleatória. Chamaremos de  $P(i)$  a distribuição de probabilidades da variável aleatória. Assumindo que cada evento impede a ocorrência de outro evento no mesmo experimento (mutuamente exclusivo), temos que o conjunto de probabilidades  $P(i)$  deve satisfazer algumas condições:

---

1 Foram utilizados como referências os seguintes textos: KHAN ACADEMY, Probabilidade teórica e experimental: lançamento de moedas e dados; RIBEIRO, Amanda Gonçalves. "Medidas de dispersão: variância e desvio padrão"; MATEMÁTICA BÁSICA. Estatística: Medidas de Dispersão e Amostragem; SALINAS, Sílvia R.A. Introdução à Física Estatística.

$$P(i) \geq 0 \quad (1)$$

e,

$$\sum_i P(i) = 1 \quad (2)$$

de tal modo que  $P(i) = 0$  significa dizer que o evento nunca ocorre e que  $P(i) = 1$ , o evento sempre ocorre.

Utilizando-se do exemplo da moeda, destacada anteriormente, se pretendemos conhecer a probabilidade de que um experimento resulte em  $i$  ou  $j$ , temos que:

$$P(i \text{ ou } j) = P(i) + P(j) \quad (3)$$

Generalizando para um experimento que envolva mais que dois eventos, temos:

$$P(\text{n\~{a}o ocorrer } i) = 1 - P(i) \quad (4)$$

Partindo para o exemplo do lançamento dos dados, t também destacado na sequência didática, admitindo que um dado não viciado em que haja simetria entre todos os eventos, a probabilidade de que ocorra uma das faces   $P(i) = 1/6$ .

De forma idêntica, a probabilidade de tirarmos em um único experimento, as faces 2 e 4, por exemplo,   $P(2 \text{ ou } 4) = 1/6 + 1/6 = 1/3$ .

Continuamente, caso consideremos dois experimentos de modo a assumir a independência entre os mesmos, a probabilidade de que tenhamos o evento  $i$ , como resultado do primeiro e o evento  $j$ , como resultado do segundo, é dado por:

$$P(i \text{ e } j) = P(i) P(j) \quad (5)$$

Para uma amostragem independente, ao realizarmos  $N$  experimentos, a probabilidade  $P(i)$  de ocorrer o evento  $i$  é expressa da seguinte forma:

$$P(i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} \quad (6)$$

onde  $N_i$  representa o número de vezes em que o evento  $i$  ocorreu em  $N$  medidas (jogadas).

Costumeiramente, chamamos de “ensemble” o conjunto de  $N$  sistemas idênticos, sendo que estes, são medidos uma única vez.

#### 2.4.2 Incerteza

Consideremos dois experimentos com dois eventos possíveis,  $E_1$  e  $E_2$  respectivamente com probabilidades  $P_1$  e  $P_2$ . Considerando ainda, o lançamento de moedas, podemos assumir que os eventos são simétricos e então  $P_1 = P_2 = 1/2$ . Por outro lado, se considerarmos que a simetria, por algum motivo, foi perdida, poderíamos ter que  $P_1 = 2/5$  e  $P_2 = 3/5$ . Intuitivamente, afirmaríamos que no primeiro experimento teríamos maior incerteza vez que o seu resultado poderia ser estimado com maior segurança.

Associando uma medida ao conceito de incerteza, designaremos como sendo a função incerteza as seguintes  $S(P_1, P_2, P_3, \dots, P_i, \dots)$ , onde  $P_i$  é a probabilidade do evento  $i$ . considerando que todas as probabilidades são iguais,  $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_i = \dots = 1/\Omega$ , onde  $\Omega$  é o número de eventos possíveis.

Assim,

$$S(1/\Omega, 1/\Omega, 1/\Omega, \dots) = S(\Omega) \quad (7)$$

Atendo a condições simples, ao termos apenas um evento possível, então

$$S(\Omega=1) = 0 \quad (8)$$

e também,

$$S(\Omega_1) > S(\Omega_2) \text{ se } \Omega_1 > \Omega_2 \quad (9)$$

Ao considerarmos a forma de  $S$  para múltiplos eventos, o número total de resultados possíveis ao realizarmos os dois experimentos é dado por  $\Omega_1 \Omega_2$ .

De modo que ao considerarmos as incertezas dos múltiplos eventos,

$$S(\Omega_1, \Omega_2) = S(\Omega_1) + S(\Omega_2) \quad (10)$$

### 2.4.3 Valores médios

Em muitos casos há uma predileção por descrever a distribuição dos possíveis valores de uma variável a partir do número médio de  $x$ , os quais chamaremos de  $\bar{x} = \langle x \rangle$ .

Assim,

$$\begin{aligned} \bar{x} &\equiv x_1 P(1) + x_2 P(2) + \dots + x_n P(n) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i P(i) \end{aligned} \quad (11)$$

de forma idêntica, uma função  $f(x)$  de  $x$  terá sua média calculada da seguinte forma:

$$\overline{f(x)} = \sum_{i=1}^n f(x_i) P(i) \quad (12)$$

A partir do exposto, podemos verificar que,

$$\overline{f(x) + g(x)} = \overline{f(x)} + \overline{g(x)} \quad (13)$$

$$\overline{c f(x)} = c \overline{f(x)} \quad (14)$$

de onde se tem que  $c$  é uma constante e  $f$  e  $g$  são funções de  $x$ .



Fazendo  $f(x) = x^m$ , poderemos definir os momentos da distribuição de probabilidade  $P$  como sendo,

$$\bar{x}^m \equiv \sum_{i=1}^n x_i^m P(i) \quad (15)$$

Assim, o valor médio da distribuição de probabilidades é seu primeiro momento.

O desvio de  $x$ , tido como o desvio dos valores do experimento em relação ao seu valor médio é definido como

$$\Delta x \equiv x - \bar{x} \quad (16)$$

Consequentemente,

$$\overline{\Delta x} = \overline{(x - \bar{x})} = \bar{x} - \bar{x} = 0 \quad (17)$$

Já o desvio quadrático, qual seja a extensão da distribuição dos valores dos experimentos em torno da média pode ser expresso por

$$\begin{aligned} \overline{\Delta x^2} &= \overline{(x - \bar{x})^2} \\ &= \overline{(x^2 - 2x\bar{x} + \bar{x}^2)} \\ &= \bar{x}^2 - 2\bar{x}\bar{x} + \bar{x}^2 \\ &= \bar{x}^2 - \bar{x}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

Tal grandeza é conhecida como variância. Já sua raiz quadrada é o desvio padrão.

Complementarmente, podemos reestruturar a distribuição de probabilidades quando conhecidos os momentos de todas as ordens as quais são definidos como

$$\bar{x}^m = \overline{(x - \bar{x})^m} \quad (19)$$

#### 2.4.4 A distribuição binomial e o “caminho aleatório”

Consideremos uma pessoa que inicia uma caminhada errante a partir de um certo ponto, realizando sequencialmente passos sucessivos em direções aleatórias. Após determinado intervalo de tempo pode-se perguntar a que distância do ponto de partida se encontra a pessoa após uma sequência de  $N$  passos?

Ao analisarmos um caso simplificado no qual uma pessoa caminha em linha reta, admitindo-se que os passos possuam mesmo comprimento  $l$  e que sejam efetuados em idênticos intervalos de tempo, sendo realizados para a direita, com probabilidade  $p$  ou para a esquerda com probabilidade  $q=1-p$ . Após certo intervalo de tempo e um total de  $N$  passos, observa-se que ele terá dado  $n$  passos à direita e  $n'$  passos à esquerda, de forma que  $N = n + n'$ .

A probabilidade  $P_N(n)$  de que a pessoa tenha dado  $n$  passos para a direita pode ser escrita como sendo,

$$P_N(n) = W_N(n, n') p^n q^{n'} \quad (20)$$

O valor de  $W_N(n, n')$  é o que podemos chamar de número de microestados de  $N$  passos com  $n$  à direita e  $n'$  à esquerda.

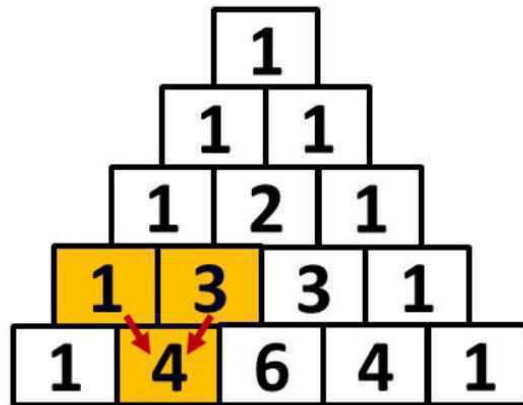
Tem-se que, buscando uma relação de recorrência entre  $W_N$  e  $W_{N-1}$ , temos que um total de  $n$  passos à direita e  $n'$  passos à esquerda de um total de  $N$  passos, pode ser encontrado adicionando um passo a  $N-1$  passos.

Assim teremos  $W_N(n, n')$  como possibilidade de passos à direita e  $W_{N-1}(n, n'-1)$  de passos à esquerda, de tal forma que

$$W_N(n, n') = W_{N-1}(n-1, n') + W_{N-1}(n, n'-1) \quad (21)$$

Embora os valores iniciais sejam conhecidos, é possível determinar  $W_N(n, n')$  para qualquer valor de  $N$ .

Figura 2: Triângulo de Pascal



Fonte: <https://www.todamateria.com.br>, acessado em 21/07/2019.

Podemos utilizar o triângulo de Pascal (figura 1) para arranjar geometricamente a sequência de onde a solução geral pode ser escrita como

$$W_N(n, n') = \frac{N!}{n!n'!} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad (22)$$

Ao utilizarmos  $0! = 1$ , temos que o resultado para a distribuição binomial  $P_N(n)$  é dado por

$$P_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \quad (23)$$

Considerando o caso particular no qual  $p = q = 1/2$ , tem-se que

$$P_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} 2^{-N} \quad (24)$$

Assim, conhecidos a distribuição de probabilidades, é possível analisar os resultados quantitativamente.

Para calcular o valor médio,  $\bar{n}$ , no qual

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^N n P_N(n) = \sum_{n=0}^N n \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \quad (25)$$

utilizaremos a relação

$$p \frac{d}{dp} p^n = n p^n \quad (26)$$

Assim,

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \sum_{n=0}^N \frac{N!}{n!(N-n)!} \left( p \frac{\partial}{\partial p} p^n \right) q^{N-n} \\ &= p \frac{\partial}{\partial p} \left[ \sum_{n=0}^N \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \right] \\ &= p \frac{\partial}{\partial p} (p+q)^N \\ &= p N (p+q)^{N-1} \\ &= p N \end{aligned} \quad (27)$$

Consequentemente,

$$\bar{n} = qN = (1-p)N \quad (28)$$

De forma idêntica procederemos para se determinar o desvio padrão:

$$\begin{aligned}
\overline{n^2} &= \sum_{n=0}^N n^2 \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \\
&= \sum_{n=0}^N \frac{N!}{n!(N-n)!} \left( p \frac{\partial}{\partial p} \right)^2 p^n q^{N-n} \\
&= \left( p \frac{\partial}{\partial p} \right)^2 \left[ \sum_{n=0}^N \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \right] \\
&= \left( p \frac{\partial}{\partial p} \right)^2 (p+q)^N \\
&= p \frac{\partial}{\partial p} [pN(p+q)^{N-1}] \\
&= p [N(p+q)^{N-1} + pN(N-1)(p+q)^{N-2}]
\end{aligned} \tag{29}$$

e, fazendo  $(p+q) = 1$ ,

$$\begin{aligned}
\overline{n^2} &= p [N + pN(N-1)] \\
&= \overline{n^2} + pqN
\end{aligned} \tag{30}$$

Por conseguinte, a variância é dada por

$$\sigma_n^2 = \overline{(\Delta n)^2} = \overline{n^2} - \overline{n}^2 = pqN \tag{31}$$

assim como o desvio padrão é dado por

$$\sigma_n = \sqrt{pq} \sqrt{N} \tag{32}$$

Não obstante ao propósito desta fundamentação, em se tratando de probabilidades contínuas, as quais não compõem o bojo deste trabalho, uma discussão mais aprofundada pode ser acessada no livro de Salinas<sup>2</sup>.

---

2 Introdução à Física Estatística de Sílvia R. A. Salinas, constante nas referências bibliográficas.

### 3 A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

O processo de aprendizagem contempla os mais diversos formatos e concepções. Há que se procurar o que alinhe com os objetivos propostos, disciplina, conteúdo etc. Neste viés, não contemplamos outros quesitos que podem se tornar relevantes quando inseridos no processo, tais como cultura, nível de ensino e público-alvo.

De forma geral podemos diferenciar três tipos gerais de aprendizagem, quais sejam: a cognitiva, a afetiva e a psicomotora. A cognitiva diz respeito ao armazenamento organizado de informações interiorizadas nas mentes daqueles que estão inseridos no processo de ensino aprendizagem. Tal complexo organizado é definido como estrutura cognitiva. A afetiva contempla os sinais advindos do interior do indivíduo os quais se traduzem no que muitos chamam de experiências. Mormente, se alinha ao que sentimos e tendem a acompanhar as experiências cognitivas. Já a aprendizagem psicomotora, como o próprio nome indica, resulta nas respostas musculares adquiridas por meio de treinos e práticas que expõem um resultado reflexivo, no sentido de estímulo – resposta. Inevitavelmente, se faz necessário a relação entre a primeira com esta última. De fato, um ou outro conhecimento cognitivo importa na conquista de habilidades classificadas como psicomotoras.

A teoria de Ausubel evidencia, essencialmente, a aprendizagem cognitiva e propõe, segundo este ponto, uma explicação teórica do processo de aprendizagem (MOREIRA, 1999). Neste sentido a aprendizagem se consolida a partir da “organização e integração do material na estrutura cognitiva”. Neste complexo no qual se estabelece a estrutura cognitiva, os conhecimentos são adquiridos e utilizados.

Tem-se, a partir desta abordagem prévia, a síntese da teoria de Ausubel (1978, p. iv apud MOREIRA, 1983, p. 18):

Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional em um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Determine isso e ensine-o de acordo.

Percebe-se que, o que fundamenta a aprendizagem significativa, ponto central da teoria de Ausubel (MOREIRA, 1999), consiste em relacionar uma nova informação com um aspecto sobretudo relevante, da estrutura de conhecimento do indivíduo, proporcionando a

interação de novos conceitos aos já existentes em uma estrutura de conhecimento específica. Assim, as informações são organizadas formando uma graduação conceitual no qual conhecimentos específicos são anexados a conceitos mais amplos, dando significado à estrutura cognitiva.

Consoante a isso (MOREIRA, 1999, p.160),

Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma, como ponto de ancoragem a novas ideias e conceitos.

Em oposição ao que é chamado por Ausubel de aprendizagem mecânica, também identificada como aprendizagem automática, onde há pouca ou nenhuma interação entre novas informações e os conceitos relevantes existentes, sendo armazenada de forma arbitrária, a aprendizagem significativa não se opõem dicotomicamente à primeira. Há, sim, uma continuidade entre elas sejam elas adquiridas por percepção, sejam adquiridas por descoberta, desde que a nova informação se conecte à estrutura cognitiva. Segundo Ausubel (1978, p. 41 apud MOREIRA, 1999, p. 163),

a essência do processo de aprendizagem significativa é que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante para a aprendizagem das ideias. Este aspecto especificamente relevante pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito, uma proposição, já significativo.

Por conseguinte, tem-se como condição essencial para a ocorrência da aprendizagem significativa, a de que o material a ser aprendido seja relacionável à estrutura cognitiva de quem aprende, de maneira não literal. Quando possuidor dessas características, o material é considerado potencialmente significativo, atrelando-se ao disponível na estrutura cognitiva do aprendiz através dos subsunsores<sup>3</sup> adequados.

---

<sup>3</sup> Definido por Ausubel como uma estrutura de conhecimento específica existente na estrutura cognitiva do indivíduo. A palavra é inexistente na língua portuguesa e seria similar ao que temos como inseridor ou facilitador.

Em sua teoria, Ausubel sugere o uso de *organizadores prévios*. Estes se constituem como materiais introdutórios e possuem como escopo, ancorar as novas informações, levando à evolução dos subsunçores que venham facilitar a aprendizagem subsequente. Os mesmos servem como estratégias que visam manobrar a estrutura cognitiva facilitando a aprendizagem significativa. Segundo Ausubel (Moreira, 1999), a principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aluno já sabe e o que ele deve aprender, a fim de que o conteúdo proposto possa ser aprendido significativamente.

Consoante a teoria de Ausubel, existem três tipos de aprendizagem significativa: a representacional, que envolve a atribuição de significados a determinados símbolos; a de conceitos, que se apresenta atrelada a símbolos particulares genéricos ou categóricos; a proposicional, que versa sobre o significado de ideias em forma de proposição.

Com o propósito de tornar mais evidente e certo o processo que adquire e organiza os significados na composição da estrutura cognitiva, é proposta por Ausubel a “teoria na assimilação”. Segundo Moreira (1999, p. 166), a assimilação

É um processo que ocorre quando um conceito ou proposição, potencialmente significativo, é assimilado sob uma ideia ou conceito mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva, como um exemplo, extensão, elaboração ou qualificação do mesmo.

Assim, Ausubel indica que a assimilação ou ancoragem possivelmente venham a ter um efeito facilitador na contenção da matéria em questão.

Uma vez acertados os pontos de matéria e conteúdos a serem trabalhados, convém determinar o modo e procedimentos em que este aprendizado acontecerá. A princípio, Ausubel sugere dois princípios orientadores para a concretização do processo: A Diferenciação Progressiva e a Reconciliação Integrativa.

No caso da Diferenciação Progressiva, os conceitos e as ideias propostas devem ser prioritariamente desenvolvidos em ordem crescente de especificidade, partindo dos mais gerais e chegando aos mais específicos. Percebe-se que, na estrutura de cada indivíduo as ideias mais genéricas ocupam o vértice da cognição enquanto que são subordinadas em sequência, de forma progressiva, os conceitos mais específicos.



Já a Reconciliação Integrativa, encontra confluência na forma com que se envolvem os conceitos a serem apresentados ao aprendiz e como serão relacionados por ele em sua estrutura cognitiva. Tende-se a desenvolver e explorar as relações entre as ideias apresentadas e as previamente adquiridas, apontando semelhanças e divergências e compondo eventuais contraposições.

Quanto à avaliação, esta possuirá a finalidade de estabelecer a magnitude em que os objetivos propostos são alcançados. Assim, uma vez estabelecidos os pontos mais relevantes do conteúdo material, a ser desenvolvido junto ao aprendiz, a avaliação assume o propósito de investigar se ocorreu, a contento, a internalização das ideias e conceitos apresentados.

#### 4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E SUA APLICAÇÃO

O Produto Educacional que motiva este trabalho é caracterizado pela aplicação de uma sequência didática a uma turma de alunos de Ensino Médio cuja proposta é a de subsidiar, sob a perspectiva da Aprendizagem Significativa de Ausubel, organizadores prévios necessários à compreensão introdutória de conceitos estatísticos aplicáveis ao estudo de Termodinâmica.

Possuindo como ancoragem a relevância da Termodinâmica enquanto componente curricular, este trabalho resulta do questionamento sobre metodologias alternativas envolvendo conceitos físicos básicos e da contribuição para uma maior interação dos discentes com a Ciência além de considerar a utilização de recursos disponíveis proporcionando um ambiente interativo e investigativo em sala de aula, constituindo-se em um diferencial frente a dificuldades que se apresentam no desenvolvimento e implementação do processo de ensino aprendizagem.

O Produto Educacional apresentado consiste do desenvolvimento de três etapas:

Na primeira etapa são expostos aos alunos participantes, aspectos históricos da evolução dos conceitos termodinâmicos, o método indutivo e a sua aplicação enquanto metodologia científica, e em sequência, conceitos básicos de estatística.

A segunda etapa é essencialmente composta de três atividades experimentais onde são introduzidos de forma prática, conceitos elementares de estatística. Consiste nas seguintes atividades: o lançamento de moedas justas, onde se verifica a frequência de incidência de resultados “cara” ou “coroa” comparando estes resultados ao definido teoricamente; o lançamento de dados não viciados onde serão computados o resultado da soma das faces de dois dados lançados; e o caminho aleatório em duas dimensões onde, através de elementos definidos aleatoriamente têm-se a confecção de um *random walk* – 2D e os resultados são utilizados para definirmos grandezas estatísticas como amplitude, desvio padrão e variância.

A terceira etapa traz a utilização de simuladores em Java cujo objetivo é expandir os conceitos suscitados na segunda etapa. Para tanto são utilizados os simuladores disponibilizados em uma rede de coleções de recursos on-line gratuitos que dão suporte a docentes e alunos.

Conclusivamente, buscar-se-á vincular os conceitos propostos nas atividades anteriores às grandezas termodinâmicas conforme o conteúdo majoritariamente proposto no currículo de Ensino Médio.

Com isso, pretende-se apresentar um Produto Educacional aplicável do ponto de vista prático e que possa se moldar às diversas e particulares realidades vivenciadas por professores e alunos.

#### 4.1 DELIMITAÇÃO ESPACIAL, TEMPORAL E PÚBLICO ALVO

A aplicação do Produto (uma sequência didática que envolve jogos, análise de dados e simulações interativas) foi realizada em turmas de 2ª Série do Ensino Médio de uma unidade escolar localizada em Goiânia, Goiás, no decorrer do 1º semestre do ano letivo de 2019.

#### 4.2 O PRODUTO EDUCACIONAL

O presente projeto foi elaborado no intuito de possibilitar a aplicação de uma sequência didática que possa subsidiar, sob a perspectiva da Aprendizagem Significativa de Ausubel, organizadores prévios necessários à compreensão introdutória de conceitos estatísticos aplicáveis ao estudo de Termodinâmica.

A ideia surgiu em decorrência de observações apontadas pelo autor acerca de como o conteúdo, em evidência, é recebido pelos discentes; da relevância da Termodinâmica enquanto componente curricular e do questionamento sobre metodologias alternativas envolvendo conceitos físicos básicos.

Tendo em vista que grande parte do conteúdo de Física é vivenciado pelos estudantes em situações do seu cotidiano, a compreensão dos conceitos termodinâmicos contribui para uma maior interação dos discentes com a Ciência.

A proposta consiste de três etapas: em um primeiro momento serão expostos aspectos históricos da evolução dos conceitos termodinâmicos, o método indutivo e a sua aplicação enquanto metodologia científica, e em sequência, conceitos básicos de estatística. A segunda etapa é essencialmente composta de três atividades experimentais onde são introduzidos de forma prática, conceitos elementares de estatística quais sejam, o lançamento de moedas onde

se verifica a frequência de incidência de resultados “cara” ou “coroa” comparando estes resultados ao definido teoricamente; o lançamento de dados não viciados onde serão computados o resultado da soma das faces de dois dados lançados; e o caminho aleatório em duas dimensões onde, através de elementos definidos aleatoriamente têm-se a confecção de um random walk – 2D e os resultados são utilizados para definirmos grandezas estatísticas como amplitude, desvio padrão e variância. Na sequência, a terceira etapa traz a utilização de simuladores em Java cujo objetivo é expandir os conceitos suscitados na segunda etapa. Por fim, buscar-se-á vincular os conceitos propostos nas atividades anteriores às grandezas termodinâmicas conforme o conteúdo majoritariamente proposto no currículo de Ensino Médio.

Propõem-se que as atividades experimentais sejam realizadas com material de baixo custo e facilmente encontrados. Os simuladores são acessíveis, sendo necessário além dos acessórios que abaixo elencamos, um computador com o pacote Java instalado, para demonstração.

A utilização de recursos disponíveis proporcionando um ambiente interativo e investigativo em sala de aula tendem a ser um diferencial frente a dificuldades que se apresentam no desenvolvimento e implementação do processo de ensino aprendizagem.

Neste trabalho propomos um produto educacional cujo objetivo é possibilitar a aplicação de uma proposta metodológica para a inserção de elementos de estatística como organizadores prévios em conceitos básicos de termodinâmica.

Neste viés, este projeto foi planejado para ser realizado essencialmente com material de baixo custo em ambiente acessível a professores e alunos. Particularmente, o que foi adquirido no comércio local foram os dados (não viciados) utilizados na atividade 2, bem como o material emborrachado conhecido como tela antiderrapante (figura 6) usado como complemento (dispensável) à superfície plana e horizontal tida como suporte, tanto para o lançamento de moedas quanto dos dados.

De maneira alternativa, como superfícies que sirvam de suporte aos lançamentos, podem ser utilizadas mesas de leitura, mesas de plástico, mesas improvisadas e até mesmo, desde que limpo e organizado, o piso do ambiente físico.

As moedas a serem utilizadas propõe-se que sejam as encontradas com maior facilidade. Sugere-se por questão de praticidade a utilização de um único tipo de moedas (de cinco ou dez centavos). A semelhança entre as moedas pode facilitar a identificação de suas faces pelos alunos, proporcionando agilidade nas anotações das informações obtidas.

Complementarmente, foram utilizadas planilhas impressas em folhas de papel A4, canetas hidrocor, um computador ou notebook com acesso à internet e um meio de reprodução de imagens dos simuladores. Podem ser utilizados tanto um conjunto projetor/tela de projeção (datashow) quanto uma tela/monitor de dimensão suficiente a possibilitar uma visualização confortável das imagens, por parte dos estudantes.

É prudente que o professor opte por trabalhar com turmas com quantitativo reduzido de alunos, tanto quanto possível. A experimentação em sala de aula pode exigir do professor dedicação redobrada de modo que os grupos possam desenvolver as atividades propostas em toda sua plenitude e em um intervalo de tempo que não extrapole a uma hora-aula, em média. Neste projeto especificamente, foi possível trabalhar confortavelmente com grupos de 20 alunos e com uma carga horária de 12 aulas.

Havendo a disponibilidade de carga horária suficiente e de espaço físico adequado, pode-se ter um efetivo maior de alunos bem como uma maior interatividade entre os mesmos.

Ademais, o conhecimento nunca é alcançado de forma pronta e imutável de modo que o professor aplicador possui a plena liberdade de adequar o produto à realidade própria em todas as suas particularidades.

## 4.3 APLICAÇÃO DO PRODUTO

### 4.3.1 Descrição do universo de aplicação do projeto

O produto educacional, objeto deste trabalho, foi aplicado aos estudantes da 2ª Série do Ensino Médio do Colégio Estadual Jardim América, localizado na região centro-sul da cidade de Goiânia, estado de Goiás. O colégio atende a comunidade local e seus arredores em três turnos de funcionamento: no período matutino, oferece as três séries do Ensino Médio; no vespertino, atende alunos da segunda fase do Ensino Fundamental (7º ao 9º ano) e no período

noturno a escola atende aos alunos maiores de dezoito anos oferecendo a modalidade de Educação de Jovens e Adultos – III Etapa.

Para assistir a aproximadamente 1200 alunos matriculados, a escola conta com treze salas de aula que comportam entre 35 e 55 pessoas. Cada sala possui suficiente número de carteiras para estudantes, quadro branco, ar-condicionado, armário para guarda de livros e mesa do professor. O colégio conta ainda com biblioteca cujo acervo é composto de livros literários, técnicos e didáticos, estantes e mesas de estudo coletivo. Conta ainda com banheiros masculino e feminino, cozinha para a preparação de merenda, quadra poliesportiva coberta para a prática de Educação Física e realização de eventos esportivos e culturais, sala de professores e secretaria, além de amplo espaço de convivência.

Objetivando a aplicação da Sequência Didática, enquanto produto educacional projeto deste trabalho, planejamos sua execução a partir da utilização de uma aula semanal com duração média de 45 minutos em um total de 12 aulas previstas, conforme a seguinte distribuição:

Tabela 1: Cronograma de atividades

<b>Aula</b>	<b>Atividade</b>
<b>1</b>	Aplicação de Pré-teste conceitual
<b>2</b>	Introdução e abordagem histórica da Terminologia e metodologia científica
<b>3</b>	Conceitos elementares de Estatística
<b>4</b>	Atividade 1 – Lançamento de Moedas
<b>5</b>	Análise da Atividade 1, exposição e análise de resultados
<b>6</b>	Atividade 2 – Lançamento de dados não viciados
<b>7</b>	Análise da Atividade 2, exposição e análise de resultados
<b>8</b>	Atividade 3 – Random Walk em duas dimensões
<b>9</b>	Análise da Atividade 3, exposição e análise de resultados
<b>10</b>	Simulação – Lançamento de moedas
<b>11</b>	Simulação – Caminho aleatório em duas dimensões
<b>12</b>	Aplicação de Pós-teste conceitual

Fonte: do próprio autor

### 4.3.2 Aplicação de pré-teste

O objetivo deste tópico foi diagnosticar os conhecimentos previamente adquiridos pelos alunos em relação aos conceitos elementares de Termologia em abordagem à Termometria, à Calorimetria e à Termodinâmica. Com isso procurou-se identificar elementos que pudessem ser utilizados como subsunçores dentro da perspectiva da Aprendizagem Significativa.

A fim de atingir o propósito descrito, foi utilizado um questionário investigativo<sup>4</sup> (Anexo 1) composto de vinte perguntas de múltipla escolha, contendo cada uma delas três alternativas das quais uma proposição é correta e duas são incorretas. Para que fosse evitado escolhas aleatórias não fundamentadas, foi solicitado aos alunos, após cada questão, a justificativa de sua escolha.

O teste abordou o conhecimento acerca de conceitos relativos à existência do calor, sua natureza, formas de propagação, bem como sua relação com a temperatura e a massa. Além desses conceitos, também foi possível diagnosticar a compreensão dos alunos em conceitos que envolvem a velocidade de partículas, sua energia cinética, o trabalho realizado por estas ou sobre estas, a variação da energia interna e as transformações termodinâmicas.

A aplicação das questões que neste trabalho referenciamos como pré-teste, foi direcionada a quarenta (40) alunos de uma turma de 2ª Série da unidade escolar especificada anteriormente em momento antecedente à aplicação do conteúdo programático de Termodinâmica. Até o momento da aplicação das questões, não havíamos separados os alunos que seriam submetidos ao produto educacional de modo que o teste foi aplicado indistintamente. No entanto, para fins de análise, apresentaremos os dados estatísticos dos grupos em separado.

Os alunos que participaram das atividades relacionadas a aplicação do produto educacional compõem a Turma A, onde 20 estudantes responderam às questões. Os outros 20 alunos restantes que não desenvolveram as atividades do produto educacional compõem a Turma B.

---

<sup>4</sup> Testes conceituais sobre calor. Questões de 1 a 13 elaboradas por Rolando Axt, Vítor Hugo Guimarães e Marco A. Moreira. Questões de 14 a 20 elaboradas por Luciano Ferreira Silva.

Tabela 2: Número de acertos do pré-teste por questão

Questão	Quantidade de acertos	
	Turma A	Turma B
1	16	13
2	12	13
3	10	8
4	8	6
5	13	9
6	7	9
7	14	12
8	7	5
9	7	8
10	8	12
11	5	4
12	9	10
13	10	6
14	7	4
15	13	12
16	14	6
17	8	8
18	4	5
19	3	1
20	5	7
<b>Totais:</b>	<b>180</b>	<b>159</b>

Fonte: do próprio autor

Verificamos que, em média, a Turma A apresentou desempenho de 9,00 acertos em 20 questões. Já a Turma B, apresentou uma média de 7,95 em 20 questões.

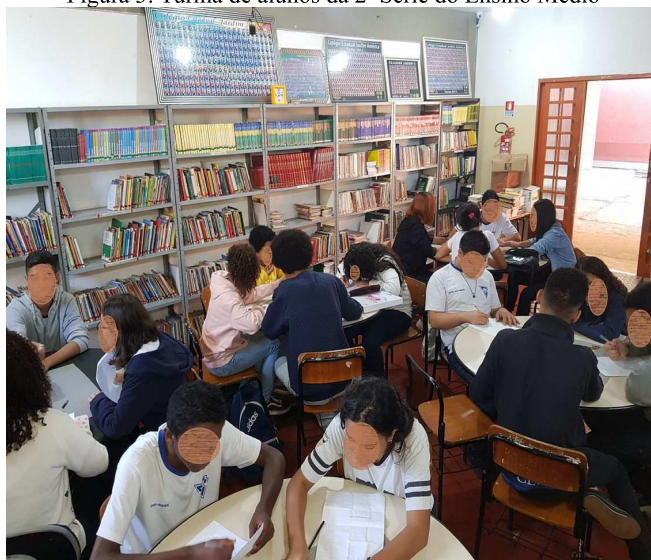
Com relação à temática que envolve as questões e seus respectivos acertos, em sucinta análise é possível observar um quantitativo considerável de acertos nas proposições que envolveram assuntos relacionados ao conceito de temperatura, equilíbrio térmico e calor (questões 1, 2, 3, 5 e 7). De forma contrária, foi percebido certa dificuldade nos conceitos relacionados às variáveis de estado de um gás, energia interna e Primeira Lei da Termodinâmica (questões 11, 18, 19 e 20).



### 4.3.3 Atos preparatórios

Após a aplicação dos pré-testes, os alunos foram aleatoriamente separados em Turma A e Turma B, como descritos acima. Com o propósito de facilitar a realização das atividades propostas no projeto, os alunos da Turma A (Figura 3) foram acomodados na biblioteca enquanto os remanescentes, na Turma B, continuavam suas atividades rotineiras em sala convencional.

Figura 3: Turma de alunos da 2ª Série do Ensino Médio



Fonte: do próprio autor.

Com o propósito de facilitar a experimentação foi utilizado sobre a mesa que comportou os grupos um material emborrachado conhecido como tela antiderrapante (Figura 4) usado como complemento (dispensável) à superfície plana e horizontal tida como suporte, tanto para o lançamento de moedas quanto dos dados. Não foi constatada nenhuma interferência significativa nos resultados quando utilizada a tela antiderrapante ao passo que seu emprego proporcionou um ambiente consideravelmente organizado.

#### **4.3.4 A exposição teórica**

A aplicação do produto educacional iniciou-se com a apresentação de aspectos históricos relacionados ao desenvolvimento das teorias científicas que abordam a Termologia. Utilizando-se do método de aula expositiva dialógica, apresentamos aos alunos da Turma A, o método indutivo e os conceitos termodinâmicos iniciais. Os alunos participantes foram convidados a citar situações onde suas percepções são requeridas como, por exemplo, sentir o quente e o frio; o doce ou amargo; o rígido ou o macio e o claro ou o escuro.

Posteriormente, foi destacado a importância das experimentações, suas medidas e suas respectivas repetições com enfoque na metodologia científica e seu consequente impacto para consolidação de teorias que tentam explicar o aquecimento dos corpos e sistemas. Como tais conceitos são aperfeiçoados e distinguidos e, seguidamente, as causas e consequências da interferência humana nos processos que culminam em fenômenos termodinâmicos.

Foram apresentadas os fundamentos das teorias do calor como substância bem como a consequente teoria cinético molecular da matéria e seus principais pesquisadores destacando, a cada momento, a forma com que a Termodinâmica se aperfeiçoa e se conecta com a necessidade da humanidade em buscar desenvolvimento científico e tecnológico.

Posteriormente foi apresentado aos alunos conceitos básicos de probabilidade e estatística. Trabalhou-se de forma expositiva utilizando, neste caso especificamente, a explanação no quadro branco de conceitos relacionados a ponto e espaço amostral, evento simples, frequência do evento, probabilidade de ocorrência do evento e medidas de dispersão, conforme entabulado na seção 2.2, constante no Produto Educacional, Apêndice deste trabalho.

Como conclusão desta etapa foi proposto aos alunos que a aplicação do produto educacional além de buscar fornecer subsídios que possam contribuir com a aprendizagem significativa de alguns conceitos da Termoestatística, o mesmo visa complementarmente, proporcionar ao aluno aprendiz a imersão no processo científico, oportunizando, sobretudo, que possam comparar os resultados propostos teoricamente e os obtidos de forma experimental.

### 4.3.5 Experimentos

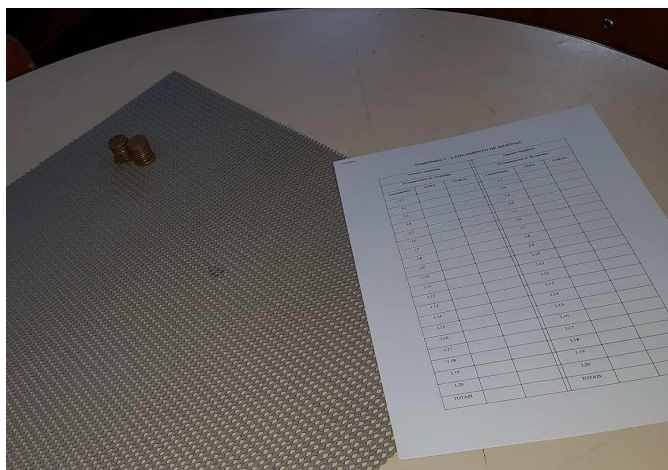
Esta parte da sequência didática foi composta da realização de três atividades que visaram a compreensão de noções elementares de estatística utilizando de experimentos simples.

Para o desenvolvimento das atividades experimentais, a Turma A, composta de 20 alunos, foi dividida em 5 grupos contando com 4 alunos em cada um deles.

#### 4.3.5.1 Lançamento de moedas

O desenvolvimento desta atividade (Figura 4) os de 10 moedas simultaneamente. Na segunda, 20 lançamentos de 20 moedas simultaneamente.

Figura 4: Preparação para a sequência de lançamento de moedas



Fonte: do próprio autor

A primeira sequência teve por objetivo familiarizar o grupo com a atividade além de provocar a observação quanto a distribuição de tarefas que envolve tanto a coleta de dados quanto o lançamento propriamente dito.

Orientou-se os alunos a lançar, simultaneamente, dez moedas por 20 repetições. Conforme se efetivam os lançamentos os mesmos foram anotados em uma tabela própria<sup>5</sup>.

Tabela 3: Referente à segunda sequência de lançamentos de moedas

Primeira Sequência					
20 lançamentos de 10 moedas					
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1			L11		
L2			L12		
L3			L13		
L4			L14		
L5			L15		
L6			L16		
L7			L17		
L8			L18		
L9			L19		
L10			L20		

	CARA	COROA
Totais		

**Fonte:** do próprio autor

Na tabela foram anotadas, para cada lançamento, a quantidade de resultados “cara” e resultados “coroa”, respectivamente.

Após o preenchimento da primeira tabela, os alunos responderam às questões elaboradas com o intuito de atingir o objetivo exposto acima.

### Questões:

1- Qual a probabilidade teórica de uma moeda justa dar cara? \_\_\_\_\_

2- Juliano lançou quarenta moedas para cima e obteve cara em 16 delas. Tendo por base os lançamentos realizados por Juliano, qual a probabilidade da moeda resultar cara?

R.: \_\_\_\_\_

3- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na primeira sequência, qual a probabilidade de se obter, em 20 lançamentos de 10 moedas,

a) 5 caras e 5 coroas? \_\_\_\_\_

<sup>5</sup> Vide Tabela 3

b) 6 caras e 4 coroas? \_\_\_\_\_

c) 4 caras e 6 coroas? \_\_\_\_\_

Foi possível verificar que os alunos não tiveram grandes dificuldades no preenchimento das tabelas (contagem de resultados “cara” ou “coroa”) tampouco na resposta aos questionamentos propostos. As mitigadas dúvidas apresentadas se restringiram interpretações textuais as quais foram razoavelmente sanadas.

A segunda sequência teve por objetivo fornecer dados suficientes para que houvesse a percepção de que, ao considerar uma quantidade significativa de lançamentos, o número de resultados “cara” obtidos (a posteriori) tende a se aproximar da probabilidade esperada (a priori).

Para tanto, o grupo de alunos, ao efetuar a sequência de lançamentos, preencheram a segunda tabela da atividade (Tabela 4) e responderam os questionamentos enumerados de 4 a 10.

Tabela 4: Referente à segunda sequência de lançamentos de moedas

Segunda Sequência					
20 lançamentos de 20 moedas					
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1			L11		
L2			L12		
L3			L13		
L4			L14		
L5			L15		
L6			L16		
L7			L17		
L8			L18		
L9			L19		
L10			L20		
		CARA	COROA		
Totais					

Fonte: do próprio autor

Novamente, as dúvidas apresentadas pelos alunos tiveram caráter meramente interpretativo e, com o auxílio do professor ou dos próprios colegas, foram prontamente sanadas sem maiores complicações.

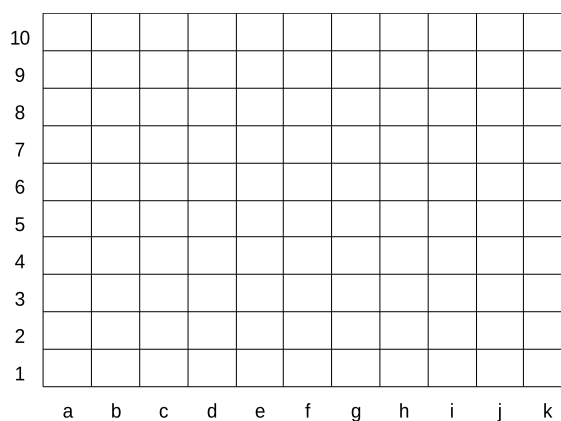
### Questões:

4- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na quarta sequência, qual a probabilidade real de se obter, em 20 lançamentos de 20 moedas,

- |                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| a) 5 caras e 15 coroas? _____  | g) 11 caras e 9 coroas? _____ |
| b) 6 caras e 14 coroas? _____  | h) 12 caras e 8 coroas? _____ |
| c) 7 caras e 13 coroas? _____  | i) 13 caras e 7 coroas? _____ |
| d) 8 caras e 12 coroas? _____  | j) 14 caras e 6 coroas? _____ |
| e) 9 caras e 11 coroas? _____  | k) 15 caras e 5 coroas? _____ |
| f) 10 caras e 10 coroas? _____ |                               |

5- Faça o histograma com os dados obtidos na questão anterior:

Figura 5: base para confecção do histograma



Fonte: do próprio autor

6- No total, quantas moedas foram lançadas por seu grupo? \_\_\_\_\_

7- Qual foi a probabilidade de se obter cara? \_\_\_\_\_

8- Qual foi a probabilidade de se obter coroa? \_\_\_\_\_

9- O que é possível perceber sobre a probabilidade experimental depois de todos os lançamentos realizados?

---



---

10- Por que os resultados teórico e experimental não são iguais?

---



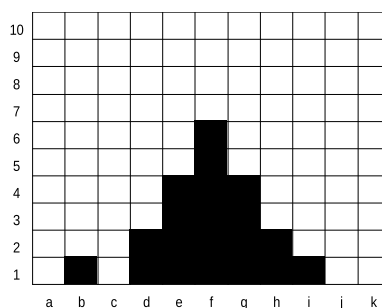
---

O ponto fundamental desta atividade foi o preenchimento do histograma, proposto na questão 5 da atividade referência. A título de exemplificação, se em 20 lançamentos de 20 moedas simultaneamente, foram obtidos:

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| a) 5 caras e 15 coroas? <u>0</u>  | g) 11 caras e 9 coroas? <u>4</u> |
| b) 6 caras e 14 coroas? <u>1</u>  | h) 12 caras e 8 coroas? <u>2</u> |
| c) 7 caras e 13 coroas? <u>0</u>  | i) 13 caras e 7 coroas? <u>1</u> |
| d) 8 caras e 12 coroas? <u>2</u>  | j) 14 caras e 6 coroas? <u>0</u> |
| e) 9 caras e 11 coroas? <u>4</u>  | k) 15 caras e 5 coroas? <u>0</u> |
| f) 10 caras e 10 coroas? <u>6</u> |                                  |

O histograma deverá ser preenchido da seguinte forma:

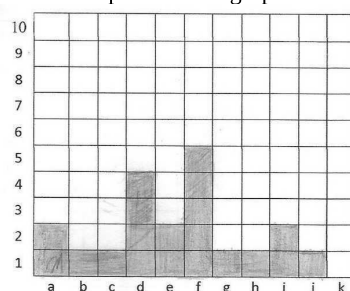
Figura 6: histograma preenchido conforme exemplo



Fonte: do próprio autor

Onde a sequência de letras no eixo das abscissas, representa as situações de resultados possíveis de “caras” e “coroas” em cada lançamento, conforme a lista acima. Já os valores no eixo das ordenadas, indicam por quantas vezes o resultado descrito se efetivou no decorrer dos 20 lançamentos propostos.

Figura 7: histograma preenchido pelos componentes do grupo 2



Fonte: do próprio autor

Paralelamente ao experimento realizado, um dos componentes de cada grupo foi responsável pelo preenchimento de uma tabela similar em que foi realizado a simulação autônoma do lançamento ou “endemonização da aleatoriedade”, na qual, a partir de sua própria arbitrariedade, valores correspondentes a lançamentos de resultados “cara” ou resultados “coroa” foram respectivamente anotados.

Esta atividade foi realizada sobretudo, como uma forma de experimentar o quão projeções tomadas arbitrariamente, no caso, a simulação dos lançamentos a partir da própria imaginação do agente, se assemelha à aleatoriedade dos lançamentos próprios e reais.

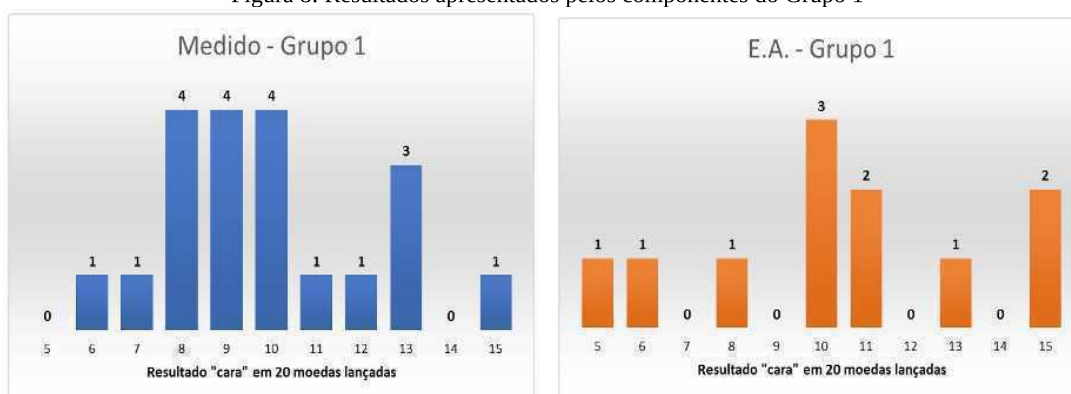
Dessa forma apresentaremos os dados obtidos em cada um dos 5 grupos tanto nos lançamentos de fato quanto na “endemonização da aleatoriedade”.

Essa atividade contante no produto educacional, objeto do nosso trabalho, prevê um resultado mínimo de 5 “caras” e um máximo de 15 “caras” para cada lançamento de 20 moedas. Obviamente, o resultado obtido pelos alunos durante a atividade pode extrapolar os limites sugeridos. No entanto, tal limite é definido propositalmente tendo em vista que o grupo de alunos deve perceber que, muito embora possam ocorrer tais prognósticos, as probabilidades são menores na medida em que executam os lançamentos.



Para a ilustração dos resultados obtidos que se seguem, utilizamos como referência o resultado “cara”. Assim, nas figuras que se seguirão, mostraremos um gráfico de barras que destacará em quantos lançamentos foram constatados como resultado um quantitativo (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 ou 15) de resultados “cara”. O título que encabeça cada figura representativa do gráfico de resultados como “medido” corresponde aos lançamentos de moedas efetuados pelo grupo e os que apresentam título E.A., indica os resultados da “endemonização da aleatoriedade”, respectivamente.

Figura 8: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 1



Fonte: do próprio autor

Interpretando os gráficos apresentados temos que o Grupo 1 efetuou 20 lançamentos de 20 moedas no qual obteve como resultado:

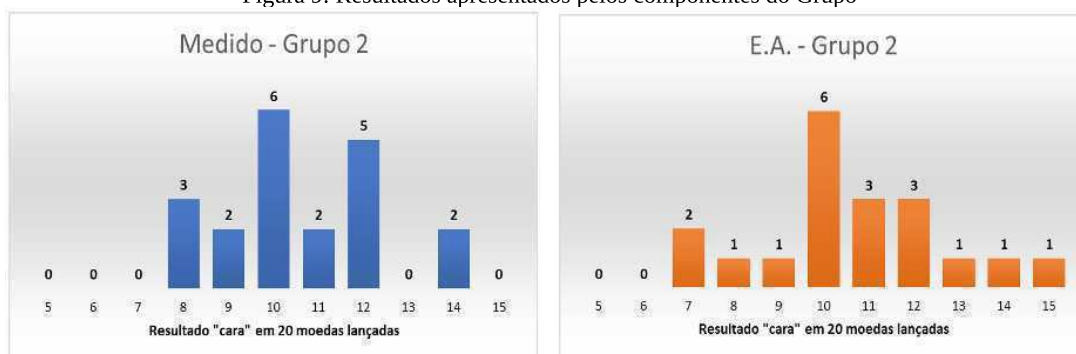
- um único episódio em que se constatou 6 moedas de face “cara”;
- um único episódio em que 7 moedas resultaram de face “cara”;
- quatro episódios em que foram constatadas 8 moedas de face “cara”;
- quatro em que o resultado foram 9 “caras”;
- quatro em que o resultado foram 10 “caras”;
- apenas um em que o resultado foi de 11 “caras”;
- apenas um em que o resultado foi 12 “caras”;
- três episódios em que o resultado foi 13 “caras” e
- apenas um em que o resultado foi 15 “caras”, totalizando os 20 lançamentos.

Neste caso, especificamente, episódios em que são obtidas 5 “caras” e 14 “caras” não foram registrados.

A mesma análise pode ser estendida para a figura que ilustra a distribuição da “endemonização da aleatoriedade”.

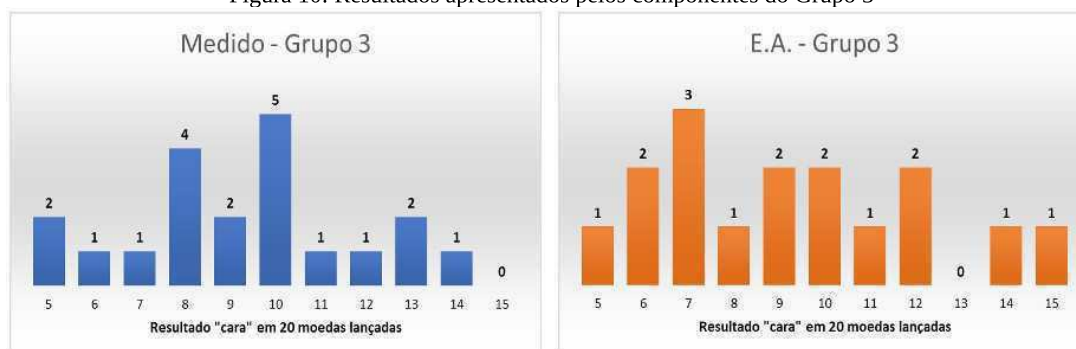
Segue, de forma similar (figuras 9, 10, 11 e 12), os dados obtidos nos demais grupos:

Figura 9: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo



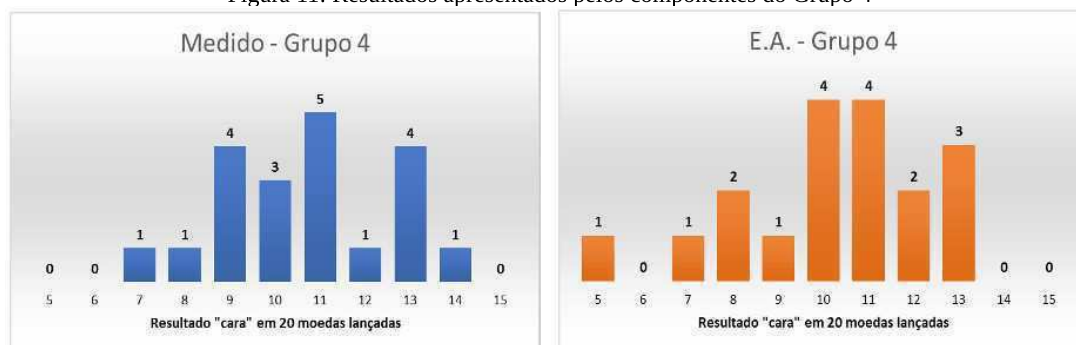
Fonte: do próprio autor

Figura 10: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 3



Fonte: do próprio autor.

Figura 11: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 4



Fonte: do próprio autor.

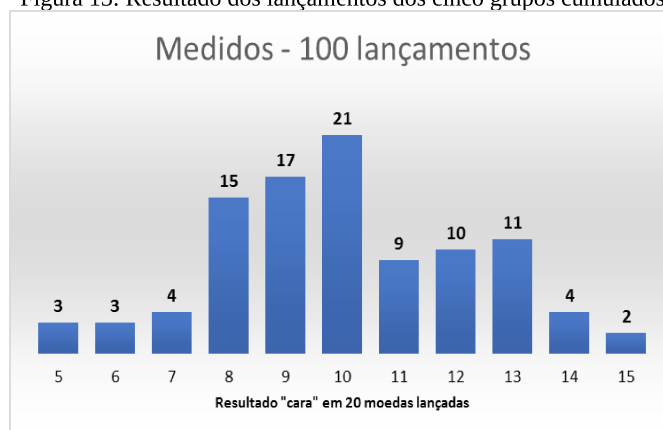
Figura 12: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 5



Fonte: do próprio autor.

Continuamente, ao considerarmos os resultados dos 5 grupos envolvidos na atividade teremos um total de 2000 moedas lançadas. Ao proporcionar aos alunos a possibilidade da cumulação dos resultados os mesmos perceberam com maior clareza, que os dados obtidos tendem a se aproximar do que foi previsto teoricamente, qual seja, a probabilidade de que maximizando o número de moedas lançadas tendemos a um prognóstico de que metade dos lançamentos resultem em “cara” (Figura 13).

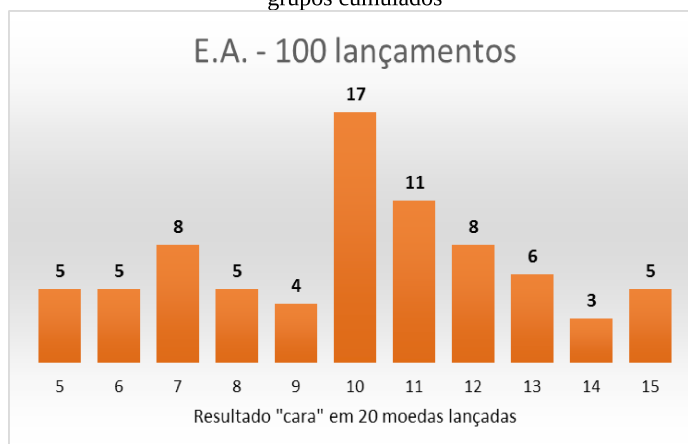
Figura 13: Resultado dos lançamentos dos cinco grupos cumulados



Fonte: do próprio autor.

Por outro lado, quando cumulamos os resultados da “endemonização da aleatoriedade” (Figura 14) os valores obtidos não se encaminham da mesma forma:

Figura 14: Resultado da "endemonização da aleatoriedade" dos cinco grupos cumulados



Fonte: do próprio autor

Curiosamente, ao compararmos os dois gráficos, percebemos que ao considerar 100 lançamentos de 20 moedas, em apenas um episódio tão somente, o limite estabelecido para o intervalo de possibilidades (mínimo de 5 “caras” e máximo de 15 “caras” para cada 20 moedas lançadas simultaneamente) foi extrapolado para a atividade de lançamento real das

moedas. Enquanto que, na “endemonização da aleatoriedade” tal extrapolação foi registrada em 23 ocorrências.

A título de ilustração, foi apresentado aos alunos a curva de distribuição do total de moedas lançadas considerando-se a participação dos cinco grupos na atividade:

Figura 15: Curva de distribuição dos lançamentos cumulados



Fonte: do próprio autor.

Através das reações demonstradas através dos comentários, sobretudo os realizados entre seus pares, para os alunos que desenvolveram a atividade restou consignado a importância da experimentação utilizando-se de método indutivo em detrimento dos tendenciosos resultados advindos da especulação prognóstica.

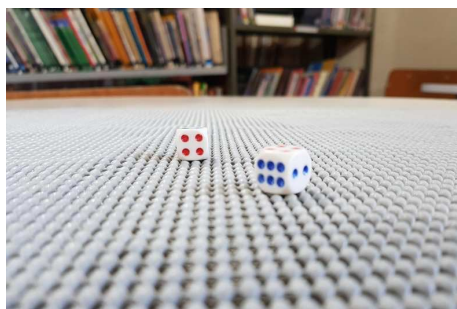
#### 4.3.5.2 Lançamento de dados

Esta atividade consistiu do lançamento simultâneo de dois dados não viciados (Figura 16). Foi considerada e registrada a soma das faces dos dois dados. Ao realizar a atividade, ao grupo de alunos foi possível perceber experimentalmente que há resultados que se verificam com maior incidência que outros e, com isso a possibilidade de determinar a probabilidade deste resultado se repetir.

Para a coleta de dados e resposta aos questionamentos pertinentes à atividade foi utilizado o roteiro denominado Experimento 2 – Lançamento de dados, constante no Anexo 3

do Produto Educacional<sup>6</sup>. Cada grupo recebeu dois dados semelhantes para se realizar os lançamentos.

Figura 16: Lançamento de dois dados



Fonte: do próprio autor

A sequência consistiu de 30 lançamentos de dois dados simultaneamente e, além de registrar o valor resultante de cada face dos dados (dado 1 e dado 2), foram registrados também, a soma das faces.

Figura 17: Ilustração da tabela cujos valores das faces dos dados e sua consequente soma foram lançados

Sequência – 30 lançamentos de 2 dados							
Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces	Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces
L1				L16			
L2				L17			
L3				L18			
L4				L19			
L5				L20			
L6				L21			
L7				L22			
L8				L23			
L9				L24			
L10				L25			
L11				L26			
L12				L27			
L13				L28			
L14				L29			
L15				L30			

Fonte: do próprio autor

Após o preenchimento da tabela, os alunos responderam às questões enumeradas de 1 a 7, elaboradas com o intuito de atingir o objetivo exposto acima.

<sup>6</sup> Produto Educacional constante no Apêndice.

Questões:

1- Um dado calibrado tem 6 faces numeradas de 1 a 6. Todas as faces possuem a mesma chance de aparecer quando o dado é jogado.

Qual é a probabilidade de um dado justo dar 2? \_\_\_\_\_

2- Ao lançar um dado 60 vezes, quais a probabilidade dos lances resultarem em 1?

\_\_\_\_\_

3- Quais os possíveis resultados quando lançamos dois dados? Sugestão: escreva sua resposta na forma de par ordenado: (dado1;dado2)

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4- Ao lançar simultaneamente 2 dados, qual a probabilidade da soma das faces resultar

a) 2? \_\_\_\_\_ d) 5? \_\_\_\_\_ g) 8? \_\_\_\_\_ j) 11? \_\_\_\_\_

b) 3? \_\_\_\_\_ e) 6? \_\_\_\_\_ h) 9? \_\_\_\_\_ k) 12? \_\_\_\_\_

c) 4? \_\_\_\_\_ f) 7? \_\_\_\_\_ i) 10? \_\_\_\_\_

Considere os lançamentos de dados realizados por seu grupo na primeira sequência:

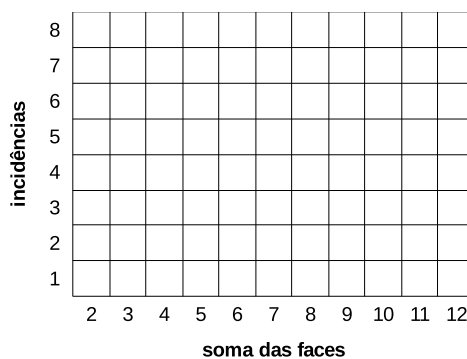
5- Qual somatório de faces ocorreu mais vezes? \_\_\_\_\_

6- Qual somatório de faces ocorreu menos vezes? \_\_\_\_\_

7- Qual é o valor médio obtido a partir da soma das faces dos dados lançados? \_\_\_\_\_

8- Faça o histograma dos lançamentos obtidos com a tabela da primeira sequência:

Figura 18: base para confecção do histograma



Fonte: do próprio autor

A questão 1 visa estabelecer qual a probabilidade, a priori, de se obter resultado igual a dois no lançamento de um dado não viciado. Espera-se que o grupo de alunos encontre  $\frac{1}{6}$ .

A questão 2 tem por objetivo ampliar o conceito entabulado na questão 1, independente do número de lançamentos.

A questão 3 visa estabelecer quais os resultados possíveis no lançamento de dois dados não viciados: (1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (4,6); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5); (5,6); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5) e (6,6).

Trabalhando nesta questão, com a colaboração e auxílio do professor, o aluno pode perceber que, ao lançarmos dois dados não viciados há um número de eventos possíveis para cada soma de duas faces:

- Soma = 2: (1,1)
- Soma = 3: (1,2), (2,1)
- Soma = 4: (1,3), (2,2), (3,1)
- Soma = 5: (1,4), (2,3), (3,2), (4,1)
- Soma = 6: (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)
- Soma = 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)
- Soma = 8: (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)
- Soma = 9: (3,6), (4,5), (5,4), (6,3)
- Soma = 10: (4,6), (5,5), (6,4)
- Soma = 11: (5,6), (6,5)
- Soma = 12: (6,6)



Enfatizamos que tratando-se de eventos distinguíveis (2,5) é diferente de (5,2), pois no caso de eventos indistinguíveis (2,5) é igual a (5,2) como quando no caso de (1,1) é igual a (1,1) para que a soma seja 2.

Continuamente ao exercício, é sugerido que se promova a evolução do raciocínio da turma de alunos demonstrando que, a partir do número de combinações possíveis ( $6 \times 6 = 36$ ), é possível determinar a probabilidade para a soma das faces de dois dados não viciados.

Para responder as questões 5 e 6, deve-se considerar os dados coletados e registrados na tabela própria (figura 17).

Quanto à questão 7, a resposta foi obtida a partir da média das somas das faces dos dados lançados dois a dois (soma dos resultados das faces dos dados lançados dividido por 30).

A questão 8 solicitou a confecção de um histograma de acordo com o obtido nos lançamentos registrados na tabela. Sua relevância se pressupõe à medida que se torna possível verificar as distribuições discretas dos resultados das somas das faces dos dois dados lançados simultaneamente. Para preenchê-lo, marcamos a quantidade de incidências dos resultados possíveis.

Exemplo: Ao se efetuar 30 lançamentos de dois dados simultaneamente são obtidos os seguintes resultados:

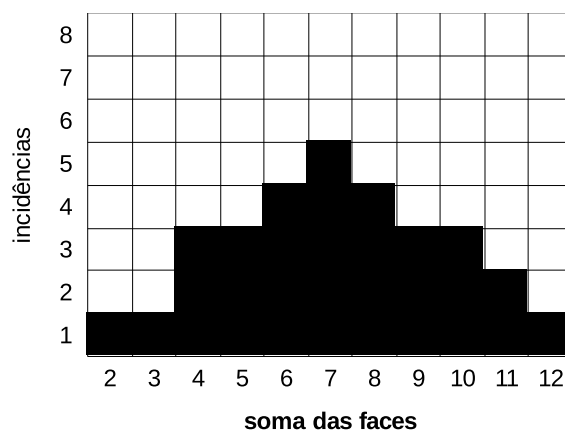
Tabela 5: Exemplo de resultados de lançamentos

Resultados soma das faces	Incidências
2	1
3	1
4	3
5	3
6	4
7	5
8	4
9	3
10	3
11	2
12	1

**Fonte:** do próprio autor

O histograma deverá ser preenchido da seguinte forma:

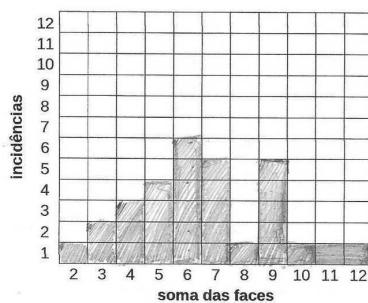
Figura 19: histograma referente ao exemplo de lançamentos



Fonte: do próprio autor

Foi possível observar que os alunos participantes da atividade proposta não apresentaram dificuldades de execução. De mesma forma percebemos que a atividade experimental, em oposição à rotina sequencial da sala de aula, motivou de forma significativa o engajamento dos mesmos na realização do trabalho em grupo.

Figura 20: histograma do Grupo 4

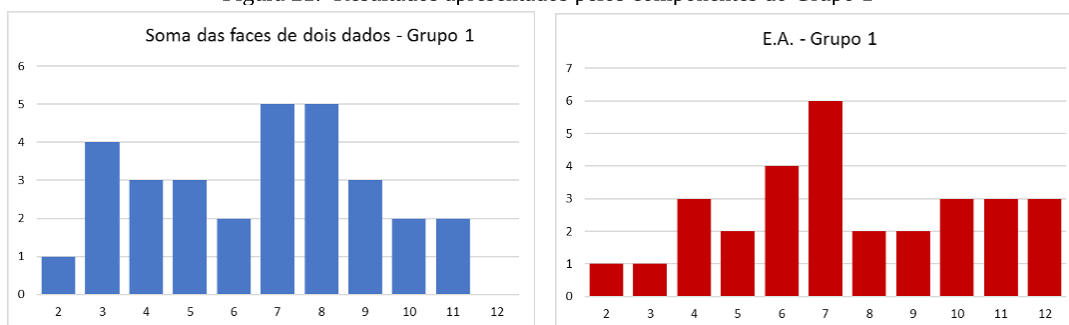


De forma semelhante ao descrito na atividade pertinente ao lançamento de moedas, os resultados apresentados pelos grupos de alunos puderam ser tabelados e ilustrados através dos gráficos que demonstram o total de incidências em que a soma das faces (no caso de dois dados lançados podem variar de 2 a 12) ocorreram em um total de 30 lançamentos.

Analogamente à atividade anterior, propomos que um membro de cada grupo procedesse a “endemonização da aleatoriedade” também em relação ao lançamento de dois dados viciados onde, a partir de sua própria arbitrariedade uma tabela semelhante à ilustrada na figura 17, foi confeccionada.

Os resultados, tanto dos lançamentos efetivos quanto da simulação em forma de “endemonização da aleatoriedade” podem ser conferidos nas figuras que se seguem:

Figura 21: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 1



Fonte: do próprio autor.

Interpretando os gráficos apresentados temos que o Grupo 1 efetuou 30 lançamentos de 2 dados não viciados no qual a soma das faces dos dados lançados resultaram:

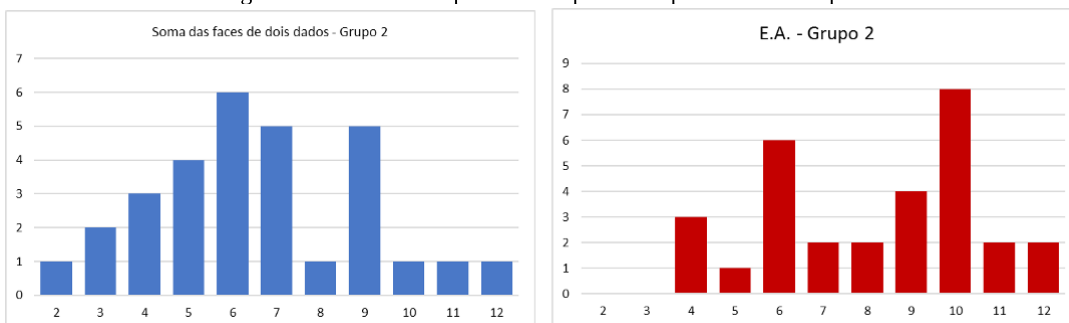
- em 2, em uma única vez;
- em 3, por quatro vezes;
- em 4, por três vezes;
- em 5, por três vezes;
- em 6, por duas vezes;
- em 7, por cinco vezes;
- em 8, por cinco vezes;
- em 9, por três vezes;
- em 10, por duas vezes e
- em 11, por duas vezes.

Neste caso, especificamente, nenhum lançamento resultou na soma igual a 12.

A mesma análise pode ser estendida para a figura que ilustra a distribuição da “endemonização da aleatoriedade”.

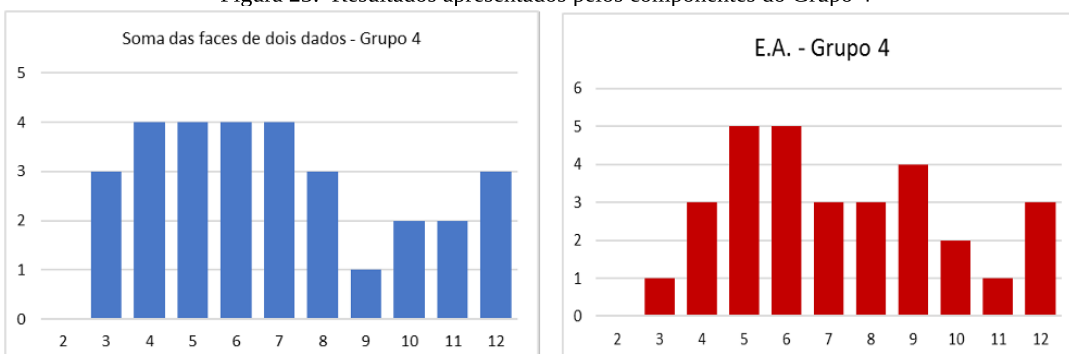
Segue (figuras 22, 23, 24 e 25), de forma similar, os dados obtidos nos demais grupos:

Figura 22: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 2



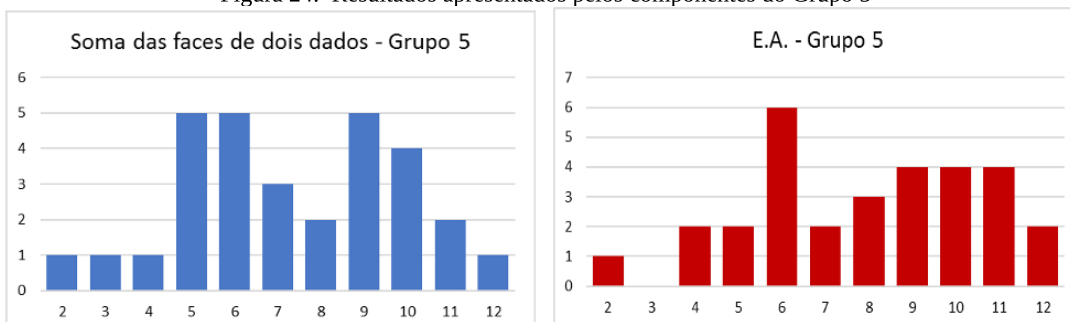
Fonte: do próprio autor

Figura 23: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 4



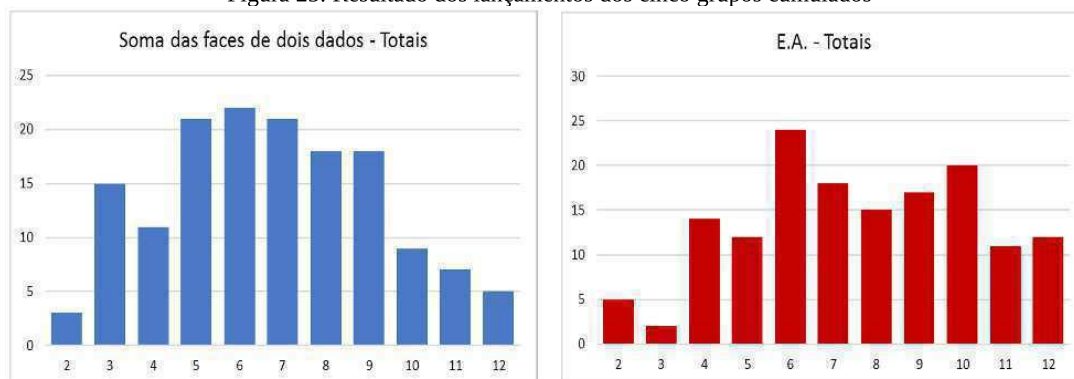
Fonte: do próprio autor.

Figura 24: Resultados apresentados pelos componentes do Grupo 5



Fonte: do próprio autor.

Figura 25: Resultado dos lançamentos dos cinco grupos cumulados



Fonte: do próprio autor

Considerando os resultados dos 5 grupos envolvidos na atividade teremos um total de 150 lançamentos de dois dados simultaneamente. Ao proporcionar aos alunos a possibilidade da cumulação dos resultados os mesmos perceberam com maior clareza, que os dados obtidos tendem a se aproximar do que foi previsto teoricamente, qual seja, a probabilidade de que maximizando o número de lançamentos, tendemos a um prognóstico de que a probabilidade de obtermos a somas das faces tendem a:

$$\text{Soma} = 2: 1/36$$

$$\text{Soma} = 3: 2/36 = 1/18$$

$$\text{Soma} = 4: 3/36 = 1/12$$

$$\text{Soma} = 5: 4/36 = 1/9$$

$$\text{Soma} = 6: 5/36$$

$$\text{Soma} = 7: 6/36 = 1/6$$

$$\text{Soma} = 8: 5/36$$

$$\text{Soma} = 9: 4/36 = 1/9$$

$$\text{Soma} = 10: 3/36 = 1/12$$

$$\text{Soma} = 11: 2/36 = 1/18$$

$$\text{Soma} = 12: 1/36$$

Muito embora a cumulação dos resultados práticos não tenham evidenciado com exatidão os prognósticos teóricos esperados, aproveitamos a oportunidade para salientar aos estudantes que o trabalho científico requer persistência e que, a frustração decorrente pelo fato de não se chegar ao esperado não pode se sobrepor à necessidade do trabalho científico.

#### 4.3.5.3 Caminho aleatório em duas dimensões

O caminho aleatório, também citado como *random walk*, descreve uma trajetória que consiste em uma sucessão de passos aleatórios e pode ser utilizado para “introduzir alguns conceitos e técnicas da teoria de probabilidades” (Salinas, 2013). Podem ser utilizados para fenômenos que ocorrem no mundo real que podem ir desde a análise do movimento das moléculas de um gás ao estudo do mercado flutuante de ações na bolsa de valores.

A atividade teve, por objetivo, proporcionar aos estudantes a observação dos efeitos da aleatoriedade na construção de algo real, no caso, o caminho percorrido, além de fundamentar a observação e compreensão das simulações que foram propostas e apresentadas posteriormente.

A aplicação desta atividade foi realizada por duas vezes na turma que desenvolveu o projeto-piloto, objeto deste trabalho. Em um primeiro momento, tentamos proporcionar uma técnica onde fosse possível que o caminho aleatório se executasse considerando o movimento em oito sentidos distintos. Para isso utilizamos a seguinte rotina:

Para a coleta de dados e resposta aos questionamentos pertinentes à atividade foi utilizado um roteiro contendo as orientações para a sua execução.

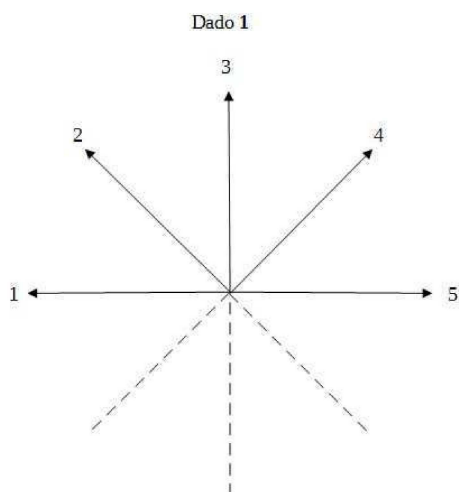
O experimento consistiu da obtenção de distâncias médias a partir de “passos” de direções e tamanhos aleatórios e de parâmetros pré estabelecidos.

Foram utilizados dois dados de cores diferentes (**Dado 1** e **Dado 2**) e uma folha quadriculada referenciada<sup>7</sup>. Com o propósito de se estabelecer um referencial fixo para o grupo de alunos, a folha continha uma letra **F** em seu canto superior esquerdo. O **Dado 1** determinava aleatoriamente a direção do passo e o dado 2 determinava, também de forma aleatória, o tamanho e sentido deste passo. Nesta atividade foi proposta a realização de 30 lançamentos (passos) de cada componente do grupo.

#### **Dado 1** (direção)

Iniciando-se a partir de um ponto qualquer da folha quadriculada, o resultado obtido com o lançamento do dado 1, determinava a direção do passo em relação ao plano da folha referenciada na forma do gabarito seguinte:

Figura 26: Direção dos passos conforme resultado do lançamento dos dados



Fonte: do próprio autor

<sup>7</sup> A folha quadriculada utilizada nesta atividade está inserida como anexo do Produto Educacional constante no Apêndice deste trabalho.

Assim, caso o resultado do **Dado 1** seja **1**, o passo será dado<sup>8</sup>horizontalmente à esquerda; caso seja **2**, diagonalmente à esquerda; caso seja **3**, verticalmente para cima; em sendo **4**, diagonalmente à direita; caso seja **5**, horizontalmente à direita e, por fim, se o resultado for **6**, não será dado nenhum passo.

Dado 2 (branco)

A partir do resultado obtido com o lançamento do **Dado 2**, poderemos estabelecer o “tamanho” do passo (1, 2 ou 3 unidades) e a manutenção ou inversão do sentido indicado pelo gabarito do **Dado 1**, de forma que:

Resultado do lançamento:

1 → 1 unidade (mesmo sentido)

2 → 2 unidades (mesmo sentido)

3 → 3 unidades (mesmo sentido)

4 → 1 unidade (sentido contrário)

5 → 2 unidades (sentido contrário)

6 → 3 unidades (sentido contrário)

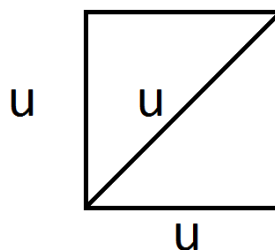
O que chamamos aqui de unidade ( $u$ ), refere-se à distância mínima entre dois pontos de intersecção quaisquer no papel referenciado. Mesmo entendendo que, na direção diagonal o comprimento equivale matematicamente a  $u\sqrt{2}$ , por razões de praticidade, uma vez que não provocará interferência no resultado final do experimento, utilizaremos o valor como sendo  $u$  em todas as direções. É extremamente importante que o aluno tenha compreensão desta aproximação. Caso o professor identifique dificuldade para aplicação, sugere-se a supressão do passo em diagonal, mantendo-se, apenas, o horizontal e o vertical. Para isso será necessário a adaptação dos comandos referentes aos lançamentos dos dados 1 e 2.

---

8 O valor obtido no **Dado 2** pode interferir no sentido do passo, como veremos adiante.



Figura 27: dimensão do passo no caminho aleatório



Fonte: do próprio autor

Considere o exemplo a seguir:

Foram feitos 10 lançamentos dos dados 1 e 2, simultaneamente:

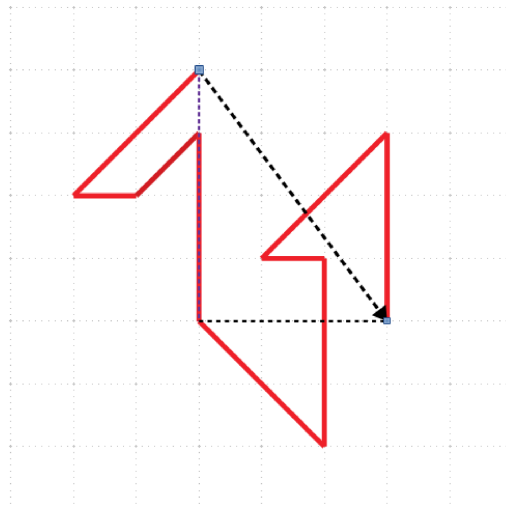
Tabela 6: Exemplo de atividade do caminho aleatório em duas dimensões

Dado 1	Dado 2	Resultado
2	5	passo de 2 unidades na diagonal à direita e abaixo
3	1	passo de 1 unidade verticalmente para cima
2	1	passo de 1 unidade na diagonal à esquerda e acima
5	3	passo de 3 unidades à direita
4	2	passo de 2 unidades na diagonal à direita e acima
5	6	passo de 3 unidades à esquerda
6		passo nulo (fica parado)
3	4	passo de 1 unidade verticalmente para baixo
2	2	passo de 2 unidades na diagonal à esquerda e acima
3	6	passo de 3 unidades abaixo

Fonte: do próprio autor

Onde a configuração do caminho aleatório se mostra da seguinte maneira:

Figura 28: Configuração do caminho aleatório conforme exemplo



Fonte: do próprio autor.

A distância percorrida pode ser determinada a partir da simples aplicação do Teorema de Pitágoras em que os catetos são as coordenadas em relação à origem (ponto onde se tenha iniciado o caminho aleatório)

Especificamente, para este exemplo a distância percorrida  $d_{RW}$  pode ser dada por:

$$d_{RW} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{(4u)^2 + (3u)^2}$$

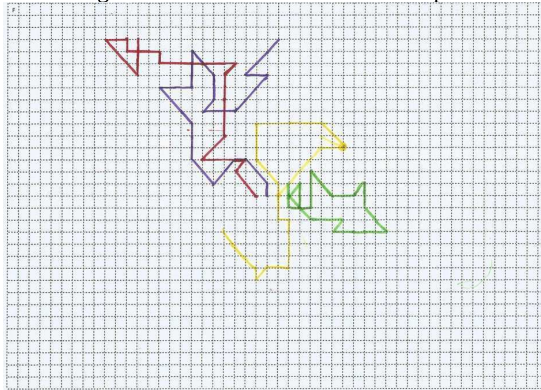
$$d_{RW} = \sqrt{16u^2 + 9u^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{25u^2}$$

$$d_{RW} = 5u$$

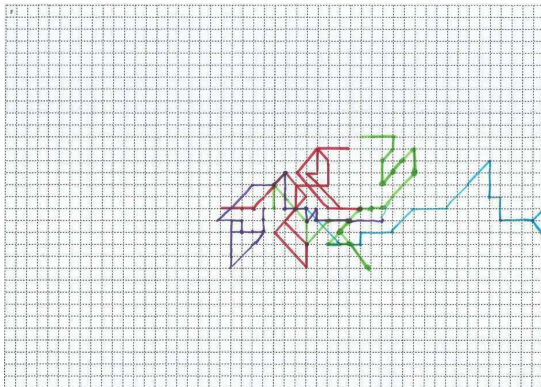
Com emprego desta técnica (1ª proposta) foram obtidos os resultados que se seguem:

Figura 29: Caminho aleatório do Grupo 1



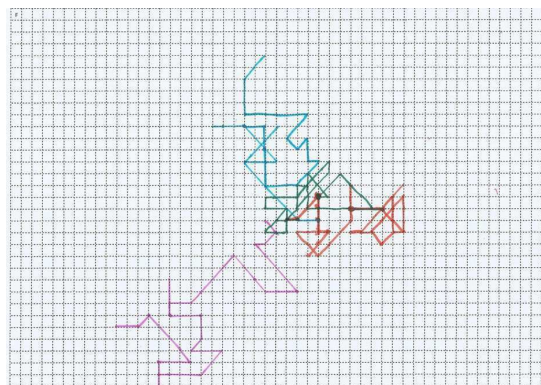
Fonte: do próprio autor

Figura 30: Caminho aleatório do Grupo 2



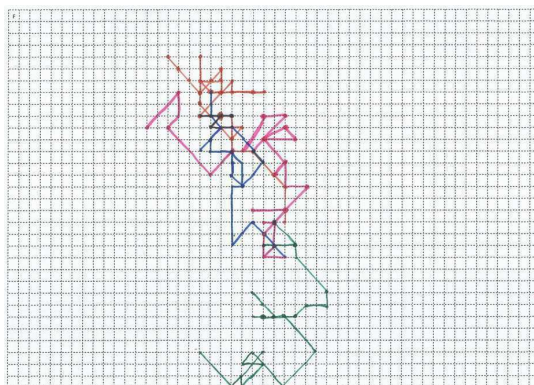
Fonte: do próprio autor

Figura 31: Caminho aleatório do Grupo 3



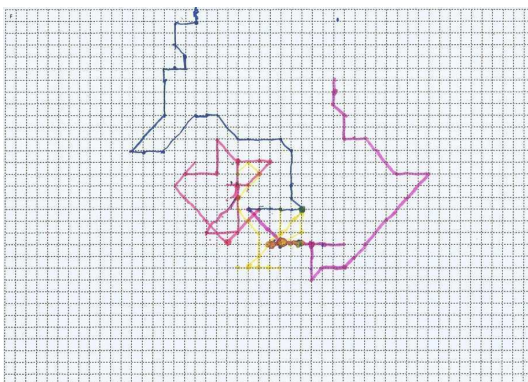
Fonte: do próprio autor.

Figura 32: Caminho aleatório do Grupo 4



Fonte: do próprio autor.

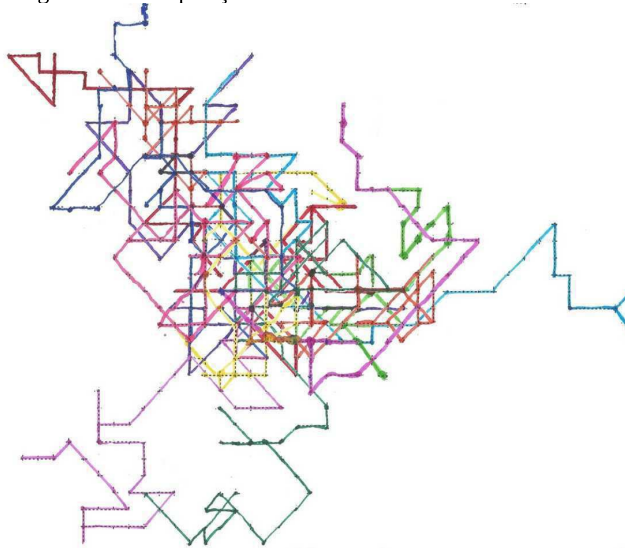
Figura 33: Caminho aleatório do Grupo 5



Fonte: do próprio autor.

Com o propósito de ilustrarmos a cumulação dos caminhos executados pelos alunos participantes da atividade, promovemos a sobreposição de todos eles o qual chegamos à seguinte configuração:

Figura 34: Sobreposição dos caminhos aleatórios



Fonte: do próprio autor.

Durante a execução da atividade percebemos que a mesma se tornou por demais, complexa. Foi notável a dificuldade que os alunos tiveram em compreender o algoritmo de execução e, complementarmente, proceder a todos os lançamentos. Pensamos que a mesma dificuldade seria experimentada por aqueles que se interessassem em fazer uso do produto educacional utilizando-o em suas respectivas turmas e concluimos que tal proposta deveria ser reformulada.

Além disso, os simuladores de *random walk* que seriam utilizados foram desenvolvidos para que os passos fossem de tamanhos unitários e realizados em apenas quatro sentidos distintos.

Dessa forma, apresentamos como alternativa a proposta seguinte:

Para a coleta de dados e resposta aos questionamentos pertinentes à atividade utilizaremos o roteiro denominado Experimento 3 – Caminho Aleatório<sup>9</sup>.

O experimento consiste da obtenção de distâncias médias a partir de “passos” de tamanho constante e de direções e sentidos aleatórios.

---

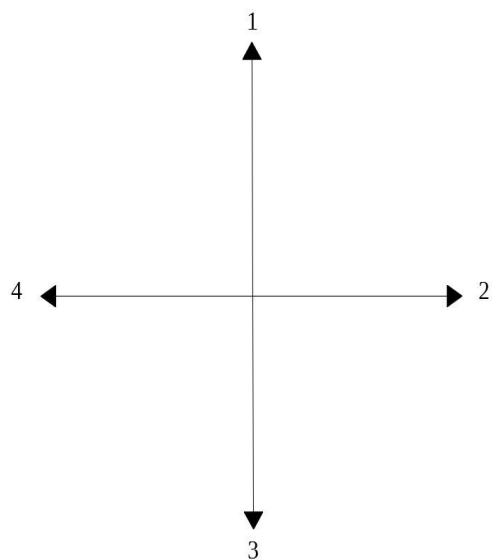
<sup>9</sup> Roteiro inserido constante no Anexo 4 do Produto Educacional.

Será utilizado por cada um dos grupos de alunos, um dado não viciado e uma folha quadriculada referenciada. Com o propósito de se estabelecer um referencial fixo para o grupo de alunos, a folha contém uma letra **F** no canto superior esquerdo da folha. O **Dado** determinará aleatoriamente a direção e o sentido do passo que, por padrão, terá módulo unitário. Nesta atividade sugere-se a realização de 50 lançamentos (passos) de cada componente do grupo.

#### 4.3.5.3.1 Atividade 1

Iniciando-se a partir de um ponto qualquer da folha quadriculada, o resultado obtido com o lançamento do dado, determinará a direção e o sentido do passo em relação ao plano da folha referenciada na forma do gabarito indicado na figura 35.

Figura 35: Direção dos passos conforme resultado do lançamento dos dados



Fonte: do próprio autor

Assim, caso o resultado do **Dado** seja **1**, o passo será dado na direção vertical e sentido para cima; caso seja **2**, o passo será dado horizontalmente e à direita; caso seja **3**,

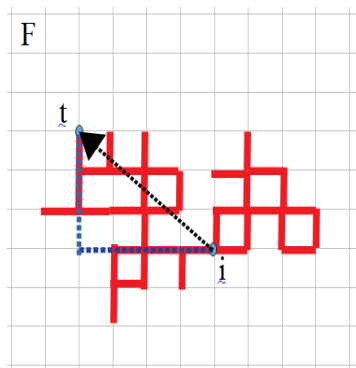
verticalmente para baixo e, em sendo **4**, horizontalmente e à esquerda. Caso o resultado seja **5** ou **6**, dever-se-á efetuar novamente o lançamento sem que o mesmo seja computado no total de 50 passos, como sugerido.

Foi solicitado para cada aluno, participante da atividade, que registrasse na folha quadriculada o ponto de início e término do caminho aleatório.

Ao concluir a primeira parte da atividade, foi sugerido ao grupo de alunos que determinasse, através da utilização de cálculos simples, a distância percorrida pelo caminhante, na forma do o exemplo a seguir:

Foram feitos 50 lançamentos para a confecção de cada caminho aleatório, no qual, a título de exemplificação, apresentamos a seguinte situação<sup>10</sup>:

Figura 36: Configuração do caminho aleatório conforme exemplo



Fonte: do próprio autor

A distância percorrida pode ser determinada a partir da simples aplicação do Teorema de Pitágoras em que os catetos são as coordenadas em relação à origem (ponto onde se tenha iniciado o caminho aleatório).

<sup>10</sup> Na figura 38, a letra (i) indica o início do “caminho aleatório” e a letra (t), seu término.

Especificamente, para este exemplo a distância percorrida  $d_{RW}$  pode ser dada por:

$$d_{RW} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{(4u)^2 + (3u)^2}$$

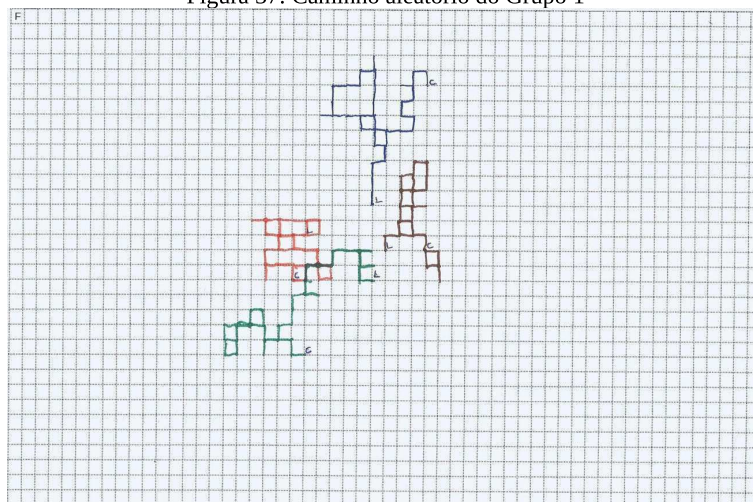
$$d_{RW} = \sqrt{16u^2 + 9u^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{25u^2}$$

$$d_{RW} = 5u$$

Assim, com o emprego da segunda proposta para o caminho aleatório em duas dimensões, os grupos de alunos apresentaram os seguintes resultados:

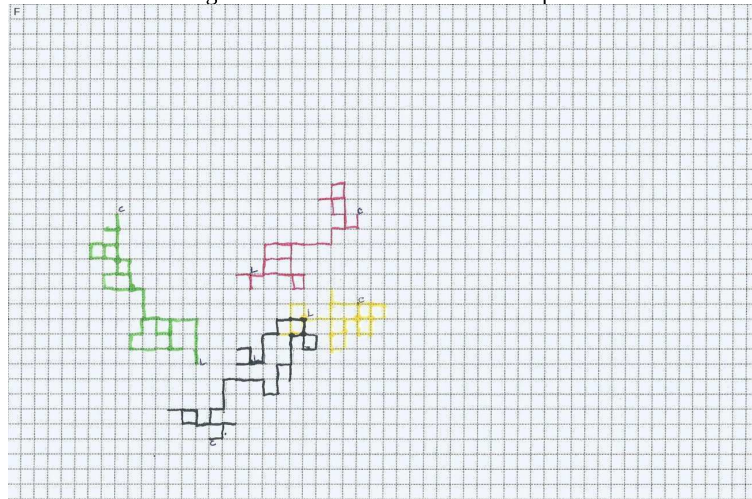
Figura 37: Caminho aleatório do Grupo 1



Fonte: do próprio autor.

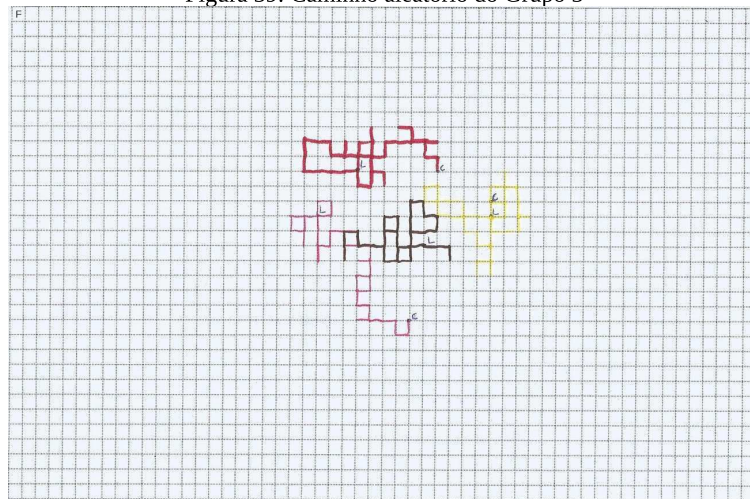


Figura 38: Caminho aleatório do Grupo 2



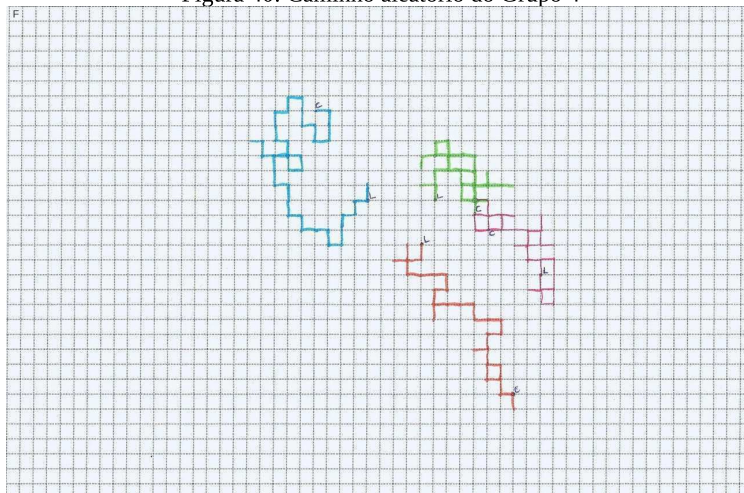
Fonte: do próprio autor.

Figura 39: Caminho aleatório do Grupo 3



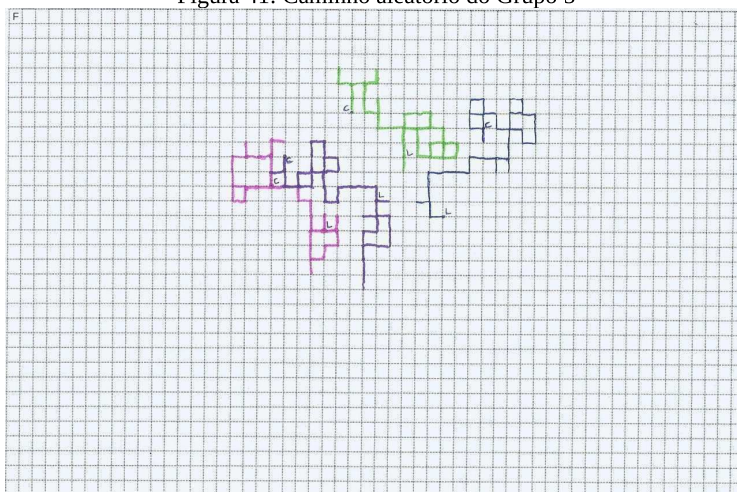
Fonte: do próprio autor.

Figura 40: Caminho aleatório do Grupo 4



Fonte: do próprio autor.

Figura 41: Caminho aleatório do Grupo 5



Fonte: do próprio autor.

#### 4.3.5.3.2 Atividade 2

Após cada estudante determinar a distância percorrida conforme o desenvolvimento de sua atividade, foi preenchida a tabela seguinte de modo que todos os participantes puderam contribuir para com o resultado acumulado no desempenho da atividade conjunta.

Tabela 7: Tabela conjunta – Caminho Aleatório

Tabela conjunta – Caminho Aleatório			
caminhos	abscissa	ordenada	distância
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Fonte: do próprio autor

#### 4.3.5.3.3 Atividade 3

Após o preenchimento da tabela conjunta com dados do caminho aleatório obtido pelos componentes do grupo de alunos, propõe-se o cálculo das respectivas medidas de dispersão. Foram utilizadas as expressões apresentadas na seção 2.2 do Produto Educacional.

**Questão:** A partir dos dados obtidos com o preenchimento da tabela da atividade 2 e tendo por base as medidas de distância, determine:

- a) a amplitude: \_\_\_\_\_
- b) a média aritmética: \_\_\_\_\_
- c) o desvio: \_\_\_\_\_
- d) o desvio padrão: \_\_\_\_\_
- e) a variância: \_\_\_\_\_

Após os cálculos, foi sugerido aos alunos a comparação dos resultados obtidos entre os mesmos, a fim de que fosse promovida a interatividade entre os mesmos.

Resultados obtidos a partir da coleta conjunta de dados:

Tabela 8: Resultado da turma-piloto na atividade do caminho aleatório

caminhos	abscissa	ordenada	distância	desvio
1	4	8	8,9	2,6
2	3	0	3,0	-3,4
3	5	5	7,1	0,7
4	1	3	3,2	-3,2
5	3	5	5,8	-0,6
6	6	10	11,7	5,3
7	8	4	8,9	2,6
8	4	1	4,1	-2,3
9	7	7	9,9	3,5
10	6	1	6,1	-0,3
11	0	1	1,0	-5,4
12	6	0	6,0	-0,4
13	7	10	12,2	5,8
14	3	1	3,2	-3,2
15	4	3	5,0	-1,4
16	4	6	7,2	0,8
17	4	3	5,0	-1,4
18	7	3	7,6	1,2
19	4	3	5,0	-1,4
20	3	6	6,7	0,3

Amplitude 11,2

Média aritmética 6,4

Desvio padrão 2,9

Variância 8,6

Fonte: do próprio autor.

#### 4.3.6 Simuladores

As simulações tiveram por objetivo expandir os conceitos inicialmente trabalhados a partir dos experimentos estatísticos. Utilizando-se do emprego das simulações, foi possível visualizar interações para um número superior de eventos comparado ao trabalhado na atividade experimental, permitindo-se propor resultados que, de certa forma, poderiam ser demasiadamente longos e extenuantes.

Para rodar os simuladores foi utilizado um computador pessoal de marca Lenovo M540 munido de processador core i5, 2,53 GHz e 4,00 Gb de memória RAM e acesso á internet por sinal 4G, bem como um monitor SAMSUNG de 28 polegadas, ambos de propriedade do professor aplicador.

O monitor acima especificado mostrou-se suficiente para atender com comodidade e eficiência o público de 20 alunos participantes do projeto. Estima-se que, para um público mais numeroso, seja necessário a utilização de um projetor de maior dimensão, conforme requer a demanda.

Foram utilizados os simuladores dá página *Statistical and Thermal Physics*, que se encontram disponíveis na Biblioteca Digital AAPT ComPADRE<sup>11</sup>. Trata-se de uma coleção de informações e recursos para professores de Física abordando a Estatística e Termologia. Os recursos desta coleção são complementos aos livros-texto de Estatística e Física Térmica padrão e incluem atividades dos alunos, informações básicas e aplicativos.

Ressaltamos que faz-se necessário que o pacote java<sup>12</sup> esteja instalado na máquina que rodará as simulações.

##### 4.3.6.1- Lançamento de moedas

Para a simulação do lançamento de moedas utilizamos o simulador de acesso livre “Ejs Multiple Coin Toss” disponível na página <https://www.compadre.org/STP/items/detail.cfm?ID=8302>.

---

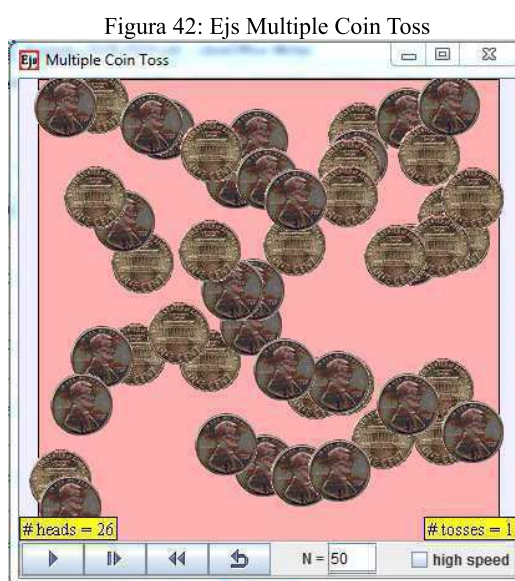
11 A Biblioteca Digital AAPT ComPADRE é uma rede de coleções de recursos on-line gratuitos que dão suporte a docentes, alunos e professores em Educação Física e Astronomia. Disponível em [www.compadre.org](http://www.compadre.org).

12 As instruções para instalação do Java em computador Windows estão disponíveis em [https://www.java.com/pt\\_BR/download/help/windows\\_manual\\_download.xml](https://www.java.com/pt_BR/download/help/windows_manual_download.xml), Para instalação em computadores com plataforma Linux, consulte as informações de instalação através do site [https://www.java.com/pt\\_BR/download/help/linux\\_x64\\_install.xml](https://www.java.com/pt_BR/download/help/linux_x64_install.xml), acessado em 20/05/2019.

O simulador “Ejs Multiple Coin Toss”<sup>13</sup> foi criado usando a ferramenta de modelagem Easy Java Simulations (Ejs). Ele é distribuído como um arquivo Java pronto para execução (compilado).

Ao executar o simulador são apresentadas em sua tela três janelas: a primeira corresponde ao simulador de fato (figura 42).

Através dela são controladas as interações, o número de moedas lançadas (N), a velocidade da simulação (a velocidade das interações pode ser aumentada marcando-se a caixa “high speed”, localizada no canto inferior direito) bem como o controle do início dos lançamentos, a tendência do resultado (“viciar” a moeda) e o retorno das interações. É possível modificar esta simulação clicando com o botão direito do mouse na simulação em execução e selecionando “Open Ejs Model” (Abrir modelo do Ejs) no item de menu pop-up.



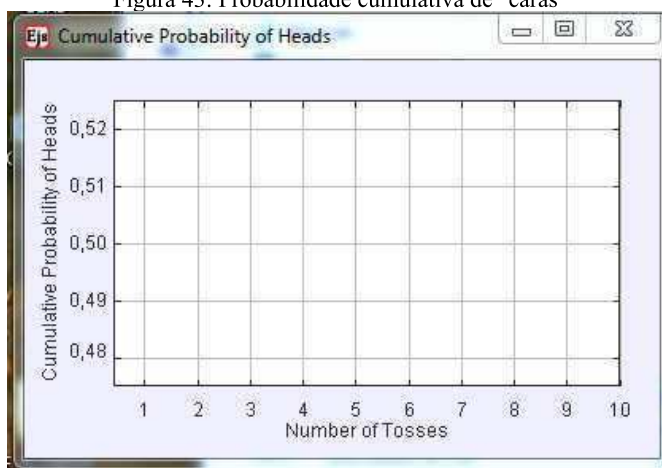
Fonte: simulação realizada pelo autor

A segunda janela (Figura 43) ilustra a probabilidade acumulada do número de “caras” em função do número de lançamentos. O usuário poderá perceber que, conforme são

<sup>13</sup> O simulador Ejs Multiple Coin Toss foi desenvolvido por Wolfgang Christian e Mario Belloni os quais são os titulares dos direitos autorais.

incrementados os lançamentos, a curva tende a se aproximar de 0,50, conexo à probabilidade de se obter um resultado ou outro.

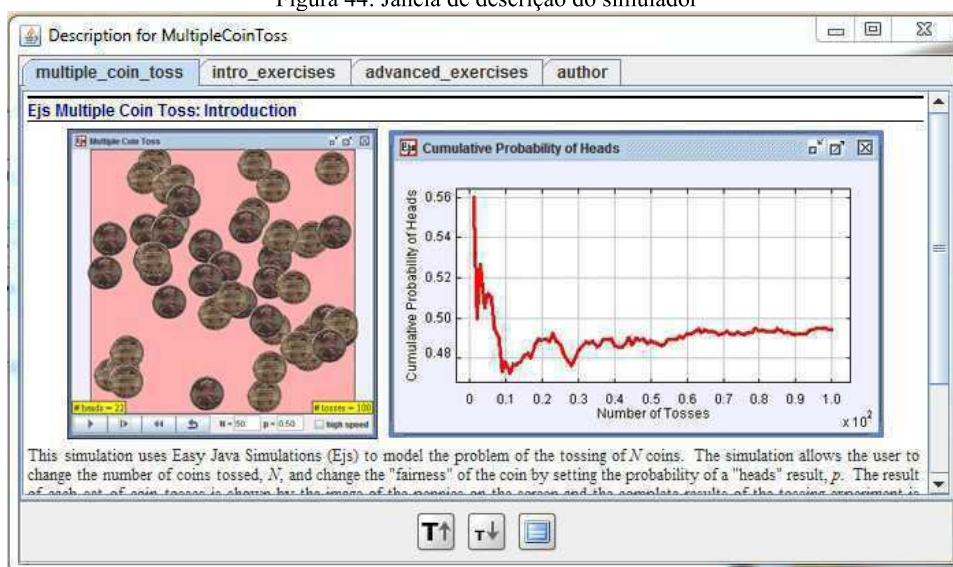
Figura 43: Probabilidade cumulativa de "caras"



Fonte: simulação realizada pelo autor

Já a terceira janela (figura 44) descreve o uso do simulador e traz também, propostas de exercícios elementares e avançados para o emprego no simulador.

Figura 44: Janela de descrição do simulador



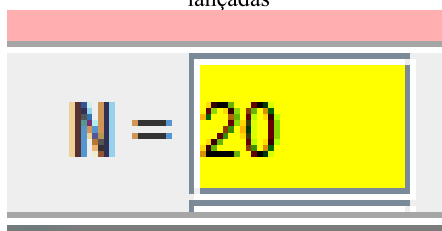
Fonte: simulação realizada pelo autor

Para utilização do aplicativo em sala de aula optou-se pela simulação com moedas não viciadas em quantidades semelhantes aos experimentos realizados.

A primeira simulação com  $N = 10$  (dez moedas lançadas simultaneamente) e a segunda, com  $N = 20$  (vinte moedas lançadas simultaneamente).

É possível alterar o número de moedas lançadas clicando duas vezes a caixa “N” conforme a figura 45, inserindo manualmente a quantidade desejada.

Figura 45: Inserção do número de moedas lançadas

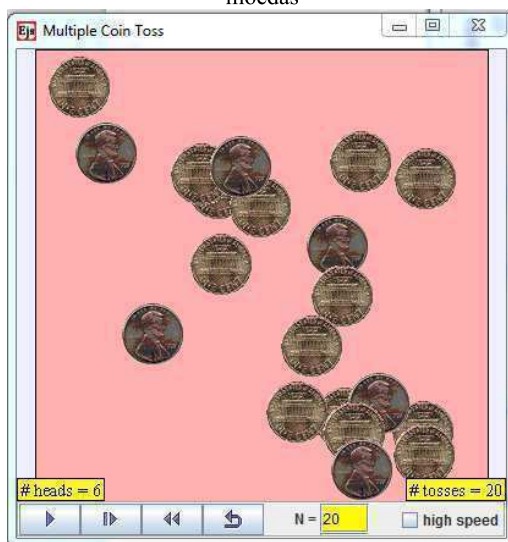


Fonte: simulação realizada pelo autor

Para utilizar a simulação passo a passo, basta clicar no botão “single step the simulation”. Assim, cada lançamento será registrado de cada vez e será possível perceber a evolução da curva da probabilidade cumulativa de resultados “cara”, no gráfico (figura 47).

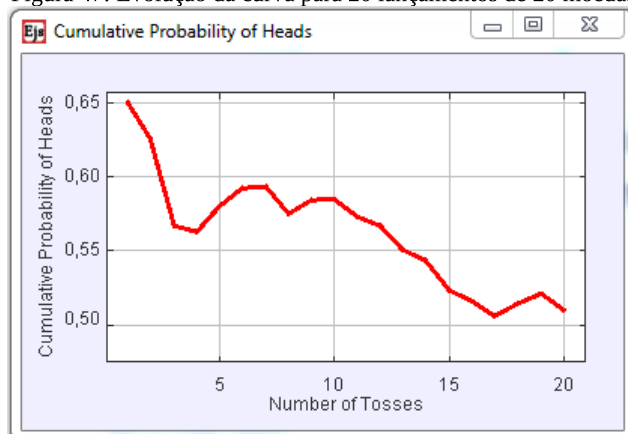


Figura 46: Simulação para 20 lançamentos de 20 moedas



Fonte: simulação realizada pelo autor

Figura 47: Evolução da curva para 20 lançamentos de 20 moedas



Fonte: simulação realizada pelo autor

Com a realização da simulação para o lançamento de moedas os alunos envolvidos no projeto perceberam que o aumento da quantidade de moedas lançadas tende a ilustrar a

confirmação da previsão probabilística teórica para a atividade. Um fato interessante destacado por alguns dos alunos presentes foi o comentário de que “o uso da tecnologia contribui de forma considerável para o avanço da ciência”. No entanto, complementaram, “a ciência depende essencialmente da atividade experimental”.

#### 4.3.6.2 Caminhos aleatórios

Na sequência, baixado e instalado o simulador de acesso livre “Ejs Randon Walk 2D” disponível na página <https://www.compadre.org/STP/items/detail.cfm?ID=8845>. O simulador “Ejs Randon Walk 2D”<sup>14</sup> foi criado usando a ferramenta de modelagem Easy Java Simulations (Ejs). Da mesma forma que o simulador para o lançamento de moedas ele é distribuído como um arquivo Java pronto para execução (compilado).

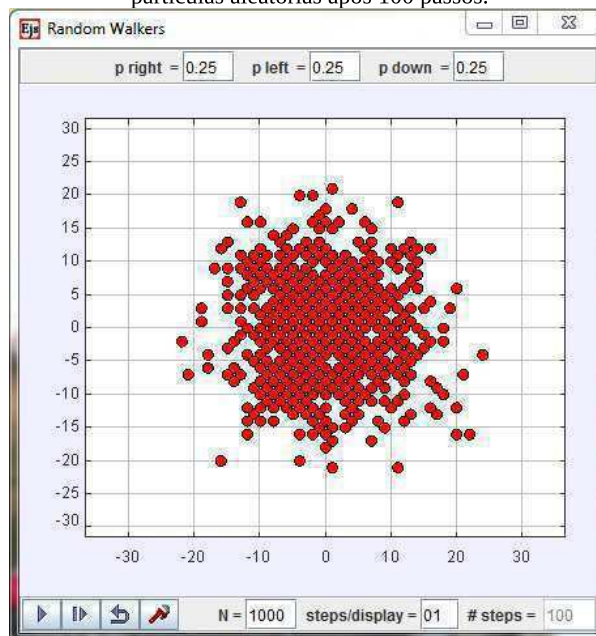
O modelo Randon Walk 2D simula o caminho aleatório em duas dimensões. É possível alterar o número de partículas aleatórias bem como a probabilidade de se seguir em uma determinada direção. Os itens da simulação podem ser alterados ao clicar com o botão direito do mouse sob o gráfico e selecionando “Abrir modelo do Ejs no item de menu pop-up”.

Ao executar o simulador surgem em sua tela três janelas: a primeira corresponde ao simulador de fato (figura 48). Através dela são controlados o número de partículas aleatórias (N), o lapso de passos mostrados na tela e a probabilidade de se seguir nas direções direita, esquerda e para baixo, respectivamente. Inicialmente, a probabilidade da partícula seguir em uma das quatro direções (direita, esquerda, para cima ou para baixo) é a mesma, ou seja,  $p = 0,25$ . As mesmas podem ser alteradas estando sujeitas à condição de normalização de que a soma das probabilidades é a unidade.

---

14 O simulador Ejs Randon Walk 2D foi desenvolvido por Wolfgang Christian o qual é o titular dos direitos autorais.

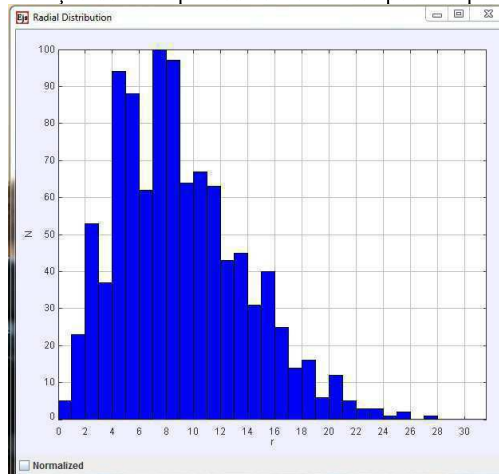
Figura 48: Simulador do caminho aleatório em duas dimensões. A situação representa a simulação de 1000 partículas aleatórias após 100 passos.



Fonte: simulação realizada pelo autor

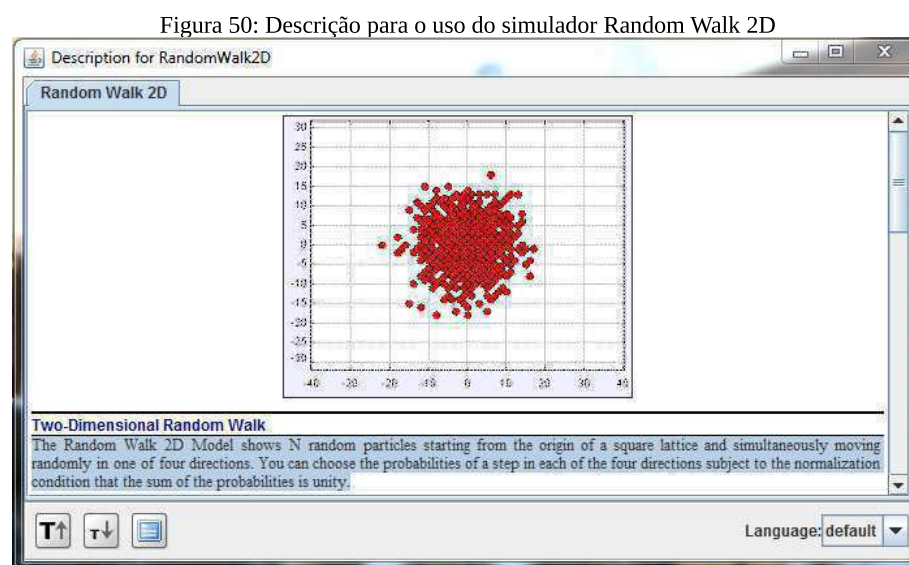
A segunda janela (figura 49) ilustra a distribuição radial das partículas aleatórias com relação a origem. Há a possibilidade dos dados do gráfico se apresentarem normalizados, bastando, para isso, selecionar manualmente a caixa localizada no canto inferior direito da janela.

Figura 49: Distribuição Radial. A situação representa a simulação de 1000 partículas aleatórias após 100 passos



Fonte: simulação realizada pelo autor

A terceira janela (figura 50) descreve o uso do simulador e traz também, propostas de exercícios para o emprego no simulador.



Fonte: simulação realizada pelo autor

Para utilização em sala de aula, convencionamos que a probabilidade definida para as direções sejam igualmente distribuídas, proporcionando uma situação de análise condizente com a escolaridade dos aprendizes.

É interessante e sugestivo que os alunos, observadores da simulação, possam encontrar correspondência com a atividade proposta experimentalmente, de forma que estas possam se complementar quanto ao objetivo proposto.

No decorrer da aplicação do produto enquanto desenvolvimento do projeto, fatores externos alheios à vontade do professor regente inviabilizaram a atividade em que seria exposto aos alunos a sobreposição das trajetórias advinda dos caminhos aleatórios por eles desenvolvidos. Inobstante a essa ausência, convém salientar que toda e qualquer atividade complementar ao que foi proposto neste trabalho que venha proporcionar a proximidade entre as atividades experimentais e as simulações expositivas vinculam os conteúdos de termodinâmica propostos no currículo de ensino Médio, tornando a matéria substancialmente mais interessante para o aprendiz e, conseqüentemente, tornando sua aprendizagem potencialmente significativa.

#### 4.4 A UTILIZAÇÃO DOS ORGANIZADORES PRÉVIOS

Como explicitado anteriormente<sup>15</sup>, a principal função do organizador prévio é servir de ponte entre o que o aluno já sabe e o que ele deve aprender, a fim de que o conteúdo proposto possa ser aprendido significativamente.

A utilização de elementos de estatística suscitados na aplicação do produto educacional, objeto deste trabalho, tendem a contribuir para a compreensão dos conceitos básicos de termodinâmica geralmente ensinados no Ensino Médio. Por meio dos experimentos e simulações apresentados é possível identificar propriedades da distribuição binomial e exemplificar conceitos importantes como valor médio e desvio padrão.

O uso de tais conceitos no ensino de termodinâmica, associados a elementos históricos e filosóficos possuem por escopo proporcionar aos alunos, maior facilidade na evolução do processo de ensino aprendizagem do conteúdo em questão.

De forma consistente, os elementos de estatística poderão ser inseridos na explicação de calor e temperatura (esta, por exemplo, relacionado-as a funções que definem distribuições de probabilidade), fenômenos relacionados à propagação do calor, variáveis de estado de um gás, leis da Termodinâmica, processos reversíveis e irreversíveis, a entropia e o cálculo de sua variação no fenômeno da difusão de gases ideais.

Particularmente, observando a evolução da turma bem como seu grau de receptividade ao conteúdo, o docente poderá aprofundar de forma mais detalhada considerando, por exemplo, a interpretação de Boltzmann acerca da entropia e, conseqüentemente, da segunda lei da termodinâmica.

---

15 Vide Capítulo 3 – A Teoria da Aprendizagem Significativa, deste trabalho.

#### 4.5 APLICAÇÃO DE PÓS-TESTES

Os pós-testes, que se constituem das mesmas questões inseridas como pré-testes, são aplicados preferencialmente, após o conteúdo proposto de Termodinâmica ter sido ministrado à turma de alunos. Lembramos que o objetivo deste produto educacional é fornecer organizadores prévios necessários ao processo de ensino aprendizagem possibilitando assim, mecanismos que possam promover aprendizagem significativa pelos alunos.

Após serem aplicados o professor poderá, através de um quadro comparativo em relação aos pré-testes, identificar o quão relevante foi a aplicação do produto educacional, bem como, de que forma os conceitos de estatística básica foram relevantes no processo.

Embora não obrigatórios, o emprego dos pré-testes e pós-testes tem como objetivo subsidiar o trabalho do professor, proporcionando uma avaliação dos meios utilizados e favorecendo a evolução das técnicas e meios empregados em sala de aula.

No entanto, como mencionado anteriormente, por circunstâncias externas à sala de aula e alheias à vontade do aplicador, no presente caso, registramos que os pós-testes, embora aplicados à turma de alunos, não conseguiu proporcionar uma avaliação que revelasse e contribuísse de forma relevante para a conclusão deste trabalho.

Todavia, para fins de registro e análises ulteriores, destacamos que as questões do pós-teste foram aplicadas a 34 alunos (17 alunos da Turma A, participantes da aplicação do produto educacional e 17 alunos da Turma B, composta de alunos não participantes do projeto) os quais apresentaram os seguintes resultados:

Tabela 7: Quantidade de acertos na aplicação do pós-teste

Questão	Quantidade de acertos	
	Turma A	Turma B
1	4	12
2	9	10
3	3	6
4	9	12
5	5	7
6	4	9

7	6	6
8	2	4
9	13	14
10	13	14
11	1	5
12	3	4
13	2	4
14	4	1
15	3	3
16	3	2
17	4	0
18	8	4
19	2	3
20	2	3
<b>Totais:</b>	<b>107</b>	<b>123</b>

Fonte: do próprio autor.

A partir da análise dos dados verifica-se que, em média, a Turma A apresentou desempenho de 6,29 acertos em 20 questões. Já a Turma B, apresentou uma média de 7,24 em 20 questões.

#### 4.6 QUADRO COMPARATIVO

Diante dos resultados obtidos com a aplicação das questões é importante destacar dois pontos: primeiramente, se faz necessário ponderar que tanto o pré-teste quanto o pós-teste foram aplicados em condições de liberdade de conduta total aos examinandos, onde os mesmos agiram conforme o próprio discernimento e sem que houvesse prejuízo ou juízo de valor quanto às suas condutas. Outro ponto a se destacar é o fato de que durante o horário de aplicação do pós-teste a coordenação do colégio onde fora desenvolvido o projeto liberou os estudantes para a participação em um evento paralelo que ocorria nas dependências da unidade escolar. Tal conduta corroborou para que alguns alunos não completassem a

resolução do teste, deixando um significativo número de questões em branco, sobretudo as questões da última parte do pós-teste.

Observa-se que, muito embora o pós-teste componha parte da sequência didática, mote do Produto Educacional em tela e que o mesmo seja relevante, sobretudo no aspecto avaliativo, as percepções apresentadas pelos alunos, no âmbito do conteúdo abordado em Termodinâmica, e complementarmente, na formalização das atividades avaliativas componentes do currículo proposto, notamos, pela via indireta, a relevância da aplicação do projeto consonante às expectativas que motivaram este trabalho.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inobstante ao fato de que a Termodinâmica Estatística não permeie o conteúdo proposto aos alunos do Ensino Médio e mais que isso, seja até considerada como tópico de Física avançada, a apresentação de conceitos básicos de Estatística através de atividades experimentais de fácil compreensão e de simulações computacionais expositivas, desde que contextualizadas e planejadas, podem proporcionar ao aluno aprendiz uma complementação à sua aprendizagem. Suplementarmente, a inserção de novos conceitos e informações que possam ser relacionadas à estrutura do conhecimento do aluno em formação, de modo a proporcionar a interação desses novos conhecimentos ao já existentes em uma estrutura de cognição específica no qual possam ser anexados a conceitos mais amplos, dando significado à estrutura cognitiva, constituem-se como os verdadeiros motivadores do trabalho ora apresentado.

Assim, partindo do pressuposto de que a condição essencial para a ocorrência da aprendizagem significativa seja o fato de que o material a ser aprendido seja relacionável à estrutura cognitiva de quem aprende, de maneira não literal, têm-se que, ao se proporcionar ao aluno o contato com materiais introdutórios com a finalidade de ancorar novas informações, criamos a oportunidade de propiciar uma evolução dos conceitos existentes e, conseqüentemente, a facilitação da aprendizagem subsequente.

A aplicação da Sequência Didática aos alunos da 2ª Série do Ensino Médio criou a possibilidade de vislumbrar o emprego de novos conceitos com o intuito de promover a facilitação da aprendizagem da matéria de Termodinâmica bem como informar como se dá a evolução das teorias científicas, além de oportunizar *in loco*, a atividade experimental, ainda que, de forma simples e rudimentar. Por outro lado, através da exposição das simulações computacionais foi possível complementar os experimentos realizados proporcionando uma continuidade de sua formação.

As atividades experimentais de lançamentos de moedas, lançamentos de dados não viciados e da confecção do caminho aleatório em duas dimensões, fez com que os alunos participantes trabalhassem de forma lúdica, conceitos como o de aleatoriedade e probabilidade sem que os mesmos fossem previamente julgados como difíceis ou

desnecessários. A simplicidade na execução das atividades foi um fator preponderante para sua aceitação pelos estudantes e ao final de cada execução, a exposição dos resultados cumulados os fizeram perceber que a ciência, quando desenvolvida de forma colaborativa, revela-se com maior eficiência e precisão.

Nas simulações, os alunos perceberam que mesmo que a aula seja expositiva, há espaço para o diálogo e o aprendizado em mão dupla, ou seja, professores e alunos são contemplados no desenvolvimento e o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais abrangente e, portanto, mais produtivo. O uso de ferramentas como os simuladores, além de proporcionarem inovação em sala de aula, proporcionam ao estudante a possibilidade de vislumbrar aplicações práticas dos conteúdos curriculares que lhes são apresentados.

Restou evidente que o conhecimento, quando ofertado de forma simples e acessível, torna-se potencialmente significativo e se agrega, com maior facilidade à estrutura de conhecimentos já consolidados do aluno, proporcionando sua evolução e tornando possível a inserção de conteúdos mais específicos.

Nas divagações que antecederam o planejamento deste trabalho, cogitou-se a ideia de produção de um aplicativo para telefone móvel (*smartphone*) acessível aos alunos através das plataformas disponibilizadas, que simulasse o comportamento dos gases permitindo seu estudo termodinâmico através da manipulação de suas variáveis de estado. Este projeto não chegou a tanto porém, deixa claro que é possível trabalhar este conteúdo em nível de Ensino Médio e que propostas inovadoras, sobretudo aquelas que incentivem a quebra da rotina predominante em sala de aula, devem ser incentivadas sobretudo em programas de pós-graduação *strictu sensu* como o MNPEF, no qual tivemos a oportunidade de ampliar nossos horizontes e, ao mesmo tempo, contribuir com o desenvolvimento de mecanismos que propiciem e facilitem o processo de ensino-aprendizagem de Física. O que, desde já, torna-se evidentemente recomendável para o desenvolvimento de projetos futuros.

Enfim, entendemos que a aplicação da Sequência Didática enquanto projeto atingiu os objetivos inicialmente apresentados, ao proporcionar mecanismos que permitiram a inserção de organizadores prévios para a Termodinâmica ao mesmo tempo em que foi possível possibilitar aos alunos participantes uma forma alternativa de aprender Física.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BACON, Francis. **Novum organum: ou verdadeiras indicações acerca da interpretação da natureza**. São Paulo: Nova Cultural, 2000.

BARBARINI, Alcenir Tarcisó. **Clausius, Rudolf (1822-1888)**. Faculdade de Engenharia Mecânica. UNICAMP. Disponível em: <<http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/person/clausius.htm>> Acesso em 06/10/2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 05/08/2018.

BRASIL. **Ministério de Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 05/08/2018.

BRASIL. Ministério de Educação. **A Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf)> Acesso em: 10/03/2019.

CARRAHER, D. W., CARRAHER, T. N., SCHLIEMANN, A. D. **Caminhos e descaminhos no ensino de ciências** In Simpósio Sul-Brasileiro de Ensino de Ciências, II., Florianópolis Disponível em: <[http://www.ufpa.br/eduquim/caminhos\\_e\\_descaminhos\\_no\\_ensino.htm](http://www.ufpa.br/eduquim/caminhos_e_descaminhos_no_ensino.htm)> Acesso em: 12/08/2018.

CARVALHO, A.M.P., Pérez D.G.. **Formação de Professores de Ciências**. 2ª edição. 1995.

KHAN ACADEMY, **Probabilidade teórica e experimental: lançamento de moedas e dados**. Disponível em <<https://pt.khanacademy.org/math/ap-statistics/probability-ap/randomness-probability-simulation/a/theoretical-and-experimental-probability-coin-flips-and-die-rolls>>. Acesso em 06/02/2019.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. São Paulo: Perspectiva, 1997.

MATEMÁTICA BÁSICA. **Estatística: Medidas de Dispersão e Amostragem**. Disponível em <<https://matematicabasica.net/estatistica/>>. Acesso em 03/11/2019.

MARTINS, Roberto de Andrade. **Mayer e a conservação da energia**. Cadernos de História e Filosofia da Ciência (6): 63-95, 1984.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagem** – São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M.A. **Uma abordagem cognitivista ao ensino de física; a teoria de aprendizagem de David Ausubel como sistema de referência para a organização do ensino de ciências**. Porto Alegre: UFRGS, 1983.

MOREIRA, M.A.; MASSONI, N.T. **Epistemologias do século XX**. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária Ltda., 2011.

MOREIRA, M.A.; MASSONI, N.T. **Pesquisa Qualitativa em Educação em Ciências**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

NETO, Henrique Nilsen. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Editora Melhoramentos, 1988.

OLIVEIRA, Bernardo Jefferson de. **Francis Bacon e a fundamentação da ciência como tecnologia**. Belo Horizonte: UFMG, 2002.

RIBEIRO, Amanda Gonçalves. "**Medidas de dispersão: variância e desvio padrão**"; Brasil Escola. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/medidas-dispersao-variância-desvio-padrao.htm>>. Acesso em 03/11/2019.

SALINAS, Sílvio R.A. **Introdução à Física Estatística**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2013.

SANTOS, A. DE C.K., MOREIRA, M.A. & LEVANDOWSKI, E.C.. **Influência do Instrumento na Avaliação da Aprendizagem Decorrente do Ensino de Laboratório em Física**. Cad. Cat. Ens. Fis., Florianópolis, 3: 122-123, dez. 1986.

VON BAEYER, Hans Christian. **Arco-Íris, flocos de neve, quarks: a física e o mundo que nos rodeia**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1994.



Universidade Federal de Goiás  
Regional Catalão - Unidade Acadêmica Especial de Física  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física  
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

### **PRODUTO EDUCACIONAL**

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A INSERÇÃO DE ELEMENTOS DE  
ESTATÍSTICA COMO ORGANIZADORES PRÉVIOS EM CONCEITOS BÁSICOS DE  
TERMODINÂMICA

Luciano Ferreira Silva

Catalão-GO, janeiro de 2020.

## SUMÁRIO

Apresentação	2
Introdução	3
Proposta de Sequência Didática	4
1. Aplicação de Avaliação Diagnóstica a partir de pré-testes conceituais	4
2. Introdução teórica	5
3. Experimentos	17
4. Simulações	32
5. Aplicação de pós-testes conceituais	39
6. Considerações finais	40
7. Referências Bibliográficas	41
APÊNDICE A - Questões para pré-testes e pós-testes.	43
APÊNDICE B - Experimento 1 - Lançamento de Moedas	46
APÊNDICE C - Experimento 2 - Lançamento de Dados	48
APÊNDICE D - Experimento 3 - Caminho Aleatório	50
APÊNDICE E - Papel quadriculado para atividade do caminho aleatório	53

## **Apresentação**

Prezado Colega,

O presente material foi elaborado no intuito de possibilitar a aplicação de uma sequência didática que possa subsidiar, sob a perspectiva da Aprendizagem Significativa de Ausubel, organizadores prévios necessários à compreensão introdutória de conceitos estatísticos aplicáveis ao estudo de Termodinâmica. A proposta consiste de três etapas: em um primeiro momento serão expostos aspectos históricos da evolução dos conceitos termodinâmicos, o método indutivo e a sua aplicação enquanto metodologia científica e, em sequência, conceitos básicos de estatística; a segunda etapa é essencialmente composta de três atividades experimentais onde são introduzidos de forma prática, conceitos elementares de estatística; na sequência, a terceira etapa traz a utilização de simuladores em Java cujo objetivo é expandir os conceitos suscitados na segunda etapa. Por fim, buscar-se-á vincular os conceitos propostos nas atividades anteriores às grandezas termodinâmicas conforme o conteúdo majoritariamente proposto no currículo de Ensino Médio.

Esta sequência, além de buscar fornecer subsídios que contribuam com a aprendizagem significativa de alguns conceitos da Termoestatística, visa complementarmente, proporcionar ao aluno aprendiz a imersão no processo científico, oportunizando, sobretudo, que possam comparar os resultados propostos teoricamente e os obtidos de forma experimental.

As atividades experimentais são realizadas com material de baixo custo e facilmente encontrados e os simuladores são acessíveis, sendo necessário além dos acessórios que abaixo elencamos, um computador com o pacote Java instalado, para demonstração.

A utilização de recursos disponíveis proporcionando um ambiente interativo e investigativo em sala de aula tendem a ser um diferencial frente a dificuldades que se apresentam no desenvolvimento e implementação do processo de ensino aprendizagem.

Este material, longe de trazer a pretensão de ser abrangente e definitivo, visa esperançosamente, facilitar a aproximação do estudante com a Ciência, do incremento na interação professor-aluno e como alternativa ao modelo expositivo tradicional que, por sua conveniência, traduz-se em zona de conforto nem sempre favorável ao ambiente criativo e dialógico.

## **Introdução**

Neste trabalho propomos um produto educacional cujo objetivo é possibilitar a aplicação de uma proposta metodológica para a inserção de elementos de estatística como organizadores prévios em conceitos básicos de termodinâmica.

Neste viés, este projeto foi planejado para ser realizado essencialmente com material de baixo custo em ambiente acessível a professores e alunos. Particularmente, o que foi adquirido no comércio local foram os dados (não viciados) utilizados na atividade 2, bem como o material emborrachado conhecido como tela antiderrapante (figura 6) usado como complemento (dispensável) à superfície plana e horizontal tida como suporte, tanto para o lançamento de moedas quanto dos dados.

De maneira alternativa, como superfícies que sirvam de suporte aos lançamentos, podem ser utilizadas mesas de leitura, mesas de plástico, mesas improvisadas e até mesmo, desde que limpo e organizado, o piso do ambiente físico.

As moedas a serem utilizadas propõe-se que sejam as encontradas com maior facilidade. Sugere-se por questão de praticidade a utilização de um único tipo de moedas (de cinco ou dez centavos). A semelhança entre as moedas pode facilitar a identificação de suas faces pelos alunos, proporcionando agilidade nas anotações das informações obtidas.

Complementarmente, foram utilizadas planilhas impressas em folhas de papel A4, canetas hidrocor, um computador ou notebook com acesso à internet e um meio de reprodução de imagens dos simuladores. Podem ser utilizados tanto um conjunto projetor/tela de projeção (datashow) quanto uma tela/monitor de dimensão suficiente a possibilitar uma visualização confortável das imagens, por parte dos estudantes.

É prudente que o professor opte por trabalhar com turmas com quantitativo reduzido de alunos, tanto quanto possível. A experimentação em sala de aula pode exigir do professor dedicação redobrada de modo que os grupos possam desenvolver as atividades propostas em toda sua plenitude e em um intervalo de tempo que não extrapole a uma hora-aula, em média. Neste projeto especificamente, foi possível trabalhar confortavelmente com grupos de 20 alunos e com uma carga horária de 12 aulas.



Não obstante, haja vista a disponibilidade de carga horária suficiente e de espaço físico adequado, pode-se ter um efetivo maior de alunos bem como maior interatividade entre os mesmos.

Ademais, o conhecimento nunca é alcançado de forma pronta e imutável de modo que o professor aplicador possui a plena liberdade de adequar o produto à realidade própria em todas as suas particularidades.

### **Proposta de Sequência Didática**

Objetivando a aplicação da Sequência Didática, enquanto produto educacional projeto deste trabalho, planejamos sua execução a partir da utilização de uma aula semanal com duração média de 45 minutos em um total de 12 aulas previstas, conforme a seguinte distribuição:

<b>Aula</b>	<b>Atividade</b>
<b>1</b>	Aplicação de Pré-teste conceitual
<b>2</b>	Introdução e abordagem histórica da Terminologia e metodologia científica
<b>3</b>	Conceitos elementares de Estatística
<b>4</b>	Atividade 1 – Lançamento de Moedas
<b>5</b>	Análise da Atividade 1, exposição e análise de resultados
<b>6</b>	Atividade 2 – Lançamento de dados não viciados
<b>7</b>	Análise da Atividade 2, exposição e análise de resultados
<b>8</b>	Atividade 3 – Random Walk em duas dimensões
<b>9</b>	Análise da Atividade 3, exposição e análise de resultados
<b>10</b>	Simulação – Lançamento de moedas
<b>11</b>	Simulação – Caminho aleatório em duas dimensões
<b>12</b>	Aplicação de Pós-teste conceitual

#### **1. Aplicação de Avaliação Diagnóstica a partir de pré-testes conceituais**

O objetivo deste tópico é diagnosticar os conhecimentos previamente adquiridos pelos alunos em relação aos conceitos elementares de Terminologia. Com isso procura-se identificar elementos que possam ser utilizados como subsunçores dentro da perspectiva da Aprendizagem Significativa.

A fim de atingir o propósito descrito, utilizaremos um questionário investigativo (Anexo 1) composto de vinte perguntas de múltipla escolha, contendo cada uma delas três alternativas das

quais uma proposição é correta e duas são incorretas. Para evitarmos escolhas aleatórias não fundamentadas, é solicitado aos alunos, após cada questão, a justificativa de sua escolha.

O teste abordará o conhecimento acerca de conceitos relativos à existência do calor, sua natureza, formas de propagação, bem como sua relação com a temperatura e a massa. Além desses conceitos, também será possível diagnosticar a compreensão dos alunos em conceitos que envolvem a velocidade de partículas, sua energia cinética, o trabalho realizado por estas ou sobre estas, a variação da energia interna e as transformações termodinâmicas.

## 2. Introdução teórica

### 2.1 O método indutivo e os conceitos termodinâmicos iniciais

#### A percepção dos fenômenos

Advindo de nossas próprias percepções a sensação de quente e frio, por certo ponto, pode nos parecer trivial. Essa observação advém do fato de que, normalmente, podemos, através dos sentidos, sermos capazes de perceber o mundo no qual estamos inseridos. No livro “Filosofia da Educação”, Henrique Nielsen Neto define a percepção da seguinte forma:

É o ponto de partida do nosso conhecimento do mundo. Percebendo tudo que está a seu redor (fatos e coisas). E os estímulos destes fatos e coisas ativam os órgãos dos sentidos. Quando um indivíduo já está ou entra num ambiente qualquer, o que ele sente diante de si constitui uma forma de conhecimento: isto é a percepção. (Neto, 1988)

No entanto, podemos admitir que a percepção de quente e frio através dos sentidos, nos remete aos conceitos iniciais acerca de temperatura. Segundo Hans Christian Von Baeyer, “A sensação de quente ou de calor é uma experiência curiosa, difícil de descrever com palavras, e, de certa forma, diferente de outras sensações” (Von Baeyer, 1994).

Ainda, segundo Von Baeyer, à medida que são apresentadas as medidas para transformar qualidades em quantidades, há uma passagem da especulação filosófica sobre a natureza física do calor para permitir o início de uma formulação de teoria científica. A observação de outros fenômenos relacionados à mudança de temperatura, como por exemplo, a dilatação, já no século XVII, proporciona o desenvolvimento do termômetro.

Figura 1: Termoscópio de Galileu



Fonte: do próprio autor

Tal invenção favorece o aumento da precisão das medidas e a possibilidade de reproduzir, com maior correção, fenômenos térmicos anteriormente percebidos. Com isso, conceitos são aperfeiçoados e distinguidos. Há uma maior atenção em nomear as transformações físicas da matéria como também, em perceber suas causas e as consequências da interferência humana.

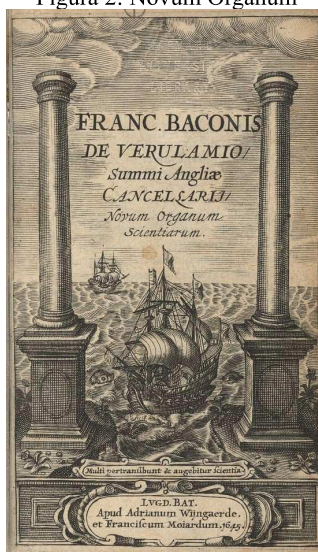
Tem-se a ideia de que os desbravadores da Termometria não tinham, de forma clara, o entendimento das grandezas que se dispunham a medir. De forma empírica, avançavam entre erros e acertos. E, dada a preocupação de um significativo número de pessoas obcecadas em resolver problemas relacionados à temperatura, os avanços se tornavam mais consistentes e aplicáveis.

### O método indutivo

O método indutivo, que pode ser chamado simplesmente de indução, constitui-se de uma linha argumentativa utilizada com o propósito de se chegar a uma conclusão, sendo utilizada em diversas áreas de conhecimento. De modo simplificado, a indução acrescenta informações novas em premissas que foram fornecidas antecipadamente. Dessa forma, sendo utilizado principalmente no estudo das Ciências, parte de premissas verdadeiras para se chegar a conclusões que podem, ou não, serem verdadeiras. Sobre certo viés, pode-se afirmar que o método indutivo sugere a verdade, mas não a garante.

No século XVII, o filósofo inglês Francis Bacon (1561-1626), lança as bases para a criação do método indutivo. Coligado à ideia de empirismo, tal método se propõe a investigar fatos a partir da observação dos fenômenos ocorrentes na natureza. Para tanto, o método indutivo exige que, primeiramente, os cientistas façam observações. A partir de então, formem uma teoria para explicar o que foi observado. E, enfim, teste a validade de suas respostas a partir de experimentos.

Figura 2: Novum Organum



Fonte: Wikipédia. Disponível em [https://pt.wikipedia.org/wiki/Novum\\_Organum#/media/Ficheiro:Houghton\\_EC.B1328.620ib\\_-\\_Novum\\_organum\\_scientiarum.jpg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Novum_Organum#/media/Ficheiro:Houghton_EC.B1328.620ib_-_Novum_organum_scientiarum.jpg). Acesso em 14/06/2018

A proposta de Bacon se desvencilha de Aristóteles e Platão pelo fato desses últimos não se atentarem à experimentação. Faltavam a eles a praticidade e aplicabilidade. Pela inexistência dos experimentos, eram falhas suas conexões com o mundo real.

Como contraponto, durante o Iluminismo francês, a interpelação de Bacon à ciência acaba por se tornar mais influente que a abordagem dualista fornecida por Descartes. De forma diversa, Francis Bacon sortiu sua vida entre a contemplação filosófica e a empolgação da vida pública. Para ele, a dedicação exagerada aos estudos, sem uma finalidade prática, era pura vaidade acadêmica, ao passo que os estudos não poderiam ser um fim em si mesmo, aduzindo que os verdadeiros sábios são capazes de utilizar os conhecimentos de maneira prática, indicando uma visão pragmática para a ciência e a filosofia (OLIVEIRA, 2002).

Ao examinar a natureza do calor, Bacon explica em sua obra (BACON, 2000), como seu método deve ser aplicado. Para tanto, cria duas tabelas: a primeira, enumerando as várias circunstâncias em que encontramos calor, esta é denominada “Tabela de Essência e Presença”; Na segunda, que é nomeada como “Tabela de Desvio, ou de Ausência na Proximidade”, ele enumera as circunstâncias que se parecem com as da primeira tabela, exceto pela ausência de calor. Partindo de uma análise (do), que ele chama de naturezas (cor, emissão de luz, dureza, flexibilidade etc.) dos itens nestas listas, somos levados a conclusões sobre a causa do calor. Ou seja, as naturezas que estão sempre presentes na primeira tabela, mas nunca na segunda, são consideradas como a causa do calor.

Ao afirmar que o homem é “o ministro e intérprete da natureza”; que “o conhecimento e o poder humano são sinônimos”; que “os efeitos são produzidos por instrumentos e ajudas”; que “o homem enquanto opera só pode se inscrever ou retirar corpos naturais, a natureza realiza internamente o resto”; e que “a natureza só pode ser comandada obedecendo-a”, Bacon nos sugere a síntese de sua filosofia: que pelo conhecimento da natureza e pelo uso de instrumentos, o homem pode governar ou direcionar a natureza para produzir resultados definitivos.

Assim, ao buscar o conhecimento da natureza, o homem alcança poder sobre ela – e assim, o restabelecimento do “Império do Homem sobre a criação”, que havia sido perdido pela queda junto com a pureza humana original.

### O calor como energia

De forma leiga, os conceitos de temperatura e calor, são praticamente utilizados indistintamente. Simplificando, enquanto o primeiro se refere à intensidade do nível de agitação das partículas que compõem um sistema, sendo medido a partir de um termômetro, o segundo, menos passível de observação direta, mede sua quantidade enquanto relacionado, principalmente, à massa de substâncias envolvidas tanto nas mudanças de temperatura dos corpos ou sistemas quanto nas alterações provocadas no estado físico da matéria, objeto da observação.

Na ânsia de sanar a preocupação dos cientistas do século XVIII, quanto a essa distinção, o sucesso da teoria do fluido ao explicar a eletricidade ensejou sua transposição para o calor. À época, o calor era visto como um fluido invisível, uma substância material que fluía de um corpo para

outro. O fato é que a teoria proposta, acompanhada da confusão existente entre calor armazenado (energia interna) e calor radiante, se sucumbira aos testes experimentais e teóricos que lhes foram impostos (Von Baeyer, 1994).

A natureza do calor começa a se mostrar evidente a partir da experiência relatada por Benjamim Thompson, o Conde de Rumford, realizada na última década do século XVIII. Na ocasião, foi observado que ao furar o metal de um canhão com uma broca, havia produção calor, provocando a elevação de temperatura. Não obstante à situação, que já fora observada anteriormente, o Conde de Rumford concluiu que o calor não poderia ser um fluido, pois, com a continuidade do experimento, uma substância material, tendo sua origem quer seja no canhão, quer seja na furadeira, acabaria por se esgotar e deixar de fluir.

Nas palavras de Rumford (Von Baeyer, 1994),

“Qualquer coisa que qualquer corpo isolado, ou sistema de corpos, possa continuar a fornecer, ilimitadamente, não tem possibilidade de ser uma substância material; e me parece extremamente difícil, se não totalmente impossível, formar qualquer ideia clara, de qualquer coisa, capaz de ser acionada e transmitida da forma como o calor o foi nessas experiências, a não ser que seja movimento.”

De forma pioneira, o calor era relacionado ao movimento dinâmico. A ideia se revigora quando associada à teoria atomística da matéria, propondo que o calor seria atribuído às vibrações aleatórias dos átomos e moléculas que compõem as substâncias.

Embora a experiência relatada tenha envolvido corpos sólidos, estender a teoria para os fluidos soou bastante pertinente, principalmente, quando aplicada aos gases. Ao ser comprimido em um recipiente fechado, por exemplo, o gás exerce uma pressão que pode ser interpretada como consequência da existência da quantidade de colisões das suas partículas com as paredes do recipiente. Com o aquecimento do gás, essas partículas se movimentam com maior velocidade, colidindo com as paredes com mais intensidade que antes, e, conseqüentemente, aumentando a sua pressão. De forma simples, e por que não dizer simpática, a teoria cinética conjuga duas ideias fundamentais da Física: a hipótese atômica e o conceito de movimento. E, como veremos a simplicidade tem se tornado uma das importantes chaves para a compreensão dos fenômenos termodinâmicos.

Interessante se faz perceber que, a forma com que a Termodinâmica se aperfeiçoa, se conecta com a necessidade da humanidade em buscar desenvolvimento científico e tecnológico. Em

como, a evolução dos conceitos almeja integrar-se a necessidade de obter resultados práticos. Paradigmas são apresentados, a ciência é buscada e alçada a ser a transformadora de um modelo econômico e social. Como nem todos os problemas são resolvidos, é estabelecido um conflito que servirá de motivador à busca de novas teorias e concepções, proporcionando a evolução do conhecimento e o desenvolvimento de novas aplicações tecnológicas.

Neste viés, Thomas Kuhn (1922-1996), procura demonstrar que as ciências, além de serem construções humanas, o são, em consequência, construções históricas e sociais. O físico argumenta que: “Talvez a ciência não se desenvolva pela acumulação de descobertas e invenções individuais...” (KUHN, 1997). Evidente se torna a percepção de que a ciência se desenvolve de forma coletiva, conjunta, sem individualizar conquistas e sem desmerecer as valorosas contribuições dos predecessores (1997, p.21):

Quanto mais cuidadosamente estudam, digamos, a dinâmica aristotélica, a química flogística ou a termodinâmica calórica, tanto mais certos tornam-se de que, como um todo, as concepções de natureza outrora correntes não eram nem menos científicas, nem menos o produto de idiosincrasias do que as atualmente em voga.

No tocante à Termodinâmica, assim como a toda ciência, seu desenvolvimento não acontece de forma linear, como um somatório de saberes ou um enfileiramento de compêndios ou uma sequência de conceitos. Mas, sobretudo, uma emaranhada relação entre fatos, teorias, dados e paradigmas.

No conceito vanguardista encabeçado por Antoine Laurent de Lavoisier, conscrita a ideia do “nada se cria, nada se perde, tudo se transforma” e suas consequências no processo de combustão e oxidação, Julius Robert von Mayer (1814-1878), lança as bases para o Princípio da Conservação da Energia e, conseqüentemente, o Primeiro Princípio da Termodinâmica. Relacionando-a ao calor gerado pelos efeitos mecânicos nos seres vivos, o calor corporal e os alimentos ingeridos, Mayer (1851, apud MARTINS, 1984, p.66) concluiu que “o calor produzido organicamente pelo organismo deve manter uma relação quantitativa invariável para com o trabalho gasto em sua produção”, estendendo este conceito não só para os organismos vivos, mas para qualquer tipo de sistema existente na natureza.

E Martins complementa (1984, p.66):

Mayer procura estabelecer que o calor produzido pelo atrito de dois sólidos é proporcional ao trabalho mecânico utilizado; sugere que nas máquinas a vapor há uma conversão de calor em trabalho; e calcula, a partir das propriedades dos gases,

o valor do equivalente mecânico do calor, chegando a um valor numérico que pode ser expresso como  $1 \text{ cal} = 3,6 \text{ J}$ . Mayer não tenta explicar o calor como uma forma de movimento, mas adota uma concepção muito mais geral: ele admite que o calor, o movimento (energia cinética) e a força de queda (energia potencial) são diferentes formas de uma mesma coisa, mas que essa coisa – a força em abstrato – não é propriamente, nenhuma dessas três coisas.

Admiravelmente, a abstração apresentada por Mayer se assemelha ao que temos como conceito moderno de energia.

A hipótese do calor como uma modalidade de energia provocou muitas discussões entre os cientistas do século XIX. Buscando sua confirmação, experiências foram propostas tendo em vista a confirmação das suposições de Rumford. Tais experimentos, sobretudo o de James Prescott Joule (1818-1889), acabaram por estabelecer, definitivamente, que o calor era uma forma de energia e tornando lei, as transformações de energia em suas diversas modalidades. Ou seja, a energia é conservada em qualquer processo quando se é levado em conta o calor, a compreensão do processo de mecanismo pelo qual um sistema altera suas variáveis ou propriedades termodinâmicas.

Sintetizando, a primeira lei da termodinâmica estabelece que a variação de energia interna de um sistema é equivalente à diferença entre o calor trocado com a vizinhança e o trabalho realizado pelo sistema ou sobre o sistema, denotando a possibilidade de conversão de uma modalidade de energia em outra. Ademais, a lei, por não fornecer o sentido do fluxo, não restringe as possibilidades de conversão de energia.

Nota-se que o desenvolvimento da Termodinâmica esteve vinculado às máquinas que tocaram a revolução Industrial. Neste crescente, Willian Tompson Kelvin (1824-1907) e Rudolf Clausius (1822-1888), desenvolveram a segunda lei da Termodinâmica, a partir das ideias de Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832), sobre os fundamentos das máquinas térmicas, ciclos termodinâmicos e processos reversíveis.

Clausius formula a relação entre fluxo de calor e trabalho mecânico e ainda, introduz o conceito de entropia, tornando claro que o calor não era nenhum fluido misterioso, mas uma modalidade de energia térmica. Sua formulação para a segunda lei da termodinâmica ficou assim, enunciado (Clausius, 1850):

*“Nenhum processo pode ter como único efeito transferir calor de um corpo para outro a uma temperatura mais elevada que a dele.”*



Lord Kelvin, ao estudar as máquinas que trabalhavam segundo o ciclo de Carnot, percebia que parte do calor absorvido do reservatório quente era liberada para o reservatório frio e conseqüentemente impossibilitando uma eficiência de 100%. Então, em 1851, Kelvin expressa pela primeira vez seu enunciado para a segunda lei da Termodinâmica, sendo que o mesmo, mais tarde, foi refinado por Max Planck (1858-1947) proporcionando o que hoje conhecemos como enunciado de Kelvin-Planck da segunda lei da Termodinâmica:

*“Nenhum processo pode ter como único efeito a retirada de calor de uma fonte a uma temperatura fixa e a realização de um trabalho equivalente.”*

Irrefutavelmente, pode-se mostrar que os dois enunciados são equivalentes. Fazemos isso, mostrando que a contradição de um enunciado implica na contradição do outro e vice-versa.

Além da proposição para a segunda lei da Termodinâmica, tanto Clausius quanto Kelvin, provaram o teorema de Carnot, segundo o qual nenhuma máquina térmica que opere entre um reservatório quente e um reservatório frio (em relação ao considerado quente) pode ter rendimento maior que o de um ciclo de Carnot.

Sinteticamente, a Segunda Lei da Termodinâmica determina o sentido e a direção de um processo, estabelece o estado final de equilíbrio, define a execução ideal para as máquinas de conversão de energia além de determinar a possibilidade de reversibilidade do processo, ao estabelecer que trabalho seja sempre diretamente convertido em calor, sem, no entanto, encontrar reciprocidade.

Posteriormente, Clausius numa formulação alternativa da segunda lei da termodinâmica, sem fazer menção às máquinas térmicas, definiu a função a qual chamou de entropia. Notou-se que a mesma se conserva em todas as transformações reversíveis e aumenta nas irreversíveis. Ele argumentou que qualquer ciclo reversível pode ser aproximado com precisão arbitrária por uma sucessão de ciclos de Carnot. Através da combinação de alguns ciclos, ele demonstrou que o valor da transformação para um fluxo de calor poderia ser reduzido para a mesma forma, qual seja, estabelecendo que “os valores de transformação poderiam ser somente uma função universal do calor e temperatura,  $Q_f(t)$  e  $Q_{1F}(t_1, t_2)$ ”, como uma conversão de calor em trabalho (Barbarini, 2018).

Dessa forma, cada troca de calor poderia ser tratada igualmente e ao estabelecer que “a soma dos valores de transformação para seu ciclo era simplesmente a soma de  $Q_f(t)$  em todas as temperaturas e, desde que o ciclo consistisse de uma transformação mais o inverso de seu equivalente” (Barbarini, 2018) para qualquer ciclo reversível, Clausius cria uma nova função de estado o qual denominou de entropia. Adiante, em 1877, Ludwig Eduard Boltzmann (1844-1906) estabelece o vínculo entre o teorema de Clausius sobre o aumento da entropia e a probabilidade de estado de um sistema, proporcionando, então, a interpretação estatística da entropia.

A partir de então, as bases da Termodinâmica foram aprofundadas e fortalecidas. Seus conceitos operativos buscam fundamentar-se na oportunidade, desordem, aleatoriedade e probabilidade.

O ato aleatório de jogar uma moeda, por exemplo, não nos dá a certeza do resultado, pois, o mesmo não pode ser previsto independente de quantas vezes a mesma tenha sido jogada. No entanto, à medida que aumentamos o número de jogadas, pode-se afirmar que, em aproximadamente metade das vezes, o resultado poderá ser “cara” ou “coroa”. Segundo Von Baeyer (1994, p.175),

A Física procura descobrir as regularidades no comportamento da matéria. A Atomística a desmembra em inúmeras partículas que, segundo a Teoria do Calor, estão em movimento aleatório. A Estatística resgata a ordem em um nível diferente na hierarquia da análise e viabiliza a ciência exata da Termodinâmica.

De forma específica, aplica-se a Estatística à distribuição de posição e velocidades das moléculas de modo que a aleatoriedade desses atributos constitua a base hipotética da Teoria Cinético Molecular da Matéria.

Conhecer a natureza, dominar seus segredos, desenvolver tecnologia, promover a evolução da sociedade. Com o desenvolvimento deste trabalho, pretende-se observar que a ciência e, sobretudo a Termodinâmica, não progrediram como resultado de esforços individuais e que seu desenvolvimento não acontece de forma linear. A sociedade constrói o conhecimento. As contribuições para tal, podem até nascer de percepções individualizadas dos fenômenos naturais, mas adquirem robustez ao ser socializada, estabelecida como paradigma, posta em discussão, criticada, aperfeiçoada e aplicada na viabilização de uma sociedade melhor.

## 2.2 Conceitos básicos de probabilidade e estatística

Partindo de uma abordagem transdisciplinar, pode-se afirmar que a matéria é composta por partículas (átomos, moléculas etc.) sendo possível descrever suas propriedades físicas, usando de um sistema macroscópico a partir da análise do comportamento médio das partículas que compõem esse sistema (SALINAS, 2013, p.41). Desta forma, a partir do cálculo de valores médios das grandezas relacionadas às partículas, torna-se possível obter importantes informações acerca do sistema observado.

Para que possamos determinar os valores médios das grandezas envolvidas se faz necessário a definição de conceitos estatísticos. Para o proposto no projeto em tela, será necessário definirmos os seguintes conceitos:

a) Ponto amostral ( $p$ ): é qualquer resultado possível em um experimento aleatório.

Como exemplo, considerando o lançamento de uma moeda, o resultado possível pode ser cara ou coroa.

b) Espaço amostral ( $E$ ): é o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

Do exemplo anterior,  $E = (cara, coroa)$

c) Evento simples ( $i$ ): têm-se como resultado de um experimento.

d) Frequência ( $F_i$ ): é a razão entre o número de vezes que o evento  $i$  ocorreu ( $n_i$ ) e o número total de experimentos ( $N$ ).

$$F_i = \frac{n_i}{N}$$

Exemplo: Em 20 moedas lançadas foram observadas a incidência de 12 caras. Assim a frequência do resultado específico “*cara*” é dado por:

$$F_i = \frac{12}{20}$$

que resulta  $F_i = 0,6$  ou  $F_i = 60\%$

e) Probabilidade da ocorrência de um evento  $i$  ( $P_i$ ): é obtida a partir da razão entre resultado favorável,  $n(p)$  e o número de resultados possíveis,  $n(E)$ .

Continuando no exemplo do lançamento de moedas, a probabilidade de obtermos o resultado “**cara**” é:

$$P_i = \frac{n(p)}{n(E)}$$

Assim, como  $n(p) = 1$  (**cara**) e  $n(E) = 2$  (**cara** ou **coroa**), temos que

$$P_i = \frac{1}{2}$$

então,  $P_i = 0,5$  ou  $P_i = 50\%$ .

Outrossim, podemos escrever a definição matemática de probabilidade como sendo:

$$P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(N)}{N}$$

onde  $n_i$  é o número de eventos simples e  $N$  é o número total de experimentos.

f) Propriedades da probabilidade:

A probabilidade ( $P_i$ ) da ocorrência de um evento  $i$  é sempre maior ou igual a zero.

$$P_i \geq 0$$

A soma das Probabilidades ( $P_i$ ) de cada evento possível ocorrer é igual a 1, ou seja, 100%.

$$\sum_i P_i = 1$$

## g) Medidas de dispersão

As medidas de dispersão são utilizadas para indicar o quanto os dados estão dispersos em torno de uma região central<sup>1</sup>.

g1) Amplitude (H): A amplitude ou intervalo total é calculado tomando-se os valores extremos do conjunto de dados.

Pode ser calculada a utilizando-se a expressão  $H = x_1 - x_n$  onde,

$H$  é a amplitude

$x_1$  é o primeiro valor

$x_n$  é o último valor

g2) Desvio ( $D_i$ ): O desvio é utilizado para medir a dispersão entre uma variável em relação à medida de tendência central e pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

$$D_i = x_i - M_A$$

onde,

$D_i$  é o desvio;

$x_i$  é uma variável qualquer;

$M_A$  é a média aritmética dos dados.

g3) Desvio médio ( $D_M$ ): O desvio médio é calculado tomando-se a diferença de uma variável pela média e serve para indicar qual a distância de cada elemento da amostra ao seu valor médio.

Para o seu cálculo, podemos utilizar a expressão:  $D_M = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_A)}{n}$

onde,

$D_M$  é o desvio médio;

$x_i$  é um valor qualquer no conjunto de dados não posição  $i$ ;

$M_A$  é a média aritmética;

$n$  é o total dos dados do conjunto.

g4) Desvio padrão ( $D_p$ ): O desvio padrão é utilizado para calcular a uniformidade do conjunto de dados e pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

---

<sup>1</sup> Definições adaptadas a partir de consulta realizada ao portal [matematicabasica.net](http://matematicabasica.net), disponível em <https://matematicabasica.net/estatistica/>, acessado em 03/11/2019.

$$D_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_A)^2}{n}}$$

onde,

$D_p$  é o desvio padrão;

$x_i$  é um valor qualquer no conjunto de dados não posição  $i$ ;

$M_A$  é a média aritmética;

$n$  é a quantidade total dos dados do conjunto.

g5) Variância (V): A variância é utilizada para indicar o quanto disperso os dados estão da média e pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - M_A)^2}{n}$$

onde,

$V$  é a variância;

$x_i$  é um valor qualquer no conjunto de dados não posição  $i$ ;

$M_A$  é a média aritmética;

$n$  é a quantidade total dos dados do conjunto.

### 3. Experimentos

Esta parte da sequência didática é composta da realização de três atividades que visam a compreensão de noções elementares de estatística utilizando de experimentos simples.

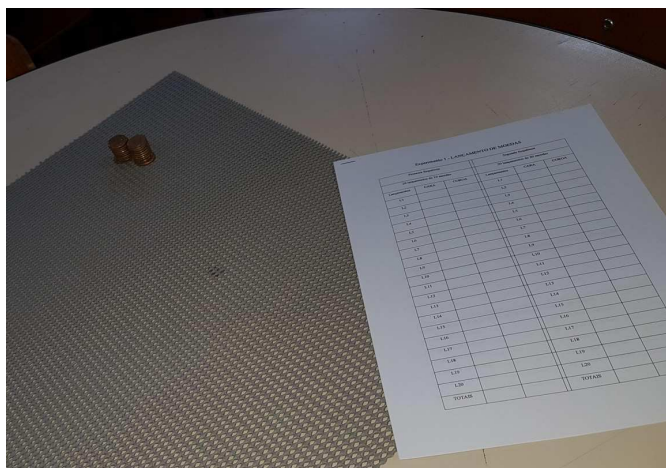
As atividades devem ser desenvolvidas em grupos com quantitativo entre quatro e cinco alunos. Sugere-se a utilização de mesas ou bancadas que possam comportar o trabalho em grupo.

### 3.1 Lançamento de moedas

Para a coleta de dados e resposta aos questionamentos pertinentes à atividade utilizaremos o roteiro denominado Experimento 1 – Lançamento de moedas, constante no Anexo 2.

Cada grupo recebe 20 (vinte) moedas idênticas e devem efetuar duas sequências de lançamentos:

Figura 3: Preparação para a sequência de lançamento de moedas



Fonte: do próprio autor

**a)** primeira sequência: 20 (vinte) lançamentos de 10 (dez) moedas;

A primeira sequência tem por objetivo familiarizar o grupo com a atividade além de provocar a observação quanto a distribuição de tarefas que envolve tanto a coleta de dados quanto o lançamento propriamente dito.

Orienta-se aos alunos, distribuídos em grupos de quatro ou cinco componentes a lançar, simultaneamente, dez moedas. Conforme se efetivam os lançamentos os mesmos são lançados na tabela própria.

Tabela 1: Referente à segunda sequência de lançamentos de moedas

Primeira Sequência					
20 lançamentos de 10 moedas					
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1			L11		
L2			L12		
L3			L13		
L4			L14		
L5			L15		
L6			L16		
L7			L17		
L8			L18		
L9			L19		
L10			L20		

	CARA	COROA
Totais		

Fonte: do próprio autor

Após o preenchimento da primeira tabela, os alunos responderão as questões simples e diretas, enumeradas de 1 a 3, elaboradas com o intuito de atingir o objetivo exposto acima.

Questões:

1- Qual a probabilidade teórica de uma moeda justa dar cara? \_\_\_\_\_

2- Juliano lançou quarenta moedas para cima e obteve cara em 16 delas. Tendo por base os lançamentos realizados por Juliano, qual a probabilidade da moeda resultar cara?

R.: \_\_\_\_\_

3- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na primeira sequência, qual a probabilidade de se obter, em 20 lançamentos de 10 moedas,

a) 5 caras e 5 coroas? \_\_\_\_\_

b) 6 caras e 4 coroas? \_\_\_\_\_



c) 4 caras e 6 coroas? \_\_\_\_\_

b) segunda sequência: 20 (vinte) lançamentos de 20 (vinte) moedas.

A segunda sequência tem por objetivo fornecer dados suficientes para que haja a percepção de que, ao considerar uma quantidade significativa de lançamentos, o número de resultados “cara” obtidos (*a posteriori*) tende a se aproximar da probabilidade esperada (*a priori*).

Para tanto, o grupo de alunos, ao efetuar a sequência de lançamentos, preencherá a segunda tabela da atividade e responderá os questionamentos enumerados de 4 a 10.

Tabela 2: Referente à segunda sequência de lançamentos de moedas

Segunda Sequência					
20 lançamentos de 20 moedas					
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1			L11		
L2			L12		
L3			L13		
L4			L14		
L5			L15		
L6			L16		
L7			L17		
L8			L18		
L9			L19		
L10			L20		
		CARA	COROA		
Totais					

Fonte: do próprio autor

Questões:

4- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na quarta sequência, qual a probabilidade real de se obter, em 20 lançamentos de 20 moedas,

a) 5 caras e 15 coroas? \_\_\_\_\_

g) 11 caras e 9 coroas? \_\_\_\_\_

b) 6 caras e 14 coroas? \_\_\_\_\_

h) 12 caras e 8 coroas? \_\_\_\_\_

c) 7 caras e 13 coroas? \_\_\_\_\_

i) 13 caras e 7 coroas? \_\_\_\_\_

d) 8 caras e 12 coroas? \_\_\_\_\_

j) 14 caras e 6 coroas? \_\_\_\_\_

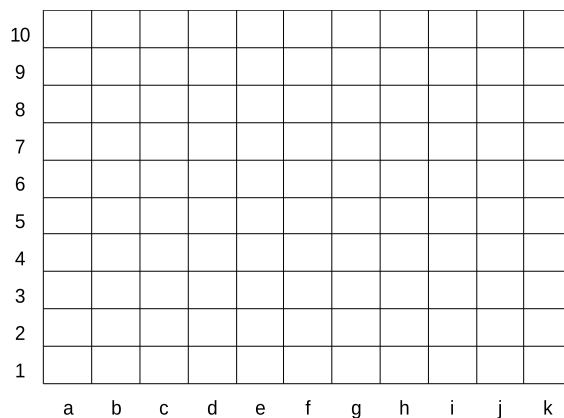
e) 9 caras e 11 coroas? \_\_\_\_\_

k) 15 caras e 5 coroas? \_\_\_\_\_

f) 10 caras e 10 coroas? \_\_\_\_\_

5- Faça o histograma com os dados obtidos na questão anterior:

Figura 4: base para confecção do histograma



Fonte: do próprio autor

6- No total, quantas moedas foram lançadas por seu grupo? \_\_\_\_\_

7- Qual foi a probabilidade de se obter cara? \_\_\_\_\_

8- Qual foi a probabilidade de se obter coroa? \_\_\_\_\_

9- O que é possível perceber sobre a probabilidade experimental depois de todos os lançamentos realizados?

---



---

10- Por que os resultados teórico e experimental não são iguais?

---



---

A questão 4 prevê um resultado mínimo de 5 “caras” e um máximo de 15 “caras”. Obviamente, o resultado obtido pelos alunos durante a atividade pode extrapolar os limites sugeridos. No entanto, tal limite é definido propositalmente tendo em vista que o grupo de alunos

deve perceber que, muito embora possam ocorrer tais prognósticos, as probabilidades são menores na medida em que executam os lançamentos.

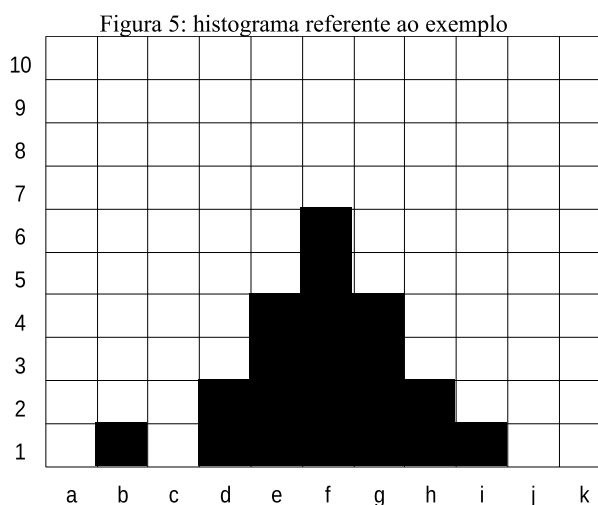
A questão 5 solicita a confecção de um histograma de acordo com o obtido na questão anterior. Sua relevância se pressupõe à medida que se torna possível verificar as distribuições discretas dos lançamentos das moedas. Para preenchê-lo, para cada situação (a,b,c,d,e,f,g,h,i,j ou k) marque a quantidade de incidências.

Exemplo:

Em 20 lançamentos de 20 moedas simultaneamente, foram obtidos:

- |                                   |                                  |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| a) 5 caras e 15 coroas? <u>0</u>  | g) 11 caras e 9 coroas? <u>4</u> |
| b) 6 caras e 14 coroas? <u>1</u>  | h) 12 caras e 8 coroas? <u>2</u> |
| c) 7 caras e 13 coroas? <u>0</u>  | i) 13 caras e 7 coroas? <u>1</u> |
| d) 8 caras e 12 coroas? <u>2</u>  | j) 14 caras e 6 coroas? <u>0</u> |
| e) 9 caras e 11 coroas? <u>4</u>  | k) 15 caras e 5 coroas? <u>0</u> |
| f) 10 caras e 10 coroas? <u>6</u> |                                  |

O histograma deverá ser preenchido da seguinte forma:



Fonte: do próprio autor

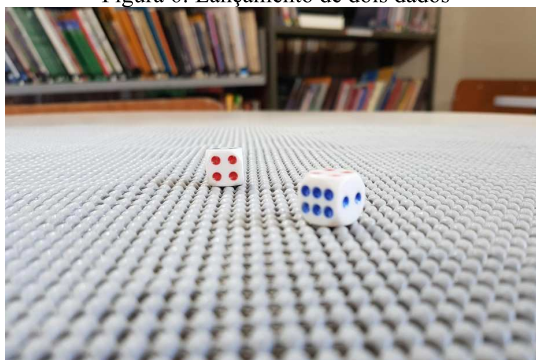
As questões de 6 a 10 tem por finalidade estimular os alunos a identificar padrões tendo por fundamento os levantamentos estatísticos, permitindo que os mesmos possam comparar os resultados obtidos aos apontamentos teóricos.

### 3.2 Lançamento de dados

Para a coleta de dados e resposta aos questionamentos pertinentes à atividade utilizaremos o roteiro denominado Experimento 2 – Lançamento de dados, constante no Anexo 3. Cada grupo recebe dois dados semelhantes para se realizar os lançamentos.

A atividade consiste do lançamento simultâneo de dois dados não viciados. Será considerada e registrada a soma das faces dos dois dados. Ao realizar a atividade, o grupo de alunos perceberá experimentalmente que há resultados que se verificam com maior incidência que outros e poderá determinar a probabilidade deste resultado se repetir.

Figura 6: Lançamento de dois dados



Fonte: do próprio autor

A sequência consiste de 30 lançamentos de dois dados simultaneamente e, além de registrar o valor resultante de cada face dos dados (dado 1 e dado 2), serão registrados também, a soma das faces.

Tabela 3: Referente à sequência de lançamentos de dois dados não viciados

Sequência – 30 lançamentos de 2 dados							
Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces	Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces
L1				L16			
L2				L17			
L3				L18			
L4				L19			
L5				L20			
L6				L21			
L7				L22			
L8				L23			
L9				L24			
L10				L25			
L11				L26			
L12				L27			
L13				L28			
L14				L29			
L15				L30			

Fonte: do próprio autor

Após o preenchimento da tabela, os alunos responderão as questões simples e diretas, enumeradas de 1 a 7, elaboradas com o intuito de atingir o objetivo exposto acima.

Questões:

1- Um dado calibrado tem 6 faces numeradas de 1 a 6. Todas as faces possuem a mesma chance de aparecer quando o dado é jogado.

Qual é a probabilidade de um dado justo dar 2? \_\_\_\_\_

2- Ao lançar um dado 60 vezes, quais a probabilidade dos lances resultarem em 1? \_\_\_\_\_

3- Quais os possíveis resultados quando lançamos dois dados? Sugestão: escreva sua resposta na forma de par ordenado: (dado1;dado2)

---



---



---

4- Ao lançar simultaneamente 2 dados, qual a probabilidade da soma das faces resultar

a) 2? \_\_\_\_\_ d) 5? \_\_\_\_\_ g) 8? \_\_\_\_\_ j) 11? \_\_\_\_\_

b) 3? \_\_\_\_\_ e) 6? \_\_\_\_\_ h) 9? \_\_\_\_\_ k) 12? \_\_\_\_\_

c) 4? \_\_\_\_\_ f) 7? \_\_\_\_\_ i) 10? \_\_\_\_\_

Considere os lançamentos de dados realizados por seu grupo na primeira sequência:

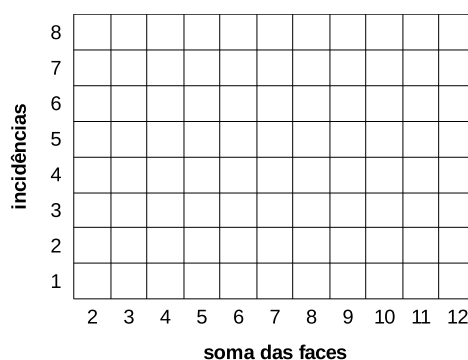
5- Qual somatório de faces ocorreu mais vezes? \_\_\_\_\_

6- Qual somatório de faces ocorreu menos vezes? \_\_\_\_\_

7- Qual é o valor médio obtido a partir da soma das faces dos dados lançados? \_\_\_\_\_

8- Faça o histograma dos lançamentos obtidos com a tabela da primeira sequência:

Figura 7: base para confecção do histograma



Fonte: do próprio autor

A questão 1 visa estabelecer qual a probabilidade, a priori, de se obter resultado igual a dois no lançamento de um dado não viciado. Espera-se que o grupo de alunos encontre  $\frac{1}{6}$ .

A questão 2 tem por objetivo ampliar o conceito entabulado na questão 1, independente do número de lançamentos.

A questão 3 visa estabelecer quais os resultados possíveis no lançamento de dois dados não viciados: (1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (4,6); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5); (5,6); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5) e (6,6).

Para responder a questão 4, com a colaboração e auxílio do professor, o aluno pode perceber que, ao lançarmos dois dados não viciados há um número de eventos possíveis para cada soma de duas faces:

Soma = 2: (1,1)

Soma = 3: (1,2), (2,1)

Soma = 4: (1,3), (2,2), (3,1)

Soma = 5: (1,4), (2,3), (3,2), (4,1)

Soma = 6: (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)

Soma = 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)

Soma = 8: (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)

Soma = 9: (3,6), (4,5), (5,4), (6,3)

Soma = 10: (4,6), (5,5), (6,4)

Soma = 11: (5,6), (6,5)

Soma = 12: (6,6)

Continuamente ao exercício, sugerimos ao professor que promova a evolução do raciocínio da turma de alunos demonstrando que, a partir do número de combinações possíveis ( $6 \times 6 = 36$ ), é possível determinar a probabilidade para a soma das faces de dois dados não viciados.

Para as questões 5 e 6, deve-se considerar os dados coletados e registrados na tabela 1.

A questão 7, a resposta é obtida a partir da média das somas das faces dos dados lançados dois a dois (soma dos resultados das faces dos dados lançados dividido por 30).

A questão 8 solicita a confecção de um histograma de acordo com o obtido nos lançamentos registrados na tabela. Sua relevância se pressupõe à medida que se torna possível verificar as distribuições discretas dos resultados das somas das faces dos dois dados lançados simultaneamente. Para preenchê-lo, marque a quantidade de incidências dos resultados possíveis.

Exemplo: Ao se efetuar 30 lançamentos de dois dados simultaneamente são obtidos os seguintes resultados:

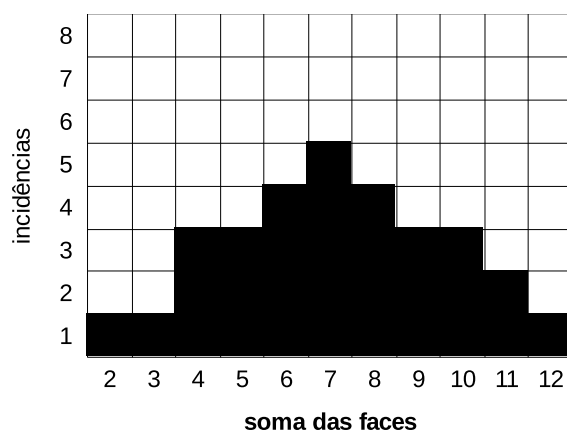
Tabela 4: Exemplo de resultados de lançamentos

Resultados soma das faces	Incidências
2	1
3	1
4	3
5	3
6	4
7	5
8	4
9	3
10	3
11	2
12	1

**Fonte:** do próprio autor

O histograma deverá ser preenchido da seguinte forma:

Figura 8: histograma referente ao exemplo de lançamentos



Fonte: do próprio autor

### 3.3 Caminho aleatório em duas dimensões

O caminho aleatório, também citado como *random walk*, descreve uma trajetória que consiste em uma sucessão de passos aleatórios e pode ser utilizado para “introduzir alguns conceitos e técnicas da teoria de probabilidades” (Salinas, 2013). Podem ser utilizados para fenômenos que ocorrem no mundo real que podem ir desde a análise do movimento das moléculas de um gás ao estudo do mercado flutuante de ações na bolsa de valores.

Esta atividade terá, por objetivo, proporcionar aos estudantes a observação dos efeitos da aleatoriedade na construção de algo real, no caso, o caminho percorrido, além de fundamentar a observação e compreensão das simulações que serão propostas e apresentadas posteriormente.

Para a coleta de dados e resposta aos questionamentos pertinentes à atividade utilizaremos o roteiro denominado Experimento 3 – Caminho Aleatório, constante no Anexo 4

O experimento consiste da obtenção de distâncias médias a partir de “passos” de tamanho constante e de direções e sentidos aleatórios.

Será utilizado por cada um dos grupos de alunos, um dado não viciado e uma folha quadriculada referenciada. Com o propósito de se estabelecer um referencial fixo para o grupo de

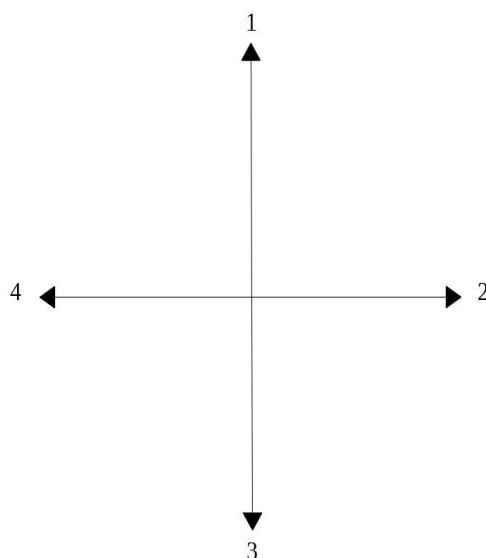


alunos, a folha contém uma letra **F** no canto superior esquerdo da folha. O **Dado** determinará aleatoriamente a direção e o sentido do passo que, por padrão, terá módulo unitário. Nesta atividade sugere-se a realização de 50 lançamentos (passos) de cada componente do grupo.

### Exercício 1

Iniciando-se a partir de um ponto qualquer da folha quadriculada, o resultado obtido com o lançamento do dado, determinará a direção e o sentido do passo em relação ao plano da folha referenciada na forma do gabarito indicado na figura 9.

Figura 9: Direção dos passos conforme resultado do lançamento dos dados



Fonte: do próprio autor

Assim, caso o resultado do **Dado** seja **1**, o passo será dado na direção vertical e sentido para cima; caso seja **2**, o passo será dado horizontalmente e à direita; caso seja **3**, verticalmente para baixo e, em sendo **4**, horizontalmente e à esquerda. Caso o resultado seja **5** ou **6**, dever-se-á efetuar novamente o lançamento sem que o mesmo seja computado no total de 50 passos, como sugerido.

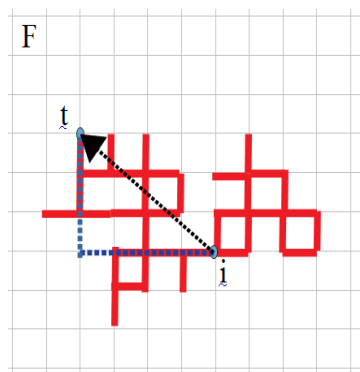
Para o procedimento seguinte, é importante que cada aluno, participante da atividade, registre na folha quadriculada o ponto de início e término do caminho aleatório.

Ao concluir a primeira parte da atividade, pode-se sugerir ao grupo de alunos que determine, através da utilização de cálculos simples, a distância percorrida pelo caminhante.

Considere o exemplo a seguir:

Foram realizados 50 lançamentos para a confecção de cada caminho aleatório, no qual, a título de exemplificação, apresentamos a seguinte situação<sup>2</sup>:

Figura 10: Configuração do caminho aleatório conforme exemplo



Fonte: do próprio autor

A distância percorrida pode ser determinada a partir da simples aplicação do Teorema de Pitágoras em que os catetos são as coordenadas em relação à origem (ponto onde se tenha iniciado o caminho aleatório)

Especificamente, para este exemplo a distância percorrida  $d_{RW}$  pode ser dada por:

$$d_{RW} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{(4u)^2 + (3u)^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{16u^2 + 9u^2}$$

$$d_{RW} = \sqrt{25u^2}$$

$$d_{RW} = 5u$$

<sup>2</sup> Na figura 10, a letra (i) indica o início do “caminho aleatório” e a letra (t), seu término.

Exercício 2

Após cada estudante determinar a distância percorrida conforme o desenvolvimento de sua atividade, será preenchida a tabela seguinte de modo que todos os participantes possam contribuir para com o resultado acumulado no desempenho da atividade conjunta.

Tabela 5: Tabela conjunta – Caminho Aleatório

Tabela conjunta – Caminho Aleatório			
caminhos	abscissa	ordenada	distância
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

**Fonte:** do próprio autor

### Exercício 3

Após o preenchimento da tabela conjunta com dados do caminho aleatório obtido pelos componentes do grupo de alunos, propõe-se o cálculo das respectivas medidas de dispersão. Utilize as expressões apresentadas na seção **2.2**.

Questão: A partir dos dados obtidos com o preenchimento da tabela da atividade 2 e tendo por base as medidas de distância, determine:

a) a amplitude: \_\_\_\_\_

b) a média aritmética: \_\_\_\_\_

c) o desvio: \_\_\_\_\_

d) o desvio padrão: \_\_\_\_\_

e) a variância: \_\_\_\_\_

Após os cálculos, o professor regente da turma poderá estimular a comparação dos resultados obtidos entre os alunos, promovendo a interatividade entre os mesmos.

## 4. Simulações

As simulações terão por objetivo expandir os conceitos inicialmente trabalhados a partir dos experimentos estatísticos. Utilizando-se do emprego das simulações, poder-se-á visualizar interações para um número superior ao trabalhado na atividade experimental, permitindo-se propor resultados que, de certa forma, poderiam ser demasiadamente longos e extenuantes.

Utilizaremos os simuladores da página *Statistical and Thermal Physics*, que se encontram disponíveis na Biblioteca Digital AAPT ComPADRE<sup>3</sup>. Trata-se de uma coleção de informações e recursos para professores de Física abordando a Estatística e Termologia. Os recursos desta coleção são complementos aos livros-texto de Estatística e Física Térmica padrão e incluem atividades dos alunos, informações básicas e aplicativos.

### 4.1 Lançamento de moedas

Primeiramente é necessário que o pacote java<sup>4</sup> esteja instalado na máquina que rodará as simulações.

O passo seguinte é baixar o simulador de acesso livre “Ejs Multiple Coin Toss” disponível na página <https://www.compadre.org/STP/items/detail.cfm?ID=8302>.

O simulador “Ejs Multiple Coin Toss”<sup>5</sup> foi criado usando a ferramenta de modelagem Easy Java Simulations (Ejs). Ele é distribuído como um arquivo Java pronto para execução (compilado). Ao acessar a página, clique no ícone “download\_1333kb.jar”.

Figura 11: Botão para baixar o arquivo  
download\_1333kb.jar



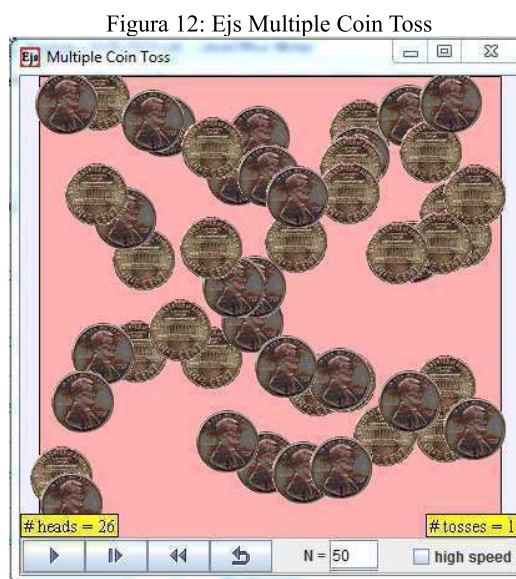
Fonte: Biblioteca Digital AAPT ComPADRE

- 
- 3 A Biblioteca Digital AAPT ComPADRE é uma rede de coleções de recursos on-line gratuitos que dão suporte a docentes, alunos e professores em Educação Física e Astronomia. Disponível em [www.compadre.org](http://www.compadre.org).
  - 4 As instruções para instalação do Java em computador Windows estão disponíveis em [https://www.java.com/pt\\_BR/download/help/windows\\_manual\\_download.xml](https://www.java.com/pt_BR/download/help/windows_manual_download.xml), Para instalação em computador com plataforma Linux, consulte as informações de instalação através do site [https://www.java.com/pt\\_BR/download/help/linux\\_x64\\_install.xml](https://www.java.com/pt_BR/download/help/linux_x64_install.xml), acessado em 20/05/2019.
  - 5 O simulador Ejs Multiple Coin Toss foi desenvolvido por Wolfgang Christian e Mario Belloni os quais são os titulares dos direitos autorais.

Após realizar o download, execute o arquivo “ejs\_stp\_MultipleCoinToss”, clicando duas vezes no arquivo.

Ao executar o simulador são apresentadas em sua tela três janelas: a primeira corresponde ao simulador de fato (figura 12).

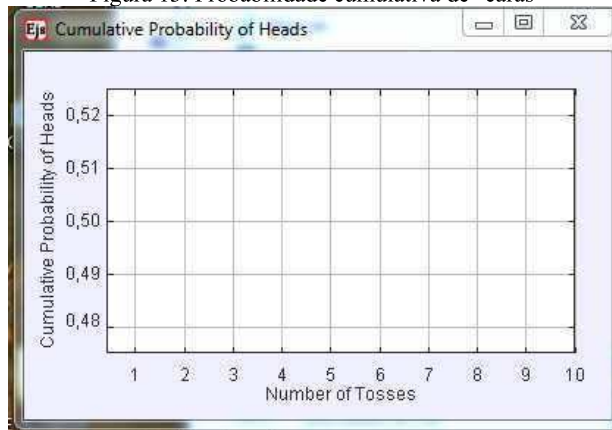
Através dela serão controladas as interações, o número de moedas lançadas (N), a velocidade da simulação (a velocidade das interações pode ser aumentada marcando-se a caixa “high speed”, localizada no canto inferior direito) bem como o controle do início dos lançamentos, a tendência do resultado (“viciar” a moeda) e o retorno das interações. É possível modificar esta simulação clicando com o botão direito do mouse na simulação em execução e selecionando “Open Ejs Model” (Abrir modelo do Ejs) no item de menu pop-up.



Fonte: Simulação realizada pelo autor

A segunda janela (Figura 13) ilustra a probabilidade acumulada do número de “caras” em função do número de lançamentos. O usuário poderá perceber que, conforme são incrementados os lançamentos, a curva tende a se aproximar de 0,50, conexo à probabilidade de se obter um resultado ou outro.

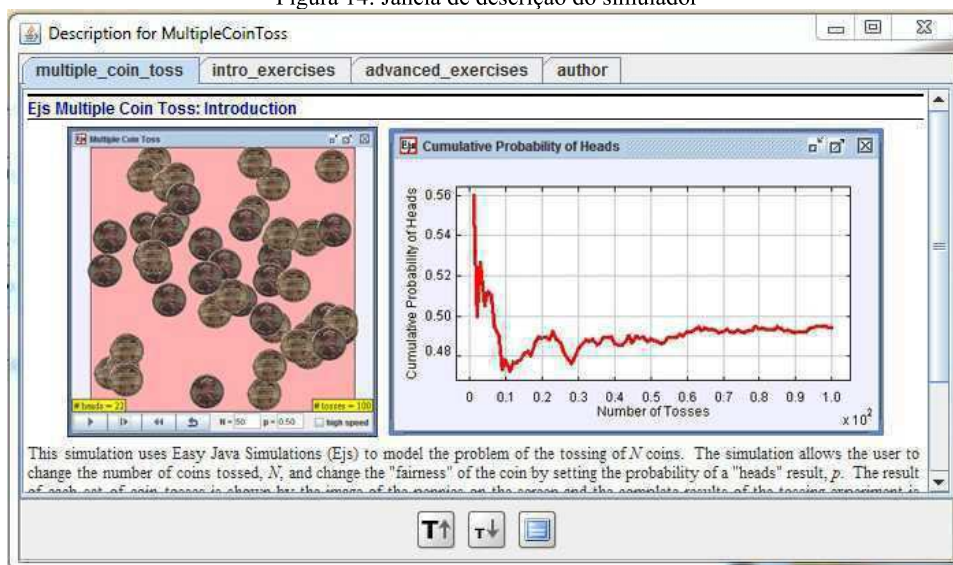
Figura 13: Probabilidade cumulativa de "caras"



Fonte: Simulação realizada pelo autor

Já a terceira janela (figura 14) descreve o uso do simulador e traz também, propostas de exercícios elementares e avançados para o emprego no simulador.

Figura 14: Janela de descrição do simulador



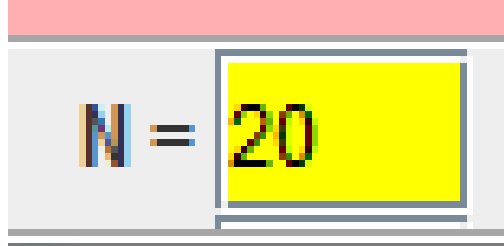
Fonte: simulação realizada pelo autor

Para utilização do aplicativo em sala de aula sugere-se a simulação de moedas não viciadas em quantidades semelhantes aos experimentos realizados.

A primeira simulação com  $N = 10$  (dez moedas lançadas simultaneamente) e a segunda, com  $N = 20$  (vinte moedas lançadas simultaneamente).

É possível alterar o número de moedas lançadas clicando duas vezes a caixa “N” conforme a figura 15, inserindo manualmente a quantidade desejada. Em seguida, tecla “enter” e clique no botão “play” para iniciar a simulação.

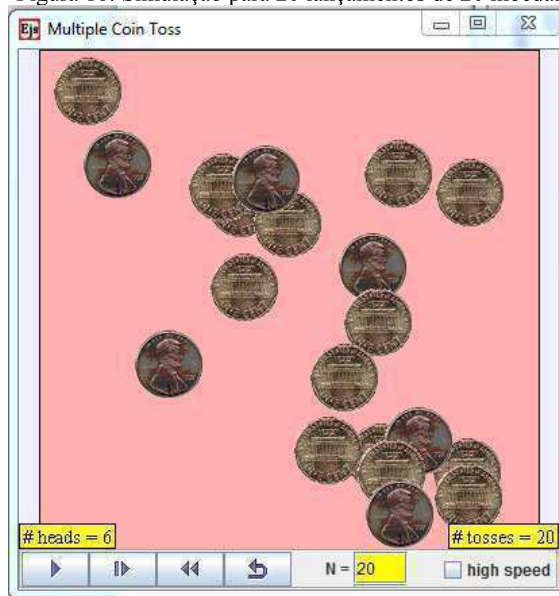
Figura 15: Inserção do número de moedas lançadas



Fonte: simulação realizada pelo autor

Para utilizar a simulação passo a passo, basta clicar no botão “single step the simulation”. Assim, cada lançamento será registrado de cada vez e será possível perceber a evolução da curva da probabilidade cumulativa de resultados “cara”, no gráfico.

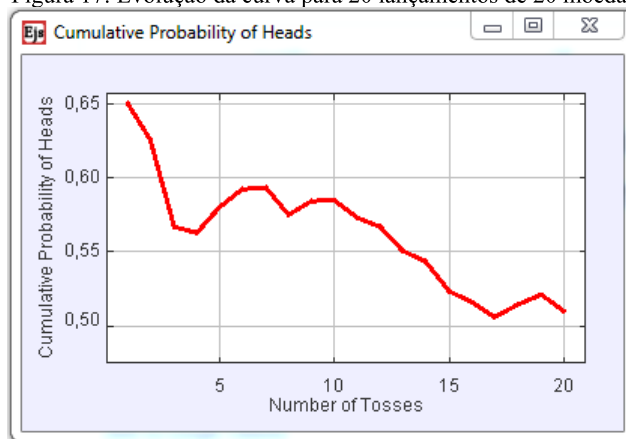
Figura 16: Simulação para 20 lançamentos de 20 moedas



Fonte: simulação realizada pelo autor



Figura 17: Evolução da curva para 20 lançamentos de 20 moedas



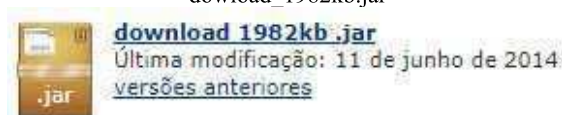
Fonte: simulação realizada pelo autor

#### 4.2 Caminhos aleatórios

Para a utilização do simulador de caminhos aleatórios, de mesma forma se faz necessário ter o pacote Java instalado no computador utilizado para a atividade. Caso não o tenha, sugere-se instalação seguindo o procedimento indicado anteriormente.

Na sequência, o passo seguinte é baixar o simulador de acesso livre “Ejs Randon Walk 2D” disponível na página <https://www.compadre.org/STP/items/detail.cfm?ID=8845>. O simulador “Ejs Randon Walk 2D”<sup>6</sup> foi criado usando a ferramenta de modelagem Easy Java Simulations (Ejs). Ele é distribuído como um arquivo Java pronto para execução (compilado). Ao acessar a página, clique no ícone “download\_1982kb.jar”.

Figura 18: Botão para baixar o arquivo  
download\_1982kb.jar



Fonte: Biblioteca Digital AAPT ComPADRE

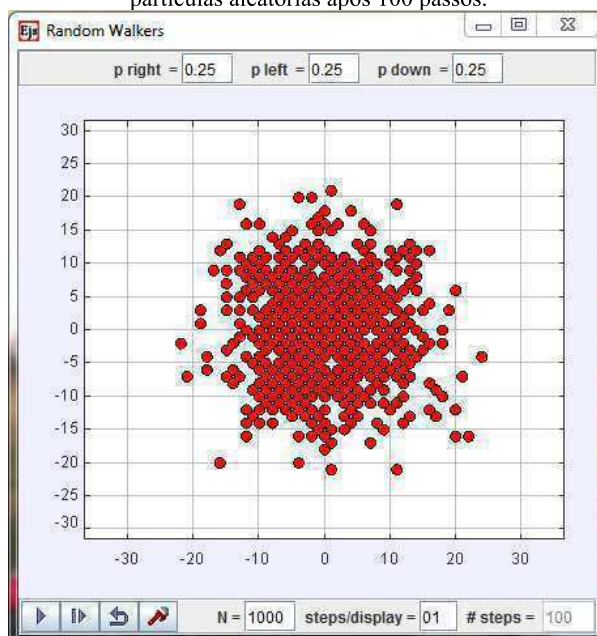
<sup>6</sup> O simulador Ejs Randon Walk 2D foi desenvolvido por Wolfgang Christian o qual é o titular dos direitos autorais.

Após realizar o download, execute o arquivo “ejs\_stp\_RandomWalk2D.jar”, clicando duas vezes no arquivo.

O modelo Random Walk 2D simula o caminho aleatório em duas dimensões. É possível alterar o número de partículas aleatórias bem como a probabilidade de se seguir em uma determinada direção. Os itens da simulação podem ser alterados ao clicar com o botão direito do mouse sob o gráfico e selecionando “Abrir modelo do Ejs no item de menu pop-up”.

Ao executar o simulador surgirão em sua tela três janelas: a primeira corresponde ao simulador de fato (figura 19). Através dela serão controlados o número de partículas aleatórias (N), o lapso de passos mostrados na tela e a probabilidade de se seguir nas direções direita, esquerda e para baixo, respectivamente. Inicialmente, a probabilidade da partícula seguir em uma das quatro direções (direita, esquerda, para cima ou para baixo) é a mesma, ou seja,  $p = 0,25$ . As mesmas podem ser alteradas estando sujeitas à condição de normalização de que a soma das probabilidades é a unidade.

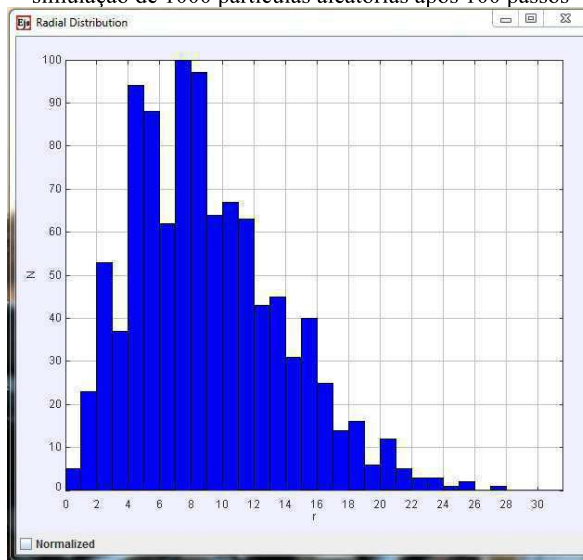
Figura 19: Simulador do caminho aleatório em duas dimensões. A situação representa a simulação de 1000 partículas aleatórias após 100 passos.



Fonte: simulação realizada pelo autor

A segunda janela (figura 20) ilustra a distribuição radial das partículas aleatórias com relação a origem. Há a possibilidade dos dados do gráfico se apresentarem normalizados, bastando, para isso, selecionar manualmente a caixa localizada no canto inferior direito da janela.

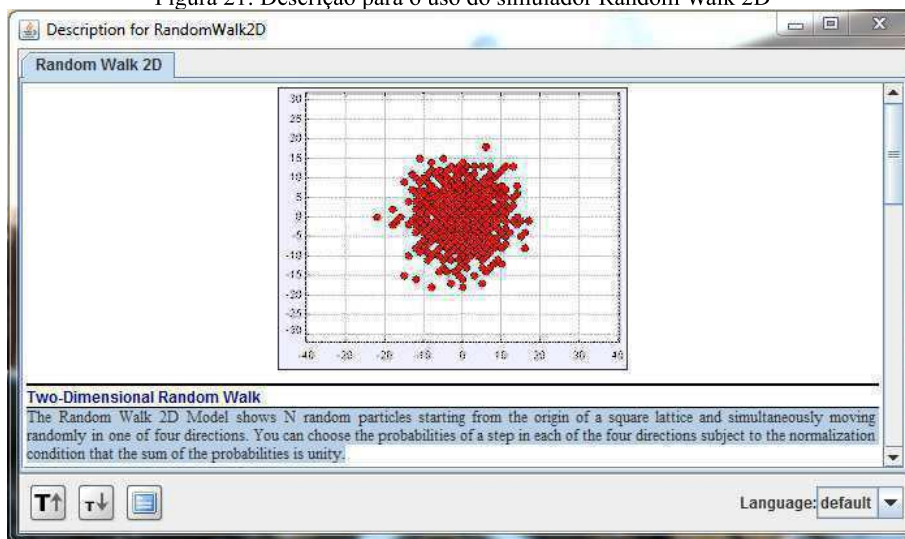
Figura 20: Distribuição Radial. A situação representa a simulação de 1000 partículas aleatórias após 100 passos



Fonte: simulação realizada pelo autor

A terceira janela (figura 21) descreve o uso do simulador e traz também, propostas de exercícios para o emprego no simulador.

Figura 21: Descrição para o uso do simulador Random Walk 2D



Fonte: simulação realizada pelo autor

Para utilização em sala de aula, sugere-se que a probabilidade definida para as direções sejam igualmente distribuídas, proporcionando uma situação de análise condizente com a escolaridade dos aprendizes.

É interessante e sugestivo que os alunos, observadores da simulação, possam encontrar correspondência com a atividade proposta experimentalmente, de forma que estas possam se complementar quanto ao objetivo proposto.

## 5. Aplicação de pós-testes conceituais

Os pós-testes, que se constituem das mesmas questões inseridas como pré-testes<sup>7</sup>, são aplicados preferencialmente, após o conteúdo proposto de Termodinâmica ter sido ministrado à turma de alunos. Lembramos que o objetivo deste produto educacional é fornecer organizadores prévios necessários ao processo de ensino aprendizagem possibilitando assim, mecanismos que possam promover aprendizagem significativa pelos alunos.

Após serem aplicados o professor poderá, através de um quadro comparativo em relação aos pré-testes, identificar o quão relevante foi a aplicação do produto educacional, bem como, de que forma os conceitos de estatística básica foram relevantes no processo.

Embora não obrigatórios, o emprego dos pré-testes e pós-testes tem como objetivo subsidiar o trabalho do professor, proporcionando uma avaliação dos meios utilizados e favorecendo a evolução das técnicas e meios empregados em sala de aula.

---

<sup>7</sup> Ver item 1, do tópico sequência didática.

## 6. Considerações finais

Desde seu início este projeto foi pensado de modo a incentivar a interação professor-aluno além de proporcionar uma experiência na qual os estudantes possam em conjunto, observar conceitos básicos e relevantes à compreensão de fenômenos físicos a partir de um conteúdo que, essencialmente, não faz parte de grande parte dos programas de Física para o Ensino Médio.

Propomos uma sequência didática que traz inicialmente uma explanação histórica que perpassa momentos cruciais dos apontamentos da evolução dos conceitos de Termodinâmica. Nesse aspecto procuramos destacar a importância da percepção bem como da experimentação científica.

A partir de então, introduzimos conceitos basilares de estatística. O suficiente para que, ao realizar os experimentos propostos, os estudantes organizados em grupos e sob orientação do professor, tivessem a capacidade de construir conhecimento.

Neste diapasão, pleiteamos que o aluno compreenda sobretudo que a ciência evolui de forma colaborativa e que, apesar das ocasionais frustrações, da dedicação árdua e de circunstâncias adversas, com o trabalho em equipe e, ao conglomerarmos os resultados alcançados, percebe-se o quanto interessante pode ser o aprendizado e o quanto o protagonismo estudantil pode resultar em conhecimento.

Com isso, afastada a pretensão de algo pronto, concluído e imutável, temos a intensão de que este trabalho proporcione ao professor uma ferramenta simples e prática para que possa enriquecer sua aula e, conseqüentemente, possa despertar no aluno o interesse pela ciência, tendo uma ideia básica sobre sua evolução e de como ela é estruturada.

## 7. Referências Bibliográficas

BACON, Francis. **Novum organum: ou verdadeiras indicações acerca da interpretação da natureza**. São Paulo: Nova Cultural, 2000.

BARBARINI, Alcenir Tarcísio. **Clausius, Rudolf (1822-1888)**. Faculdade de Engenharia Mecânica. UNICAMP. Disponível em: <<http://http://www.fem.unicamp.br/~em313/paginas/person/clausius.htm>> Acesso em 06/10/2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 05/08/2018.

BRASIL. **Ministério de Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em: 05/08/2018.

BRASIL. Ministério de Educação. **A Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)> Acesso em: 10/03/2019.

CARRAHER, D. W., CARRAHER, T. N., SCHLIEMANN, A. D. **Caminhos e descaminhos no ensino de ciências** In Simpósio Sul-Brasileiro de Ensino de Ciências, II., Florianópolis Disponível em: <[http://www.ufpa.br/eduquim/caminhos\\_e\\_descaminhos\\_no\\_ensino.htm](http://www.ufpa.br/eduquim/caminhos_e_descaminhos_no_ensino.htm)> Acesso em: 12/08/2018.

CARVALHO, A.M.P., Pérez D.G.. **Formação de Professores de Ciências**. 2ª edição. 1995.

KHAN ACADEMY, **Probabilidade teórica e experimental: lançamento de moedas e dados**. Disponível em <<https://pt.khanacademy.org/math/ap-statistics/probability-ap/randomness-probability-simulation/a/theoretical-and-experimental-probability-coin-flips-and-die-rolls>>. Acesso em 06/02/2019.

KUHN, T. S. **A Estrutura das Revoluções Científicas**. São Paulo: Perspectiva, 1997.

MATEMÁTICA BÁSICA. **Estatística: Medidas de Dispersão e Amostragem**. Disponível em <<https://matematicabasica.net/estatistica/>>. Acesso em 03/11/2019.

MARTINS, Roberto de Andrade. **Mayer e a conservação da energia**. Cadernos de História e Filosofia da Ciência (6): 63-95, 1984.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagem** – São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, M.A. **Uma abordagem cognitivista ao ensino de física; a teoria de aprendizagem de David Ausubel como sistema de referência para a organização do ensino de ciências**. Porto Alegre: UFRGS, 1983.

MOREIRA, M.A.; MASSONI, N.T. **Epistemologias do século XX**. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária Ltda.,2011.

MOREIRA, M.A.; MASSONI, N.T. **Pesquisa Qualitativa em Educação em Ciências**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

NETO, Henrique Nilsen. **Filosofia da Educação**. São Paulo: Editora Melhoramentos, 1988.

OLIVEIRA, Bernardo Jefferson de. **Francis Bacon e a fundamentação da ciência como tecnologia**. Belo Horizonte: UFMG, 2002.

RIBEIRO, Amanda Gonçalves. "**Medidas de dispersão: variância e desvio padrão**"; Brasil Escola. Disponível em: <<https://brasilescola.uol.com.br/matematica/medidas-dispersao-variancia-desvio-padrao.htm>>. Acesso em 03/11/2019.

SALINAS, Sílvio R.A. **Introdução à Física Estatística**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2013.

SANTOS, A. DE C.K., MOREIRA, M.A. & LEVANDOWSKI, E.C.. **Influência do Instrumento na Avaliação da Aprendizagem Decorrente do Ensino de Laboratório em Física**. Cad. Cat. Ens. Fis., Florianópolis, 3: 122-123, dez. 1986.

VON BAEYER, Hans Christian. **Arco-Íris, flocos de neve, quarks: a física e o mundo que nos rodeia**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1994.

## APÊNDICE A

## Questões para pré-testes e pós-testes.

1. Associamos a existência de calor
  - (A) a qualquer corpo, pois todo corpo possui calor.
  - (B) apenas àqueles corpos que se encontram "quentes".
  - (C) a situações nas quais há, necessariamente, transferência de energia.
  
2. Para se admitir a existência de calor
  - (A) basta um único sistema (corpo).
  - (B) são necessários, pelo menos, dois sistemas.
  - (C) basta um único sistema, mas ele deve estar "quente".
  
3. Calor é
  - (A) energia cinética das moléculas.
  - (B) energia transmitida somente devido a uma diferença de temperaturas.
  - (C) a energia contida em um corpo.
  
4. No interior de um quarto que não tenha sido aquecido ou refrigerado durante vários dias
  - (A) a temperaturas dos objetos de metal é inferior à dos objetos de madeira.
  - (B) a temperatura dos objetos de metal, das cobertas e dos demais objetos é a mesma.
  - (C) nenhum objeto apresenta temperatura.
  
5. Dois cubos metálicos A e B são postos em contato. A está mais "quente" do que B. Ambos estão mais "quentes" do que o ambiente. Após um certo tempo, a temperatura de A e B será
  - (A) igual à temperatura do ambiente
  - (B) igual à temperatura inicial de B
  - (C) uma média entre as temperaturas iniciais de A e B.
  
6. Duas pequenas placas A e B do mesmo metal e da mesma espessura são colocadas no interior de um forno, o qual é fechado e ligado. A massa de A é o dobro da massa de B ( $m_A = 2m_B$ ). Inicialmente as placas e o forno encontram-se todos à mesma temperatura. Muito tempo depois a temperatura de A será
  - (A) o dobro da de B.
  - (B) a metade da de B.
  - (C) a mesma da de B.
  
7. Considere duas esferas idênticas, uma em um forno quente e a outra em uma geladeira. Basicamente em que diferem elas imediatamente após terem sido retiradas do forno e da geladeira respectivamente?
  - (A) Na quantidade de calor contida em cada uma delas.
  - (B) Na temperatura de cada uma delas.
  - (C) Uma delas contém calor e a outra não.
  
8. Duas esferas de mesmo material porém de massas diferentes ficam durante muito tempo em um forno. Ao serem retiradas do forno, são imediatamente colocadas em contato. Nessa situação:



(A) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.

(B) calor contido na esfera de menor massa passa para a de maior massa.

(C) não há transferência de energia na forma de calor entre as esferas.

9. As mesmas esferas da questão anterior são agora deixadas durante muito tempo em uma geladeira. Nessa situação, ao serem retiradas e imediatamente colocadas em contato:

(A) nada acontece, pois todo o calor contido nas esferas foi removido.

(B) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.

(C) não há condições para transferência de energia na forma de calor.

10. A energia interna de um corpo pode ser associada com

(A) calor

(B) energia cinética de átomos e/ou moléculas

(C) energias nuclear forte de átomos e/ou moléculas

11. Complete a seguinte frase

"O aumento de temperatura que você percebe quando esfrega suas mãos é resultado de \_\_\_\_\_ .

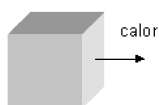
Consequentemente há condução de \_\_\_\_\_ para o interior das mãos, resultando, em função disso, um aumento de \_\_\_\_\_ .

(A) trabalho, calor, energia interna.

(B) calor, energia, temperatura.

(C) trabalho, temperatura, calor.

12. Observando-se a figura e sem dispor de qualquer outra informação, pode-se dizer que necessariamente o cubo A possui, em relação ao meio que o cerca



(A) temperatura mais elevada.

(B) mais energia.

(C) mais calor.

13. Objetos de metal e de plástico são colocados no interior de um *freezer* que se encontra a  $-20^{\circ}\text{C}$ . Depois de alguns dias, pode-se afirmar que a temperatura dos objetos de plástico é

(A) maior que a dos objetos de metal.

(B) menor que a dos objetos de metal.

(C) igual à dos objetos de metal.

14. Ao submetermos uma massa gasosa a um aumento de temperatura, certamente haverá:

(A) aumento de volume, caso a pressão se mantenha constante.

(B) diminuição da pressão, caso o volume se mantenha constante.

(C) aumento da massa sobre quaisquer circunstâncias.

15. Quando uma massa gasosa é aquecida, suas moléculas tendem a

(A) ficar mais agitadas.

(B) ficar mais lentas.

(C) o aquecimento não interfere na agitação das moléculas.

16. Quando uma massa gasosa é resfriada, suas moléculas tendem a

(A) afastar-se umas das outras.

(B) aproximar-se umas das outras.

(C) manter a distância entre elas.

17. Imagine que um balão de ar quente entre em uma região onde ocorra uma queda brusca da temperatura do ar ao seu redor, lá permanecendo. Inexistindo a possibilidade de fornecer energia térmica ao ar localizado no interior do balão, pode-se afirmar que, com o decorrer do tempo:

(A) o balão tende a descer imediatamente.

(B) o balão subirá indefinidamente.

(C) a princípio o balão sobe e, com o passar do tempo, tende a descer.

18. Ao comprimirmos um gás em uma transformação isotérmica,

(A) a distância entre as suas moléculas tendem a aumentar.

(B) a sua temperatura diminui.

(C) o volume ocupado pelo gás diminui.

19. O número de colisões que ocorrem entre as moléculas de um gás e as paredes do recipiente que o contém está relacionado à grandeza

(A) pressão.

(B) volume.

(C) calor.

20. Para que a energia cinética das moléculas de um gás aumente, é necessário que:

(A) a velocidade das moléculas aumente.

(B) a velocidade das moléculas diminua.

(C) a velocidade das moléculas se aproxime de zero.

## APÊNDICE B

## Experimento 1 - LANÇAMENTO DE MOEDAS

Primeira Sequência					
20 lançamentos de 10 moedas					
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1			L11		
L2			L12		
L3			L13		
L4			L14		
L5			L15		
L6			L16		
L7			L17		
L8			L18		
L9			L19		
L10			L20		

	CARA	COROA
Totais		

Questões:

1- Qual a probabilidade teórica de uma moeda justa dar cara? \_\_\_\_\_

2- Juliano lançou quarenta moedas para cima e obteve cara em 16 delas. Tendo por base os lançamentos realizados por Juliano, qual a probabilidade da moeda resultar cara? R.: \_\_\_\_\_

3- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na primeira sequência, qual a probabilidade de se obter, em 20 lançamentos de 10 moedas,

a) 5 caras e 5 coroas? \_\_\_\_\_

b) 6 caras e 4 coroas? \_\_\_\_\_

c) 4 caras e 6 coroas? \_\_\_\_\_

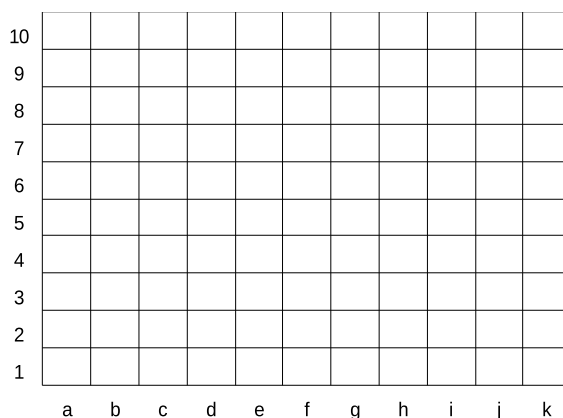
Segunda Sequência					
20 lançamentos de 20 moedas					
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1			L11		
L2			L12		
L3			L13		
L4			L14		
L5			L15		
L6			L16		
L7			L17		
L8			L18		
L9			L19		
L10			L20		

	CARA	COROA
Totais		

4- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na quarta sequência, qual a probabilidade real de se obter, em 20 lançamentos de 20 moedas,

- a) 5 caras e 15 coroas? \_\_\_\_\_ g) 11 caras e 9 coroas? \_\_\_\_\_  
 b) 6 caras e 14 coroas? \_\_\_\_\_ h) 12 caras e 8 coroas? \_\_\_\_\_  
 c) 7 caras e 13 coroas? \_\_\_\_\_ i) 13 caras e 7 coroas? \_\_\_\_\_  
 d) 8 caras e 12 coroas? \_\_\_\_\_ j) 14 caras e 6 coroas? \_\_\_\_\_  
 e) 9 caras e 11 coroas? \_\_\_\_\_ k) 15 caras e 5 coroas? \_\_\_\_\_  
 f) 10 caras e 10 coroas? \_\_\_\_\_

5- Faça o histograma com os dados obtidos na questão anterior:



6- No total, quantas moedas foram lançadas por seu grupo? \_\_\_\_\_

7- Qual foi a probabilidade de se obter cara? \_\_\_\_\_

8- Qual foi a probabilidade de se obter coroa? \_\_\_\_\_

9- O que é possível perceber sobre a probabilidade experimental depois de todos os lançamentos realizados?

---



---

10- Por que os resultados teórico e experimental não são iguais?

---



---

APÊNDICE C  
Experimento 2 - LANÇAMENTO DE DADOS

Sequência – 30 lançamentos de 2 dados							
Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces	Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces
L1				L16			
L2				L17			
L3				L18			
L4				L19			
L5				L20			
L6				L21			
L7				L22			
L8				L23			
L9				L24			
L10				L25			
L11				L26			
L12				L27			
L13				L28			
L14				L29			
L15				L30			

Questões:

1- Um dado calibrado tem 6 faces numeradas de 1 a 6. Todas as faces possuem a mesma chance de aparecer quando o dado é jogado.

Qual é a probabilidade de um dado justo dar 2? \_\_\_\_\_

2- Ao lançar um dado 60 vezes, quais a probabilidade dos lances resultarem em 1? \_\_\_\_\_

3- Quais os possíveis resultados quando lançamos dois dados? Sugestão: escreva sua resposta na forma de par ordenado: (dado1;dado2)

---



---



---

4- Ao lançar simultaneamente 2 dados, qual a probabilidade da soma das faces resultar

a) 2? \_\_\_\_\_

d) 5? \_\_\_\_\_

g) 8? \_\_\_\_\_

j) 11? \_\_\_\_\_

b) 3? \_\_\_\_\_

e) 6? \_\_\_\_\_

h) 9? \_\_\_\_\_

k) 12? \_\_\_\_\_

c) 4? \_\_\_\_\_

f) 7? \_\_\_\_\_

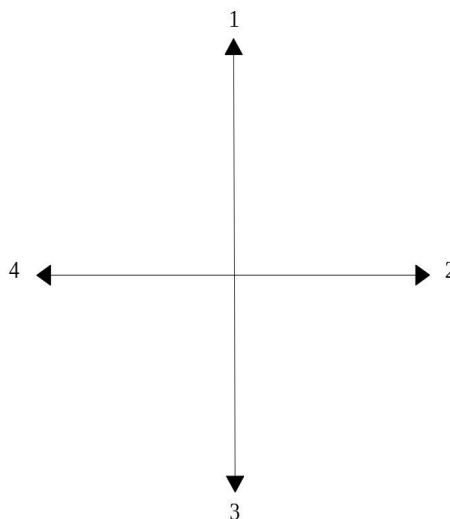
i) 10? \_\_\_\_\_



APÊNDICE D  
Experimento 3 – CAMINHO ALEATÓRIO

Exercício 1 – Caminho aleatório

A partir de um ponto qualquer da folha quadriculada (Anexo), inicie o caminho aleatório (*random walk*) a partir do resultado do dado lançado conforme a figura:



Caso o resultado do lançamento do Dado seja 1, o passo será dado na direção vertical e sentido para cima; caso seja 2, o passo será dado horizontalmente e à direita; caso seja 3, verticalmente para baixo e, em sendo 4, horizontalmente e à esquerda. Caso o resultado seja 5 ou 6, dever-se-á efetuar novamente o lançamento sem que o mesmo seja computado no total de 50 passos.

Exercício 2

Após cada estudante determinar a distância percorrida conforme o desenvolvimento de sua atividade, será preenchida a tabela seguinte de modo que todos os participantes possam contribuir para com o resultado acumulado no desempenho da atividade conjunta.

Tabela conjunta – Caminho Aleatório			
camínhos	abscissa	ordenada	distância
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			



Exercício 3

Após o preenchimento da tabela conjunta com dados do caminho aleatório obtido pelos componentes do grupo de alunos, propõe-se o cálculo das respectivas medidas de dispersão. Utilize as expressões apresentadas na seção **2.2**.

Questão: A partir dos dados obtidos com o preenchimento da tabela da atividade 2 e tendo por base as medidas de distância, determine:

a) a amplitude: \_\_\_\_\_

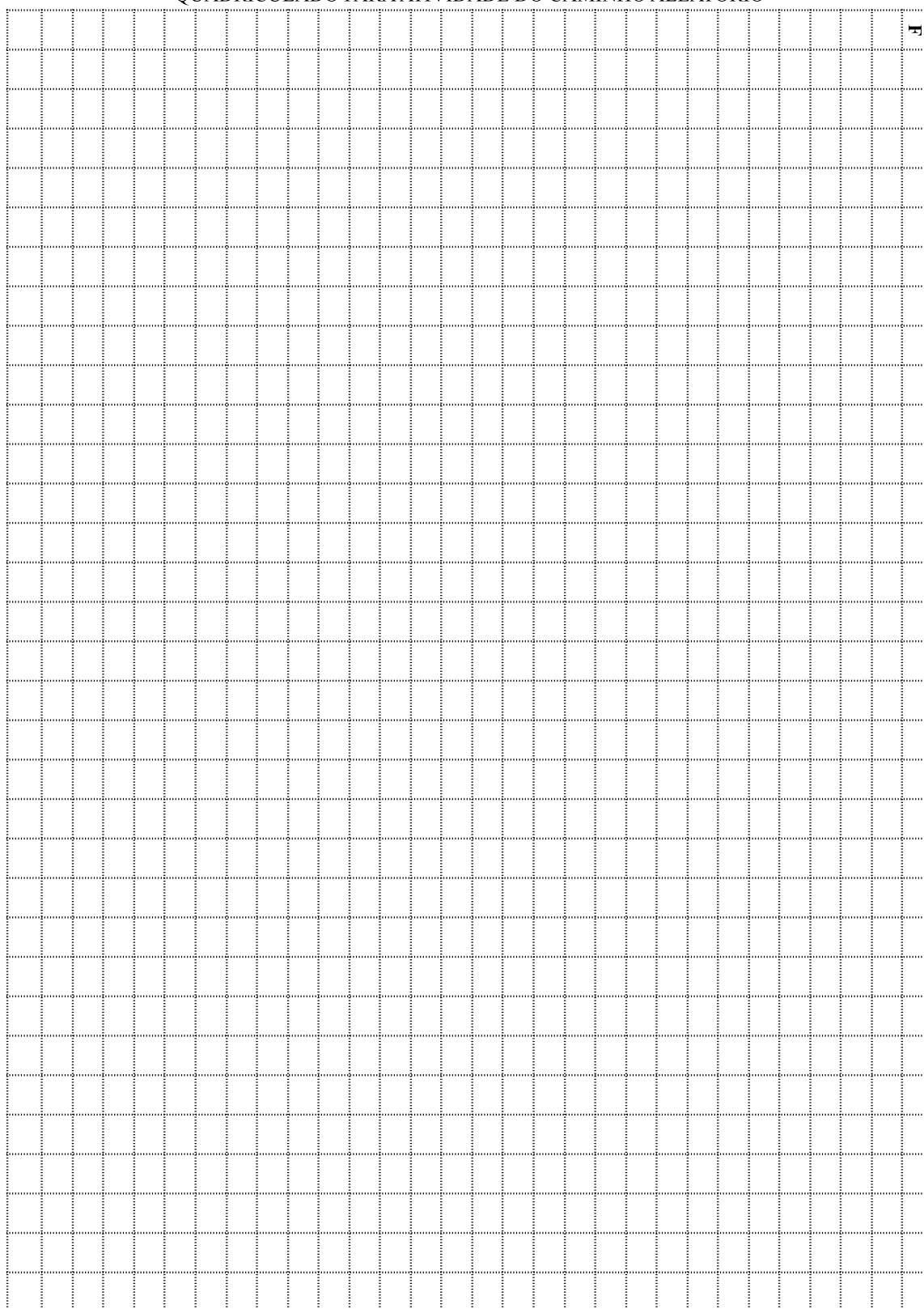
b) a média aritmética: \_\_\_\_\_

c) o desvio: \_\_\_\_\_

d) o desvio padrão: \_\_\_\_\_

e) a variância: \_\_\_\_\_

APÊNDICE E  
QUADRICULADO PARA ATIVIDADE DO CAMINHO ALEATÓRIO





## TESTES CONCEITUAIS

Nome:

Turma: 2<sup>ª</sup> A

Para cada questão a seguir, assinale a alternativa que julgar correta e, em seguida, justifique sua resposta.

1. Associamos a existência de calor

- (A) a qualquer corpo, pois todo corpo possui calor.  
 (B) apenas àqueles corpos que se encontram "quentes".  
 (C) a situações nas quais há, necessariamente, transferência de energia.

Justifique: Quando há transferência de energia entre dois corpos, ocorre aquecimento em um e resfriamento no outro.

2. Para se admitir a existência de calor

- (A) basta um único sistema (corpo).  
 (B) são necessários, pelo menos, dois sistemas.  
 (C) basta um único sistema, mas ele deve estar "quente".

Justifique: Porque para haver transferência de energia, é necessário que haja dois corpos com temperaturas diferentes.

3. Calor é

- (A) energia cinética das moléculas.  
 (B) energia transmitida somente devido a uma diferença de temperaturas.  
 (C) a energia contida em um corpo.

Justifique: É a energia transmitida devido a uma diferença de temperatura.

4. No interior de um quarto que não tenha sido aquecido ou refrigerado durante vários dias

- (A) a temperaturas dos objetos de metal é inferior à dos objetos de madeira.  
 (B) a temperatura dos objetos de metal, das cobertas e dos demais objetos é a mesma.  
 (C) nenhum objeto apresenta temperatura.

Justifique: Porque, após um tempo, todos os objetos atingem a mesma temperatura ambiente.

5. Dois cubos metálicos A e B são postos em contato. A está mais "quente" do que B. Ambos estão mais "quentes" do que o ambiente. Após um certo tempo, a temperatura de A e B será

- (A) igual à temperatura do ambiente  
 (B) igual à temperatura inicial de B  
 (C) uma média entre as temperaturas iniciais de A e B.

Justifique: Porque, após um tempo, ambos os cubos atingem a temperatura ambiente.

6. Duas pequenas placas A e B do mesmo metal e da mesma espessura são colocadas no interior de um forno, o qual é fechado e ligado. A massa de A é o dobro da massa de B ( $m_A = 2m_B$ ). Inicialmente as placas e o forno encontram-se todos à mesma temperatura. Muito tempo depois a temperatura de A será

- (A) o dobro da de B.  
 (B) a metade da de B.  
 (C) a mesma da de B.

Justifique: Porque, após um tempo, ambas as placas atingem a mesma temperatura do forno.

7. Considere duas esferas idênticas, uma em um forno quente e a outra em uma geladeira. Basicamente em que diferem elas imediatamente após terem sido retiradas do forno e da geladeira respectivamente?

- (A) Na quantidade de calor contida em cada uma delas.  
 (B) Na temperatura de cada uma delas.  
 (C) Uma delas contém calor e a outra não.

Justifique: Porque a temperatura de uma é alta e a outra é baixa.

8. Duas esferas de mesmo material porém de massas diferentes ficam durante muito tempo em um forno. Ao serem retiradas do forno, são imediatamente colocadas em contato. Nessa situação,

- (A) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.  
 (B) calor contido na esfera de menor massa passa para a de maior massa.  
 (C) não há transferência de energia na forma de calor entre as esferas.

Justifique: Não há transferência de calor porque ambas as esferas atingiram a mesma temperatura do forno.

9. As mesmas esferas da questão anterior são agora deixadas durante muito tempo em uma geladeira. Nessa situação, ao serem retiradas e imediatamente colocadas em contato:

- (A) nada acontece, pois todo o calor contido nas esferas foi removido.  
 (B) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.  
 (C) não há condições para transferência de energia na forma de calor.

Justifique: Porque, após um tempo, ambas as esferas atingem a mesma temperatura da geladeira.

10. A energia interna de um corpo pode ser associada com

- (A) calor  
 (B) energia cinética de átomos e/ou moléculas  
 (C) energias nuclear forte de átomos e/ou moléculas

Justifique: Porque a energia interna é a soma das energias cinéticas de todos os átomos e moléculas do corpo.

11. Complete a seguinte frase

"O aumento de temperatura que você percebe quando esfrega suas mãos é resultado de trabalho. Consequentemente há condução de calor para o interior das mãos, resultando, em função disso, um aumento de temperatura."

- (A) trabalho, calor, energia interna.  
 (B) calor, energia, temperatura.  
 (C) trabalho, temperatura, calor.

Justifique:

12. Observando-se a figura e sem dispor de qualquer outra informação, pode-se dizer que necessariamente o cubo A possui, em relação ao meio que o cerca



- (A) temperatura mais elevada.
- (B) mais energia.
- (C) mais calor.

Justifique: Por que a temperatura do meio é menor que a do cubo A, pois o calor está sendo adicionado ao cubo.

13. Objetos de metal e de plástico são colocados no interior de um "freezer" que se encontra a  $-20^{\circ}\text{C}$ . Depois de alguns dias, pode-se afirmar que a temperatura dos objetos de plástico é

- (A) maior que a dos objetos de metal.
- (B) menor que a dos objetos de metal.
- (C) igual à dos objetos de metal.

Justifique: Por que a temperatura dos objetos de plástico e metal é a mesma, pois ambos estão em equilíbrio térmico com o freezer.

14. Ao submetermos uma massa gasosa a um aumento de temperatura, certamente haverá:

- (A) aumento de volume, caso a pressão se mantenha constante.
- (B) diminuição da pressão, caso o volume se mantenha constante.
- (C) aumento da massa sobre quaisquer circunstâncias.

Justifique: Por que a massa do gás não muda com a temperatura.

15. Quando uma massa gasosa é aquecida, suas moléculas tendem a

- (A) ficar mais agitadas.
- (B) ficar mais lentas.
- (C) o aquecimento não interfere na agitação das moléculas.

Justifique: Por que as moléculas ficam mais agitadas quando o gás é aquecido.

16. Quando uma massa gasosa é resfriada, suas moléculas tendem a

- (A) afastar-se umas das outras.
- (B) aproximar-se umas das outras.
- (C) manter a distância entre elas.

Justifique: Por que as moléculas se afastam quando o gás é resfriado.

17. Imagine que um balão de ar quente entre em uma região onde ocorra uma queda brusca da temperatura do ar ao seu redor, lá permanecendo. Inexistindo a possibilidade de fornecer energia térmica ao ar localizado no interior do balão, pode-se afirmar que, com o decorrer do tempo:

- (A) o balão tende a descer imediatamente.
- (B) o balão subirá indefinidamente.
- (C) a princípio o balão sobe e, com o passar do tempo, tende a descer.

Justifique: Por que o balão sube inicialmente devido à expansão do ar quente, mas tende a descer porque não recebe energia para se manter quente.

18. Ao comprimirmos um gás em uma transformação isotérmica,

- (A) a distância entre as suas moléculas tendem a aumentar.
- (B) a sua temperatura diminui.
- (C) o volume ocupado pelo gás diminui.

Justifique: Por que a temperatura do gás permanece constante durante uma transformação isotérmica.

19. O número de colisões que ocorrem entre as moléculas de um gás e as paredes do recipiente que o contém está relacionado à grandeza

- (A) pressão.
- (B) volume.
- (C) calor.

Justifique: Por que a pressão do gás está relacionada ao número de colisões das moléculas com as paredes do recipiente.

20. Para que a energia cinética das moléculas de um gás aumente é necessário que:

- (A) a velocidade das moléculas aumente.
- (B) a velocidade nas moléculas diminua.
- (C) a velocidade das moléculas se aproxime de zero.

Justifique: Por que a energia cinética das moléculas aumenta com o aumento da velocidade.

188

## TESTES CONCEITUAIS

Nome:

Turma: 2ª A

Para cada questão a seguir, assinale a alternativa que julgar correta e, em seguida, justifique sua resposta.

1. Associamos a existência de calor

- (A) a qualquer corpo, pois todo corpo possui calor.  
 (B) apenas àqueles corpos que se encontram "quentes".  
 (C) a situações nas quais há, necessariamente, transferência de energia.

Justifique: Por que se encontram em temperaturas um pouco mais elevadas que os demais corpos.

2. Para se admitir a existência de calor

- (A) basta um único sistema (corpo).  
 (B) são necessários, pelo menos, dois sistemas.  
 (C) basta um, único sistema, mas ele deve estar "quente".

Justifique: Por que um corpo sempre existe calor.

3. Calor é

- (A) energia cinética das moléculas.  
 (B) energia transmitida somente devido a uma diferença de temperaturas.  
 (C) a energia contida em um corpo.

Justifique: Tanto que pelo toque pode se perceber qual é a temperatura do corpo.

4. No interior de um quarto que não tenha sido aquecido ou refrigerado durante vários dias

- (A) a temperatura dos objetos de metal é inferior à dos objetos de madeira.  
 (B) a temperatura dos objetos de metal, das cobertas e dos demais objetos é a mesma.  
 (C) nenhum objeto apresenta temperatura.

Justifique: Por não ter tempo para durante vários dias no quarto.

5. Dois cubos metálicos A e B são postos em contato. A está mais "quente" do que B. Ambos estão mais "quentes" do que o ambiente. Após um certo tempo, a temperatura de A e B será

- (A) igual à temperatura do ambiente.  
 (B) igual à temperatura inicial de B.  
 (C) uma média entre as temperaturas iniciais de A e B.

Justifique: Por, pelo tempo que ficar no lugar ficará a temperatura idêntica ao ambiente.

6. Duas pequenas placas A e B do mesmo metal e da mesma espessura são colocadas no interior de um forno, o qual é fechado e ligado. A massa de A é o dobro da massa de B ( $m_A = 2m_B$ ). Inicialmente as placas e o forno encontram-se todos à mesma temperatura. Muito tempo depois a temperatura de A será

- (A) o dobro da de B.  
 (B) a metade da de B.  
 (C) a mesma da de B.

Justifique: Por estarem no mesmo ambiente.

7. Considere duas esferas idênticas, uma em um forno quente e a outra em uma geladeira. Basicamente em que diferem elas imediatamente após terem sido retiradas do forno e da geladeira respectivamente?

- (A) Na quantidade de calor contida em cada uma delas.  
 (B) Na temperatura de cada uma delas.  
 (C) Uma delas contém calor e a outra não.

Justifique: Por estarem em ambientes diferentes.

8. Duas esferas de mesmo material porém de massas diferentes ficam durante muito tempo em um forno. Ao serem retiradas do forno, são imediatamente colocadas em contato. Nessa situação,

- (A) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.  
 (B) calor contido na esfera de menor massa passa para a de maior massa.  
 (C) não há transferência de energia na forma de calor entre as esferas.

Justifique: Por uma é mais forte que a outra.

9. As mesmas esferas da questão anterior são agora deixadas durante muito tempo em uma geladeira. Nessa situação, ao serem retiradas e imediatamente colocadas em contato:

- (A) nada acontece, pois todo o calor contido nas esferas foi removido.  
 (B) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.  
 (C) não há condições para transferência de energia na forma de calor.

Justifique: Por, nessa situação a maior passa para menor.

10. A energia interna de um corpo pode ser associada com

- (A) calor  
 (B) energia cinética de átomos e/ou moléculas  
 (C) energias nuclear forte de átomos e/ou moléculas

Justifique: \_\_\_\_\_

11. Complete a seguinte frase

"O aumento de temperatura que você percebe quando esfrega suas mãos é resultado de calor. Consequentemente há condução de energia para o interior das mãos, resultando, em função disso, um aumento de temperatura."

- (A) trabalho, calor, energia interna.  
 (B) calor, energia, temperatura.  
 (C) trabalho, temperatura, calor.

Justifique: \_\_\_\_\_

12. Observando-se a figura e sem dispor de qualquer outra informação, pode-se dizer que necessariamente o cubo A possui, em relação ao meio que o cerca



- (A) temperatura mais elevada.  
 (B) mais energia.  
 (C) mais calor.

Justifique: Estando rodeado de calor o cubo tende a ficar com mais calor.

13. Objetos de metal e de plástico são colocados no interior de um "freezer" que se encontra a  $-20^{\circ}\text{C}$ . Depois de alguns dias, pode-se afirmar que a temperatura dos objetos de plástico é

- (A) maior que a dos objetos de metal.  
 (B) menor que a dos objetos de metal.  
 (C) igual à dos objetos de metal.

Justifique: Dois objetos de metal ficam com a mesma temperatura mas o plástico do plástico por ser metal.

14. Ao submetemos uma massa gasosa a um aumento de temperatura, certamente haverá:

- (A) aumento de volume, caso a pressão se mantenha constante.  
 (B) diminuição da pressão, caso o volume se mantenha constante.  
 (C) aumento da massa sobre quaisquer circunstâncias.

Justifique:

15. Quando uma massa gasosa é aquecida, suas moléculas tendem a

- (A) ficar mais agitadas.  
 (B) ficar mais lentas.  
 (C) o aquecimento não interfere na agitação das moléculas.

Justifique: pelos seu aquecimento um antecipadamente

16. Quando uma massa gasosa é resfriada, suas moléculas tendem a

- (A) afastar-se umas das outras.  
 (B) aproximar-se umas das outras.  
 (C) manter a distância entre elas.

Justifique:

17. Imagine que um balão de ar quente entre em uma região onde ocorra uma queda brusca da temperatura do ar ao seu redor, lá permanecendo. Inexistindo a possibilidade de fornecer energia térmica ao ar localizado no interior do balão, pode-se afirmar que, com o decorrer do tempo:

- (A) o balão tende a descer imediatamente.  
 (B) o balão subirá indefinidamente.  
 (C) a princípio o balão sobe e, com o passar do tempo, tende a descer.

Justifique: O balão fica subindo e descendo a temperatura

18. Ao comprimirmos um gás em uma transformação isotérmica,

- (A) a distância entre as suas moléculas tendem a aumentar.  
 (B) a sua temperatura diminui.  
 (C) o volume ocupado pelo gás diminui.

Justifique:

19. O número de colisões que ocorrem entre as moléculas de um gás e as paredes do recipiente que o contém está relacionado à grandeza

- (A) pressão.  
 (B) volume.  
 (C) calor.

Justifique:

20. Para que a energia cinética das moléculas de um gás aumente é necessário que:

- (A) a velocidade das moléculas aumente.  
 (B) a velocidade nas moléculas diminua.  
 (C) a velocidade das moléculas se aproxime de zero.

Justifique:

(7/1/20) 2

Experimento 1 - LANCAMENTO DE MOEDAS

Primeira Sequência			Segunda Sequência		
20 lançamentos de 10 moedas			20 lançamentos de 20 moedas		
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1	4	6	L1	12	8
L2	1	9	L2	9	11
L3	5	5	L3	10	10
L4	3	7	L4	11	9
L5	5	5	L5	14	6
L6	6	4	L6	10	10
L7	2	8	L7	12	8
L8	6	4	L8	8	12
L9	5	5	L9	12	8
L10	4	6	L10	12	8
L11	3	7	L11	10	10
L12	7	3	L12	10	10
L13	5	5	L13	10	10
L14	4	6	L14	9	11
L15	8	2	L15	14	6
L16	5	5	L16	11	9
L17	5	5	L17	12	8
L18	7	3	L18	10	10
L19	6	4	L19	8	12
L20	5	5	L20	8	12
TOTAIS	96	104	TOTAIS	212	188



Componentes:

## QUESTIONAMENTOS DIDÁTICOS

1- Qual a probabilidade teórica de uma moeda justa dar cara? 50%

2- Juliano lançou quarenta moedas para cima e obteve cara em 16 delas. Tendo por base os lançamentos realizados por Juliano, qual a probabilidade experimental da moeda dar cara no experimento por ele realizado?

R.  $\frac{16}{40} = \frac{40}{100} = 40\%$

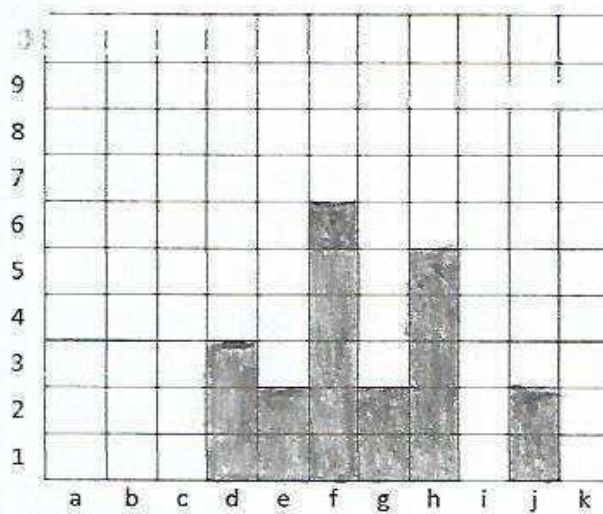
3- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na primeira sequência, qual a probabilidade real de se obter, em 20 lançamentos de 10 moedas,

- a) 5 caras e 5 coroas? 7 em 20 lançamentos de 10 moedas  
b) 6 caras e 4 coroas? 3 em 20 lançamentos de 10 moedas  
c) 4 caras e 6 coroas? 3 em 20 lançamentos de 10 moedas

4- De acordo com os lançamentos realizados por seu grupo na segunda sequência, qual a probabilidade real de se obter, em 20 lançamentos de 20 moedas

- a) 5 caras e 15 coroas? 0  
b) 6 caras e 14 coroas? 0  
c) 7 caras e 13 coroas? 0  
d) 8 caras e 12 coroas? 3 em 20  
e) 9 caras e 11 coroas? 2 em 20  
f) 10 caras e 10 coroas? 6 em 20  
g) 11 caras e 9 coroas? 2 em 20  
h) 12 caras e 8 coroas? 3 em 20  
i) 13 caras e 7 coroas? 0  
j) 14 caras e 6 coroas? 2 em 20  
k) 15 caras e 5 coroas? 0

- Faça o histograma com os dados obtidos na questão anterior:



6- No total, quantas moedas foram lançadas por seu grupo?  $400+200=600$

7- Qual a probabilidade real de se obter cara?  $50\%$

8- Qual a probabilidade real de se obter coroa?  $50\%$

9 - O que é possível perceber sobre a probabilidade experimental depois de todos os lançamentos realizados?

A quantidade de caras e coroas que podem dar em lançamentos diferentes.

10- Por que os resultados teórico e experimental não são iguais?

Por que são "chutes" são números superiores pela situação dada pelos termos qual o resultado real.

11- O que se pode esperar dos resultados ao aumentarmos a quantidade de lançamentos de moedas? (utilize o simulador)

que as diferentes divisões de números que ainda mais serem, ou seja, em um instante.

(7/20/10) 4

Experimento 1 - LANÇAMENTO DE MOEDAS (E.A.)

Primeira Sequência			Segunda Sequência		
20 lançamentos de 10 moedas			20 lançamentos de 20 moedas		
Lançamentos	CARA	COROA	Lançamentos	CARA	COROA
L1	4	6	L1	8	12
L2	2	8	L2	5	15
L3	3	7	L3	10	10
L4	5	5	L4	9	11
L5	3	7	L5	13	7
L6	8	2	L6	16	4
L7	4	6	L7	12	8
L8	2	8	L8	7	13
L9	7	3	L9	10	10
L10	4	6	L10	11	9
L11	8	2	L11	8	12
L12	6	4	L12	13	7
L13	5	5	L13	2	18
L14	2	8	L14	11	9
L15	7	3	L15	10	10
L16	5	5	L16	13	7
L17	9	1	L17	11	9
L18	8	2	L18	12	8
L19	4	6	L19	10	10
L20	3	7	L20	11	9
TOTAIS	99	103	TOTAIS	202	198

3- De acordo com os lançamentos idealizados na primeira sequência, qual a probabilidade de se obter, em 20 lançamentos de 10 moedas,

a) 5 caras e 5 coroas?  $\frac{1}{10}$

b) 6 caras e 4 coroas?  $\frac{1}{20}$

c) 4 caras e 6 coroas?  $\frac{1}{20}$

4- De acordo com os lançamentos idealizados na segunda sequência, qual a probabilidade de se obter, em 20 lançamentos de 20 moedas,

a) 5 caras e 15 coroas?  $\frac{1}{20}$

g) 11 caras e 9 coroas?  $\frac{1}{20}$

b) 6 caras e 14 coroas?  $\frac{3}{20}$

h) 12 caras e 8 coroas?  $\frac{3}{20}$

c) 7 caras e 13 coroas?  $\frac{6}{20}$

i) 13 caras e 7 coroas?  $\frac{1}{20}$

d) 8 caras e 12 coroas?  $0$

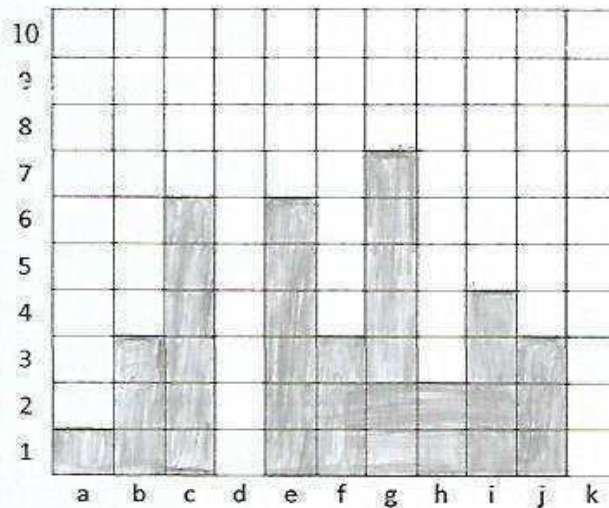
j) 14 caras e 6 coroas?  $\frac{3}{20}$

e) 9 caras e 11 coroas?  $\frac{6}{20}$

k) 15 caras e 5 coroas?  $0$

f) 10 caras e 10 coroas?  $\frac{1}{20}$

5- Faça o histograma com os dados obtidos na questão anterior:



## Experimento 2 - LANÇAMENTO DE DADOS

Componentes: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Primeira Sequência			
30 lançamentos de 2 dados			
Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces
L1	4	1	5 ✓
L2	3	3	6 ✓
L3	1	2	3 ✓
L4	6	6	12
L5	6	6	12
L6	2	2	4 ✓
L7	4	1	5 ✓
L8	4	4	8 ✓
L9	5	1	6 ✓
L10	6	1	7 ✓
L11	6	1	7 ✓
L12	4	2	6 ✓
L13	2	1	3 ✓
L14	4	6	10
L15	4	1	5 ✓
L16	4	2	6 ✓
L17	1	3	4 ✓
L18	3	5	8 ✓
L19	3	1	4 ✓
L20	3	1	4 ✓
L21	2	1	3 ✓
L22	6	6	12
L23	6	5	11
L24	5	2	7 ✓
L25	6	4	10
L26	6	3	9 ✓
L27	4	1	5 ✓
L28	6	1	7 ✓
L29	5	6	11
L30	5	3	8 ✓

1- Um dado calibrado tem 6 faces numeradas de 1 a 6. Todas as faces possuem a mesma chance de aparecer quando o dado é jogado.

Qual é a probabilidade teórica de um dado justo dar 2?  $\frac{1}{6}$

2- Ao lançar um dado 60 vezes, teoricamente, quantos lances podem resultar em 1? 10

3- Quais os possíveis resultados quando lançamos dois dados? (Sugestão: escreva sua resposta na forma de par ordenado: (dado1;dado2))

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

3- Ao lançar simultaneamente 2 dados, qual a probabilidade teórica da soma das faces resultar

a) 2?  $\frac{1}{36}$

d) 5?  $\frac{4}{36}$

g) 8?  $\frac{5}{36}$

j) 11?  $\frac{2}{36}$

b) 3?  $\frac{2}{36}$

e) 6?  $\frac{5}{36}$

h) 9?  $\frac{4}{36}$

k) 12?  $\frac{1}{36}$

c) 4?  $\frac{3}{36}$

f) 7?  $\frac{6}{36}$

i) 10?  $\frac{3}{36}$

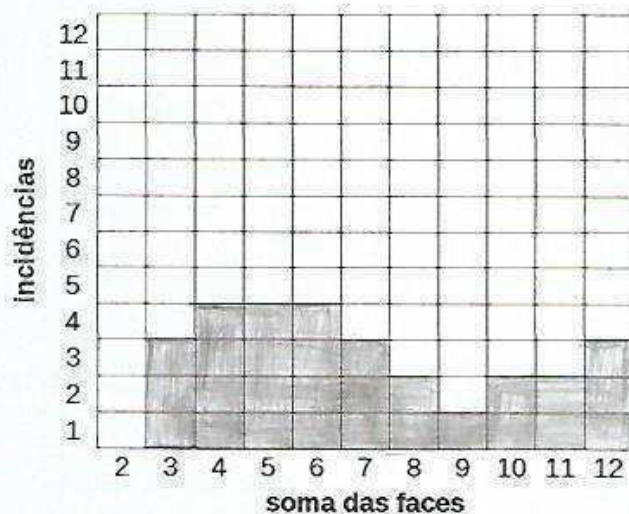
Considere os lançamentos de dados realizados por seu grupo na primeira sequência:

4- Qual somatório de faces ocorreu mais vezes? 6

5- Qual somatório de faces ocorreu menos vezes? 2

6- Qual é o valor médio obtido a partir da soma das faces dos dados lançados? 6,9

7- Faça o histograma dos lançamentos obtidos com a tabela da primeira sequência:



Grupo I

Experimento 2 - LANÇAMENTO DE DADOS (E.A.)

Primeira Sequência			
30 lançamentos de 2 dados			
Lançamentos	Dado 1	Dado 2	Soma das faces
L1	6	6	12
L2	6	5	11
L3	5	4	9
L4	5	5	10
L5	5	5	10
L6	5	3	8
L7	4	2	6
L8	4	2	6
L9	3	5	8
L10	6	6	12
L11	5	5	10
L12	3	6	9
L13	2	2	4
L14	1	5	6
L15	5	6	11
L16	2	3	5
L17	6	1	7
L18	6	2	8
L19	1	6	7
L20	5	6	11
L21	2	6	8
L22	2	1	3
L23	1	6	7
L24	6	6	12
L25	5	6	11
L26	3	3	6
L27	1	1	2
L28	5	4	9
L29	2	3	5
L30	2	2	4

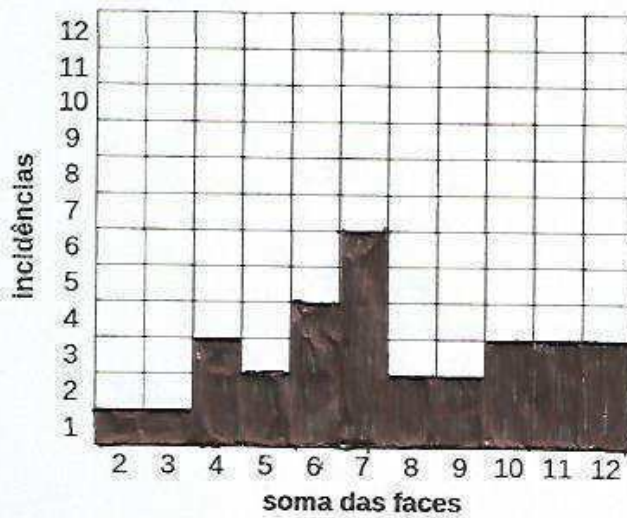
Considere os lançamentos de dados realizados por seu grupo na primeira sequência:

4- Qual somatório de faces ocorreu mais vezes? 7

5- Qual somatório de faces ocorreu menos vezes? 3/2/11

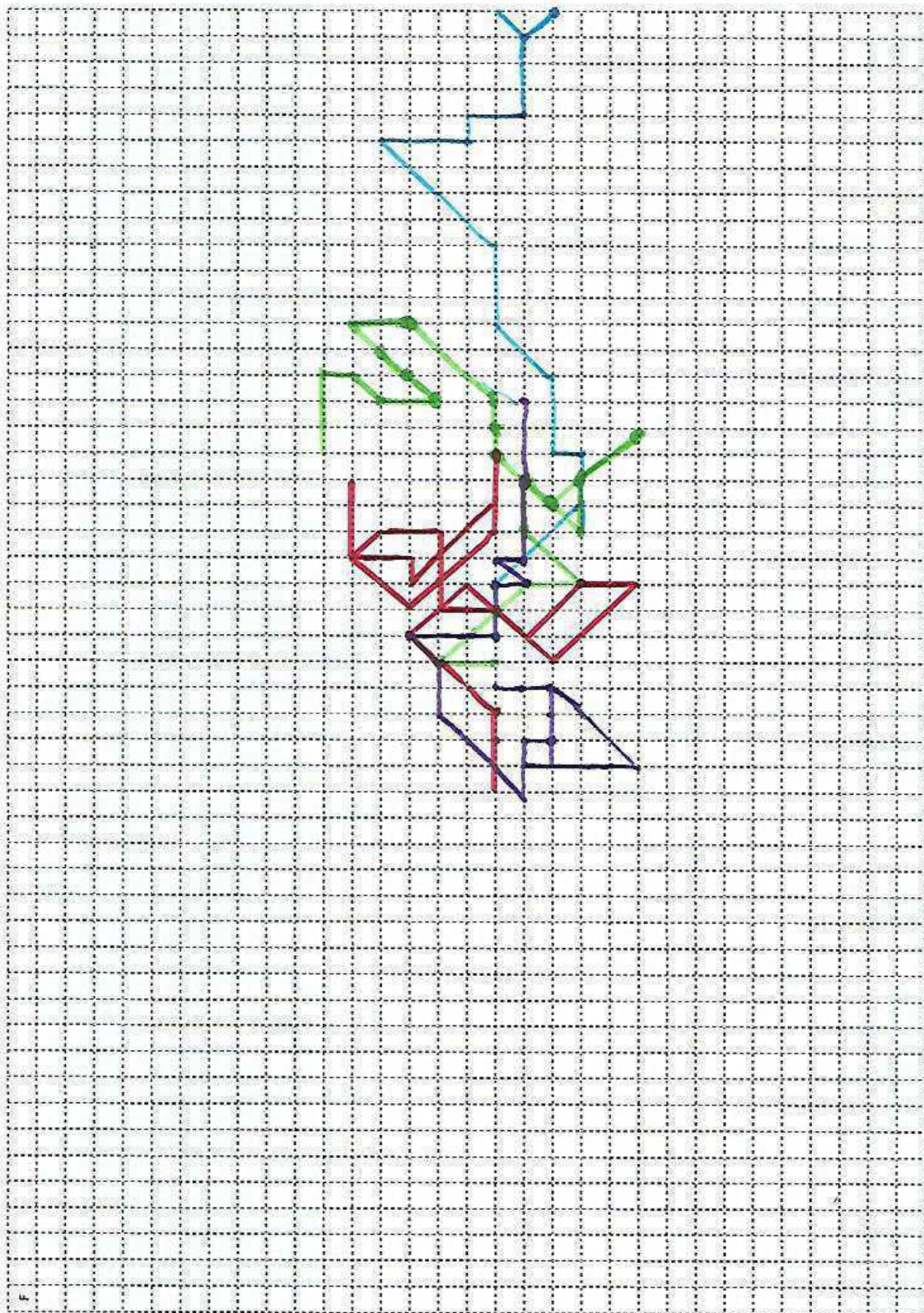
6- Qual é o valor médio obtido a partir da soma das faces dos dados lançados? 7

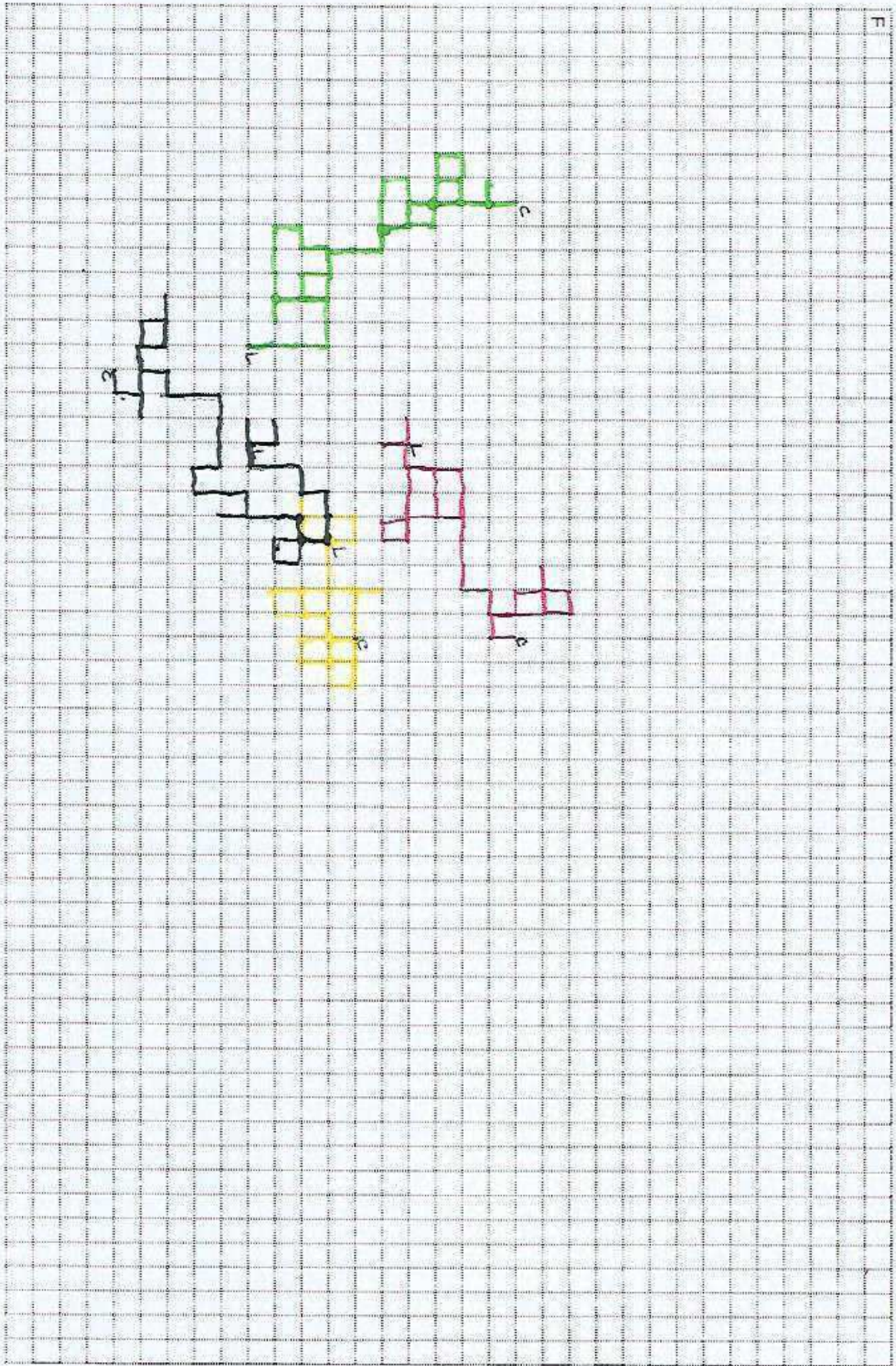
7- Faça o histograma dos lançamentos obtidos com a tabela da primeira sequência:





GRUPO 2





## TESTES CONCEITUAIS (pós-testes)

Nome: \_\_\_\_\_

Turma: 2<sup>o</sup> A

Para cada questão a seguir, assinale a alternativa que julgar correta e, em seguida, justifique sua resposta.

1. Associamos a existência de calor

- (A) a qualquer corpo, pois todo corpo possui calor.  
 (B) apenas àqueles corpos que se encontram "quentes".  
(C) a situações nas quais há, necessariamente, transferência de energia.

Justifique: por que todo corpo tem uma temperatura

2. Para se admitir a existência de calor

- (A) basta um único sistema (corpo).  
(B) são necessários, pelo menos, dois sistemas.  
(C) basta um, único sistema, mas ele deve estar "quente".

Justifique: o termômetro que quando começa a aquecer

3. Calor é

- (A) energia cinética das moléculas.  
(B) energia transmitida somente devido a uma diferença de temperaturas.  
(C) a energia contida em um corpo.

Justifique: por que o trabalho entre as moléculas produz calor

4. No interior de um quarto que não tenha sido aquecido ou refrigerado durante vários dias

- (A) a temperatura dos objetos de metal é inferior à dos objetos de madeira.  
(B) a temperatura dos objetos de metal, das cobertas e dos demais objetos é a mesma.  
(C) nenhum objeto apresenta temperatura.

Justifique: o metal tem mais conservação de temperatura

5. Dois cubos metálicos A e B são postos em contato. A está mais "quente" do que B. Ambos estão mais "quentes" do que o ambiente. Após um certo tempo, a temperatura de A e B será

- (A) igual à temperatura do ambiente.  
(B) igual à temperatura inicial de B.  
 (C) uma média entre as temperaturas iniciais de A e B.

Justifique: a temperatura com o tempo vai ficando a média dos objetos

6. Duas pequenas placas A e B do mesmo metal e da mesma espessura são colocadas no interior de um forno, o qual é fechado e ligado. A massa de A é o dobro da massa de B ( $m_A = 2m_B$ ). Inicialmente as placas e o forno encontram-se todos à mesma temperatura. Muito tempo depois a temperatura de A será

- (A) o dobro da de B.  
(B) a metade da de B.  
(C) a mesma da de B.

Justifique: \_\_\_\_\_

7. Considere duas esferas idênticas, uma em um forno quente e a outra em uma geladeira. Basicamente em que diferem elas imediatamente após terem sido retiradas do forno e da geladeira respectivamente?

- (A) Na quantidade de calor contida em cada uma delas.  
(B) Na temperatura de cada uma delas.  
(C) Uma delas contém calor e a outra não.

Justifique: \_\_\_\_\_

8. Duas esferas de mesmo material porém de massas diferentes ficam durante muito tempo em um forno. Ao serem retiradas do forno, são imediatamente colocadas em contato. Nessa situação,

- (A) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.  
(B) calor contido na esfera de menor massa passa para a de maior massa.  
(C) não há transferência de energia na forma de calor entre as esferas.

Justifique: \_\_\_\_\_

9. As mesmas esferas da questão anterior são agora deixadas durante muito tempo em uma geladeira. Nessa situação, ao serem retiradas e imediatamente colocadas em contato:

- (A) nada acontece, pois todo o calor contido nas esferas foi removido.  
(B) calor contido na esfera de maior massa passa para a de menor massa.  
(C) não há condições para transferência de energia na forma de calor.

Justifique: \_\_\_\_\_

10. A energia interna de um corpo pode ser associada com

- (A) calor  
(B) energia cinética de átomos e/ou moléculas  
(C) energias nuclear forte de átomos e/ou moléculas

Justifique: \_\_\_\_\_

11. Complete a seguinte frase

"O aumento de temperatura que você percebe quando esfrega suas mãos é resultado de \_\_\_\_\_ . Conseqüentemente há condução de \_\_\_\_\_ para o interior das mãos, resultando, em função disso, um aumento de \_\_\_\_\_"

- (A) trabalho, calor, energia interna.  
(B) calor, energia, temperatura.  
(C) trabalho, temperatura, calor.

Justifique: \_\_\_\_\_

12. Observando-se a figura e sem dispor de qualquer outra informação, pode-se dizer que necessariamente o cubo A possui, em relação ao meio que o cerca



- (A) temperatura mais elevada.
- (B) mais energia.
- (C) mais calor.

Justifique:

13. Objetos de metal e de plástico são colocados no interior de um "freezer" que se encontra a  $-20^{\circ}\text{C}$ . Depois de alguns dias, pode-se afirmar que a temperatura dos objetos de plástico é

- (A) maior que a dos objetos de metal.
- (B) menor que a dos objetos de metal.
- (C) igual à dos objetos de metal.

Justifique:

14. Ao submetermos uma massa gasosa a um aumento de temperatura, certamente haverá:

- (A) aumento de volume, caso a pressão se mantenha constante.
- (B) diminuição da pressão, caso o volume se mantenha constante.
- (C) aumento da massa sobre quaisquer circunstâncias.

Justifique:

15. Quando uma massa gasosa é aquecida, suas moléculas tendem a

- (A) ficar mais agitadas.
- (B) ficar mais lentas.
- (C) o aquecimento não interfere na agitação das moléculas.

Justifique:

16. Quando uma massa gasosa é resfriada, suas moléculas tendem a

- (A) afastar-se umas das outras.
- (B) aproximar-se umas das outras.
- (C) manter a distância entre elas.

Justifique:

17. Imagine que um balão de ar quente entre em uma região onde ocorra uma queda brusca da temperatura do ar ao seu redor, lá permanecendo. Inexistindo a possibilidade de fornecer energia térmica ao ar localizado no interior do balão, pode-se afirmar que, com o decorrer do tempo:

- (A) o balão tende a descer imediatamente.
- (B) o balão subirá indefinidamente.
- (C) a princípio o balão sobe e, com o passar do tempo, tende a descer.

Justifique:

18. Ao comprimirmos um gás em uma transformação isotérmica,

- (A) a distância entre as suas moléculas tendem a aumentar.
- (B) a sua temperatura diminui.
- (C) o volume ocupado pelo gás diminui.

Justifique:

19. O número de colisões que ocorrem entre as moléculas de um gás e as paredes do recipiente que o contém está relacionado à grandeza

- (A) pressão.
- (B) volume.
- (C) calor.

Justifique:

20. Para que a energia cinética das moléculas de um gás aumente é necessário que:

- (A) a velocidade das moléculas aumente.
- (B) a velocidade nas moléculas diminua.
- (C) a velocidade das moléculas se aproxime de zero.

Justifique: