



Ministério da Educação  
Universidade Federal de Ouro Preto - Escola de Minas  
Departamento de Engenharia de Minas



## **ESPESSAMENTO E FILTRAGEM**

**Maria Lúcia M. de Oliveira,  
José Aurélio Medeiros da Luz,  
Carla Maria Mendes Lacerda**

Departamento de Engenharia de Minas  
Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto

Ouro Preto, setembro de 2004

## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	4
2. FENOMENOS DE SUPERFÍCIE.....	7
2.1. Aspectos Teóricos .....	7
2.2. Coagulação e Flocculação.....	16
2.3. Polímeros Sintéticos .....	22
2.4. Mecanismos de Adsorção dos Flocculantes.....	26
2.5. Mecanismos de Flocculação.....	27
2.6. Queda livre em meio viscoso .....	30
a) O número de Reynolds .....	31
b) As equações de Stokes e Newton .....	32
c) Influência da rugosidade da superfície na velocidade de sedimentação .....	35
d) A força de arraste.....	36
e) Erros em nomenclatura .....	40
f) O efeito parede .....	40
g) Sedimentação estorvada (ou retardada).....	42
3. ESPESSAMENTO .....	44
3.1. Descrição do equipamento .....	45
3.2. Mecanismo do espessamento – fundamentos e fenômenos envolvidos .....	47
3.3. Dimensionamento de espessadores .....	55
a) Dimensionamento da zona de clarificação .....	57
b) Dimensionamento da zona de espessamento .....	59
3.4. Prática operacional .....	63
3.5. Espessadores de alta capacidade .....	66
4. FILTRAGEM .....	76
4.1. Tipos de Filtro .....	80
a) Filtros Tambor .....	80
b) Filtro de Disco .....	83

c) Filtro Plano .....	85
d) Filtro de Correia .....	86
e) Filtro Prensa.....	89
4.2. Mecanismos de filtração .....	90
4.3. Meios filtrantes.....	104
4.4. Dimensionamento e Projeto de Instalações.....	110
4.5. Prática operacional .....	116
5. BIBLIOGRAFIA.....	118
ANEXO I .....	119
ANEXO II .....	122

## 1. INTRODUÇÃO

A importância dos sistemas de separação sólido-líquido nas operações de processamento mineral tem crescido rapidamente. Entre os exemplos de aplicação dessa separação podem ser ressaltados os processos hidrometalúrgicos do zinco, alumínio, níquel, magnésio e de outros metais não ferrosos. O processamento de minérios com baixos teores dos elementos de interesse e liberação em distribuição granulométrica fina têm também contribuído com o aumento da necessidade de separar sólidos de suspensões líquidas. Um outro fator importante que tem atuado no sentido de aumentar as aplicações da separação sólido-líquido é o rigor das leis de proteção ambiental que, freqüentemente, limitam as condições para o lançamento de efluentes industriais no meio ambiente. Em função de todos esses fatores tem sido verificada uma elevação na porcentagem do custo total de uma planta de processamento mineral relacionada com os sistemas de separação sólido-líquido.

As técnicas normalmente utilizadas para a separação sólido-líquido são a secagem, a centrifugação, a filtração e a sedimentação por gravidade (espessamento e clarificação), sendo essas duas últimas as de maior utilização dentro do processamento mineral. A escolha da técnica mais adequada dependerá, principalmente, das características do material a ser processado, do tipo de serviço, das características de sedimentação e da velocidade de formação da torta.

A sedimentação é mais eficiente em situações onde existe uma grande diferença entre as densidades do líquido e das partículas. Essa situação ocorre na grande maioria dos processos minerais onde o líquido é usualmente a água. Entretanto, nos processos hidrometalúrgicos muitas vezes a fase líquida é um licor, contendo elevadas concentrações de metais dissolvidos, cuja densidade se aproxima das dos sólidos. Nessas circunstâncias o espessamento se torna extremamente ineficiente sendo usualmente aplicada a filtração.

A separação sólido-líquido nos processos hidrometalúrgicos é usualmente realizada através de uma combinação entre os dois métodos anteriormente mencionados, ou seja, espessamento e filtração. Uma quantidade significativa de água é removida por sedimentação ou espessamento produzindo uma polpa espessada com concentração de sólidos por peso da ordem de 55 a 65%, podendo, em alguns casos chegar a 80%. Para obtenção de uma torta úmida com 80 a 90% de sólidos, o produto espessado é filtrado. A torta poderá então ser submetida a um processamento térmico para atingir uma concentração de sólidos em peso em torno de 95%.

Diversos fatores podem influenciar o projeto e a operação dos sistemas de separação sólido-líquido. Dentre eles se destacam:

- **distribuição granulométrica dos sólidos** – esse fator tem um efeito significativo sobre o desempenho das operações de separação sólido-líquido. Usualmente, quanto mais fino o material, pior o desempenho dessas operações;
- **forma das partículas** – partículas com formas próximas às das esferas usualmente apresentam melhor desempenho na separação das suspensões. Assim, partículas lamelares ou aciculares tendem a apresentar problemas na separação reduzindo a velocidade de filtração ou ainda acarretando o cegamento do meio filtrante;
- **características da superfície das partículas** – essas características têm grande influência na escolha dos reagentes auxiliares, tipo flocculantes;
- **concentração de sólidos na polpa** – nas operações de filtração observa-se que quanto maior a concentração de sólidos na polpa, melhor será o desempenho e a produção e, conseqüentemente, menores serão os custos envolvidos. Nas operações de espessamento o efeito da concentração de sólidos na polpa dependerá da utilização de reagentes flocculantes, uma vez que a estrutura dos flocos depende da percentagem de sólidos da polpa onde é formado;
- **presença de lamas** – as lamas apresentam elevada superfície específica e se dispersam apresentando um movimento browniano<sup>1</sup> que dificulta sua sedimentação. Em função disso, são adicionados agentes agregantes que ajudam a aumentar a taxa de sedimentação ou de filtração;
- **viscosidade do líquido e temperatura da polpa** – a viscosidade de um fluido aumenta com a redução da temperatura e acarreta uma diminuição nas taxas de sedimentação e de filtração;

---

<sup>1</sup> Agitação irregular, rápida e contínua, em todas as direções, das partículas suspensas em um meio fluido qualquer, dependendo do valor da temperatura. A causa desse fenômeno, evidenciado em 1827 pelo botânico inglês Robert Brown (1773-1858), é devida ao choque que as partículas recebem das moléculas do fluido, as quais, por sua vez, estão animadas do movimento mais desordenado e complexo possível.

- **presença de sais dissolvidos** – a presença de sais dissolvidos influenciam no tipo e na dosagem dos reagentes agregantes utilizados como agentes auxiliares de espessamento e filtração. Além disso, dependendo do tipo de sal, poderá ocorrer um aumento na taxa de corrosão dos equipamentos, reduzindo sua vida útil.

A seguir serão descritos os fundamentos da separação sólido-líquido.

## **2. FENOMENOS DE SUPERFÍCIE**

A química das interfaces e de sistemas coloidais é capaz de explicar uma série de fenômenos verificados nos processos minerais. Partículas finas, com elevada superfície específica, não respondem às suas propriedades densitárias, seguindo o fluxo de água. Assim, para separação dessas partículas do meio fluido são necessárias adições de reagentes que provoquem sua agregação.

### **2.1. Aspectos Teóricos**

Para que possamos compreender os fenômenos que ocorrem na superfície das partículas minerais em meio aquoso e em presença de reagentes, é importante que compreendamos o conceito de adsorção. Em muitos sistemas o mecanismo de adsorção pode ser considerado como uma superposição de processos químicos e físicos. No entanto, em vários outros casos parece ser puramente, ou pelo menos preponderantemente, físico em sua natureza.

A adsorção, que é a concentração de uma entidade química, íons ou moléculas, na interface, é uma medida do excesso, positivo ou negativo, da entidade considerada na região interfacial em relação a uma das fases. Trata-se de um fenômeno espontâneo e isotérmico, comumente classificado, em termos da interação adsorvente/adsorvato, em adsorção física e adsorção química. A adsorção física é resultante de ligações químicas secundárias ou residuais (tipo ligações de van der Waals), caracterizando-se por baixo calor de ligação e nenhuma ou quase nenhuma ação de seleção entre o adsorvente e o adsorvato, sendo possível a formação de multicamadas. A adsorção química é devida a ligações químicas primárias, por exemplo, covalentes, entre o adsorvente e o adsorvato, formando compostos de superfície. Existe, portanto, seletividade e apenas uma camada pode ser quimissorvida. A adsorção pode, também, ser classificada em relação à especificidade entre adsorvente e adsorvato. Adsorção não específica é decorrente de atração puramente eletrostática entre eles, sendo rápida e rapidamente reversível, não podendo reverter o sinal da carga original do adsorvente. A adsorção específica é decorrente da existência de espécies adsorvidas especificamente, que podem aumentar, reduzir, anular ou reverter a carga original do adsorvente, sendo relativamente lenta e irreversível. Nesse caso, a contribuição eletrostática pode ser irrelevante.

O estado de agregação de um sistema disperso é uma propriedade que se refere a estabilidade termodinâmica da dispersão como tal, em função do tempo (em geral, quando essa dispersão é deixada em repouso em relação a um campo gravitacional em que se ache imersa). Partículas de dispersões instáveis tendem a se agregar (minimizando a energia interfacial do sistema) e a se segregar do meio dispersante (minimizando a energia potencial de sistema). Diz-se, portanto, que uma dispersão, em dada condição química de polpa, tem maior grau de agregação que outra dispersão com distribuição granulométrica inicialmente equivalente, quando tiver maior instabilidade (referida ao mesmo tempo de repouso).

Comumente classificam-se os sistemas particulados em: suspensão (diâmetro das partículas acima de 1  $\mu\text{m}$ ); dispersão coloidal ou colóide (ao menos uma dimensão dos constituintes entre 1 nm e 1  $\mu\text{m}$ ) e solução (tamanho de partículas menor que 1 nm).

A estabilidade de um sistema particulado disperso em um meio (o solvente) é decorrente dos efeitos conjugados das seguintes interações:

- i. **partícula/partícula**: interações específicas ou não (eletrostáticas), colisões entre partículas decorrentes das velocidades diferenciais geradas por forças gravitacionais e/ou de arraste hidrodinâmico;
- ii. **partícula/solvente**: interações específicas (e mesmo não específicas). Tais interações determinam a liofilicidade ou a liofobicidade do sistema. Neste texto, considera-se liofilicidade a propriedade pela qual a partícula dispersa tem afinidade pelo meio dispersante, o qual forma uma estrutura interfacial de baixa entropia, com a formação de “lâminas de clatratos” ao seu redor. O conceito oposto é liofobicidade.
- iii. **solvente/solvente**: a viscosidade do meio dispersante, em última análise, resume essas interações;
- iv. **partícula/partícula/solvente** - por exemplo, o movimento browniano das partículas e moléculas, do qual decorre, por um lado, a difusão das partículas, que age no sentido de diminuir a segregação dos constituintes do sistema e, por outro lado, as colisões promovidas por essa agitação térmica criam ocasiões propícias para a superação de barreiras repulsivas das duplas camadas elétricas das partículas, aumentando a cinética de agregação. Os efeitos

devidos ao movimento browniano são mais pronunciados em partículas menores (Stumm e Morgan (45) e Kitchener (87) citam diâmetro limite de 1  $\mu\text{m}$ , acima do qual esses efeitos são negligenciáveis). Fenômenos de crescimento cristalino ou de dissolução das partículas também podem ser considerados neste item.

Convém ressaltar, como o fazem Sennett e Olivier, que o termo estabilidade, aplicado a dispersões, também pode referir-se a sua resistência a mudanças em seu estado de dispersão em relação a outros fatores, como por exemplo: adição de solutos (eletrólitos ou não), temperatura, diluição, vibrações (como sonificação ou ultrassonificação) e mesmo radiatividade. Às vezes, a instabilidade com relação ao tempo é referida pelo termo “caducidade”.

A desestabilização, quando devida aos efeitos de diminuição das forças de repulsão entre as partículas (como, por exemplo, através de adição de eletrólitos inorgânicos), é referida como coagulação, ao passo que a agregação causada por formação de pontes de ligação entre as moléculas de polímeros (ditos floculantes) e as partículas é referida especificamente como floculação.

Em geral, conforme o mecanismo predominante de colisões interpartículas (sem consideração das causas que afetam a eficiência de captura ( $\alpha$ )), a agregação é dita:

- Pericinética: na qual o mecanismo browniano é predominante. A taxa de agregação é uma reação de segunda ordem, dada pela equação de von Smoluchowski:

$$\frac{-dN}{dt} = k_p \times N^2 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} = k_p \times t \quad (\text{sistema monodisperso}) \quad (1)$$

$$k_p = \alpha_p \times \frac{4 \times k \times T}{3 \times \mu} \quad (\text{Einstein - Stokes - Smoluchowski}) \quad (2)$$

Onde:

N - concentração de partículas em número, no instante “t”;

$\alpha_p$  - eficiência de captura na agregação pericinética ( $\alpha_p < 1$ ) (\*) ( $\alpha$  depende de forças interpartículas, fatores físico-químicos e estereoefeitos. Pode ser vista como a fração de colisões que levam a agregação permanente);

k - constante de Boltzmann ( $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ );

T - temperatura (K);

$\mu$  - viscosidade dinâmica ou absoluta ( $\text{kgm}^{-1} \text{s}^{-1}$ ).

(\*) Seria possível a condição  $\alpha > 1$ , no caso em que a atração interpartículas seja tão grande que aumente a taxa de colisão acima de seu valor teórico.

Para colisão entre duas partículas de diâmetros  $d_1$  e  $d_2$  resulta a formula equivalente:

$$\frac{-dN}{dt} = \alpha_p \times k_p \times N_1 \times N_2 \quad (3)$$

e

$$k_p = \frac{\frac{2}{3} \times k \times T \times (d_1 + d_2)^2}{d_1 \times d_2 \times \mu} \quad (4)$$

Onde:

$N_i$  - concentração em número das partículas com diâmetro  $d_i$ .

- Ortocinética: na qual o mecanismo promotor das colisões é principalmente devido a um gradiente de velocidade de cisalhamento gerado por agitação ou turbulência. A equação da taxa para sistema monodisperso torna-se:

$$\frac{-dN}{dt} = \frac{2}{3} \times \alpha_0 \times G \times d^3 \times N^2 \quad (5)$$

Onde:

$\alpha_0$  - análogo de  $\alpha_p$  (eficiência de colisão);

G - gradiente médio de velocidade ( $\text{s}^{-1}$ );

d - diâmetro.

Se o volume das partículas é conservado durante a agregação, a fração volumétrica de meio disperso e dada por:

$$\phi = \frac{\pi}{6} \times d_0^3 \times N_0 \quad (6)$$

Onde:

$d_0$  - diâmetro inicial;

$N_0$  - concentração inicial.

Aplicando o conceito dado pela equação (6) em (5), chega-se a expressão de “pseudo-primeira ordem”:

$$\frac{-dN}{dt} = \frac{4}{\pi} \times \alpha_0 \times \phi \times G \times N \quad (7)$$

A equação (5) pode igualmente ser generalizada para a colisão entre partículas de diâmetro  $d_1$  e  $d_2$  como mostram as equações abaixo:

$$\frac{-dN}{dt} = \alpha_0 \times k_0 \times N_1 \times N_2 \quad (8)$$

e

$$k_0 = \frac{(d_1 + d_2)^3 \times G}{6} \quad (9)$$

Como se vê da equação (5) e de sua homóloga (9), a taxa de agregação aumenta com o cubo do diâmetro, para uma mesma taxa de cisalhamento.

Van de Ven e Mason (citados por Warren e por Melik e Fogler ) obtiveram resultado diferente para a equação da taxa de coagulação ortocinética. Esses autores obtiveram expoente de  $G$  igual a 0,82 e não 1,0 como mostra a equação (9).

- Gravitacional - na qual o mecanismo predominante é a sedimentação diferencial das partículas. Não existe para partículas equidepositantes (aquelas que possuem a mesma velocidade terminal de queda, e, portanto, são referidas a um mesmo diâmetro equivalente dado pela lei de Stokes, afetada dos fatores de correção para o regime de deposição). A polidispersão do sistema facilita esse tipo de agregação.

$$\text{Para monodispersões: } \frac{-dN}{dt} = 0$$

Para um sistema paucidisperso aquoso, com duas frações granulométricas, tem-se:

$$\frac{-dN}{dt} = \alpha_g \times k_g \times N_1 \times N_2 \quad (10)$$

$$k_g = \frac{\pi \times g \times (\gamma - \gamma_a)}{72 \times \mu} \times (d_1 + d_2)^3 \times (d_1 - d_2) \quad (11)$$

Onde:

$k$  - constante de taxa de agregação gravitacionalmente induzida;

$\gamma$  - massa específica da partícula ( $\text{kg.m}^{-3}$ );

$\gamma_a \cong 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  (água);

$\mu$  - viscosidade dinâmica ( $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ );

$g$  - aceleração da gravidade local;

$\alpha_g$  - análogo de  $\alpha_p$  e  $\alpha_0$ .

É possível traçar a evolução da agregação com o tempo de um sistema polidisperso a partir da integração das equações (3), (8) e (10) generalizadas para varrer toda a curva de frequência dos diâmetros,  $d_i$ , das partículas. Geralmente esse cálculo é trabalhoso e premissas simplificadoras costumam ser usadas.

Em geral essas premissas consideram partículas esféricas e também os agregados por elas formados (o que só é válido para o caso de emulsões). A densidade dos agregados também é usualmente considerada igual a das partículas originais ou constante. Klimpel e Hogg estipulam uma porosidade de agregados ou floco (a qual está diretamente relacionada a massa específica aparente do mesmo), segundo a relação:

$$\log(i - e) = \frac{\log(1 - e)}{1 + \left(\frac{d}{d_0}\right)^{-\lambda}} \quad (12)$$

Onde:

$e$  - porosidade;

$d$  - tamanho do agregado;

$d_0$  - tamanho característico do agregado;

$(1 - e)$  - fração volumétrica de sólidos (ou partículas) no agregado (sendo que  $(1 - e_{\text{máx}}) = \phi$ , fração volumétrica de sólidos na dispersão);

$\lambda$  - expoente característico para o sistema;

$e_1$  - porosidade limite para grandes flocos.

Vários autores têm utilizado uma abordagem estatística para descrever a evolução de sistemas dispersos, considerando geralmente a eficiência de captura ( $\alpha$ ) igual à unidade (o que corresponderia à condição de coagulação rápida), ou a valores constantes. Rosen, Williams, Meakin, Bowen e colaboradores, Lee, Frenklach, Dickison, Nowakowski e Sitarski, Spouge, Richter e colaboradores e Melik e Fogler apresentam interessantes resultados dessa abordagem, a partir em geral de técnicas computacionais de simulação (métodos de Monte Carlo).

A eficiência de captura na verdade é um parâmetro que leva em conta fatores complexos, como a morfologia das partículas e dos agregados (esfericidade, angulosidade, porosidade), o regime hidrodinâmico vigente (turbulência, deformação das linhas de fluxo), os fenômenos físico-químicos de adelgaçamento (drenagem) e a ruptura da película líquida separando duas entidades formadoras (partículas e/ou agregados) potencialmente colidentes, bem como o balanço das energias de interação entre esses elementos ou “sementes”. Assim, é comum estudar a agregação também por uma abordagem termodinâmica que ressalta o efeito das interações repulsivas e atrativas partícula/partícula (ou partícula/floco ou floco/floco).

A teoria clássica que estuda a coagulação de colóides liofóbicos, nos quais o balanço das repulsões e atrações é o efeito predominante que determina a sua estabilidade, é conhecida por DLVO (sigla formada pelas iniciais dos nomes aos pesquisadores que a formularam: Derjaguin e Landau (1941) e Verwey e Overbeck (1948)). Tal formalismo trata sistemas idealizados, em que suas propriedades elétricas são descritas pelo modelo de dupla camada elétrica (DCE) de Gouy-Chapman (e também pelo modelo de camada limite de Debye-Hückel). A energia de interação é calculada como o trabalho isotérmico reversível (situação de quase-equilíbrio a todo instante do processo) realizado para trazer as duas partículas de uma separação infinita até a distância  $H_0$  entre elas.

A energia resultante é a soma entre a interação entre as DCEs devido a sua superposição e as forças atrativas de van der Waals:

$$U = U_{DCE} + U_{VDW} \quad (13)$$

Para duas esferas dissemelhantes e com as condições limitantes de baixos potenciais elétricos de superfície ( $\psi_0 \leq 25$  mV) e de pequena “espessura” da DCE (\*), em relação ao tamanho das partículas ( $K_a \geq 10$ ), tem-se com a hipótese de potencial constante (muito empregada):

$$U_{DCE} = \frac{\varepsilon \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot (\psi_{01}^2 + \psi_{02}^2)}{4 \cdot (a_1 + a_2)} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot \psi_{01} \cdot \psi_{02}}{\psi_{01}^2 + \psi_{02}^2} \cdot \ln \left[ \frac{1 + \exp(-k \cdot H_0)}{1 - \exp(-k \cdot H_0)} \right] + \ln[1 - \exp(2 \cdot k \cdot H_0)] \right\} \quad (14)$$

Onde:

$\xi$  - permissividade;

$a_i$  - raio da partícula  $i$ ;

$\psi_{0i}$  - potencial de superfície de  $i$ ;

$k$  - recíproco da “espessura” da DCE;

$H_0$  - distância mínima entre esferas.

(\*) A “espessura” da camada difusa de Gouy é a distância  $1/K$  (a qual também representa o espaçamento entre as placas paralelas de um capacitor que tenha a mesma capacidade) e é dada por:

$$k = \left( \frac{2 \times e \times N_a \times c \times z^2}{\varepsilon \times k \times T} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Onde:

$e$  - carga do elétron;

$N_a$  - número de Avogadro;

$z$  - carga iônica;

c - concentração do eletrólito;

$\xi$  - permissividade;

k - constante de Boltzmann;

T - temperatura.

A interação de van der Waals correspondente e dada por (com  $H_0 \ll a$ ):

$$U_{VDW} = \frac{A \times a_1 \times a_2}{6 \times (a_1 + a_2) \times H_0} \quad (15)$$

Onde:

A - constante de Hamaker para as duas espécies.

Gráficos mostrando a energia potencial em função da distância interpartículas são comumente usados para analisarem-se as repulsões ou atrações das partículas e, por conseguinte, prever a estabilidade da dispersão. Em geral na homocoagulação, a superposição das DCE's ocasiona repulsões que são predominantes em maiores distâncias, gerando uma barreira energética à coagulação. O efeito atrativo é mais pronunciado a menores distâncias. Na coagulação pericinetica e na ortocinetica a energia para cruzar essa barreira é dada pela agitação térmica (kT) e pela agitação externa, respectivamente (por vezes, as curvas apresentam um mínimo secundário a maiores distâncias, podendo ocasionar agregação, especialmente com partículas maiores, sendo contudo instável).

Como as interações elétricas têm velocidade de propagação finita, efeitos de relaxação podem ocorrer quando as distâncias tornam-se maiores que um parâmetro vibracional característico. Além dessas interações ainda podem ocorrer interações estéricas e de ligações que, devido à complexidade dos fenômenos costumam não ser consideradas, uma vez que a análise termodinâmica da estabilidade apresenta caráter semiquantitativo.

Para diminuir a repulsão entre as duplas camadas e promover agregação do sistema adicionam-se, por vezes, eletrólitos interfacialmente "indiferentes". A concentração de coagulação (em relação a um tempo de repouso) é dada segundo a equação:

$$\frac{1}{(C-a)} = \frac{n.t}{m} + \frac{1}{m} \quad (16)$$

Onde:

C - concentração do eletrólito;

t - tempo de coagulação;

a - concentração de estabilidade crítica (para a qual o tempo de coagulação é infinito);

m - concentração acima do valor de “a” que provoca coagulação instantânea (quando  $C - a = m$ ;  $t = 0$ );

n - característica da susceptibilidade do sistema ao eletrólito (quanto maior n, maior a coagulação para o mesmo tempo de referência).

Quando a concentração de coagulação é muito superior à prevista pela teoria DLVO é indício de estabilização estérica.

## **2.2. Coagulação e Flocculação**

Os minerais na faixa granulométrica fina costumam responder mal aos processos usuais de separação sólido/sólido. Nessa faixa, forças intermoleculares de longo alcance e fenômenos de dupla camada elétrica podem dominar e controlar a interação entre as partículas. Geralmente, a agregação de partículas é favorecida por potenciais eletrocinéticos baixos ou de sinais opostos e por pequenas “espessuras” das duplas camadas elétricas. A agitação da polpa e a temperatura também desempenham papel importante na agregação.

A coagulação ocorre quando partículas extremamente finas se aderem diretamente umas às outras através de forças de atração mútua denominadas London-van der Waals, que são efetivas somente a uma distância relativamente pequena. A adesão ocasionada por essas forças não é possível quando as partículas se encontram envolvidas por uma atmosfera eletricamente carregada que, usualmente, acarreta uma repulsão entre partículas que se aproximam umas das outras. A agregação das partículas irá, portanto, depender do balanço entre as forças de atração e de repulsão eletrostáticas presentes na interface sólido-líquido. Na Figura 2.1 tem-se uma representação esquemática do balanço das forças de atração e repulsão em função da distância entre as partículas.

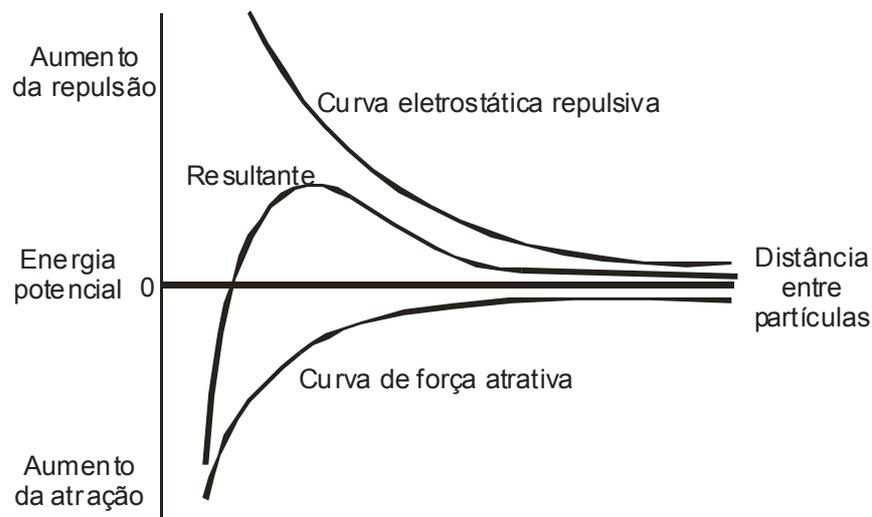


Figura 2.1 - Representação esquemática do balanço das forças de atração e repulsão em função da distância entre as partículas

Em um dado sistema a carga da atmosfera elétrica na superfície das partículas terá o mesmo sinal. Em suspensões aquosas com valor do pH superior a 4.0 esse sinal será usualmente negativo. Superfícies positivamente carregadas só ocorrem em soluções extremamente ácidas. As forças de repulsão não só previnem a coagulação das partículas, mas também retardam a sua sedimentação por mantê-las em constante movimento.

Os coagulantes são eletrólitos que apresentam carga oposta às das superfícies das partículas que, quando dispersos no meio, acarretam a neutralização da carga levando as partículas ao contato umas com as outras e a sua adesão como resultado das forças de atração moleculares. Sais inorgânicos têm sido utilizados com essa finalidade e, como os íons contrários em sistemas aquosos são usualmente carregados positivamente, sais contendo cátions muito carregados, tais como  $Al^{+++}$ ,  $Fé^{+++}$  e  $Ca^{++}$  são preferencialmente utilizados. Cal e ácido sulfúrico podem também ser utilizados dependendo da carga de superfície das partículas.

A coagulação é mais pronunciada quando as partículas apresentam carga zero em relação à suspensão, ou seja, quando o potencial zeta é zero. Na Figura 2.2 está apresentado o modelo da dupla camada elétrica na superfície das partículas. Nesse caso a superfície da partícula está carregada negativamente. Em função disso, os íons de carga positiva da solução são atraídos para a superfície formando uma camada de íons positivos, denominada Plano de Stern e uma camada difusa constituída de íons contrários que diminui de concentração com o aumento da distância até

atingir a concentração de equilíbrio da solução. Essas camadas de íons próximas à superfície constituem a dupla camada elétrica.

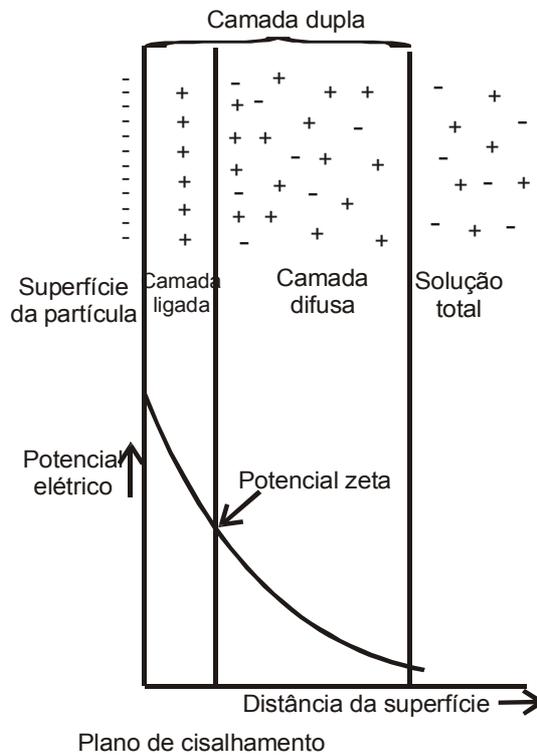


Figura 2.2 - Dupla camada elétrica

Quando uma partícula se move na suspensão, ocorre um cisalhamento entre a camada de íons próximos à superfície, que se move com a solução, e a camada difusa. O potencial no plano de cisalhamento é denominado potencial zeta. A magnitude do potencial zeta depende do potencial da superfície e da concentração e carga dos íons contrários. Usualmente quanto maior a carga e a concentração de íons contrários, mais baixo será o potencial zeta. Entretanto, íons de carga extremamente elevada podem acarretar a reversão completa da carga demonstrando que as dosagens de eletrólitos são críticas no processo de coagulação.

A floculação consiste na formação de aglomerados muito mais abertos que os obtidos a partir da coagulação e depende da utilização de moléculas de reagentes que agem como pontes entre partículas separadas na suspensão. Os reagentes utilizados para formar essas pontes são polímeros

orgânicos de cadeia longa que podem ser naturais, tais como, amido, goma e gelatina, ou sintéticos, denominados polieletrólitos. A maioria dos polieletrólitos apresenta caráter aniônico, mas são também produzidos os não iônicos e catiônicos. Os sais inorgânicos não são capazes de exercer a função de formar pontes, mas algumas vezes são utilizados em conjunto com os polieletrólitos com o objetivo de reduzir os custos de neutralização das cargas.

A escolha do reagente deve levar em consideração o tamanho da cadeia molecular, a natureza iônica do polímero, a densidade iônica e as características químicas dos grupos ativos da molécula. Além disso, o tipo de floco desejado apresenta um papel fundamental na escolha do reagente mais adequado. Na operação de espessamento é importante a formação de flocos grandes enquanto na filtração o floco deve ser compacto, com um mínimo de água retida em seu interior. Em situações onde o manuseio envolve etapas de bombeamento os flocos devem ser resistentes.

Na desestabilização de uma suspensão por ação de um flocculante polimérico, vários processos, podem ocorrer de forma simultânea, conforme apresentado na Figura 2.3. Após haver decorrido um determinado tempo da adição de um polímero em uma suspensão ocorre completa homogeneização. Dessa forma, a adsorção pode acontecer antes da homogeneização e até mesmo simultaneamente. Verifica-se também que, caso as condições de turbulência necessárias para a homogeneização do flocculante sejam mantidas após a formação do floco, este se quebrará. Portanto, a forma de adição do polímero é um fator determinante no desempenho do flocculante. A solução diluída do flocculante deve ser adicionada à polpa sob forte agitação de forma a reduzir significativamente o tempo necessário à completa homogeneização. A agitação deve ser reduzida ao máximo após o início do processo de ruptura da molécula do polímero. A adição do flocculante por etapas foi sugerida por diversos autores como forma de promover uma melhor distribuição do polímero na suspensão.

A eficiência do flocculante depende da presença de íons dissolvidos que influenciam na adsorção e na conformação da molécula do polímero. Esses íons podem facilitar ou inibir a adsorção do polímero na superfície das partículas. Quando a adsorção dos íons na superfície mineral cria sítios atrativos à adsorção do polímero ou quando neutralizam parte da carga elétrica da molécula do polímero, reduzindo a repulsão eletrostática, o efeito é positivo. Entretanto, quando as espécies ionizadas, de carga contrária, interagem com grupos iônicos do polímero provocando a precipitação ou desativação do flocculante, o efeito é negativo.

Para que uma agregação ocorra é necessário que se verifiquem colisões entre as partículas. As colisões podem ser provenientes do movimento browniano de partículas coloidais, devido à energia térmica, o que pode resultar em uma agregação pericinetica, que ocorre de forma lenta.

Para aumentar a frequência e a intensidade das colisões podem ser utilizados sistemas externos de agitação, que provocam uma movimentação ortocinética das partículas. Um aumento na agitação acarreta uma elevação na velocidade de floculação até que as forças de cisalhamento resultantes promovam a quebra dos flocos formados. Flocos maiores quebram mais facilmente indicando que a velocidade de agitação deve ser menor para agregados grandes.

Para cada tamanho de partícula existe um peso molecular mínimo, a partir do qual a floculação é possível. Esse peso molecular mínimo aumenta com o tamanho da partícula. A expansão da molécula favorece a formação de flocos e acarreta um aumento na viscosidade da solução. Na Figura 2.4 tem-se uma representação esquemática da expansão dos polieletrólitos em função da repulsão entre as cargas dos respectivos monômeros.

O tamanho da partícula também interfere na quantidade de floculante que se deve usar. Uma vez que partículas ultrafinas apresentam maior área superficial total a ser coberta pelas moléculas do polímero, em sistemas com essa característica deve ser usada uma maior concentração de floculante.

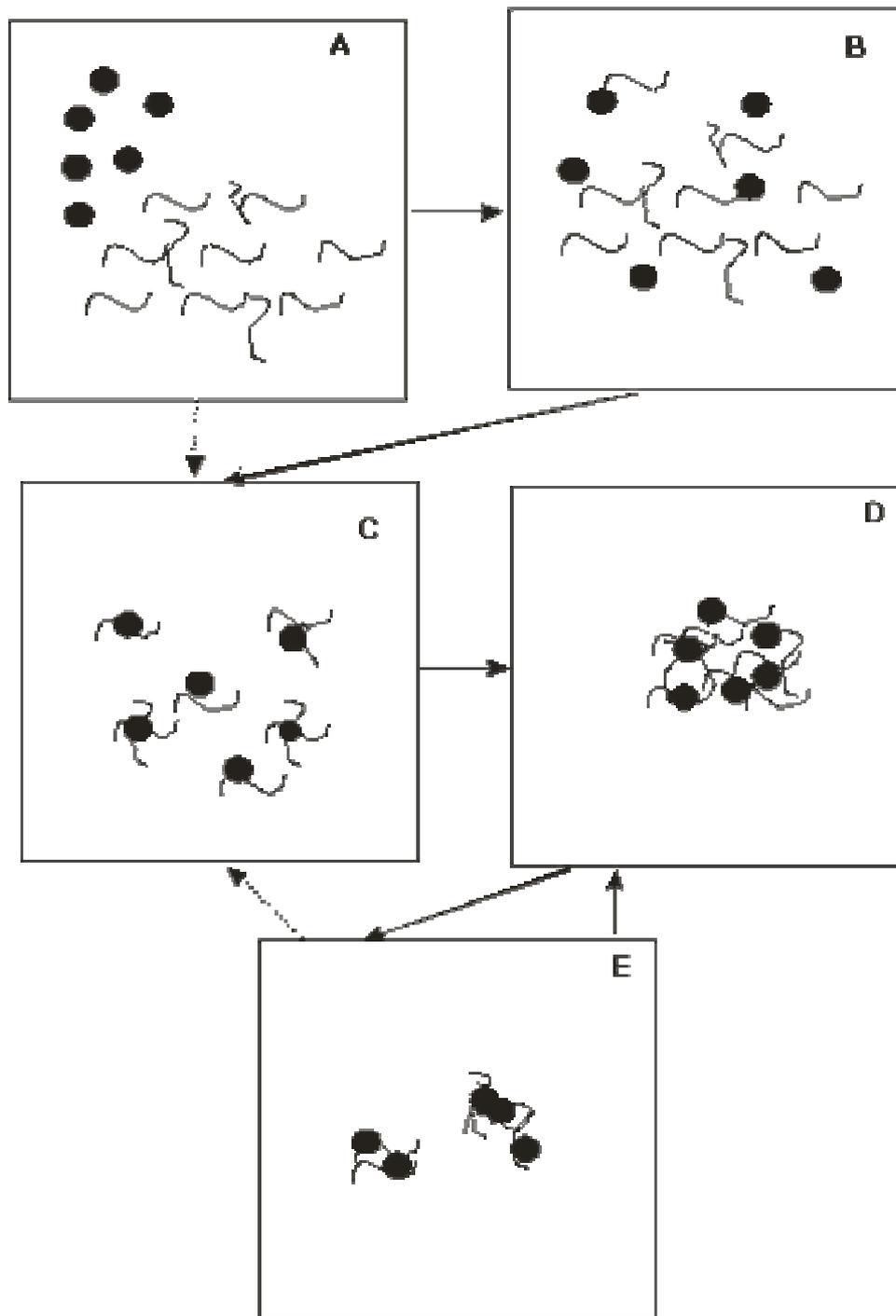


Figura 2.3 – Processos simultâneos na adição do floculante: a) adição do reagente; b) homogeneização do polímero na suspensão; c) adsorção na superfície do sólido; d) floculação (acomodação das moléculas); e) quebra dos flocos

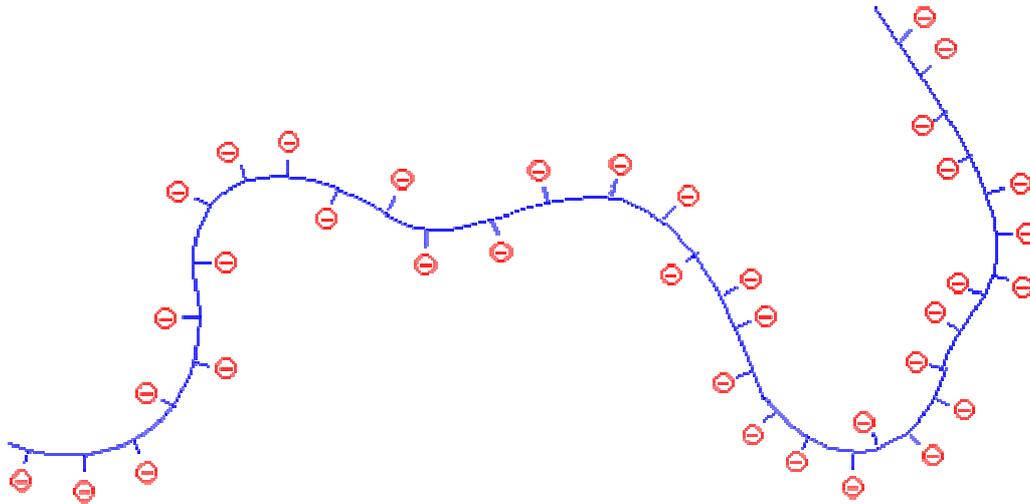


Figura 2.4 – Expansão de um polieletrólito em função da repulsão entre as cargas de seus monômeros

### 2.3. Polímeros Sintéticos

Até a década de 60, eram utilizados polímeros naturais (polissacarídeos) ou modificados (carboximetilcelulose) como auxiliares na separação sólido-líquido. Nos últimos anos esses reagentes têm sido substituídos pelos polímeros sintéticos que, embora sejam mais caros, apresentam uma série de vantagens com relação aos seus antecessores, sendo solúveis em água e, usualmente, de peso molecular elevado.

Um polímero é uma macromolécula formada por vários segmentos unitários, denominados monômeros. Em sua composição pode haver monômeros iguais ou diferentes entre si, resultando na formação de homopolímeros ou copolímeros, respectivamente.

Os polímeros podem ser neutros, aniônicos ou catiônicos. Aqueles eletricamente carregados são denominados polieletrólitos. A presença de segmentos ionizados provoca o estiramento da macromolécula devido à repulsão eletrostática resultante. A expansão da molécula favorece a formação de flocos e acarreta um aumento na viscosidade da solução.

Em operações de espessamento os flocculantes mais eficientes são os polieletrólitos aniônicos com cadeia linear e elevado peso molecular, usualmente, entre  $10^6$  e  $10^7$ . Por outro lado, os

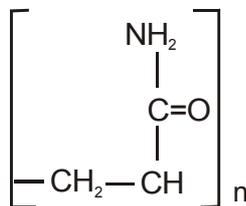
polieletrólitos catiônicos são usados em operações de filtragem e devem possuir uma cadeia menor, ou seja, com peso molecular compreendido entre  $10^4$  e  $10^5$ .

Na medida em que o comprimento da cadeia hidrocarbônica cresce, a solubilidade do polímero decresce. Considerando que a agitação da polpa acarreta a quebra das cadeias hidrocarbônicas e, conseqüentemente, a degradação do efeito de floculação dos polieletrólitos, esse recurso não pode ser utilizado na preparação desses reagentes em água. Em função disso, a utilização de polímeros de cadeia muito longa é ainda muito difícil. Os polieletrólitos, devido ao caráter hidrofílico de seus grupos iônicos, são mais solúveis em água do que seu correspondente não-iônico. Atualmente têm sido realizados esforços no sentido de desenvolver polímeros de cadeia maior sem perda da solubilidade.

Recomenda-se que os polímeros utilizados como reagentes auxiliares na separação sólido-líquido sejam isentos de agentes iniciadores e monômeros livres. A presença de traços dessas substâncias acarreta a degradação do polímero e riscos à saúde humana e ao meio ambiente.

Os mais importantes polímeros neutros para a indústria mineral são as poliacrilamidas (PAM) e o poli(óxido)etileno (POE).

As poliacrilamidas são largamente utilizadas como floculantes e são produzidas numa grande variedade de pesos moleculares. A densidade de carga está associada à percentagem dos segmentos do monômero acrílico que carregam a carga. Por exemplo, se o polímero não é carregado ele compreende um número  $n$  de segmentos similares do monômero acrílico. O polímero é então um homopolímetro-poliacrilamida:

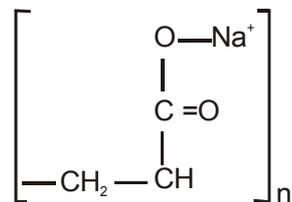


O poli(óxido)etileno é um polímero neutro, que adsorve-se por meio de pontes de hidrogênio e interações hidrofóbicas. Comercialmente, pode ser encontrado com diferentes tamanhos de molécula. Os de baixo peso molecular são polimerizados na presença de ácidos ou base de Lewis,

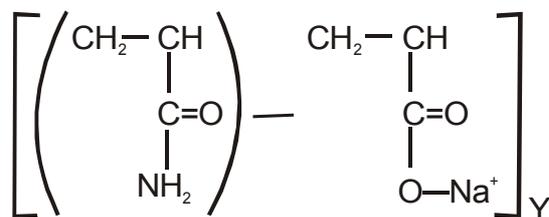
enquanto os de peso molecular elevado são obtidos em reações complexas que envolvem a participação de agentes catalisadores. A fórmula do poli(óxido)etileno é apresentada a seguir:



Se o monômero acrílico for completamente hidrolisado com NaOH, o produto compreenderá uma série de n segmentos de acrilato de sódio, um polieletrólito aniônico, tendo uma densidade de carga de 100%.



A densidade de carga pode ser controlada na fabricação dos polieletrólitos entre os limites de 0 a 100% de forma a produzir poliacrilamidas de caráter aniônico fraco ou forte, dependendo do grau de hidrólise. Utilizando reações químicas similares podem ser produzidos polímeros catiônicos.



Considerando que as suspensões de partículas minerais na água apresentam, em geral, superfícies carregadas negativamente, os polímeros catiônicos, nos quais o cátion se adsorve nas partículas, são os mais recomendados. Entretanto, para a formação de pontes entre partículas, os

polímeros precisam ser fortemente adsorvidos e isso só é possível através da adsorção química promovida por grupos tais como as amidas. Assim, a maior parte dos polieletrólitos disponíveis no mercado é aniônica, uma vez que esses tendem a possuir um peso molecular mais elevado do que os catiônicos e têm menor custo de produção.

O mecanismo de ação das poliacrilamidas consiste na adsorção de um seguimento ativo da cadeia de hidrocarbonetos na superfície de uma partícula, deixando livre o restante desses seguimentos da molécula para serem adsorvidos em outras partículas formando pontes entre elas, conforme mostrado na Figura 2.5. Nessa figura está sendo mostrada somente uma ligação entre partículas, mas na prática o que se verifica é que são formadas muitas pontes entre partículas, mantendo-as juntas. Os fatores que influenciam o grau de floculação são a eficiência ou a força de adsorção do polímero na interface e o nível de agitação durante o processo de floculação. Ressalta-se, no entanto, que um nível elevado de agitação após a formação dos flocos poderá levar a sua quebra.

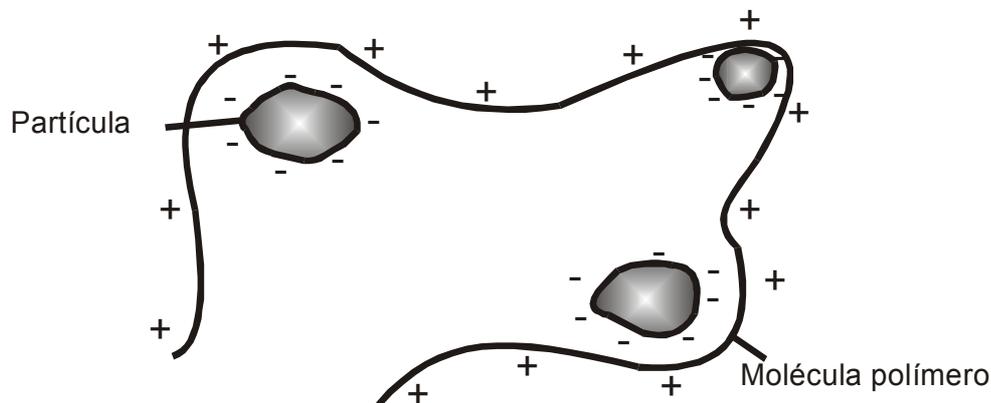


Figura 2.5 – Mecanismo de formação do floco

A máxima floculação é atingida em uma dosagem de flocculante considerada ótima. A adição de uma quantidade excessiva de polímero poderá causar a dispersão de partículas devido à quebra de flocos. Uma vez que os flocos formados são frágeis os agentes flocculantes não são adequados para aplicação em hidrociclones e em centrífugas, a menos que se desenvolvam técnicas especiais. Até mesmo o bombeamento de polpa flocculada pode acarretar a quebra dos flocos devido à ruptura das longas cadeias hidrocarbônicas.

A preparação recomendada para os polieletrólitos é a solubilização em concentrações de 0,5 a 1% e posterior diluição para 0,01% antes de serem adicionados à polpa. A solução diluída deve ser adicionada em tantos pontos do fluxo quanto necessários, de forma a garantir um contato eficiente do reagente com as partículas minerais. Uma agitação suave no ponto de adição do floculante é essencial para garantir a dispersão do floculante no fluxo. Entretanto, conforme anteriormente relatado, após a formação dos flocos, a agitação deve ser a mínima possível. Os principais polieletrólitos estão apresentados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Principais polieletrólitos

Grupo Ativo	Composição química			
Não Iônico	$\left[ \begin{array}{c} \text{---CH---CH}_2\text{---} \\   \\ \text{OH} \end{array} \right]_n$ <p>Poli (alcool vinílico)</p>	$\left[ \begin{array}{c} \text{---CH---CH}_2\text{---} \\   \\ \text{C=O} \\   \\ \text{NH}_2 \end{array} \right]_n$ <p>Poliacrilamida</p>	$\left[ \begin{array}{c} \text{---CH---CH}_2\text{---} \\   \\ \text{C=O} \\   \\ \text{NH} \end{array} \right]_n$ <p>Poli (pirrolidona vinílica)</p>	$\left[ \text{---CH}_2\text{---CH}_2\text{---O} \right]_n$ <p>Poli (óxido de etileno)</p>
Catiônico	Poli (diamina vinílica)	Poli (brometo de piridínio vinílico)	Poli (imina vinílica)	Poli (acrilamida quaternária)
Aniônico	$\left[ \begin{array}{c} \text{---CH---CH}_2\text{---} \\   \\ \text{C}_6\text{H}_4 \\   \\ \text{SO}_3\text{Na} \end{array} \right]_n$ <p>Poli (estirano sulfonato de sódio)</p>	$\left[ \begin{array}{c} \text{---CH---CH}_2\text{---} \\   \\ \text{C=O} \\   \\ \text{ONa} \end{array} \right]_n$ <p>Poli (acrilato de sódio)</p>	$\left[ \begin{array}{c} \text{---CH---CH}_2\text{---} \\   \\ \text{O---C---SNa} \\    \\ \text{S} \end{array} \right]_n$ <p>Poli (vinil xantato de sódio)</p>	

#### 2.4. Mecanismos de Adsorção dos Floculantes

Os mecanismos de adsorção dos polímeros na superfície mineral podem envolver as ligações de hidrogênio, interações hidrofóbicas e eletrostáticas, ligações químicas e coordenadas.

As ligações de hidrogênio constituem o principal mecanismo de adsorção dos polímeros não-iônicos em superfícies hidrolíticas. O átomo de hidrogênio é polarizado positivamente podendo interagir com átomos vizinhos eletronegativos promovendo a ligação. Em uma molécula de poliacrilamida, as ligações de hidrogênio podem ser promovidas através da interação do grupo funcional carbonila (C = O) com sítios eletropositivos da superfície mineral ou do grupamento amida NH<sub>2</sub> em sítios eletronegativos. Na molécula do poli(óxido)etileno, a ligação de hidrogênio ocorre por meio do grupo éter.

As ligações de hidrogênio são consideradas individualmente frágeis (10-40 kJ.mol<sup>-1</sup>), quando comparadas com as ligações covalentes (cerca de 500 kJ.mol<sup>-1</sup>). Entretanto, a adsorção simultânea dos grupos funcionais em muitos sítios ativos da superfície das partículas torna improvável a dessorção completa do polímero. Isso significa que a adsorção é praticamente irreversível. A energia de adsorção aumenta proporcionalmente com o número de sítios de interação.

A adsorção pode também ocorrer por meio de interações hidrofóbicas da cadeia hidrocarbônica do polímero. Isso somente é possível nos casos em que a superfície da partícula é naturalmente hidrofóbica ou foi hidrofobizada. Quando a superfície mineral e o polímero apresentam cargas contrárias ocorrem as interações eletrostáticas que são a principal forma de adsorção dos flocculantes catiônicos. A adsorção pode ainda ocorrer através das ligações químicas entre grupos ativos da molécula do polímero e sítios metálicos disponíveis na superfície do mineral, formando compostos insolúveis por meio de ligações covalentes ou iônicas. Finalmente quando a adsorção dos polímeros acarreta a formação de complexos ou quelatos, as ligações coordenadas são os principais mecanismos envolvidos.

## 2.5. Mecanismos de Flocculação

Os flocos são formados através de dois mecanismos principais: a flocculação por pontes (*bridging flocculation*) e a flocculação por reversão localizada de carga (*patch flocculation*).

A flocculação por pontes ocorre quando são utilizados polímeros de elevado peso molecular, não iônicos ou com carga elétrica de mesmo sinal da superfície mineral. Na Figura 2.6 está apresentado um desenho esquemático da flocculação por pontes. Observa-se que somente uma parte da molécula interage diretamente com o sólido. O restante da cadeia polimérica estende-se

em forma de braços possibilitando o contato e adsorção em outras partículas. Assim, os flocos formados podem se unir a outros, formando agregados maiores, que podem conter centenas ou mesmos milhares de partículas individuais.

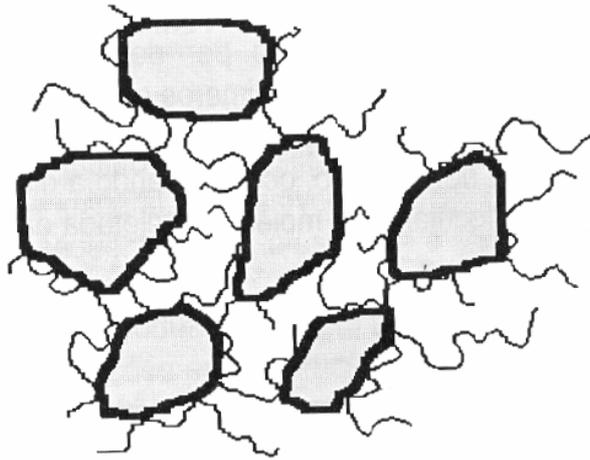


Figura 2.6 – Mecanismo de flocculação por pontes

Quando um polímero com peso molecular médio ou baixo, de carga elétrica oposta à da superfície da partícula, se espalha sobre o sólido, revertendo a carga elétrica da superfície nas regiões de adsorção, ocorre a flocculação por reversão localizada de carga. Nesse caso a superfície passa a apresentar uma distribuição heterogênea de cargas, com áreas positivas e outras negativas, fazendo com que a colisão entre áreas com cargas opostas de duas partículas dê origem à formação do floco. Na Figura 2.7 tem-se uma representação esquemática desse mecanismo.

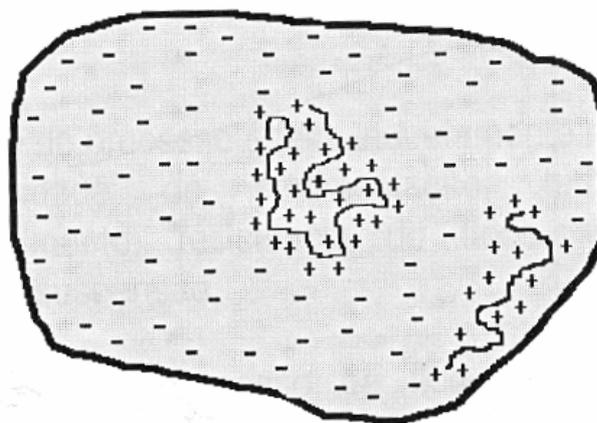


Figura 2.7 - Adsorção de um polímero catiônico em uma superfície com excesso de carga negativa.

A estrutura e as características dos flocos formados podem ser controladas através do acompanhamento das condições de adsorção e conformação da molécula do floculante na superfície mineral. Ressalta-se que a resistência dos flocos formados cresce com a quantidade de pontos de contato da molécula com a superfície e com a intensidade energética de cada interação.

Os flocos produzidos a partir da floculação por pontes apresentam estrutura aberta, onde as partículas não se tocam e as ligações entre partículas ocorrem por meio da macromolécula do floculante. Nos sistemas onde predomina esse tipo de mecanismo, o crescimento dos flocos é um processo rápido. Os flocos são grandes, flexíveis, têm forma helicoidal e retêm bastante água em seu interior. Embora a presença de água no floco acarrete uma redução na sua densidade média, a velocidade de sedimentação é elevada, devido ao tamanho do floco. A reconstrução dos flocos destruídos pelas tensões de cisalhamento é mais difícil nos sistemas onde predomina o mecanismo de floculação por pontes, devido à quebra de moléculas do polímero.

Os flocos formados através do mecanismo de floculação por reversão localizada de carga têm crescimento lento e apresentam formas esféricas e uniformidade de tamanho. Além disso, são pequenos, compactos, rígidos, densos e permeáveis. A forma do agregado é semelhante à que ocorre em processos de coagulação com eletrólitos.

Em alguns casos a separação sólido-líquido é favorecida pelo pré-tratamento da suspensão, com eletrólitos ou polímeros catiônicos de baixo peso molecular. A adição desses reagentes acarreta a coagulação ou floculação por reversão localizada de carga formando micro-agregados, reduzindo a superfície específica total das partículas. Em função disso, verifica-se um aumento na velocidade de floculação e uma redução no consumo de floculante.

Na Tabela 2.2 está apresentado um critério básico para escolha do equipamento adequado para a separação sólido-líquido.

Tabela 2.2 - Seleção de equipamento de separação sólido- líquido

Tamanho de partícula	$x < 5\mu\text{m}$		$5 < x < 50 \mu\text{m}$		$x > 50 \mu\text{m}$	
Concentração	Baixa	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Alta
Equipamento	<ul style="list-style-type: none"> <li>Filtro de camada profunda</li> <li>Filtros de cartuchos</li> <li>Filtragem por pré-cobertura</li> <li>Centrifuga</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Filtragem de torta</li> <li>Filtros RV</li> <li>Filtros a pressão</li> <li>Filtros de placa e quadro</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Tanques de sedimentação</li> <li>Centrifuga</li> <li>Hidrociclone</li> <li>Peneira</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Filtragem</li> <li>Centrifuga</li> </ul>
	<b>ESPESSAMENTO</b>					

## 2.6. Queda livre em meio viscoso

Partículas esféricas isoladas (rígidas), imersas em um meio viscoso e submetidas a um campo de força externo (no caso típico o gravitacional), após um estágio inicial de aceleração decrescente, desenvolvem uma *velocidade terminal* de equilíbrio. Tal velocidade depende, basicamente, do chamado *número de Reynolds*, que é um número adimensional introduzido na dinâmica dos fluidos por Osborne Reynolds (Gaudin [4]), que representa, a menos de uma constante, a relação entre as forças inerciais e as forças viscosas num dado regime fluidodinâmico. Na Figura 2.8 estão apresentadas as forças atuantes em uma partícula em regime de sedimentação livre.

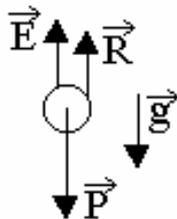


Figura 2.8 - Forças atuantes em uma partícula em regime de sedimentação livre.

Gaudin [4] elucida a importância da compreensão do movimento de sólidos em fluidos viscosos lembrando que esta compreensão é particularmente importante em se tratando de etapas de processamento de minérios como classificação, filtragem, concentração e em concentrações gravíticas, sendo assim de suma importância teórica e prática.

### a) O número de Reynolds

O número de Reynolds, utilizado para descrever o regime fluidodinâmico vigente, que representa, a menos de uma constante, a relação entre as forças inerciais e as forças viscosas num dado regime fluidodinâmico, é dado por:

$$Re = \frac{\rho_s \cdot d \cdot v}{\eta} \quad (17)$$

Onde:

**d** é o diâmetro da partícula em m;

**v** é a velocidade de queda da partícula em m/s;

**$\rho_s$**  é a massa específica da partícula (sólido) em kg/m<sup>3</sup>;

**$\eta$**  é a viscosidade dinâmica do fluido dada em Pa.s.

O número de Reynolds é a relação, a menos de uma constante, entre as forças inerciais e as viscosas num dado regime fluidodinâmico. Adota-se, em geral e um tanto arbitrariamente, os seguintes limites:

$Re < 0,2 \Rightarrow$  escoamento lamelar (ou laminar);

$0,2 > Re > 3000 \Rightarrow$  escoamento intermediário;

$Re > 3000 \Rightarrow$  escoamento turbulento (ou turbilhonar).

## b) As equações de Stokes e Newton

Quando o regime é laminar, a velocidade da partícula esférica isolada é dada pela equação de Stokes (baseada na premissa de que a resistência ao movimento é proporcional à velocidade):

$$v = \frac{d^2 \cdot g \cdot (\rho_s - \rho_f)}{18 \cdot \eta} \quad (18)$$

Onde:

$v$  é a velocidade de sedimentação em m/s;

$d$  é o diâmetro da partícula em m;

$g$  é a aceleração da gravidade em  $m/s^2$ ;

$\rho_s$  é a massa específica da partícula (sólido) em  $kg/m^3$ ;

$\rho_f$  é a massa específica do fluido em  $kg/m^3$ ;

$\eta$  é a viscosidade dinâmica do fluido dada em Pa.s.

As premissas da lei de Stokes são:

- Meio contínuo e infinito (sem efeito de paredes);
- A partícula não é tão pequena como as moléculas;
- Partículas isoladas;
- Partículas rígidas (sem convecção interna);
- Não existem interações eletrostáticas entre as partículas.

Quando o regime é turbulento, a velocidade da partícula esférica isolada é dada pela equação de Newton (baseada na premissa de que a resistência ao movimento é proporcional ao quadrado da velocidade):

$$v = \left[ 3,03 \cdot d \cdot g \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Têm sido propostas inúmeras equações para o regime do escoamento intermediário, as quais entretanto, além da complexidade, é comum apresentarem problemas de aderência com os dados

experimentais quando se considera toda a faixa entre os regimes de Stokes e de Newton. Cita-se, a título de exemplo, a equação de Abraham (1970), que dá excelentes resultados até  $Re = 5000$ :

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_f) \cdot d \cdot g}{\rho_f \cdot C_{arr}}} \quad (20)$$

Onde:

$C_{arr}$  é o chamado coeficiente de arraste é dado em função do número de Reynolds, por:

$$C_{arr} = 0,284 \cdot \left[ 1 + \frac{9,06}{\sqrt{Re}} \right]^2 \quad (21)$$

Nota-se que, como o coeficiente de arraste depende do número de Reynolds que, por sua vez, depende da velocidade de queda da partícula, o cálculo deve ser feito através de um algoritmo iterativo (um modelo de um algoritmo iterativo que realiza tal cálculo está apresentado no Anexo I. Esse algoritmo foi escrito em linguagem de programação FORTRAN 90).

Quando as partículas não estão isoladas (isto é, depositam-se segundo uma concentração volumétrica,  $c_v$ ), a interação entre as linhas de fluxo resultante do movimento de cada uma delas gera certa turbulência devido ao fluxo intersticial, a qual leva ao desvio acentuado nas equações precedentes, sendo necessária a aplicação de um fator de correção do tipo:

$$V_s = V_0 \cdot f(c_v) \quad (22)$$

Onde:

$V_s$  é a velocidade de sedimentação;

$V_0$  é a velocidade da partícula isolada;

$f(c_v)$  é uma função da concentração volumétrica.

Dentre as diversas equações existentes para tal correção, citam-se:

❖ Gaudin:

$$f(c_v) = \left(1 - c_v^{\frac{2}{3}}\right) \cdot (1 - c_v) \cdot (1 - 0,25 \cdot c_v) \quad (23)$$

❖ Steinour:

$$f(c_v) = (1 - c_v)^2 \cdot 10^{(-1,82 \cdot c_v)} \quad (24)$$

ou:

$$f(c_v) = (1 - c_v)^2 \cdot e^{(-4,1908 c_v)} \quad (25)$$

Para o caso de partículas não esféricas, também há a necessidade de se afetar a equação de sedimentação de um novo fator de correção. Tais fatores de correção são chamados de fatores de forma. As equações que relacionam a forma de uma partícula qualquer e a forma de uma partícula esférica (fator de forma) utilizam sempre um conceito muito importante que é o conceito de *diâmetro equivalente*, que é o diâmetro da esfera que sedimentaria com a mesma velocidade que uma partícula irregular. Na prática, procede-se da seguinte maneira, mede-se a velocidade de sedimentação de uma partícula irregular, de posse deste valor calcula-se via uma das equações já citadas qual é o diâmetro que deveria possuir uma partícula esférica do mesmo material ensaiado para, nas mesmas condições do ensaio, sedimentar com uma velocidade igual àquela que foi medida. Para partículas irregulares Gaudin [4] recomenda uma constante de valor:

$$f_f = 0,65 \quad (26)$$

Já Pettyjohn e Christiansen [5] obtiveram:

❖ Para o regime de Stokes:

$$V_s = V_0 \left( \frac{0,43}{5,31 - 4,88 \cdot \psi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

❖ Para o regime de Newton:

$$V_s = V_0 \cdot 0,843 \cdot \log \left( \frac{\psi}{0,065} \right) \quad (28)$$

Onde:

$\psi$  é a esfericidade da partícula, dada por:

$$\psi = \frac{\text{área da esfera de mesmo volume}}{\text{área superficial da partícula}} \quad (29)$$

### c) Influência da rugosidade da superfície na velocidade de sedimentação

Na Figura 2.9 tem-se uma esfera sedimentando em duas condições particularmente distintas. Na figura 2.9(a) têm-se uma esfera com sua superfície externa bem regular (pouco áspera). Já na figura 2.9(b) têm-se uma calota esférica, constituída apenas por uma fina camada de areia polvilhada por sobre cola, na parte frontal de uma esfera idêntica à esfera da figura 2.9(a). Basicamente a morfologia das duas esferas é a mesma, varia muito pouco, mas a rugosidade varia na ogiva, o que provoca uma diferença muito grande na esteira da esfera da figura 2.9(b), em relação à esteira da esfera anterior. Evidencia-se com esta figura que não só a forma em si da partícula, mas também a rugosidade (ou textura) da superfície da partícula influenciarão na dissipação de energia. Pode-se considerar ainda que esta figura é um *close* na borda de ataque da esfera (provavelmente no plano equatorial desta, porque o fluxo está paralelo à superfície) mostrando a *camada limite do fluido*, em que têm-se próximo à superfície da partícula moléculas de fluido aderidas à superfície da partícula e a medida em que se afasta da superfície da partícula a velocidade do fluido aumenta, provocando um perfil parabólico de velocidades, no caso em que se tenha um regime inteiramente laminar (segundo a lei de Poisson, que é utilizada para se determinar a viscosidade de fluidos utilizando um tubo capilar).

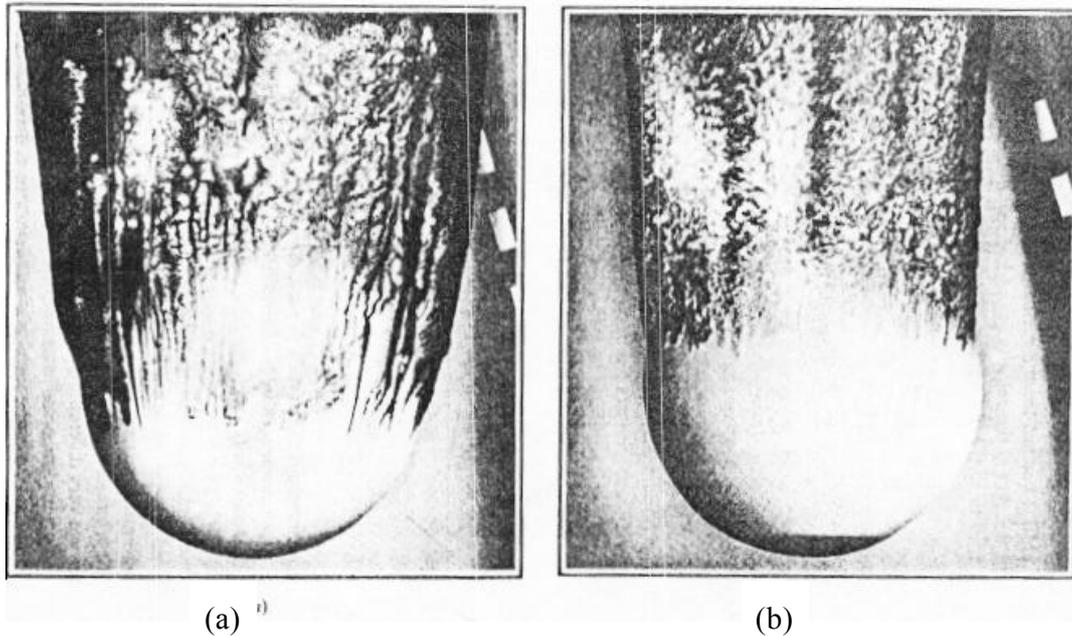


Figura 2.9 - Efeito da rugosidade na face frontal de uma esfera. (a) Esfera de 216 mm de diâmetro sedimentando em água à 298 K. (b) Idem, exceto por uma camada de areia de 100 mm de diâmetro na parte frontal da esfera

Quando se têm um fluxo laminar, têm-se um perfil parabólico da velocidade em relação ao distanciamento da partícula. Porém, à medida em que se aumenta a velocidade, começa-se a ocorrer a formação de *turbilhões*. Estes turbilhões são efeito da turbulência. Se uma partícula está se sedimentando num fluxo inteiramente laminar que obedece a lei de Stokes, têm-se que as linhas de fluxo são sensivelmente paralelas umas às outras e acompanhando o contorno da partícula.

#### d) A força de arraste

Segundo Wills “No regime turbulento Newton assumiu que a força de arraste é inteiramente devida a resistência à turbulência e deduziu a seguinte equação para a força de arraste:

$$f = 0,055 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot v^2 \cdot \rho_f \quad (30)$$

Onde:

$f$  é a força de arraste;

$d$  é o diâmetro da partícula;

$v$  é a velocidade de sedimentação;

$\rho_f$  é a massa específica do fluido.

Já para o caso de uma partícula seguindo a lei de Stokes, este deduziu à seguinte equação para a força de arraste:

$$f = 6.\pi.\eta.R \quad (31)$$

Onde:

$f$  é a força de arraste;

$\eta$  é a viscosidade do fluido;

$R$  é o raio da partícula.

Embora a equação de Stokes tenha sido originalmente desenvolvida experimentalmente, ela foi posteriormente deduzida matematicamente a partir das equações de Navier-Stokes.

A grande diferença entre as equações (a de Newton e a de Stokes), fora as constantes, é o expoente da velocidade. Segundo Stokes a força de atrito é proporcional à velocidade e segundo Newton, esta é proporcional ao quadrado da velocidade.

As limitações numéricas entre os regimes laminar, intermediário e turbulento não são muito bem definidas e variam de autor para autor. Segundo Kelly e Spottiswood têm-se:

$Re < 0,2 \Rightarrow$  escoamento lamelar (ou laminar);

$0,2 > Re > 500 \Rightarrow$  escoamento intermediário;

$Re > 500 \Rightarrow$  escoamento turbulento (ou turbilhonar).

No tratamento de minérios, é mais comum se ter um processo ocorrendo em regime intermediário que nos outros dois regimes. Existem diversas fórmulas que descrevem o regime intermediário.

As dispersões podem ser:

➤ **Monodispersa** – É quando se tem todas as partículas com o mesmo tamanho;

➤ **Paucidispersa** – É quando se tem poucas classes granulométricas de partículas (por exemplo duas ou três);

➤ **Polidispersa** – É quando se tem uma distribuição granulométrica (caso mais comum em tratamento de minérios).

Outro conceito ainda ligado ao anterior é o conceito de *partículas equicadentes*, que são partículas que possuem a mesma velocidade de sedimentação. A partir deste conceito pode-se determinar a razão entre os diâmetros equivalentes das partículas e as suas densidades.

Exemplo: Sejam dois minerais A e B, com diâmetros equivalentes  $d_A$  e  $d_B$  e densidades  $\rho_A$  e  $\rho_B$  respectivamente, podem ocorrer os seguintes casos:

$$1. \quad \frac{d_A}{\rho_A} > \frac{d_B}{\rho_B} \quad (32)$$

Neste caso a relação diâmetro equivalente da partícula A é maior que a relação da partícula B, o que faz com que a B sedimente mais rapidamente que a partícula A. Esta consideração é facilmente provada se pensarmos na partícula A como sendo uma partícula de quartzo (densidade de 2650 kg/m<sup>3</sup>) e a partícula B como sendo uma partícula de galena (densidade de 7500 kg/m<sup>3</sup>). Se considerarmos agora que as partículas possuem o mesmo diâmetro equivalente, intuitivamente pode-se afirmar que partícula mais densa terá uma maior velocidade de sedimentação, o que é coerente. Assim, a partícula B, que por ter uma maior densidade terá uma menor relação entre o diâmetro equivalente e a sua densidade, terá uma velocidade de sedimentação maior que a partícula A.

$$2. \quad \frac{d_A}{\rho_A} < \frac{d_B}{\rho_B} \quad (33)$$

Se forem feitas as mesmas considerações neste caso que no caso anterior, pode-se perceber com certa facilidade que a partícula A sedimentação mais rápido que a partícula B.

$$3. \quad \frac{d_A}{\rho_A} = \frac{d_B}{\rho_B} \quad (34)$$

Neste caso as partículas terão a mesma velocidade de sedimentação, ou seja, são equicadentes.

A razão de sedimentação de duas partículas dependerá, então, do regime em que estas estão se depositando. Para o regime de Stokes têm-se a seguinte equação:

$$R_{a/b} = \frac{d_a}{d_b} = \sqrt{\frac{\rho_b - \rho_f}{\rho_a - \rho_f}} \quad (35)$$

Para o regime Newtoniano têm-se:

$$R_{a/b} = \frac{d_a}{d_b} = \frac{\rho_b - \rho_f}{\rho_a - \rho_f} \quad (36)$$

Exemplo: Se aplicarmos as equações 35 e 36 para dois tipos de partículas, uma de quartzo (com densidade de 2,65 t/m<sup>3</sup>) e outro de galena (com densidade de 7,5 t/m<sup>3</sup>) sedimentando em água (densidade de 1,0 t/m<sup>3</sup>). Têm-se:

➤ Para o regime de Stokes:

$$R_{a/b} = \frac{d_a}{d_b} = \sqrt{\frac{2,65 - 1,0}{7,5 - 1,0}}$$

$$R_{a/b} = 0,511$$

Isso significa que, para a mesma morfologia, as partículas de galena são 51,1% do diâmetro das partículas de quartzo.

➤ Para o regime de Newton:

$$R_{a/b} = \frac{d_a}{d_b} = \frac{2,65 - 1,0}{7,5 - 1,0}$$

$$R_{a/b} = 0,262$$

Isso significa que, para a mesma morfologia, as partículas de galena têm 26,2% do diâmetro das partículas de quartzo.

### e) Erros em nomenclatura

Um erro que é bastante difundido, tanto na vida profissional quanto na vida acadêmica, é o uso das expressões *partícula pesada* e *partícula leve*. Dizer que uma partícula é pesada ou leve é diferente de dizer que uma partícula é *muito* ou *pouco densa*. Pois uma partícula muito densa não necessariamente será mais pesada que uma outra partícula menos densa, ou vice-versa.

### f) O efeito parede

Naturalmente, se em vez de se ter uma partícula isolada no meio fluido, haver um enxame de partículas, as linhas de fluxo irão sofrer influência mútua, e, assim é natural esperar-se mudanças nas condições de movimento.

Em primeiro lugar, para o caso de uma esfera movendo-se em um cilindro de seção transversal limitada, há um apreciável deslocamento de fluido na direção oposta à direção do movimento das esferas, no caso de esferas caindo em água “em repouso”, a água cessa o seu repouso. Se há várias esferas imersas no fluido é razoável considerar que cada esfera está se movendo em um cilindro virtual, ao qual se pode associar *raio apropriado*, e permitindo assim se aplicar a correção de “efeito parede” conveniente.

Toda a dificuldade que surge é na determinação deste raio apropriado e a dificuldade vem do fato de que a parede de um tubo é um limite real, um limite estacionário e, para o caso do movimento de várias partículas, é um limite imaginário e dinâmico. Isto pode ser visto na Figura 2.10, na qual vetores são utilizados para representar o movimento do fluido em vários pontos. Com referência à Figura 2.10(b), o raio apropriado para a esfera *A* é o seguimento *AE* e não o seguimento *AD* ou o *AF*. Mas embora o fato do o seguimento *AD* e o *AF* poderem ser calculados com razoável precisão para o sólido contido na suspensão, o seguimento *AE* é difícil de ser calculado exatamente porque a determinação da

curva  $C'D'EF'$  depende de muitos fatores para ser plotada. Além disso, a semelhança da curva  $C'D'E$  na Figura 2.10(a) com a curva  $C'D'E$  pode não ser tão completa como mostrada no diagrama.

Em segundo lugar, a distância entre duas partículas varia o tempo todo, isto influi para que a atual distância média entre as partículas não seja tomada como tal para as observações precedentes.

A aplicação da equação de correção de Munroe e Francis para o movimento de massas em suspensão é, portanto, nada mais que uma primeira aproximação, sendo esta de validade um tanto questionável.

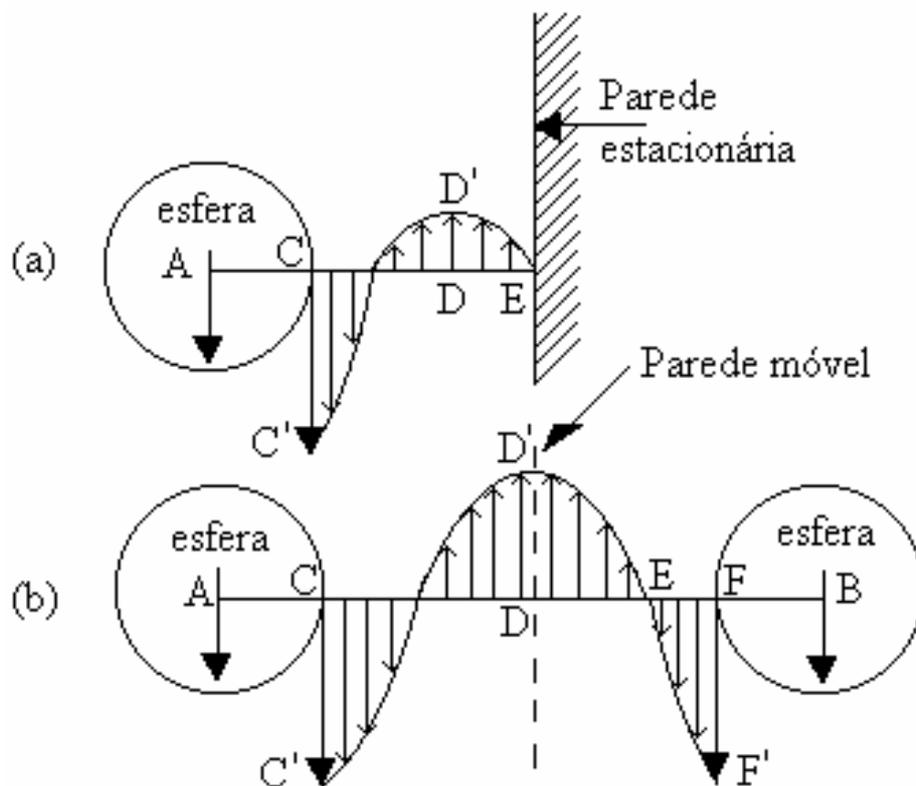


Figura 2.10 - Efeito parede. (a) Efeito da proximidade de uma partícula à parede. (b) Efeito da proximidade de duas partículas (fonte: Gaudin).

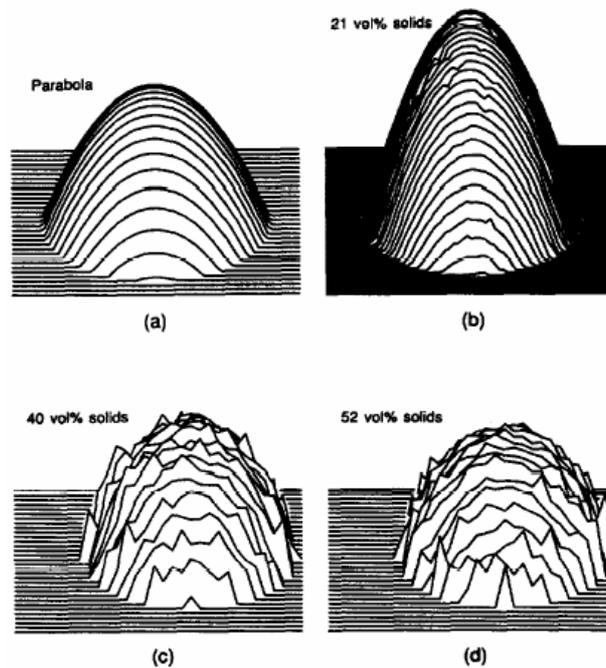


Figura 2.11. Perfis de velocidade de esferas de polimetilmetacrilato em um tubo, a partir de medidas de ressonância magnética nuclear (Sinton e Chow, apud *Advances in Colloid and Interface Science*, 43(1993)17-50 Elsevier, Amsterdam MICROHYDRODYNAMICS OF PARTICULATE SUSPENSIONS ROBERT H. DAVIS ).

### g) Sedimentação estorvada (ou retardada)

Defini-se como sedimentação retardada (ou do inglês *hindered settling*) à sedimentação em que a concentração volumétrica ( $c_v > 3\%$ ) das partículas interfere no movimento destas.

Quanto maior a concentração de partículas na polpa, maior o retardo devido à interação entre as partículas no sentido de uma retardar a sedimentação da outra. Há ainda um aumento da densidade do meio fluido, densidade esta que tende a se tornar a densidade da polpa, o que provoca uma mudança no regime de sedimentação, fazendo com que este tenda ao regime Newtoniano (regime turbulento).

Segundo Wills a equação mais usada para descrever a velocidade de sedimentação em um regime de sedimentação retardada é uma adaptação da lei de Newton dada por:

$$v = k \cdot \sqrt{\frac{d \cdot g \cdot (\rho_s - \rho_f)}{\rho_f}} \quad (36)$$

Quando se deseja realizar uma operação de separação de partículas por tamanhos, deve-se realiza-la no regime de Stokes, porque neste o diâmetro das partículas tem expoente dois, ao passo que no regime Newtoniano ou em uma sedimentação retardada têm-se o diâmetro com expoente 0,5. Assim, operacionalmente é interessante o regime laminar (ou de Stokes) neste caso.

Para se atingir a equação de Stokes deve se trabalhar com a polpa diluída, pois apesar de se tratarem de pequenas partículas, ao aumentar a concentração volumétrica destas, aumenta-se a turbulência e entra-se no regime Newtoniano, onde tamanhos não têm tanta influência quanto a densidade.

### 3. ESPESSAMENTO

O espessamento é a operação de separação sólido-líquido baseada na velocidade de sedimentação, utilizada para:

- a) recuperação de água de polpas de rejeitos ou concentrados;
- b) aumento da concentração de sólidos nas polpas de rejeitos preparando-as para o descarte;
- c) aumento da densidade de polpas visando melhorar a eficiência de operações subseqüentes tais como filtragem, moagem, flotação, transporte, estocagem e lixiviação;
- d) separação dos constituintes dissolvidos de resíduos lixiviados em instalações hidrometalúrgicas.

Os espessadores podem ser utilizados para espessamento de suspensões com menos de 1% até 50% obtendo como produtos polpa espessadas com 10 a 75/80% de sólidos.

O espessamento é o método preferido para desaguamento de polpas devido ao seu custo relativamente baixo e simplicidade de operação. O espessador, apresentado na Figura 3.1, é, essencialmente, um tanque ou reservatório onde a suspensão de sólidos é colocada para permitir a sedimentação das partículas. Sua operação pode ser realizada tanto em bateladas, semicontinuamente ou continuamente. A operação em batelada só é aplicada em instalações de pequena capacidade. Para instalações de grande porte os espessadores contínuos são a melhor solução para o desaguamento de polpas. Nesse caso, o espessador é alimentado continuamente com a suspensão a uma taxa suficientemente baixa para permitir o tempo necessário à sedimentação da fase sólida e à limpeza da fase líquida.

Embora existam muitas vantagens na utilização de espessadores com seção transversal retangular, a forma mais encontrada é a de um tanque cilíndrico baixo, com o fundo cônico, provido de raspadores que têm a função de levar os sólidos sedimentados para o orifício de descarga da fase sólida, localizado no centro do fundo do espessador. O fluxo principal é radial sendo o *overflow* descarregado pela parte superior em uma calha desenhada para esse objetivo.



Figura 3.1 - Espessador

Os espessadores apresentam a desvantagem de ocupar mais área que os demais métodos de separação sólido-líquido, tais como a filtração ou a centrifugação. Além disso, sua construção envolve uma quantidade significativa de material o que, muitas vezes, significa um elevado custo de capital para implantação. Por outro lado, os espessadores apresentam uma elevada capacidade de estocagem e podem ser muito úteis em manter a produção por períodos longos.

### 3.1. Descrição do equipamento

Em geral os espessadores são constituídos de um tanque de sedimentação cuja área e volume possuem dimensões suficientes para permitir a sedimentação de todas as partículas alimentadas. A capacidade do espessador é diretamente proporcional à sua área e é, geralmente, determinada em função da taxa de sedimentação dos sólidos na suspensão, o que independe da altura. A área da unidade determina o tempo que ocorre a sedimentação das partículas sólidas para uma dada taxa de alimentação. Por outro lado, a altura influencia o tempo necessário para o espessamento da polpa a uma dada taxa de alimentação.

Os espessadores possuem um sistema de alimentação de polpa, um sistema de coleta para o *overflow*, onde a fase clarificada é recolhida, um dispositivo para remoção da fase espessada bem

como um mecanismo que possui a função de conduzir os sólidos ao ponto de descarga, apresentado na Figura 3.2, denominado *rake*.

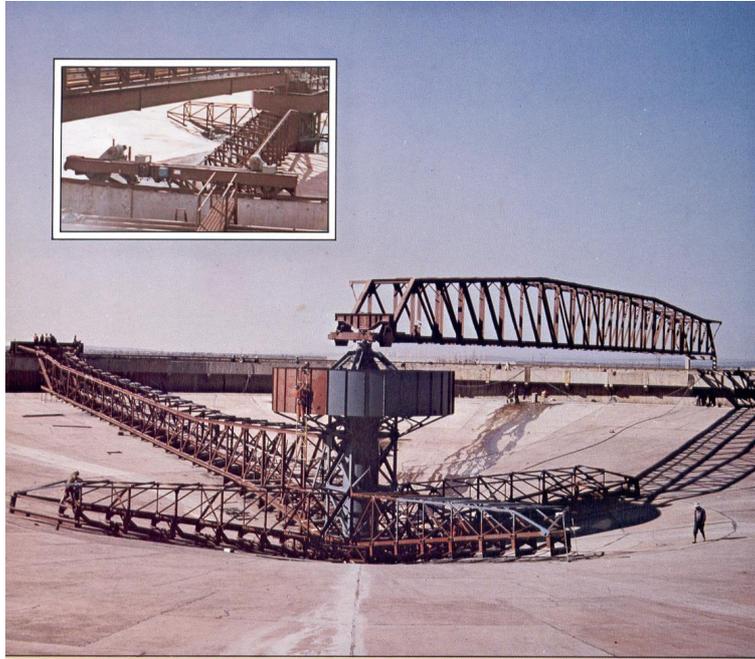


Figura 3.2 – Tanque de um espessador com detalhes do *rake*

Sua eficiência é função de sua habilidade de processar suspensões, ou seja, a quantidade de partículas sólidas no *overflow* e *underflow*. Os principais parâmetros que afetam a eficiência de um espessador são:

- a densidade, a viscosidade e a temperatura da polpa;
- o tamanho e a forma das partículas sólidas;
- a presença de agregantes;
- a diferença de densidade entre as partículas sólidas e a fase líquida;
- os métodos de aplicação dos agregantes;
- a distribuição granulométrica dos sólidos;
- as características de molhabilidades das partículas;
- os sistemas de alimentação da polpa e de retirada do *underflow*;
- a presença de correntes de convecção;

- a perturbação de ventos e a evaporação.

Estes fatores em conjunto devem ser analisados e considerados com a finalidade de otimização da operação de um espessador.

### **3.2. Mecanismo do espessamento – fundamentos e fenômenos envolvidos**

Uma partícula sólida suspensa em água se move sob a influência de forças externas que atuam em torno do meio. Esse movimento depende do equilíbrio entre as forças de reação e a resistência do meio. As forças de resistência do meio aumentam ou diminuem de acordo com o aumento ou redução no volume e na área projetada da seção transversal das partículas. Assim, partículas menores se movem mais lentamente que as partículas maiores.

A base fundamental para compreender e estimar o comportamento dos espessadores contínuos consiste nos testes de sedimentação em batelada e na observação das suspensões em provetas transparentes. Dois estágios de sedimentação foram observados. O primeiro onde as partículas ou os conjuntos de partículas se sedimentam na fase líquida sem inter-contatos, e o segundo onde as partículas se aproximam, contraem (eventualmente) e consolidam, expelindo a fase líquida dos espaços intersticiais. Este segundo estágio, denominado compressão, é considerado o mais complexo na operação do espessador.

A suspensão de alimentação de um espessador pode ser uma mistura heterogênea tanto em relação ao tamanho e forma da partícula (um floco está sendo considerado como uma partícula simples), mas também a respeito dos constituintes. As velocidades de sedimentação das partículas estão intimamente correlacionadas com seus tamanhos, formas e densidades. Assim, quando uma suspensão diluída se sedimenta, ocorrem mudanças na composição de sua vizinhança. Em alguns casos, onde a suspensão possui um grande percentual de partículas de elevada taxa de sedimentação, o sistema comporta-se como dois sistemas sobrepostos. O primeiro em que a taxa de sedimentação é elevada e o outro onde os demais constituintes se sedimentam mais lentamente. Nesse caso existe uma diferença considerável entre os testes de sedimentação em proveta e os contínuos, onde a suspensão sofre modificações durante o processo.

A viscosidade e a temperatura são fatores importantes que afetam a velocidade de sedimentação. Entretanto, a menos indicação em contrário, nesse trabalho iremos considerar esses fatores constantes. As velocidades de sedimentação das partículas individuais devem ser

consideradas quando o objetivo é a clarificação, mas para o espessamento o que deve ser efetivamente considerado é a velocidade de sedimentação de uma camada horizontal de partículas.

Os flocos são agregados frouxamente limitados de partículas que variam no tamanho e na forma. A força de ligação dos agregados varia com o tipo de material na suspensão e com o tipo de floculante utilizado. Os flocos podem sofrer um determinado grau de deformação sem colapso completo e, em geral, essa resistência depende da quantidade de água retida que, por sua vez, depende do grau de compressão. Os flocos formam pontes que podem ser quebradas, principalmente pelo efeito da agitação. Considerando a compressão de uma camada de sólidos sobre a imediatamente inferior, há evidências que provam a influência da altura de sedimentação na taxa de compressão. Alguns pesquisadores encontraram que o peso dos sólidos por unidade de área tem um efeito apreciável na densidade do sedimento.

Os fatores principais, entretanto, são o tamanho e a natureza dos materiais sedimentando. Assim, partículas de sílica de 1 milímetro de diâmetro sedimentam rapidamente, formando um sedimento uniforme com densidade de empacotamento máxima, independente da profundidade ou do tempo. Por outro lado, partículas de tamanho extremamente pequeno floculadas, formam sedimentos com um gradiente de densidade de empacotamento, mesmo após um tempo significativo de sedimentação. Em general, o tipo de suspensão encontrada em espessadores contém flocos que apresentam densidades de empacotamento que variam desde relativamente baixa até elevadas gerando um gradiente de concentração vertical que persiste por períodos de tempo acima daqueles que são usuais no espessamento industrial.

A lama sedimentada tem geralmente pequenas saliências ou crateras na superfície. Se uma saliência é puncionada, observa-se a presença de líquido retido sob as partículas sólidas. Observações realizadas sobre o efeito de formação de canais nas paredes de cilindros de vidro que contêm lamas, mostram canaletas com diâmetro aproximado de 1 milímetro que conduzem para cima a interface em relação à suspensão. São formados pequenos montes, com diâmetro em torno de 5 milímetros, parecendo pequenos vulcões. Esses montes permanecem até a consolidação final da lama, ou seja, até que a altura hidrostática consiga romper a camada superficial da lama. Há três passagens potenciais para o líquido: entre os flocos, através dos flocos e através dos canais preferenciais. O líquido pode subir através de uma micro ou macro percolação. Se ela acontece

através dos flocos terá que ser necessariamente micro, entretanto, entre flocos a percolação poderá ser micro ou macro dependendo do grau de empacotamento.

Os estudos de espessamento englobam a realização de ensaios para seleção de reagentes químicos (floculantes e coagulantes) seguidos de testes de dimensionamento dos espessadores. O dimensionamento dos equipamentos convencionais é realizado tendo como base os testes de sedimentação que objetivam estimar a área, a profundidade e a forma do tanque do espessador.

Os mecanismos de espessamento podem ser entendidos através de ensaios realizados em proveta contendo uma polpa que é deixada sedimentar. Nesta, após um dado tempo, observa-se a formação de uma interface entre a polpa e a água clarificada, sobrenadante. No início do processo esta interface move-se rapidamente para baixo. A seguir há um decréscimo na velocidade até um momento em que ela se estaciona. No fundo da proveta pode ocorrer a formação de duas outras fases, uma de polpa muito densa e uma outra suprajacente a esta, mais diluída. Ressalta-se que estas duas interfaces sobem de forma que a mais densa aumenta de tamanho e a outra se mantém constante. No entanto chega um momento em que elas se confundem restando, como consequência, uma única interface que segue o movimento da interface do líquido clarificado.

A altura da interface em função do tempo decorrido é apresentada na Figura 3.3. Verifica-se uma zona inicial onde aparentemente nada está ocorrendo, correspondente à formação dos flocos. A seguir ocorre um segmento reto que corresponde à zona onde as partículas se sedimentam com uma velocidade elevada, seguido de um trecho de transição e de outra seção curva, correspondente à zona de compressão do espessado, e finalmente um intervalo onde a altura se estabiliza e não muda mais.

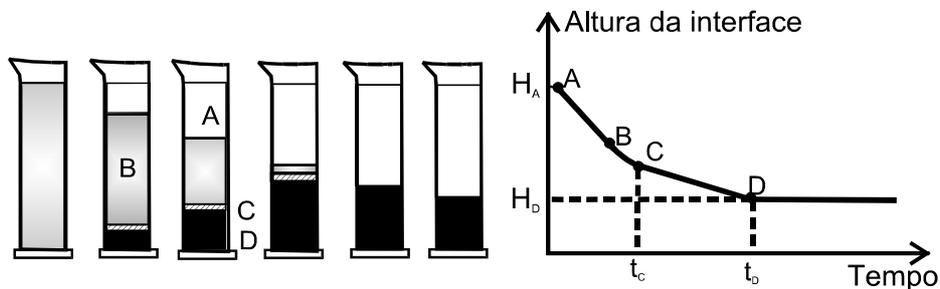


Figura 3.3 – Altura da interface nos testes de sedimentação

Vale lembrar que, dependendo da natureza das partículas sólidas e das condições eletroquímicas, da polpa, pode ocorrer a agregação do material. Os agregados formados se sedimentam (se for o caso) no início de forma muito rápida devido a grande diluição inicial do processo. Nesta fase a velocidade de sedimentação é constante e as partículas estão sujeitas a ação do líquido ascendente. Ressalta-se que no decorrer do processo em o agregado ou a partícula afunda e sua velocidade gradativamente diminui em virtude da interação entre partículas ou agregados e do atrito com a água deslocada para cima devido ao movimento descendente do sólido. À medida que o volume do espessado diminui estas interferências tendem a aumentar. Concomitantemente o volume em torno das partículas é menor, pois o líquido foi expelido para um local mais elevado. Por fim tem-se um estágio em que as partículas estão em contato umas com as outras e adensamentos adicionais só podem ser conseguidos em decorrência da compactação de partículas subjacentes pelo peso das partículas sobrejacentes, com uma velocidade bastante menor.

Ao passar pela zona de compressão, as partículas sólidas sofrem tensões em função do peso da coluna acima. Elas são comprimidas ou espessadas. A zona crítica e a zona de compressão formam a zona de espessamento. Ressalta-se que cada zona, dependendo da alimentação, requer uma área de sedimentação que possua dimensões diferentes. Desta forma, a área efetiva é função da maior delas.

Por outro lado, em casos especiais, pode ocorrer à união das partículas formando uma estrutura que sedimenta concomitantemente e empurra o líquido para cima em um processo semelhante a uma filtração da água pelo leito descendente das partículas. Esta situação particular é denominada de regime de sedimentação por fase. Em resumo os trabalhos experimentais mostram que as partículas em suspensão em uma polpa podem sedimentar segundo três regimes ou tipos de sedimentação.

Com base nestes testes pode ser construído um modelo ideal mostrando quatro diferentes zonas de sedimentação em um espessador a saber: zona de alimentação, zona de clarificação, zona crítica de sedimentação e zona de compressão.

Em um espessador contínuo, apresentado na Figura 3.4, podem ser observadas as mesmas zonas, com a ressalva que o *underflow* e o *overflow* descarregam continuamente e a polpa é alimentada pelo duto de alimentação (*feedwell*) na zona B (zona de sedimentação livre). As

partículas iniciam movimento descendente e a água ascendente. A zona C de transição e a zona D são as zonas onde ocorre a concentração do espessado e a zona A é onde ocorre a clarificação do *overflow*. Na zona de espessamento, que compreende a zona crítica e a de compressão, os fluxos são considerados como verticais, descendentes e distribuídos lateralmente de modo uniforme.

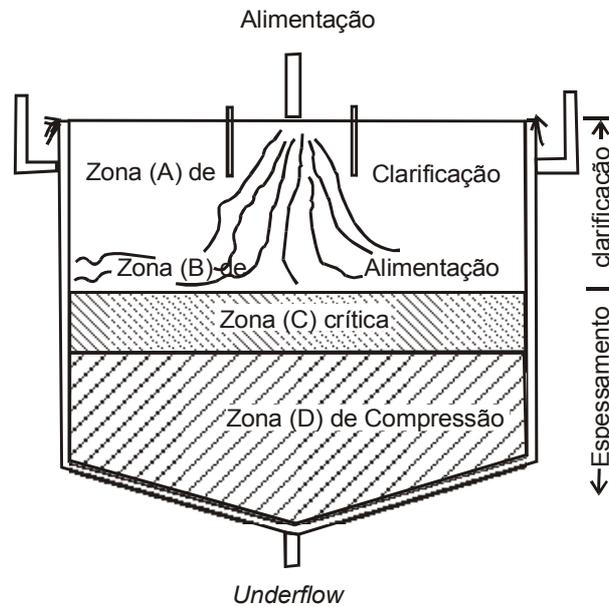


Figura 3.4 - Zonas de sedimentação em um espessador

Durante o espessamento o movimento das partículas é modificado pelas forças de gravidade, empuxo do líquido deslocado e pela força de atrito desenvolvida entre o líquido e as partículas. Estas forças por sua vez são dependentes da geometria do equipamento e das seguintes propriedades: da polpa (densidade e viscosidade), da partícula (tamanho, forma, densidade e rugosidade da superfície), do sistema (porcentagens de sólidos e estado de dispersão das partículas, pH e presença de floculantes e coagulantes).

Os regimes de sedimentação observados durante o espessamento estão apresentados na Figura 3.4, e mostram que esses são dependentes da densidade da polpa e da tendência das partículas se flocularem.

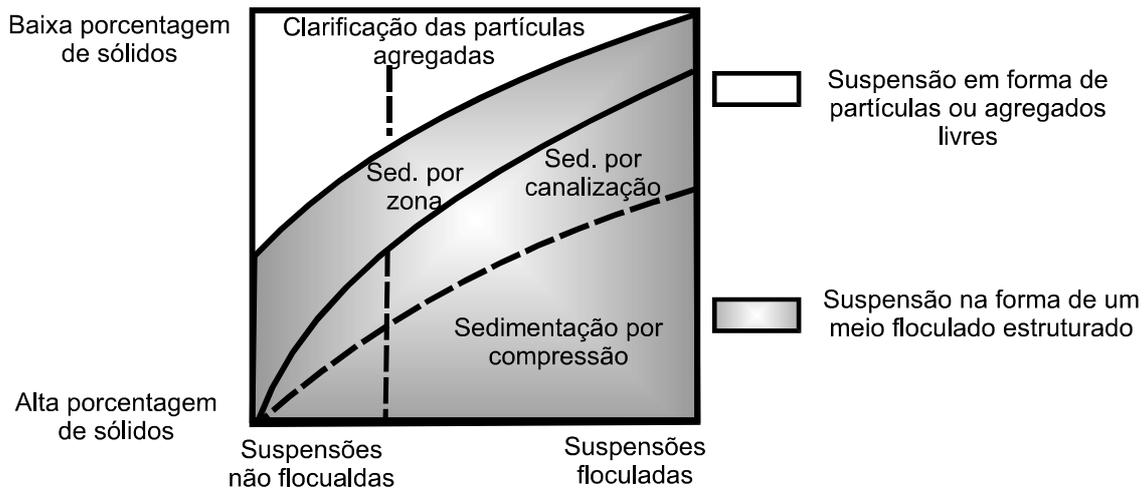


Figura 3.4 - Regime de sedimentação

Para densidades baixas, isto é, altíssima diluição da polpa, o regime de clarificação é predominante. Neste caso as partículas estão em geral separadas e livres para sedimentar de forma individual sem interferências mútuas. No entanto pode ocorrer que uma partícula maior sedimente mais rapidamente e ainda colida com outras em sua trajetória. Neste caso, se houver tendência à formação de agregados a sua velocidade de sedimentação passa ser muito maior. Por outro lado caso, caso não haja tendência para formação de agregados, após a colisão as duas partículas continuam o seu movimento individual e depositam com velocidade característica.

Ao aumentar a densidade da polpa, as partículas ficam mais próximas entre si e podem atingir uma situação onde cada uma está em contato com a sua vizinha. Este fenômeno pode ocorrer quando as partículas tendem a se agregar. Neste caso os sólidos aprisionados na estrutura tendem a sedimentar concomitantemente com uma mesma velocidade. Assim, há a formação de uma interface bem nítida entre a fase com os agregados e a sobrenadante. Este é o denominado regime de sedimentação por fase.

Já o regime de compressão ocorre quando as partículas encontram-se tão adensadas que uma está em contato com a outra. Este adensamento ocorre por compactação devido ao peso da coluna sobrejacente.

As taxas típicas de espessamento na escala industrial pode ser vistas na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1 - Critério de desenho para espessadores e clarificadores e as condições de operação

	Porcentagem de sólidos		Área unitária m <sup>2</sup> (t/dia)	Taxa de overflow m <sup>3</sup> /(m <sup>2</sup> h)
	Alimentação	Underflow		
Processo Bayer alumínio				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lama vermelha, primária</li> <li>• Lama vermelha do efluente de lavagem</li> <li>• Semente fina</li> </ul>	3 – 4 6 – 8 1 – 10	10 – 25 15 – 35 20 – 50	2 – 5 1 – 4 1,2 – 3	0,07 – 0,12
Purificação de salmoura	0,2 – 2,0	8 – 15	-----	0,5 – 1,2
Rejeito de carvão	0,5 – 6,0	20 – 40	0,5 – 1,0	0,7 – 1,7
Cianeto de minério lixiviado	16 – 33	40 – 60	0,3 – 1,3	
Lama de aciaria	0,2 – 2,0	40 – 60	-----	1,5 – 3,7
Lama de aciaria, BOF	0,2 – 2,0	30 – 70	-----	1,0 – 3,7
Lama de desulfurização de lavador de gás	3 – 12	20 – 45	0,3 – 3	
Hidróxido de magnésio de salmoura	8 – 10	25 – 40	5 – 10	
Hidróxido de magnésio de água do mar	1 – 4	15 – 20	3 – 10	0.5 – 0.8
Metalúrgico				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concentrado de cobre</li> <li>• Rejeito de cobre</li> <li>• Minério de ferro</li> </ul>	14 – 50 10 – 30	40 – 75 45 – 65	0,2 – 2,0 0,4 – 1,0	

	Porcentagem de sólidos		Área unitária m <sup>2</sup> (t/dia)	Taxa de overflow m <sup>3</sup> /(m <sup>2</sup> h)
	Alimentação	Underflow		
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Concentrado (magnético)</li> <li>✓ Concentrado (não magnético) grosso</li> <li>✓ Concentrado (não magnético) fino</li> <li>✓ Rejeito (magnético)</li> <li>✓ Rejeito (não magnético)</li> <li>• Concentrado de Molibidênio</li> <li>• Resíduo de níquel lixiviado (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>CO<sub>3</sub></li> <li>• Resíduo de níquel ácido lixiviado</li> <li>• Concentrados de zinco</li> <li>• Resíduo de zinco lixiviado</li> </ul>	<p>20 – 35</p> <p>25 – 40</p> <p>15 – 30</p> <p>2 – 5</p> <p>2 – 10</p> <p>10 – 35</p> <p>15 – 25</p> <p>20</p> <p>10 – 20</p> <p>5 – 10</p>	<p>50 – 70</p> <p>60 – 75</p> <p>60 – 70</p> <p>45 – 60</p> <p>45 – 50</p> <p>50 – 60</p> <p>45 – 60</p> <p>60</p> <p>50 – 60</p> <p>25 – 40</p>	<p>0,01 – 0,08</p> <p>0,02 – 0,1</p> <p>0,15 – 0,4</p> <p>0,6 – 1,5</p> <p>0,8 – 3</p> <p>0,2 – 0,4</p> <p>0,3 – 0,5</p> <p>0,8</p> <p>0,3 – 0,7</p> <p>0,8 – 1,5</p>	<p>1,2 – 2,4</p> <p>0,7 – 1,2</p>
Lama fosfática	1 – 3	5 – 15	1,2 – 15	
Resíduo de galvanização	2 – 5	5 – 30	-----	
Lama potassa	1 – 5	6 – 25	4 – 12	
Urânio				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Minério lixiviado ácido</li> <li>• Minério lixiviado alcalino</li> <li>• Precipitado de urânio</li> </ul>	<p>10 – 30</p> <p>20</p> <p>1 – 2</p>	<p>25 – 65</p> <p>60</p> <p>10 – 25</p>	<p>0,02 – 1</p> <p>1</p> <p>5 – 12,5</p>	

### 3.3. Dimensionamento de espessadores

Como visto anteriormente, embora haja equações que podem prever a evolução da sedimentação para sistemas expandidos (onde a concentração é insuficiente para que a polpa se comporte como uma massa una), essas falham ao prever o comportamento de suspensões em um espessador. Assim a praxe é utilizarem-se ensaios de sedimentação em proveta e extrair os critérios de projeto a partir do comportamento observado.

O comportamento reológico da polpa também vai mudando em função do aumento gradual da concentração volumétrica de sólidos (por conseguinte, da interação interparticular). Por exemplo, em se tratando de água como fluido, a viscosidade dinâmica (em Pa.s), sob diluição infinita, pode ser expressa por:

$$\eta_{H_2O} = 0,002488 - 0,00049567 \times \ln(t - 273)$$

Onde:

- t – temperatura absoluta da água [K].

O comportamento reológico de polpas aquosas foi estudado por Heiskanen e Laapas, os quais obtiveram a seguinte equação para a viscosidade dinâmica de uma polpa com concentração volumétrica dada:

$$\eta_p(c_v) = \eta_{H_2O} \times \left\{ 1 + 2,5 \times c_v + 14,1 \times c_v^2 + 0,00273 \times \exp[-16 \times c_v] \right\}$$

Nos ensaios de sedimentação em proveta, a maior dificuldade é determinação do ponto crítico de transição do regime de sedimentação por zona e por compressão, chamado ponto de compressão. Como se verá, esse ponto é requerido para o dimensionamento pelo método de Kynch e seus derivados.

Um traçado útil à visualização do ponto crítico de compressão é o gráfico de Roberts, onde se plota a evolução temporal das cotas da interface (h), subtraídas da cota final de equilíbrio ( $h_\infty$ ), em gráfico de escala logarítmica. Um exemplo é mostrado na Figura 3.5

(onde o ponto de compressão cai aproximadamente entre 50 e 55 segundos). Os dados referentes à figura são apresentados na Tabela 3.2 correspondente.

Depois de o sistema atingir o ponto de compressão, em face da interação forte entre partículas (com suporte mecânico das camadas inferiores), ao contrário do abaixamento da interface na zona de clarificação, no regime de compressão, a decida da interface obedece a uma curva do tipo:

$$h(t) - h_{\infty} = (h(t^*) - h_{\infty}) \times \exp[-k \times (t - t^*)]$$

Onde:

- $h(t)$  – altura da interface no tempo  $t$  [m];
- $h(t^*)$  – altura da interface no tempo  $t^*$  [m];
- $h_{\infty}$  – altura da interface no tempo “infinito” [m];
- $k$  – parâmetro cinético dependente das propriedades do sistema granular [ms<sup>-1</sup>].

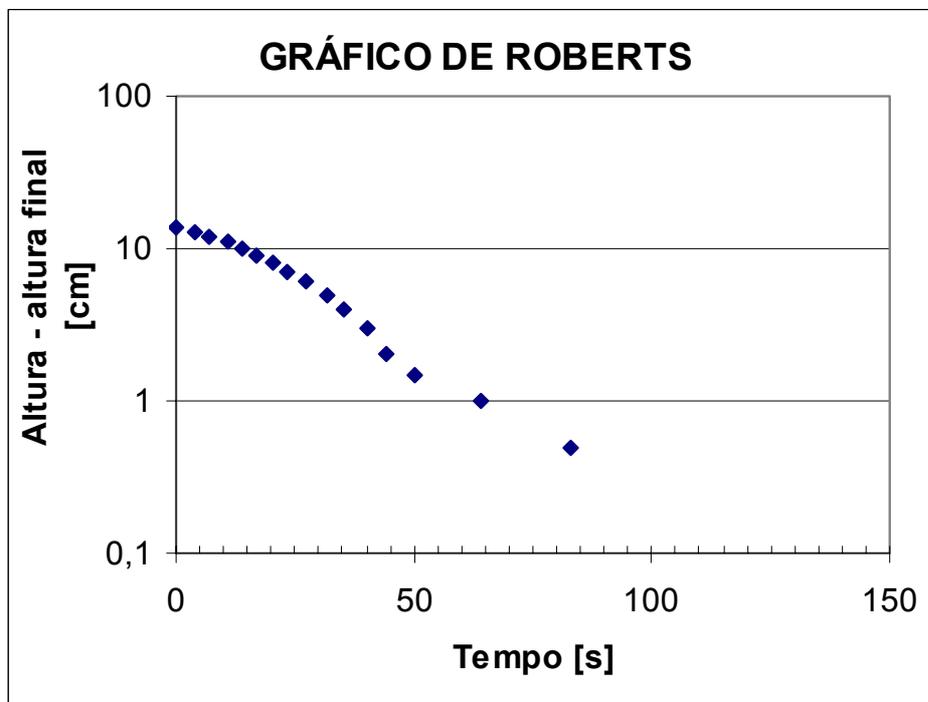


Figura 3.5 - Gráfico de Roberts

Tabela 3.2 - Dados para o gráfico de Roberts para determinação do ponto de compressão

Tempo (t) [s]	Altura (h) [cm]	Ordenada (h-hinfinto) [cm]
0	17	14
4	16	13
7	15	12
11	14	11
14	13	10
17	12	9
20,5	11	8
23,5	10	7
27,5	9	6
32	8	5
35,5	7	4
40	6	3
44	5	2
50	4,5	1,5
64	4	1
83	3,5	0,5
131	3	0,0

### a) Dimensionamento da zona de clarificação

Essa zona é dimensionada a partir do balanço de massas, onde o transbordo deve ser virtualmente isento de sólidos (ou seja: a vazão de sólidos no espessado é igual à da alimentação).

A equação de balanço de volumes em um espessador (“entrada = saída no transbordo + saída no espessado”) é dada por:

$$\frac{\left(\frac{Q_{sa}}{c_{ma}}\right)}{\rho_a} = \frac{\left(\frac{Q_{su}}{c_{mu}}\right)}{\rho_u} + Q_{vo} = \frac{Q_{sa}}{\rho_a \times c_{ma}} + \frac{Q_{sa}}{\rho_u \times c_{ma}} + Q_{vo} = Q_{sa} \times \left( \frac{1}{\rho_a \times c_{ma}} - \frac{1}{\rho_u \times c_{ma}} \right)$$

Onde:

- $Q_{sa}$  – vazão mássica de sólidos na alimentação [ $\text{kgs}^{-1}$ ];
- $Q_{su}$  – vazão mássica de sólidos no espessado (*underflow*) [ $\text{kgs}^{-1}$ ];

- $\rho_a$  – massa específica da polpa de alimentação [ $\text{kgm}^{-3}$ ];
- $\rho_a$  – massa específica da polpa espessada [ $\text{kgm}^{-3}$ ];
- $c_{ma}$  – concentração mássica na alimentação [-];
- $c_{mu}$  – concentração mássica no espessado [-].

Note-se que a massa específica de um fluxo genérico  $i$  pode ser calculada a partir da concentração mássica e da massa específica das fases sólida e fluida, sendo dada por:

$$\rho_i = \frac{1}{\frac{c_{mi}}{\rho_s} + \frac{(1-c_{mi})}{\rho_f}} = \frac{\rho_s \times \rho_f}{\rho_f \times c_{mi} + \rho_s \times (1-c_{mi})}$$

A equação de balanço usualmente é expressa em função da concentração em massa de sólido por volume de polpa, em vez de em função das concentrações mássicas. Assim, percebendo que:

$$C = \frac{\text{massa de sólido}}{\text{volume de polpa}} = \frac{c_{mp} \times Q_p}{\frac{Q_p}{\rho_p}} = \rho_p \times c_{mp}$$

A expressão do balanço fica:

$$Q_{vo} = Q_{sa} \times \left( \frac{1}{C_a} - \frac{1}{C_u} \right)$$

Onde:

- $C_a$  – carga de sólidos por volume de polpa na alimentação [ $\text{kgm}^{-3}$ ];
- $C_u$  – carga de sólidos por volume de polpa no espessado (*underflow*) [ $\text{kgm}^{-3}$ ].

Como vazão volumétrica é a derivada temporal do volume, o tempo de detenção (ou de residência) na zona de clarificação é dado por:

$$\theta_{cl} = \frac{V_{cl}}{Q_{vo}} = \frac{A \times H_{cl}}{Q_{sa} \times \left( \frac{1}{C_a} - \frac{1}{C_u} \right)}$$

Onde:

- $V_{cl}$  – volume da zona de clarificação [ $m^3$ ];
- $H_{cl}$  – altura da zona de clarificação [m];
- $A$  – área da seção transversal do espessador [ $m^2$ ].

A vazão volumétrica do transbordo clarificado também deve obedecer à equação de continuidade:

$$Q_{vo} = v \times A = v \times \frac{\pi}{4} \times D^2 = \frac{H_{cl}}{\theta_{cl}} \times \frac{\pi}{4} \times D^2$$

Onde:

- $Q_{vo}$  – vazão volumétrica de clarificado (*overflow*) [ $m^3 s^{-1}$ ];
- $A$  – área de seção transversal do espessador [ $m^2$ ];
- $v$  – velocidade de sedimentação da zona de clarificação [ $ms^{-1}$ ].

Utiliza-se a velocidade de sedimentação porque a velocidade de ascensão do clarificado não deve arrastar os sólidos, os quais devem se dirigir à zona de espessamento.

## **b) Dimensionamento da zona de espessamento**

Em operação ideal de um espessador a zona crítica deve ser virtualmente inexistente, Isto é: deve ser uma zona de espessura desprezível (início da zona de compressão).

A concentração de sólidos vai aumentando à medida que a sedimentação progride nessa zona, devido à expulsão do líquido intersticial. Como a velocidade de sedimentação em cada horizonte depende basicamente do teor de sólidos reinante nele, haverá uma concentração que será o gargalo do sistema contínuo, ou seja: uma concentração de fluxo unitário ou específico mínimo (vazão de sólidos por área de decantação). Naturalmente o dimensionamento da área de espessamento deverá ser baseado nesse fluxo específico mínimo. Caso contrário, durante a operação contínua, a interface da zona crítica iria se

elevando, até que o espessador entrasse em colapso, vertendo polpa com sólido na saída de líquido clarificado.

O método pioneiro de dimensionamento dessa zona foi desenvolvido por Coe e Clevenger. Esse método utiliza uma série de ensaios de sedimentação em proveta, variando-se a quantidade de sólido na suspensão inicial. A partir de cálculos simples, calculam-se os fluxos específicos para cada caso e seleciona-se o mais crítico, o qual vem a ser o fluxo unitário mínimo ( $G_i$  mínimo) na zona de espessamento.

Analogamente ao mostrado anteriormente, para uma concentração inicial  $C_{ai}$ , tem-se:

$$Q_{vi} = v_i \times A = Q_s \times \left( \frac{1}{C_{ai}} - \frac{1}{C_u} \right)$$

Daqui, re-arranjando os termos, tem-se a expressão clássica de Coe-Clevenger para um fluxo unitário ( $G_i$ ):

$$G_i = \frac{Q_s}{A_i} = \frac{v_i}{\left( \frac{1}{C_{ai}} - \frac{1}{C_u} \right)}$$

A velocidade de sedimentação é obtida no gráfico de altura *versus* tempo, como a inclinação média entre o início do regime de sedimentação por zona e o ponto de compressão. Ou seja:

$$v_i = \frac{h_{ai} - h_{comi}}{t_{comi} - t_{ai}}$$

Onde:

- $h_{ai}$  – altura da interface no tempo inicial de sedimentação por zona,  $t_{ai}$  [m];
- $h_{comi}$  – altura da interface no tempo início de compressão,  $t_{comi}$  [m];

Naturalmente os valores de tempo  $t_{ai}$  devem ser próximos de zero ou iguais a zero (não são iguais a zero quando existe uma acomodação natural do sistema, no início do ensaio, devida à turbulência necessária para a homogeneização inicial).

Kynch (em 1952), analisando a matemática das curvas de sedimentação, desenvolveu um método em que é possível fazer-se o dimensionamento de um espessador convencional a partir de um único ensaio, (ao contrário do método de Coe-Clevenger).

Pelo balanço de massa de sólido dentro da proveta tem-se:

$$A \times h_0 \times C_0 = A \times h_u \times C_u \Rightarrow h_u = \frac{h_0 \times C_0}{C_u}$$

- $C_0$  – carga de sólidos inicial na proveta homogeneizada [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];
- $C_u$  – carga de sólidos final (*underflow*) especificada pelo processo [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];
- $h_0$  – altura inicial da interface no tempo inicial  $t=0$  [m];
- $h_u$  – altura da interface correspondente à concentração requerida no *underflow* [m];

No caso de que a cota correspondente à concentração de descarga for maior que a do ponto de compressão ( $h_u > h_{\text{com}}$ ), o tempo de residência na zona de espessamento requerido ( $t_u$ ) deve ser lido diretamente na curva altura *versus* tempo e a área efetiva de espessamento ser calculada por:

$$A = \frac{t_u}{h_0 \times C_0} \times Q_{sa}$$

Para se calcular o tempo requerido para o espessamento quando cota correspondente à concentração de descarga for menor que a do ponto de compressão ( $h_u < h_{\text{com}}$ ), têm sido usados dois traçados alternativos:

- traçado de Talmadge e Fitch: traça-se uma linha tangente à curva de sedimentação no ponto de compressão – de coordenadas ( $h_{\text{com}}; t_{\text{com}}$ ) e obtido com ajuda do gráfico de Roberts . A seguir o tempo  $t_u$  é obtido na intersecção entre essa tangente e a reta horizontal de ordenada igual a  $h_u$  (dita “linha do *underflow*”).

- traçado de Oltman: traça-se uma reta que passe pelo ponto de compressão ( $h_{com}; t_{com}$ ) e o ponto inicial de sedimentação por zona, de coordenadas ( $h_a; t_a$ ). A seguir, o tempo  $t_u$  é obtido na intersecção entre essa reta e a reta horizontal de ordenada igual a  $h_u$  (dita “linha do *underflow*”).

Segundo David Martin Menne (acessado em 2003 no seguinte endereço: <http://members.iinet.net.au/~menne/minproc.htm>), cifras típicas para o espessamento convencional são:

- Taxa Transbordo clarificado:  $0,16 \text{ m}^3/\text{h}$  por  $\text{m}^2$  de área de espessador;
- Taxa típica de sólidos:  $(0,16 \times \rho_u) \text{ t}/(\text{h}.\text{m}^2)$ , onde é a massa específica do espessado (*underflow*) em  $\text{t}/\text{m}^3$ ;

Para espessadores de lamelas Brandowsky e colaboradores desenvolveram um método que permite o dimensionamento desse tipo de espessador, mostrado a seguir.

A eficiência de sedimentação é dada por:

$$E = \frac{C_0 - C_o}{C_0} = 1 - \exp[-Mo^*]$$

Onde  $Mo^*$  é o *número de sedimentação*, adimensional e dado por:

$$Mo^* = 0,37 \times Ar^{-0,1269} \times \left(\frac{v_t}{v_f}\right)^{0,5403} \times \left(\frac{l}{h_{lam}}\right)^{0,6911} \times \left(\frac{n}{1,25}\right)^{0,0571} \times (tg\alpha)^{-0,4710}$$

Onde:

- $Ar$  – número de Arquimedes [-];
- $v_t$  – velocidade terminal de sedimentação [ $\text{ms}^{-1}$ ];
- $v_f$  – velocidade do fluido entre as lamelas [ $\text{ms}^{-1}$ ];
- $l$  – comprimento das placas (lamelas) [m];
- $h$  – espaçamento entre lamelas [m];

- $\alpha$  – ângulo de inclinação das lamelas [°];
- $n$  – agudez (parâmetro exponencial) da distribuição de Rosin-Rammler [-].

O número de Arquimedes é dado por:

$$Ar = \frac{d_p^3 \times \rho_f \times g \times (\rho_p - \rho_f)}{\eta^2 \times \rho_f}$$

Para maiores detalhes sobre a distribuição de Rosin-Rammler pode-se consultar o item de filtragem.

### 3.4. Prática operacional

Nas operações de espessamento as variáveis que devem ser consideradas são:

- a) a granulção, a vazão e a percentagem de sólidos da alimentação;
- b) a percentagem de sólidos e a vazão no *underflow*;
- c) a percentagem de sólidos no *overflow*;
- d) o pH da polpa;
- e) a dosagem e a diluição dos floculantes;
- f) o ponto de adição dos floculantes e
- g) a densidade na zona crítica e suas vizinhanças.

Deve ser lembrado que os espessadores não admitem partículas finas em sua alimentação em virtude do modo que foram projetados. Além disso, o material não deve ser acumulado dentro do espessador.

A Figura 3.6 foi construída por Wilhen e Naide com base em resultados de ensaios contínuos através de medição da percentagem de sólidos em diferentes alturas de interfaces no espessador, mostrando desta forma a relação entre a percentagem de sólidos no *underflow* e a razão de espessamento. Esta figura revela que para concentrações menores do

que 400g/l as linhas tendem a convergir. Nesta situação o espessador é mais dependente das variações na vazão de sólidos e menos dependente das mudanças na altura da interface, o que implica que este parâmetro não influencia significativamente o desempenho do espessador. Ao contrário, caso haja mudanças na vazão do espessador, seu desempenho diminui. Portanto, quando se estoca material no espessador, devido a um aumento da vazão de alimentação ou aumento na percentagem de sólidos, sem aumentar a vazão do espessador, a altura da interface aumenta gradualmente até que a alimentação transborde para a calha do *overflow*.

Novamente analisando a Figura 3.6 observa-se que para valores maiores do que 400g/l ocorre um espalhamento das linhas devido a adaptação do espessador às variações na vazão de alimentação. Desta forma, em um dado intervalo de concentração, o espessador absorve durante um tempo as variações na alimentação. Ressalta-se que quando se adicionam polímeros no espessador, estes podem mascarar os efeitos acima descritos.

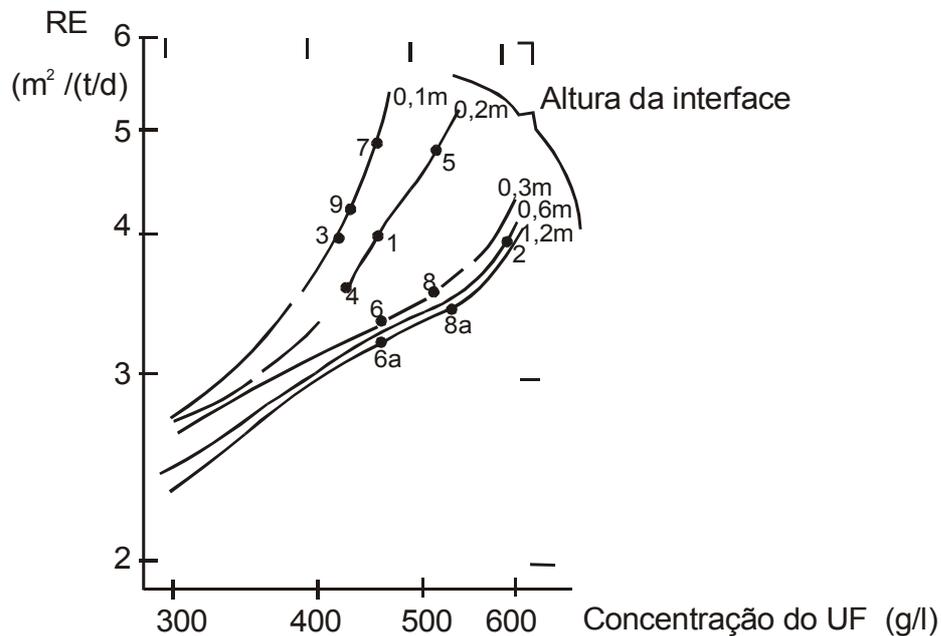


Figura 3.6 - Relação entre a razão de espessamento (RE) e a concentração de sólidos no *underflow*

Quando o material acumula no espessador vários efeitos podem ser observados, dentre eles:

- a) descarga da alimentação junto ao *overflow*;
- b) dificuldade de bombeamento devido a um *underflow* mais grosso;
- c) deposição de material no espessador fazendo com que o *underflow* fique mais diluído podendo atingir a diluição da alimentação;
- d) sobrecarga no mecanismo de *rake* que pode ser desligado pelo sistema de proteção.

Quando o *underflow* fica mais grosso, uma medida corretiva para melhorar o desempenho do espessador é injetar parte da alimentação neste a fim de diminuir a percentagem de sólidos. Como consequência há uma diminuição do esforço para o bombeamento e um alívio geral no sistema.

Por outro lado, se há deposição de material no fundo do espessador, o *rake* sobe e cabe ao operador promover a mudança de comando para o manual a fim de que as ilhas no fundo sejam destruídas. Caso o problema não seja resolvido no decorrer de 30 minutos a alimentação deve ser interrompida.

Ressalta-se que durante a operação alguns fenômenos que ocorrem dentro do espessador não podem ser observados pelo operador. No entanto alguns parâmetros do processo devem ser avaliados e interpretados objetivando melhorar o desempenho do espessador como, por exemplo, se há uma elevação do nível dentro do espessador isto pode estar ligado à acumulação de material em seu interior em virtude de uma remoção insuficiente no *underflow* ou deficiência na floculação. Por outro lado, uma posição mais elevada do *rake* pode estar ligada a um acúmulo de material no espessador, assim como um aumento de torque pode ser devido a um aumento na sobrecarga em virtude de uma alimentação mais grossa, de um excesso de vazão ou de formação de montes de material no fundo do espessador.

### 3.5. Espessadores de alta capacidade

Os espessadores convencionais apresentam a desvantagem de requerer elevadas áreas de piso para instalação e operação, uma vez que a qualidade dos produtos, *overflow* e *underflow*, depende mais da área do equipamento que de sua altura. Nas situações de ampliação ou otimização de processos em que um espessador convencional deve ser adicionado a uma unidade industrial já existente, os problemas de espaço se tornam extremamente complicados podendo mesmo inviabilizar a mudança. Além disso, considerando que o preço desses equipamentos é consequência direta do seu porte e dos fatores discutidos anteriormente, o espessador encontra-se entre os itens mais caros do investimento inicial em uma usina.

Em função disso diversos fabricantes têm desenvolvido novos espessadores, denominados de alta capacidade. O espessador de alta capacidade desenvolvido pela *Envirotech Corporation* está apresentado na Figura 3.7. Esse espessador tem como premissa básica o uso de floculantes para o seu desempenho. Em função disso, foram feitas algumas mudanças de projeto que tornaram o equipamento diferente do espessador convencional, especialmente por sua maior altura e menor área. O princípio básico de funcionamento desse equipamento consiste em flocular o material e alimentar a polpa floculada no meio da altura total do espessador. Os flocos crescem através da incorporação de outras partículas sólidas e de outros flocos que encontram em sua trajetória. Quando chegam ao tamanho crítico se inicia a sedimentação. Nesse tipo de equipamento o mecanismo de espessamento é a sedimentação por fase, obtida pelo uso dos floculantes. Assim, a modificação fundamental introduzida por este tipo de equipamento é a troca do investimento, devido à redução do porte do equipamento, por um custo operacional, devido ao consumo de reagentes. Os espessadores de alta capacidade têm uma área cerca de vinte vezes menor que o espessador convencional de mesma capacidade.

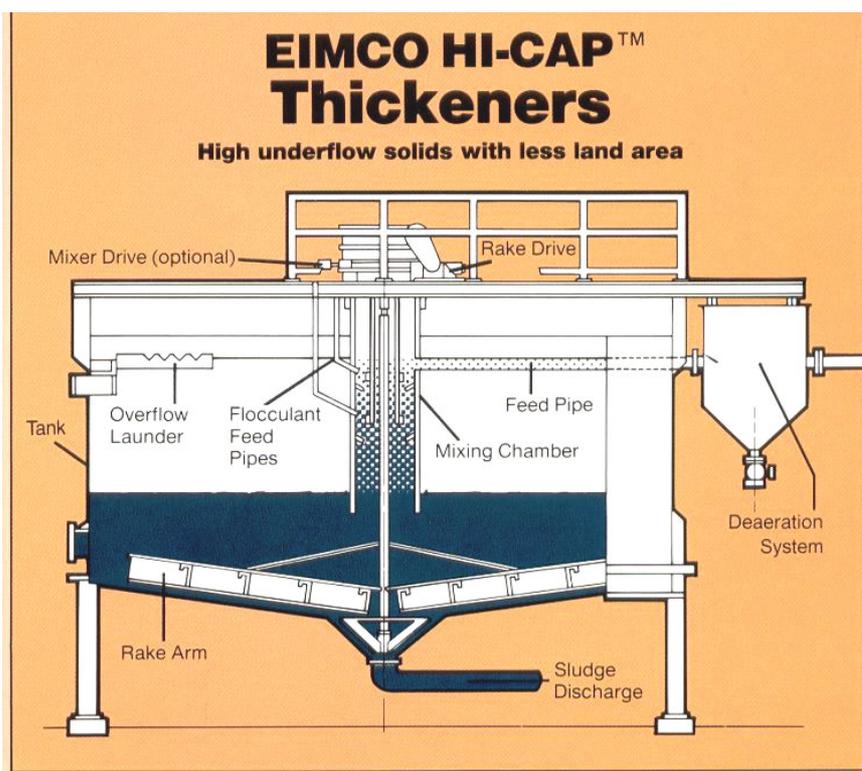


Figura 3.7 – Espessador de elevada capacidade

Embora esses equipamentos sejam de pequenos diâmetros, com construção mais barata, a potência instalada é a mesma do espessador convencional. A alimentação é crítica no projeto de equipamentos deste tipo, pois o polímero deve ser perfeitamente misturado com a polpa e as forças de cisalhamento resultantes da turbulência do escoamento devem ser minimizadas.

A alimentação entra no espessador via um poço oco onde é adicionado flocculante que é rapidamente disperso através de um agitador mecânico. Esse estágio de mistura aumenta o espessamento uma vez que aumenta a eficiência do flocculante. O contato direto entre os sólidos sedimentando e o fluido subindo, que é comum nos espessadores, é evitado com a injeção na parte média do espessador. Placas radiais montadas inclinadas são parcialmente mergulhadas na polpa e os sólidos sedimentam-se escorregando nestas placas promovendo um espessamento mais rápido e efetivo que no movimento vertical. A altura de injeção da polpa é automatizada através do uso de um sensor de nível.

Uma representação de um espessador de elevada capacidade, desenvolvido pela E-Cat está apresentado na Figura 3.8. Observa-se que dois espessadores de 12 metros de diâmetro substituíram dois espessadores convencionais de 92 metros, demonstrando a redução de área de piso obtida com esses equipamentos.

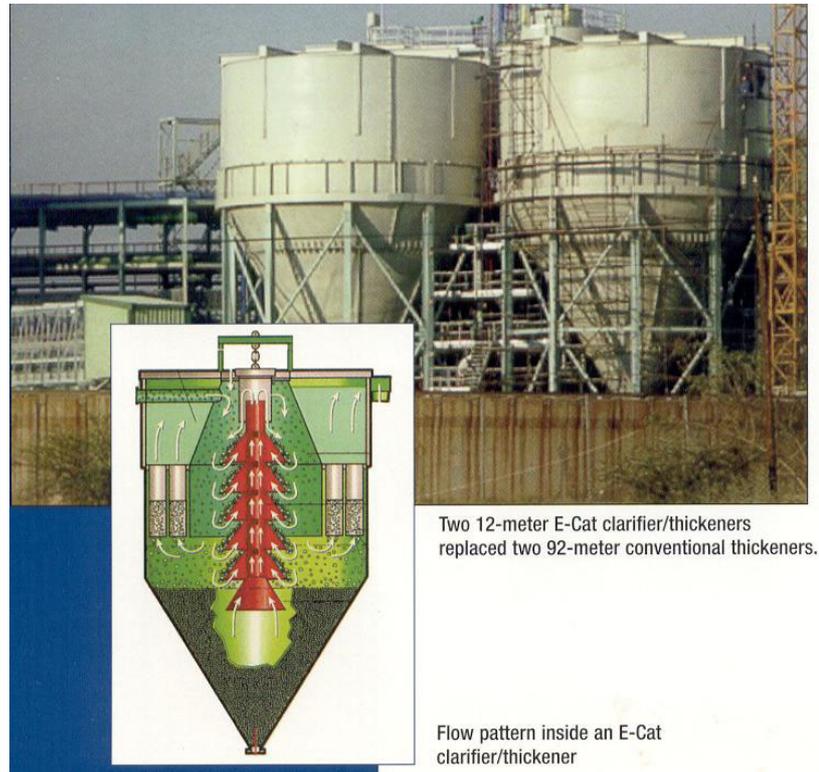


Figura 3.8 – Espessador de alta capacidade da E-Cat

O espessador desenvolvido pela *Sala International* em cooperação com o *Axel Johnson Institute for Industrial Research* foi denominado espessador de lamelas. Esse espessador, também baseado no simples princípio de separação por gravidade, tem as vantagens dos espessadores tradicionais, ou seja, robustez, simplicidade e baixos custos operacionais, porém ocupa apenas 10% do espaço de um espessador convencional.

A área de sedimentação do espessador de lamelas é dividida por placas finas, inclinadas e com pequeno espaçamento entre si. Este conceito básico simples foi utilizado para obter um projeto final eficiente através da aplicação de características tais como distribuição uniforme da carga, um sistema especial de alimentação, vibrações da caixa de descarga do material espessado e um sistema automático de controle.

O espessador de lamelas pode substituir os espessadores convencionais na maioria das aplicações. Pode ainda ser usado como pré-espessador, antecedendo a processos mais avançados de separação, tais como centrifugação e filtração, nos casos em que a separação por gravidade não costumava ser usada em virtude das excessivas dimensões da unidade convencional.

Um espessador deve atender a dois requisitos básicos: garantir um fluxo inferior de determinada concentração de sólido e um fluxo superior de pureza aceitável. Isso significa que a clarificação e a compactação estão interligadas. A limpeza do líquido extravasado é uma função da razão do extravasamento, e a concentração do fluxo inferior uma função da razão de retirada do espessado. A área de sedimentação deve ser fixada de maneira a permitir a obtenção do resultado preferencial, ou seja, um limite máximo de sólidos em suspensão no líquido extravasado ou uma concentração mínima no fluxo inferior.

A Figura 3.9 mostra o processo de sedimentação num recipiente inclinado. Podem ser observadas essencialmente as mesmas zonas que existem no espessador convencional. A polpa sedimentada flui para baixo sob a ação da diferença de densidade que existe entre a própria polpa e a suspensão na zona de sedimentação impedida. A área de sedimentação do recipiente inclinado é igual área de sua projeção no plano horizontal.

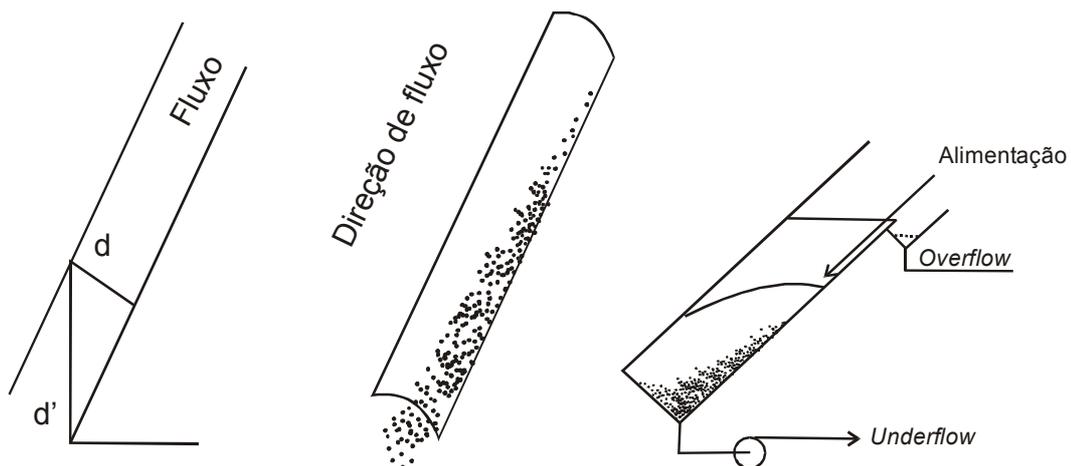


Figura 3.9 – Sedimentação em tubo inclinado

O princípio do espessador de lamelas está apresentado na Figura 3.10. A área de sedimentação é composta por um pacote de placas inclinadas estreitamente espaçadas. O termo lamela representa a camada líquida entre duas placas adjacentes. O material de alimentação é introduzido num ponto entre as bordas superior e inferior das placas principais. Enquanto no espessador convencional, a partícula percorre todo o percurso entre o *feedwell* e o fundo do tanque, no espessador de lamelas a partícula sedimenta até encontrar a superfície de uma placa e, a partir daí, passa a escorregar sobre ela. Como existe um grande número de placas superpostas dispostas umas sobre as outras, as partículas sólidas passam a se depositar sobre estas placas, tornando o percurso que cada partícula percorre menor. Em função disso, a eficiência do uso do volume disponível aumenta consideravelmente. Tal como no espessador convencional podem ser identificadas 3 zonas: líquido claro, sedimentação impedida e compressão. A compressão é reforçada através de vibrações que são aplicadas na caixa de descarga do material espessado. Um espessador convencional típico tem 4 m de profundidade, ou seja, sua área específica é de  $0,25 \text{ m}^2/\text{m}^3$ . O espaçamento típico entre as placas e o ângulo de inclinação de um espessador de lamelas são respectivamente 0,05 m e  $45^\circ$  o que faz com que a área específica de sedimentação seja de  $14,3 \text{ m}^2/\text{m}^3$ .

A polpa entra por uma câmara de alimentação e mistura, onde o floculante é injetado. O movimento da polpa entre as placas é ascendente, o *overflow* descarregando por cima e os sólidos por baixo. Debaxo das placas há uma tremonha de descarga, onde ocorre uma compressão adicional, auxiliada por um vibrador de baixa amplitude.

Os orifícios na descarga do *overflow* servem para pressurizar a câmara e essa operação constitui recurso adicional para controlar a turbidez do *overflow*.

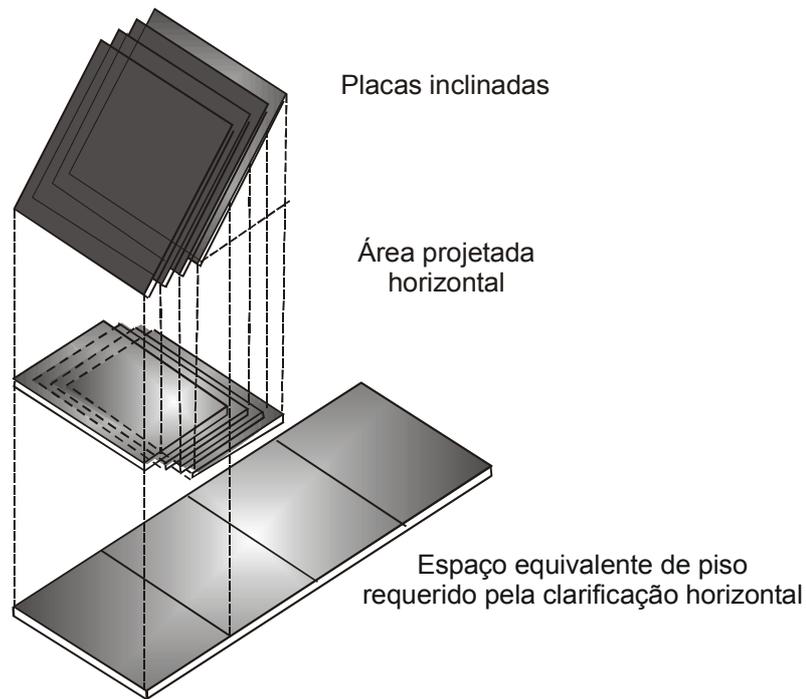


Figura 3.10 – Representação esquemática do Espessador de Lamelas

Na Figura 3.11 está apresentado o projeto dos sistemas de alimentação e distribuição da carga do espessador de lamelas. Em cada placa existe uma abertura onde foi inserida uma caixa de alimentação, sem fundo. A distribuição uniforme é obtida com a redução da abertura de saída do líquido clarificado, de tal maneira que a queda de pressão nessas aberturas é a queda de pressão que predomina no espessador. Com isto são evitadas as limitações do fluxo que poderiam provocar a formação de torrões.

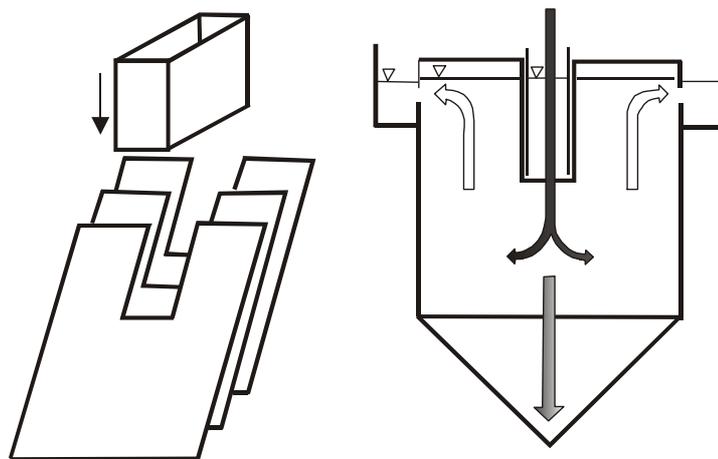


Figura 3.11 – Sistema de alimentação

A concentração do fluxo inferior esta relacionada com a razão do fluxo de material espessado, ou seja, uma redução do fluxo inferior resulta em uma polpa mais densa. A concentração de material em suspensão no líquido extravasado é dada pela razão de extravasamento. Isso significa que as partículas que possuem uma velocidade de sedimentação igual à razão do extravasamento são as que se sedimentam mais lentamente e, mesmo assim, são completamente separadas.

A concentração de sólidos no fluxo inferior de um espessador convencional é aumentada pela compressão, que é função do tempo de retenção da polpa no equipamento. Considerando que, devido às dimensões reduzidas de um espessador de lamelas, o tempo de retenção em é muito menor que o de um espessador convencional correspondente, a compressão e a redistribuição das partículas é favorecida pelo efeito positivo das vibrações na saída do fluxo inferior.

A Figura 3.12 mostra a distribuição da concentração em um espessador de lamelas. Pode ser verificada a existência de duas transições abruptas na concentração: uma no nível da alimentação, essencialmente, entre o líquido claro e a suspensão em fase de sedimentação e outra entre a alimentação e a saída do fluxo inferior.

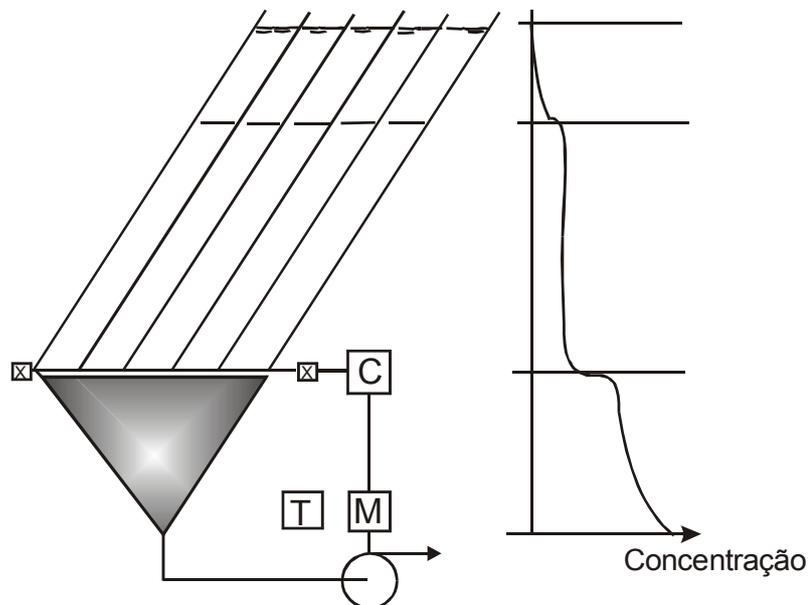


Figura 3.12 - Perfil de concentração de sólidos no espessador

O controle automático de um espessador de lamelas tem como finalidade manter o equilíbrio do material de forma que os sólidos sejam levados para o fluxo inferior que, por sua vez, deve ser o mais concentrado possível. Este controle otimizado é feito através da regulação da bomba do fluxo inferior.

Nessa figura pode também ser visto o princípio do sistema de controle automático. Um acréscimo na carga de sólidos provoca o aumento da descontinuidade. Um detector acusa a descontinuidade e aciona a chave liga-desliga da bomba do fluxo inferior. Um regulador de tempo é utilizado para garantir que as paralisações não sejam prolongadas.

Na Figura 3.13 está apresentado um desenho em corte de um espessador de lamelas

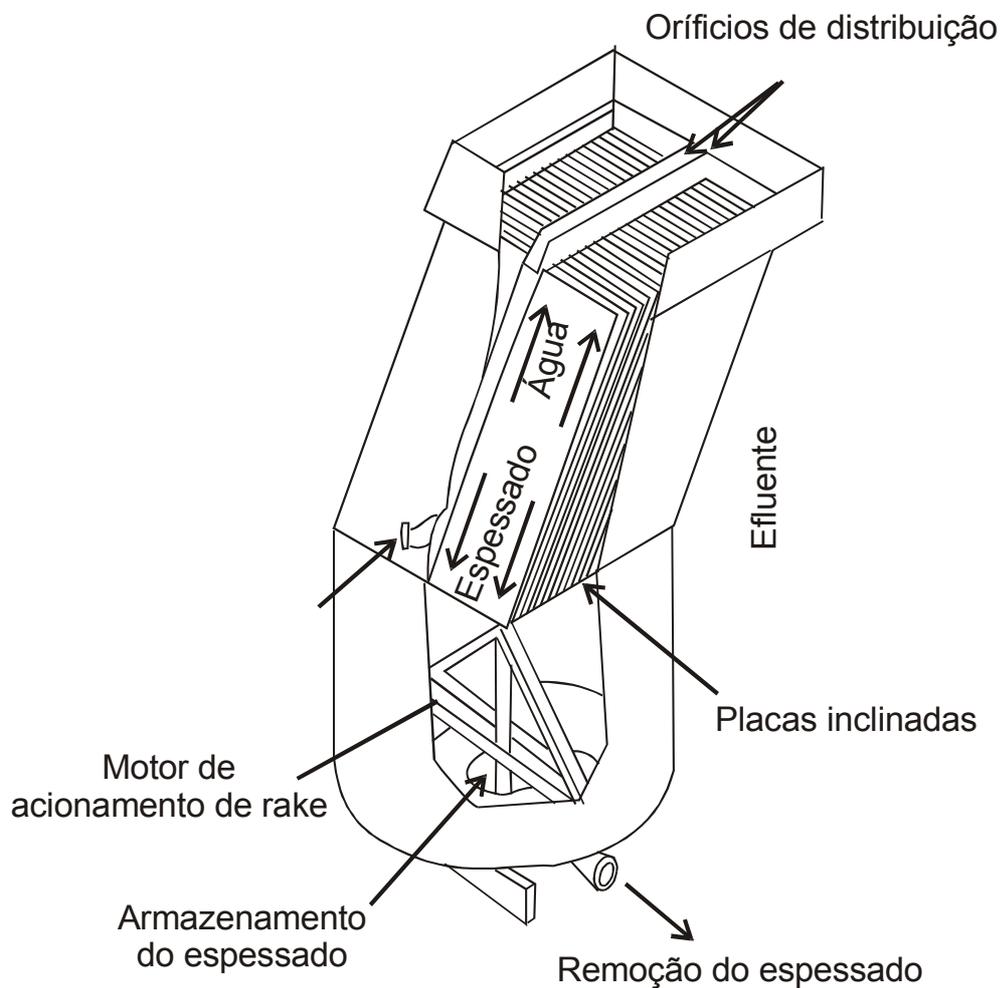
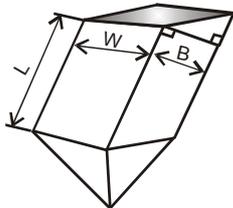


Figura 3.13 – Desenho em corte do espessador de lamelas

Na Tabela 3.3 tem-se os dados mais importantes de um espessador de lamelas unitário

Tabela 3.3 – Dados dos espessadores de lamelas

	Tanque (m) L x W x B	Ângulo máximo entre a polpa e a parede (°)	Ângulo de inclinação da placa (°)	Área total projetada para uma distância de 50 mm entre placas (m <sup>2</sup> )
	2,9x1,5x1,0	74	45	43
3,6x2,0x1,5	90	107		
3,6x3,0x2,0	90	220		
3,0x1,5x1,0	74	55	35	
3,5x2,0x1,5	60		87	
3,5x3,0x2,5	60		224	

A escolha do material de construção depende das condições de operação do espessador. Dentre os materiais que podem ser utilizados está o aço carbono, aço inoxidável, poliéster reforçado com fibra de vidro, ou ainda, revestimentos do aço carbono com materiais resistentes à corrosão. Isto oferece uma resistência á corrosão por um custo menor que o aço inoxidável.

Nas Figuras 3.14 e 3.15 estão apresentadas fotos do espessador de lamelas.



Figura 3.14 – Espessador de lamelas



Figura 3.15 – Espessador de lamelas

## 4. FILTRAGEM

A filtragem é o processo de separação sólido-líquido através de um meio poroso que retém os sólidos permitindo a passagem do líquido. Usualmente os poros do meio filtrante são maiores que o tamanho de partícula a ser separado e, portanto, esses sistemas só operam de maneira eficiente depois que a deposição de material obstrui parcialmente o meio.

Uma operação típica de filtragem está representada na Figura 4.1 e mostra o meio filtrante sobre o qual encontra-se uma camada de sólidos sedimentada, denominada torta, a polpa a ser filtrada e a fase líquida separada, denominada filtrado. A filtragem pode ser feita pela pressão hidrostática da suspensão sobre o meio filtrante, denominada filtragem por gravidade, ou através de uma força externa. Nesse caso são possíveis as seguintes alternativas:

- filtragem a vácuo, em que é criada uma pressão negativa (sub-atmosférica) abaixo do meio filtrante;
- filtragem sob pressão, em que uma pressão positiva é aplicada do lado da torta;
- filtragem centrífuga, em que se utiliza a força centrífuga para forçar a passagem do líquido;
- filtragem hiperbárica, em que se combinam vácuo e pressão;
- filtragem capilar, em que são utilizados meios cerâmicos porosos.

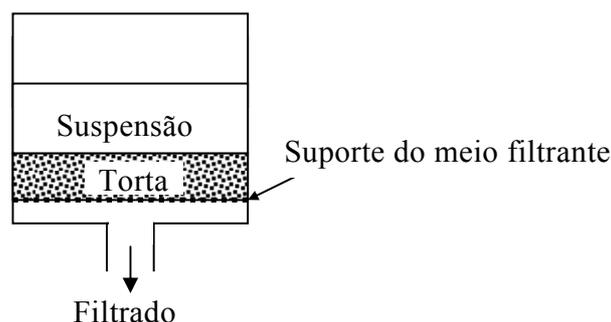


Figura 4.1 - Princípio de filtragem

Um filtro contínuo deve ser capaz de realizar o conjunto de tarefas descritos a seguir:

- suportar o meio poroso e a torta;
- transportar a torta desde o ponto de alimentação até o ponto filtrante;
- permitir a passagem do filtrado e o remeter ao ponto de destino;
- permitir a lavagem da torta com recuperação da fase líquida;
- manter a pressão diferencial entre os dois lados do meio.

Para que um filtro contínuo seja capaz de executar todas essas tarefas foram desenvolvidos sistemas, usualmente rotativos, que acionam válvulas de linhas de vácuo e ar comprimido, apresentado na Figura 4.2.

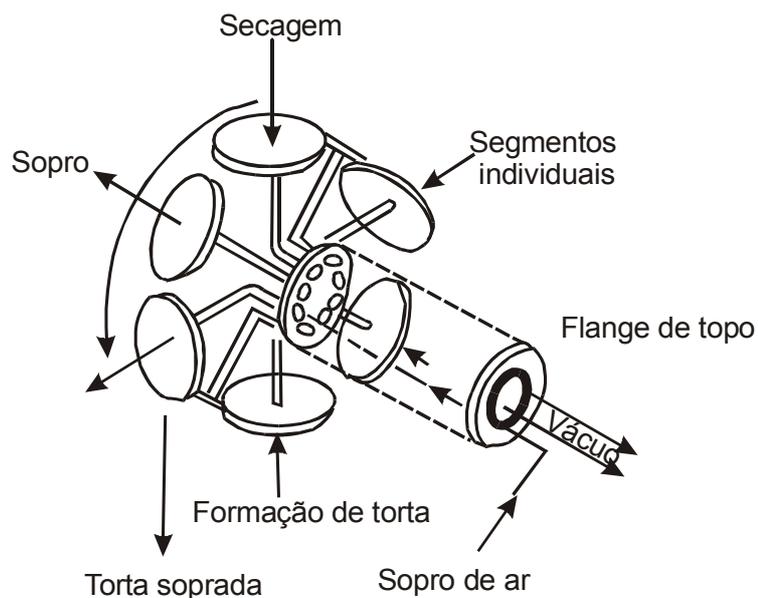


Figura 4.2 – Sistema de controle das funções da filtragem

O ciclo de filtragem é composto das seguintes fases, conforme apresentado na Figura 4.3:

- formação da torta:** consiste na acumulação de um volume de minério junto ao meio filtrante.
- Secagem:** consiste na aspiração da água contida na torta através do meio filtrante.

c) **Descarga:** consiste em descarregar a torta após a sua formação.

O descarregamento da torta pode ser feito de através da inversão do sentido do fluxo de ar na tela, ou seja, em filtros a vácuo utiliza-se um sopro de ar comprimido. Assim, ao mesmo tempo em que os poros são desobstruídos, a torta é despreendida da tela.

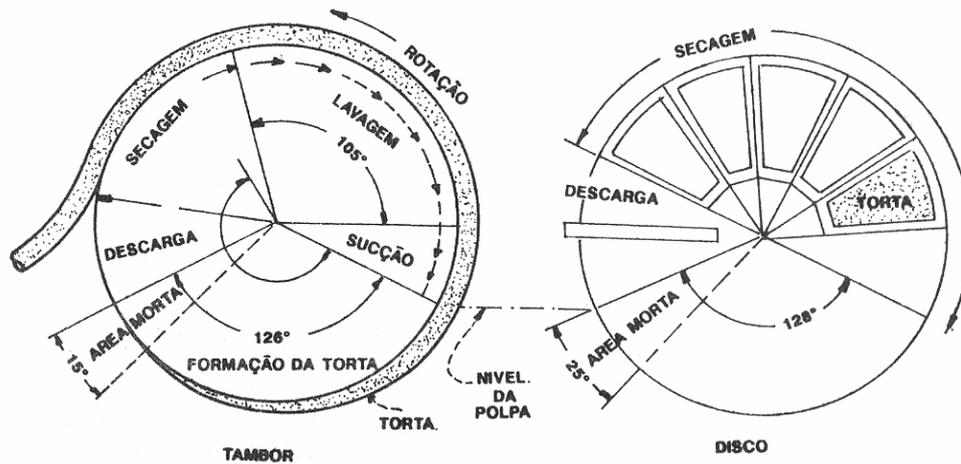


Figura 4.3 – Fases do ciclo de filtragem

Ressalta-se que a filtragem de material extremamente fino muitas vezes requer o pré-revestimento (*pre-coating*) do meio filtrante, que consiste na alimentação de uma fração granulométrica mais grossa do mesmo material antes do início da formação da torta. Caso isso não seja possível, pode ser utilizada uma camada fina de diatomita ou perlita (0,1 lb/ft<sup>3</sup>), o que facilita muito a filtragem. A quantidade correta de *pre-coat* deve ser otimizada experimentalmente.

Quando o objetivo da filtragem é a fase líquida, usualmente são realizadas uma ou mais etapas de lavagem da torta de forma a maximizar a recuperação da solução.

Os volumes de suspensão a serem manuseados variam de quantidades extremamente grandes, usualmente provenientes da indústria mineral, até pequenas quantidades da indústria química. Portanto, as condições nas quais a filtragem pode ser utilizada são muitas e a escolha do equipamento adequado vai depender de um grande número de fatores. Entretanto, independente do tipo de equipamento utilizado a torta formada cresce

gradualmente sobre o meio filtrante e a resistência à passagem do fluxo cresce durante a operação. Os fatores que devem ser considerados na escolha do equipamento adequado são:

- a) as propriedades do fluido tais como viscosidade, densidade e corrosividade;
- b) a natureza dos sólidos, ou seja, o tamanho e a forma das partículas, a distribuição de tamanho e as características de empacotamento;
- c) a concentração de sólidos na suspensão;
- d) a quantidade de material a ser manuseado e o seu valor comercial;
- e) se o produto de valor é a fase sólida, líquida ou ambos;
- f) se a lavagem da torta é necessária;
- g) se a contaminação causada pelo contato da suspensão com as diversas partes do equipamento é prejudicial ao produto de interesse;
- h) se a suspensão de alimentação pode ser aquecida, e
- i) se alguma forma de pré-tratamento poderá auxiliar na melhora da filtrabilidade do material.

A filtragem é uma operação essencialmente mecânica e requer menores quantidades de energia que a evaporação ou a secagem. Os principais fatores que afetam a taxa de filtragem são:

- a queda de pressão entre a alimentação e o lado mais distante do meio filtrante;
- a área de superfície filtrante;
- a viscosidade do filtrado;
- a resistência da torta, e
- a resistência do meio filtrante e das camadas iniciais da torta.

A filtragem no processamento mineral é usualmente realizada após espessamento. A polpa espessada, com concentração de sólidos em peso usualmente superior a 60%, pode ser alimentada em tanques agitados que alimentam os filtros a uma taxa constante. Como mencionado anteriormente, as lamas apresentam um efeito negativo na filtragem uma vez

que elas tendem a cegar o meio filtrante. Desta forma, com o objetivo de reduzir o efeito das lamas e aumentar a taxa de filtração, algumas vezes são adicionados floculantes nos tanques. Os floculantes usualmente utilizados são de baixo peso molecular e são capazes de formar flocos relativamente pequenos, mais resistentes e com pouca água retida. Como resultado a torta formada é uma estrutura porosa uniforme que permite um rápido desaguamento e previne a migração das partículas finas através da torta para o meio. Outros tipos de reagentes auxiliares de filtração são utilizados para reduzir a tensão superficial do líquido auxiliando na passagem do fluxo.

#### **4.1. Tipos de Filtro**

Os equipamentos básicos utilizados na filtração são os filtros tipo disco, de mesa plana, de tambor, de correia e os filtros tipo prensa. A seguir cada um desses equipamentos serão descritos.

##### **a) Filtros Tambor**

Os filtros tambor a vácuo são os mais utilizados na indústria mineral sendo aplicados em situações onde a lavagem da torta é necessária ou não. Na Figura 4.4 tem-se uma representação desse tipo de filtro. O tambor é montado horizontalmente e encontra-se parcialmente submerso no tanque de base onde polpa é alimentada e mantida em suspensão por meio de agitadores. A parte externa do tambor contém uma série de linhas de drenagem que passam pela parte interior do tambor e terminam como anéis cobertos pelas válvulas rotativas nas quais o vácuo é aplicado. O meio filtrante é instalado sobre a superfície do tambor que gira em baixa velocidade, usualmente na faixa de 0,1 a 0,3 rotações por minuto.

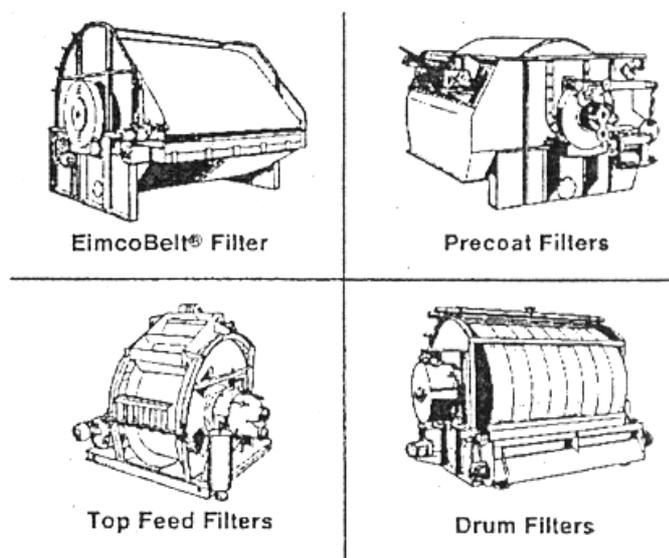


Figura 4.4 – Filtro tambor rotativo

A rotação do tambor faz com que cada compartimento descreva a mesma trajetória correspondente ao ciclo de operação da filtragem, sendo a duração de cada ciclo função da rotação do tambor, da profundidade de submersão do tambor e do arranjo das válvulas. Internamente, o cilindro é dividido em vários setores, que se ligam às tubulações de vácuo e ar comprimido no eixo central.

Vários métodos para descarga dos sólidos são utilizados e a escolha do mais adequado depende do material a ser filtrado. O método mais comum consiste na reversão do sentido do fluxo de ar, ou seja, na região de descarga do filtro o vácuo é substituído por um sopro de ar. A torta se desloca e é cortada por um raspador que não toca o tecido filtrante. Em outro método a torta é formada sobre uma abertura de descarga que faz contato com o meio filtrante. Um avanço no sistema de descarga da torta consiste na passagem do tecido filtrante através de roletes localizados fora da superfície do tambor. Essa alternativa apresenta vantagens significativas principalmente por permitir o manuseio de tortas mais finas, com taxas de drenagem maiores. Além disso, através desse sistema de descarga o tecido filtrante pode ser lavado dos dois lados através de *sprays* antes de retornar ao tambor, reduzindo seu cegamento.

A capacidade da bomba de vácuo será determinada principalmente pela quantidade de ar succionado através da torta durante as fases de lavagem e secagem quando, em muitos casos, há fluxo simultâneo de ar e de líquido.

Existem variações dos filtros de tambor que permitem sua utilização para materiais com distribuição granulométrica mais grossa ou com elevada taxa de sedimentação. Entre essas variações é importante ressaltar o filtro de tambor no qual a alimentação é feita no topo do tambor e a descarga entre 90 e 180 graus desse ponto.

Ressalta-se que este equipamento é muito versátil, especialmente quanto ao carregamento da polpa, quanto à descarga da torta e quanto à lavagem da tela. Por isso, ele permite desaguar polpas problemáticas, impossíveis de serem tratadas de outra maneira e encontra aplicação intensa em outros ramos, como por exemplo, engenharia sanitária, tratando esgotos urbanos e domésticos.

Na Figura 4.5 está apresentada uma foto de um filtro tambor.



Figura 4.5 – Filtro tambor rotativo

## b) Filtro de Disco

Os filtros de disco têm princípio de operação similar ao de tambor. Uma representação desse equipamento pode ser visto na Figura 4.6. O meio filtrante é instalado envolvendo os ambos os lados da seção circular dos discos verticais, montados com os centros sobre um mesmo eixo horizontal, perpendicular aos planos dos discos. A torta sólida é formada através da imersão desses discos em um tanque base onde a polpa é mantida em suspensão através de agitadores. Na parte externa ao tanque a torta é seca por sucção e descarregada por sopro de ar com o auxílio de um raspador. Cada disco é composto de múltiplos setores independentes, cobertos de tela e que se comunicam com as tubulações de vácuo e de ar comprimido. A torta é formada pela aspiração da polpa para junto da tela e pela manutenção dos sólidos junto a ela pela aspiração continuada. O filtrado passa através da tela para dentro do setor e deste, para o tubo interno ao eixo, de onde é encaminhado para o sistema de drenagem.

Os discos podem ser localizados ao longo do eixo a uma distância de aproximadamente 30 centímetros e, em função disso, uma grande área de filtragem pode ser acomodada numa pequena área de piso, fazendo com que o custo por unidade de área seja menor que nos filtros tambor. Por outro lado, esse tipo de filtro não permite a lavagem da torta e é bem menos flexível que o filtro tambor.

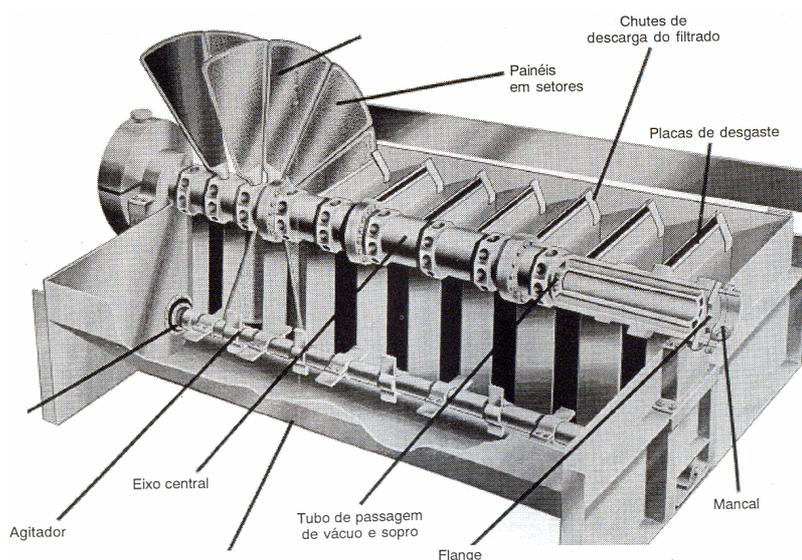


Figura 4.6 – Representação esquemática do filtro de discos

Na Figura 4.7 está apresentado o eixo central dos modelos mais antigos de filtros de discos e mostra que esse eixo era fundido com as passagens de ar embutidas. Nos filtros mais modernos a peça fundida foi substituída por feixes de tubos. Na extremidade desse eixo o elemento de ligação com as linhas de vácuo e ar comprimido é encaixado. Este elemento é fechado por um flange, mostrada na Figura.4.8 cujas aberturas foram desenhadas de modo a adequar os períodos em que cada setor do filtro está succionando ou soprando ou ainda, sem movimentação de ar (“tempos mortos”).

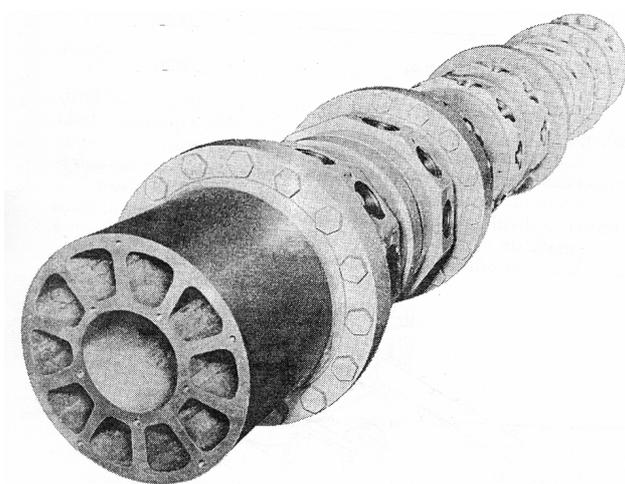


Figura 4.7 – Eixo central dos filtros

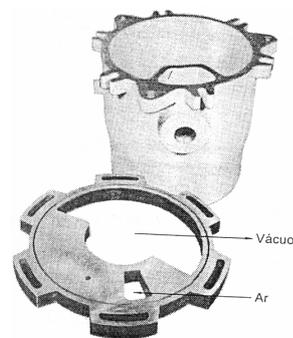


Figura 4.8 – Detalhe do flange

Na parte de descarga, o tanque base tem calhas que encaminham a torta para o transportador de correia, instalado sob o filtro. No final do período de secagem, o disco atinge a lateral dessas calhas. Nesse ponto a tubulação de vácuo é automaticamente desconectada e conectada a de ar comprimido. A torta é, então, soprada e cai nas calhas.

Para auxiliar a limpeza da tela em alguns modelos foi incluído no ciclo o “sopro submerso”, que é um tempo de sopragem, logo no início do ciclo, a baixa pressão no momento em que o setor está entrando na polpa. Outra alternativa é a utilização de telas finlandesas, de material flexível, que estufam durante o tempo de sopragem, abrindo as malhas do tecido e libertando as partículas aprisionadas.

Na Figura 4.9 está apresentado uma foto de um filtro de disco



Figura 4.9 – Filtro a disco

### c) Filtro Plano

Os filtros planos são utilizados para polpas heterogêneas contendo sólidos que não podem ser mantidos em suspensão somente com o auxílio de agitadores. São constituídos basicamente de uma superfície circular horizontal, que gira em torno de um eixo vertical, sobre a qual é apoiada a tela onde é alimentada a polpa a ser filtrada. A superfície circular é composta de diversos setores, que se comunicam com a câmara de vácuo do filtro e, na posição de descarga, com a câmara de ar comprimido, ambas posicionadas sob o filtro.

Na Figura 4.10 tem-se uma representação esquemática do filtro plano.

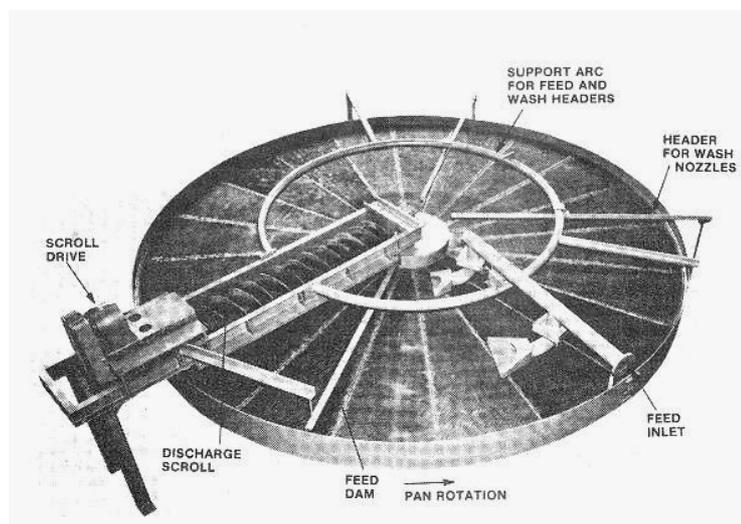


Figura 4.10 – Representação esquemática de um filtro plano

A polpa é alimentada através de um distribuidor sobre a superfície filtrante. Enquanto o filtro gira, o filtrado atravessa a tela e a torta vai sendo formada. Nesse tipo de filtro a lavagem da torta pode ser feita em tantas etapas quanto necessárias. Finalmente a torta atinge a posição de descarga onde o setor deixa de estar conectado à câmara de vácuo e conecta-se com a câmara de ar comprimido, que atravessa os poros da tela, desentupindo-os e soltando a torta. Existem diferentes maneiras de descarregar a torta, mas a mais comum é utilizar um transportador helicoidal, instalado sobre o filtro. O transportador helicoidal não tem qualquer contacto com a tela, estando afastado dela alguns centímetros.

#### **d) Filtro de Correia**

O filtro de correia, apresentado na Figura 4.11, consiste de um transportador de correia com projeto especial. A correia é perfurada e serve como suporte para instalação do tecido filtrante e para permitir a ação do vácuo proveniente de uma câmara localizada na parte inferior da correia. O filtrado passa pela correia e é conduzido por tubulações para os tanques de recepção.

A polpa é alimentada numa extremidade do transportador (A) e flui por gravidade ao longo da correia. A filtragem logo se inicia devido à ação conjunta da força da gravidade e do vácuo aplicado nas caixas de sucção que estão em contato com a parte inferior do *deck* de drenagem. A torta é desaguada enquanto percorre a seção (B). Nessa seção podem ser encontrados os sistemas de lavagem especialmente desenhados para atender às necessidades específicas de um dado processo. A correia é desenhada com ranhuras e furos que permitem a drenagem dos fluxos para a efetiva filtragem (C). A torta é descarregada quando o meio filtrante passa pelos roletes de pequeno tamanho após a separação entre o meio e a correia de drenagem em (D). A mudança abrupta do eixo quebra a torta que cai do tecido. Uma série de *sprays* de água (E) é instalada na parte inferior da correia com o objetivo de limpar o meio filtrante e os tensionadores mecânicos (F) mantêm a correia esticada. Antes de retornar à seção de alimentação, o meio filtrante passa por um sistema de esticador (G).

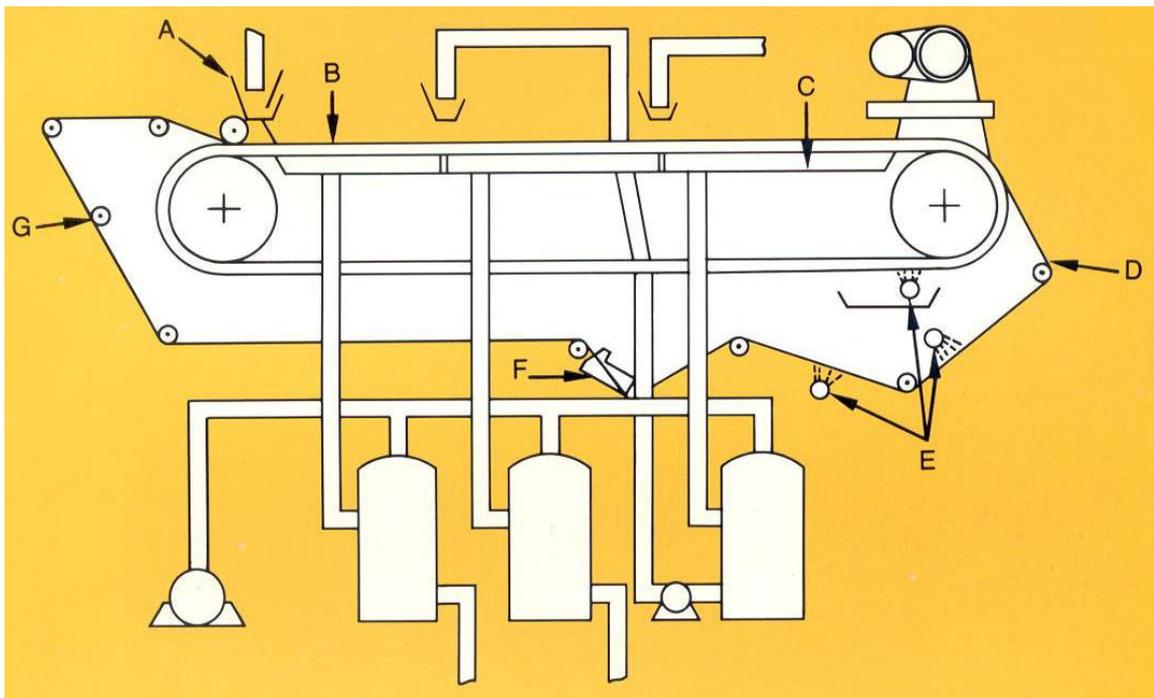


Figura 4.11 – Filtro de correia

A torta formada é desaguada e descarregada quando a correia muda de sentido no rolo final. Se necessário poderão ser utilizados diversos estágios de lavagem da torta instalados ao longo do comprimento da correia.

Esse equipamento é muito eficiente para processar grandes vazões de sólidos em polpas heterogêneas e permite a lavagem da tela, que pode ser mantida sempre desentupida. Além disso, o ciclo de filtragem pode ser ajustado através da modificação do comprimento da correia, aumentando a flexibilidade de sua utilização. A desvantagem de sua aplicação consiste no acentuado desgaste da correia flexível que resulta na sua dragagem para as caixas de vácuo acarretando perdas na drenagem.

Esses equipamentos têm uma grande aplicação na indústria metalúrgica em circuitos onde os bens metálicos encontram-se dissolvidos em ácidos ou álcalis. Os metais podem ainda ser recuperados a partir de rejeitos sólidos através de sua lixiviação e posterior filtragem e precipitação.

Na Figura 4.12 está apresentada uma foto de um filtro correia em operação

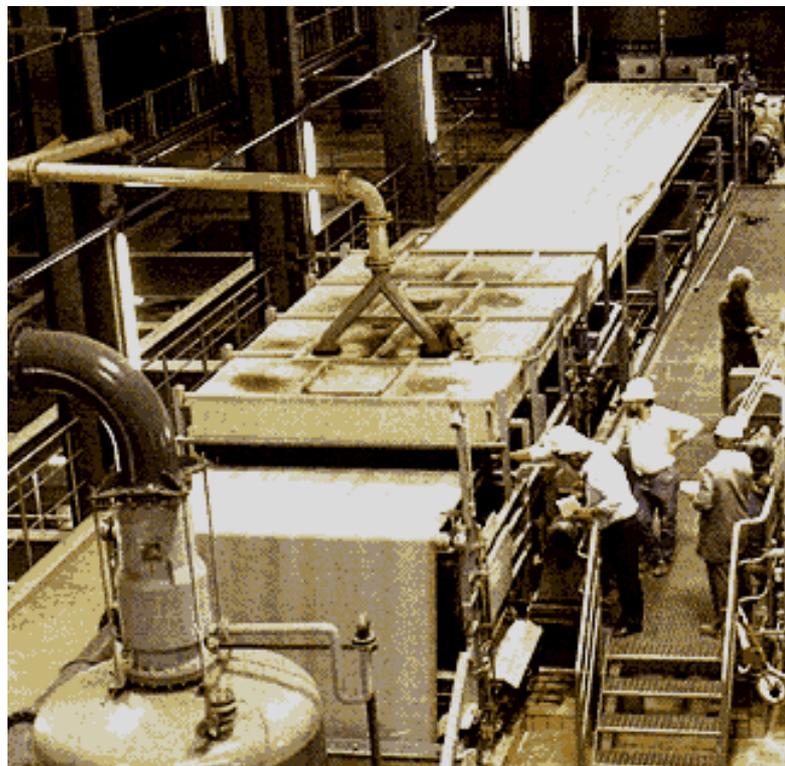


Figura 4.12 – Filtro de correia em operação

### e) Filtro Prensa

Considerando a incompressibilidade dos sólidos, a filtragem pode também ser feita sob pressão. Os filtros prensa, apresentados na Figura 4.13, consistem de placas e molduras arranjadas de forma alternada. A parte côncava da moldura é separada da placa através de um tecido filtrante. A compressão do tecido de filtro entre as placas e as molduras ajuda a prevenir vazamentos. Uma pequena câmara é formada entre cada par de placas. A polpa é introduzida no espaço vazio das molduras nos canais formados pelos orifícios localizados nos cantos das placas de molduras. O filtrado passa através do tecido e flui por gravidade para a parte inferior da moldura onde é recolhido por canais contínuos. A torta permanece na moldura e, quando o espaço é preenchido, é descarregada acionando cada uma das placas. Caso necessário, antes de descarregar, a torta pode ser lavada.

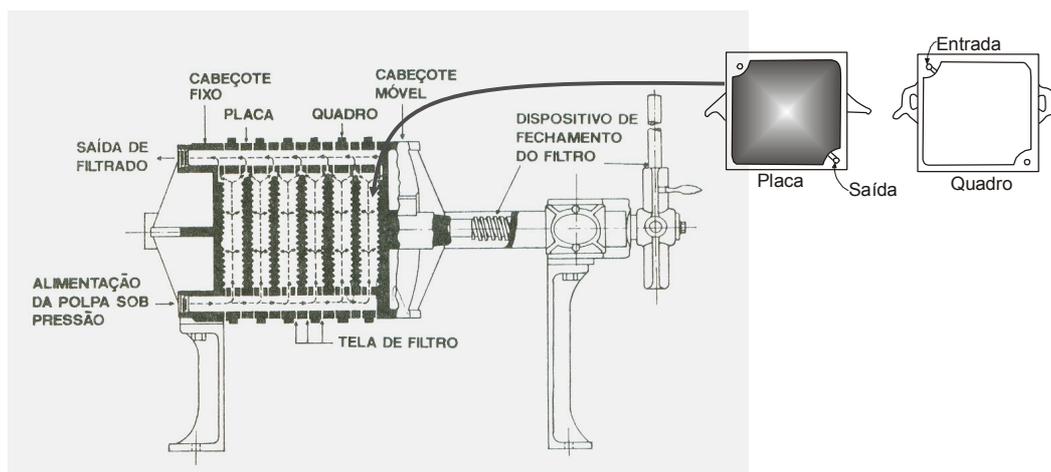


Figura 4.13 – Filtro Prensa

Esses filtros apresentam a vantagem de produzirem tortas com menor taxa de umidade. Entretanto, até recentemente os filtros prensa tinham poucas aplicações na indústria mineral por operarem em bateladas e devido à dificuldade de descarregamento da torta. Recentemente foram desenvolvidos sistemas automatizados para essa finalidade e, portanto, a utilização desses filtros tem aumentado.

A polpa é bombeada para dentro do filtro, com as placas travadas, utilizando uma bomba de deslocamento positivo capaz de pressurizar o sistema. A pressão obriga o filtrado a atravessar as telas e a escorrer pelos espaços existentes nas placas. Após o tempo de secagem, as placas são descarregadas individualmente. Finalmente as telas são lavadas, novamente uma a uma, juntadas e travadas e o filtro está pronto para ser realimentado, repetindo o ciclo.

Na Figura 4.14 está apresentada uma foto de um filtro prensa



Figura 4.14 – Filtro prensa Metson Minerals

## 4.2. Mecanismos de filtragem

As suspensões são dispersões de partículas sólidas (a rigor, maiores que  $1,0 \mu\text{m}$ ) em meio líquido. Ao se proceder à sua filtragem, utilizando-se o meio filtrante como barreira a esse material sólido, forma-se um leito empacotado de partículas, dito torta. A torta apresenta interstícios através dos quais a fase líquida percola pela ação da gravidade, ou de força motriz (em geral, diferença de pressão entre os lados do elemento filtrante). Para se aumentar a eficiência, é necessário que o meio poroso (elemento filtrante) permita a passagem do filtrado com a mínima resistência fluidodinâmica, sem entretanto permitir a passagem dos sólidos.

Na prática, os filtros são dimensionados e instalados com base em ensaios empíricos e no acompanhamento dos resultados de operações industriais. O tratamento teórico, entretanto, é muito importante como ferramenta para a interpretação, correlação e compreensão destes resultados experimentais.

Os modelos matemáticos que descrevem a operação de filtração são discutidos a seguir. A previsibilidade dos resultados da filtração depende das características tanto dos equipamentos, quanto dos fluidos e sólidos envolvidos (conseqüentemente das propriedades da torta).

Em geral, por comodidade, estudam-se os princípios e mecanismos das operações de filtração considerando-se as seguintes categorias:

- Torta incompressível a pressão constante;
- Torta incompressível a vazão de filtrado constante;
- Torta compressível a pressão constante, e
- Torta compressível a vazão de filtrado constante.

De um modo geral, a percolação de um fluido por um meio poroso é descrita com razoável precisão pela equação de Ergun, desenvolvida em 1952 (Ergun, S. CEP, 48 (2) 89-94 (1952)), a qual pode ser expressa por:

$$\frac{\Delta p}{L} = 150 \times \left[ \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \right] \frac{\eta_f}{\Psi \times d_p^2} \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right)^2 + 1,75 \times \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \times \frac{\rho_f}{\Psi \times d_p} \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right)^2$$

Onde:

- $\Delta p$  – diferença de pressão [Pa];
- $A$  – área de filtração [ $m^2$ ];
- $\Psi$  – esfericidade das partículas [-];
- $\eta_f$  – coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido [Pa.s];

- $\varepsilon$  – porosidade do leito [-];
- L – espessura da torta [m];
- $d_p$  – diâmetro efetivo das partículas [m];
- $Q_{vf}$  – vazão volumétrica de filtrado [ $m^3 s^{-1}$ ]

Note-se que o termo  $Q_{vf}/A$  (dito velocidade superficial de filtragem) representa uma velocidade (virtual) de percolação, pois seria a velocidade de abordagem do líquido no meio filtrante, *se não houvesse partículas sólidas presentes* ( $\varepsilon = 1$ ). Na verdade, devido à presença dos grânulos, a velocidade média de percolação capilar pela torta é dada por:

$$v_{to} = \left( \frac{Q_{vf}}{A \times \varepsilon} \right)$$

O primeiro termo do membro direito da equação de Ergun corresponde à equação de Karman-Kozeny (válida para regime lamelar), ao passo que o segundo termo, à equação de Burke-Plummer (válida para condições de turbulência plena).

Como, na grande maioria dos casos de filtragem, o regime pode ser considerado laminar, pode-se usar a equação de Karman-Kozeny:

$$\frac{\Delta p}{L} = 150 \times \left[ \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \right] \frac{\eta_f}{\Psi \times d_p^2} \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right)^2$$

A espessura do leito ou torta (L) varia com o progresso da operação de filtragem e pode ser obtida em função da quantidade de fluido filtrado (segregado até um tempo genérico, t), através de um balanço de massas do sistema.

Sendo, em uma polpa, a relação sólido/líquido dada por:

$$R_{sl} = \frac{\text{massa de sólido}}{\text{massa de líquido}} = \frac{c_m \times Q}{(1 - c_m) \times Q} = \frac{c_m}{(1 - c_m)}$$

Onde:

- $c_m$  – concentração mássica de sólidos [-];
- $Q$  – vazão mássica de polpa (sólidos mais líquido) [ $\text{kg s}^{-1}$  ou t/h];

A massa de sólido na torta é:

$$m_{sto} = R_{sl} \times (m_{fil} + m_{int}) = R_{sl} \times (V_{fil} + \varphi \times \varepsilon \times A \times L) \times \rho_l$$

Onde:

- $R_{sl}$  – relação sólido líquido inicial da polpa [-];
- $A$  – área da torta ou do elemento filtrante [ $\text{m}^2$ ];
- $m_{fil}$  – massa de líquido filtrado [kg];
- $m_{int}$  – massa de líquido intersticial na torta [kg];
- $\varphi$  – fração de saturação da torta [-];
- $\rho_l$  – massa específica de líquido [ $\text{kg m}^{-3}$ ].

A concentração volumétrica ( $c_v$ ) na torta é dada por:

$$c_v = \frac{\text{volume de sólido}}{\text{volume de polpa}} = \frac{V_{to}}{V_{to}} = 1 - \varepsilon = \frac{m_{sto}}{A \times L}$$

A título de comentário sobre a determinação da quantidade de sólido, caso o sistema de instrumentação do filtro tenha célula de condutividade, a concentração volumétrica de sólidos pode ser obtida *on-line*, em função da razão de condutividade (Holdich, 2003):

$$C_v = 1 - \left( \frac{\Omega_{polpa}}{\Omega_{líquido}} \right)^{\left( \frac{1}{\lambda} \right)}$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro experimental.

Substituindo a expressão dos sólidos constituintes da torta na equação da concentração volumétrica, obtém-se:

$$(1 - \varepsilon) = \frac{(V_{fil} + \varphi \times \varepsilon \times A \times L)}{A \times L} \times R_{sl} \times \frac{\rho_l}{\rho_s}$$

Ou seja:

$$(1 - \varepsilon) \frac{\rho_s \times A}{\rho_l \times R_{sl}} = \frac{V_{fil}}{L} + \varphi \times \varepsilon$$

Donde, explicitando-se  $L$ , tem-se a expressão da espessura da torta em um tempo arbitrário  $t$ :

$$L = \frac{V_{fil} \times R_{sl}}{(1 - \varepsilon) \times A \left( \frac{\rho_s}{\rho_l} \right) - R_{sl} \times \varphi \times \varepsilon}$$

Como, via de regra, o fluido intersticial na torta é desprezível em relação ao volume filtrado, pode-se simplificar a equação anterior para:

$$L = \frac{V_{fil} \times R_{sl}}{(1 - \varepsilon) \times A \left( \frac{\rho_s}{\rho_l} \right)}$$

A expressão para o cálculo efetivo da porosidade pode ser obtida a partir da definição formal a seguir:

$$\varepsilon = \left[ \frac{V_v}{V_t} \right] = \left[ \frac{V_v}{(V_s + V_v)} \right]$$

Após algebrismo simples, obtém-se a seguinte equação para o cálculo da porosidade:

$$\varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_{ap}}{\rho_s}$$

onde:

- $\varepsilon$ : porosidade [-];
- $V_v$  – volume de vazios [m<sup>3</sup>];
- $V_s$  – volume do sólido [m<sup>3</sup>];
- $V_t$  – volume total [m<sup>3</sup>];
- $\rho_s$  – densidade do sólido [kg/m<sup>3</sup>];
- $\rho_{ap}$  – massa específica aparente do sólido [kg/m<sup>3</sup>].

A porosidade de um sistema polidisperso de esferas empacotadas foi estudada por Luz e Valadares, em função dos parâmetros que descrevem a distribuição granulométrica. Adotando-se uma distribuição granulométrica de Rosin-Rammler, do tipo:

$$y = 100 \left( 1 - e^{\left( -\left( \frac{x}{x^*} \right)^n \right)} \right)$$

Onde:

$y$  – percentual passante acumulado em uma malha estabelecida [%];

$x^*$  – módulo da distribuição (tamanho para o qual:  $y = 36,788\%$ ) [-];

$n$  – agudez da distribuição [-].

Tratando-se os resultados empíricos de porosidade, os autores citados obtiveram a seguinte equação geral que possibilita estimar a porosidade nos leitos individualizados, na falta de dados empíricos, a partir dos parâmetros de Rosin-Rammler característicos de cada material granular.

$$\varepsilon[n] = 0,476 \times \left[ \frac{e^{\left[\frac{n}{1114,2}\right]} - 1}{e^{\left[\frac{n}{1114,2}\right]} - 0,9984} \right]$$

- $\varepsilon[n]$  = valor da porosidade [-]
- $n$  = parâmetro de agudez da mistura final [-].

A perda de carga na passagem de um fluido, em regime laminar pela torta e pelo meio filtrante (resistências em série), sendo proporcional à velocidade e à viscosidade do fluido, pode ser expressa genericamente como:

$$\Delta p = \Delta p_{to} + \Delta p_{me} = R_{to}' \times \eta \times v_{to} + R_{me}' \times \eta \times v_{me}$$

Onde:

- $\Delta p_{to}$  – perda de carga na torta [Pa];
- $\Delta p_{me}$  – perda de carga no meio [Pa];
- $R_{to}'$  – componente resistivo da torta (expurgado do efeito da porosidade) [ $m^{-1}$ ];
- $R_{me}'$  – componente resistivo do meio (expurgado do efeito da porosidade) [ $m^{-1}$ ];

- $v_{to}$  – velocidade de percolação pela torta [-];
- $v_{me}$  – velocidade de percolação pelo meio (lona) [-];

É praxe adotar a velocidade superficial de filtragem, em vez da velocidade efetiva de percolação e incorporar o efeito da porosidade nas resistências hidráulicas (amis propriamente, fluidodinâmicas). A equação fica:

$$\Delta p = \Delta p_{to} + \Delta p_{me} = R_{to} \times \eta \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right) + R_{me} \times \eta \times \left( \frac{Q_{vf}}{A} \right)$$

Onde:

- $R_{to}$  – resistância específica da torta (incluindo efeito da porosidade) [ $m^{-1}$ ];
- $R_{me}$  – resistância específica do meio (incluindo efeito da porosidade) [ $m^{-1}$ ].

A resistância da torta é função de sua permeabilidade, a qual em última análise depende de sua porosidade. Ela é dependente, portanto, da distribuição granulométrica e do aspecto morfológico das partículas constituintes da fase sólidas que se empacotam para a constituição da torta. Desse modo, percebe-se que a resistância à percolação do fluido dependerá da “história do processo” porque esta determinará o modo de empacotamento das partículas sólidas, resultando porosidade dependente do grau de empacotamento.

A resistância hidráulica da torta também depende da deformabilidade do leito (ou das partículas, elas próprias). Quando o leito é incompressível, a resistância à percolação será uma grandeza proporcional à espessura da torta. Pode-se explicitar essa dependência fazendo:

$$R_{to} = \frac{L}{k_{to}}$$

e

$$R_{me} = \frac{L_{me}}{k_{me}}$$

(essa segunda expressão é menos utilizada)

Lembrando que a vazão volumétrica é a derivada do volume no tempo, utilizando-se a expressão da espessura da torta e definindo-se uma *resistividade* da torta igual a:

$$\alpha = \frac{1}{k_{to} \times (1 - \varepsilon) \times \rho_s}$$

Obtém-se a clássica equação diferencial da filtração:

$$Q_{vf} = \frac{dt}{dV} = \frac{\eta}{A \times \Delta p} \times \left( \frac{\alpha \times R_{sl} \times \rho_l \times V_{fil}}{A} + R_{me} \right)$$

- Para o caso de **pressão constante** a integração da equação diferencial da filtração conduz a:

$$t = \frac{\eta \times \alpha \times R_{sl} \times \rho_l}{2 \times A^2 \times \Delta p} \times V_{fil}^2 + \frac{\eta_l \times R_{me}}{A \times \Delta p} \times V_{fil}$$

- Para o caso de **vazão de filtrado constante** ( $dt/dV = \text{constante} = t/V_{fil}$ ) a integração da equação diferencial da filtração conduz a:

$$t = \frac{\eta}{A \times \Delta p} \times \left( \frac{\alpha \times R_{sl} \times \rho_l \times V_{fil}}{A} + R_{me} \times V_{fil} \right)$$

É comum, no cálculo de filtros industriais, desprezar-se a resistência devida ao meio filtrante por só ser apreciável no início do ciclo de formação da torta.

Para tortas compressíveis, a resistência específica média pode ser obtida empiricamente e a partir da seguinte equação, que explicita sua variabilidade com a pressão de operação:

$$\bar{\alpha} = \alpha_0 \times (1 - n) \times \Delta p^n$$

O expoente  $n$  é o chamado coeficiente de compressibilidade da torta e  $\alpha_0$  é a resistividade na fase inicial da filtração.

O mecanismo subjacente na equação precedente, também pode ser expresso em função da porosidade:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_0 \times \Delta p^n$$

A Tabela 4.1 ilustra valores típicos das propriedades de tortas industriais.

Tabela 4.1 – Valores típicos das propriedades de tortas industriais

MATERIAL	Resistência a 1 bar	Resistividade ( $\alpha_0$ ) [ $\text{mkg}^{-1}\text{Pa}^{-n}$ ]	n
Esférulas de vidro (100 $\mu\text{m}$ )	$0,064 \times 10^9$	$0,064 \times 10^9$	0
Esférulas de vidro (10 $\mu\text{m}$ )	$6,4 \times 10^9$	$6,4 \times 10^9$	0
Esférulas de vidro (1 $\mu\text{m}$ )	$640 \times 10^9$	$640 \times 10^9$	0
Alumina	$05,2 \times 10^9$	$2,37 \times 10^8$	0,3
Calcita em água	$71 \times 10^9$	$89,3 \times 10^8$	0,2
Caulim grosso	$71 \times 10^9$	$4,5 \times 10^8$	0,5
Caulim “Hong Kong pink”	$1025 \times 10^9$	$64,8 \times 10^8$	0,5
Dióxido de titânio	$344 \times 10^9$	$127 \times 10^8$	0,32

Na determinação experimental das características da filtração é usual a apresentação dos dados em forma de gráficos. Os mais comumente empregados são:

- Massa *versus* espessura de torta;
- Velocidade de formação de torta *versus* tempo;
- Massa da torta *versus* tempo de formação de torta;
- Vazão volumétrica de ar ( $Q_{vg}$ ) *versus* tempo de desaguamento,  $t_{desag}$  (“secagem”);
- Umidade de torta *versus* consumo específico de ar,  $x$ .

O consumo específico de ar é um critério ou parâmetro de escalonamento de consumo de ar (ou “vácuo”), usualmente adotado, e dado por:

$$x = \left( \frac{Q_{vg}}{A} \right) \times \left( \frac{\Delta p}{\frac{m_{sto}}{A}} \right) \times \left( \frac{t_{desag}}{\eta} \right)$$

A potência total do filtro de disco é dada pela seguinte equação:

$$P = 17,97 \times A^{0,84} [kW]$$

Onde:

- $A$  – Área de filtração em metros.

Nos parágrafos seguintes, faz-se um sumário das características que influenciam o processo de filtração.

A velocidade de filtração, definida como o volume de filtrado que atravessa a tela por unidade de tempo, é diretamente proporcional à área de filtração, à abertura da malha da tela e inversamente proporcional à viscosidade do filtrado, entre outros parâmetros. Assim, para aumentar a velocidade de filtração são utilizados reagentes tenso-ativos, que diminuem a

viscosidade do filtrado, ou agentes capazes de modificar as propriedades da superfície dos grãos da torta (*filter aids*).

Além da adição de reagentes existem outros fatores que afetam a velocidade de filtração. Dentre eles podem ser destacados:

- A produção cresce com a redução do ciclo de filtração. Entretanto, ciclos curtos acarretam a produção de tortas pouco espessas e com elevado conteúdo de umidade;
- Um aumento na temperatura da polpa favorece a filtração uma vez que ocorre uma redução da viscosidade do filtrado. Entretanto, cuidados devem ser tomados com o aumento da temperatura devido à formação de vapor, que afeta o vácuo, solubilização de minerais da torta e perdas na eficiência de lubrificação das partes móveis do filtro.
- Em geral, polpas com concentração de sólidos mais elevada apresentam menor quantidade de líquido a ser separado e, portanto, favorece a filtração. Essa é uma das razões pelas quais é usual adensar a polpa em espessadores ou ciclones antes da filtração.
- Partículas de distribuição granulométrica grossa forma tortas de maior espessura com interstícios maiores. Dessa forma a fase líquida percola com mais facilidade aumentando a velocidade de filtração e reduzindo a umidade da torta.
- Para filtros a vácuo, a linha de saída do filtrado deve ser ligada a uma perna barométrica, para se garantir a não subida do filtrado pela linha de vácuo. Essa altura também depende da pressão de vapor, a qual, para a água, pode ser estimada pela equação de regressão seguinte ( $0 < t < 100$  °C, com desvio máximo: 0,00721atm)

$$p_{\text{vapor}}(t) = 0,000111 \times t^{1,49} \times \exp[0,0227 \times t] + 0,0062$$

- Segundo David Martin Menne (acessado em 2003 no seguinte endereço: <http://members.iinet.net.au/~menne/minproc.htm>), cifras típicas para o espessamento e filtração são:

- Velocidade Superficial do ar (base atmosférica, isto é em “normais” metros cúbicos):
  - ✓ Sucção: 0,008 m/s
  - ✓ Sopro (*blow off*): 0,001 m/s (m/s= m<sup>3</sup> de ar por m<sup>2</sup> de área de filtro);
- Pressões típicas:
  - ✓ Sucção: 0,3 x p<sub>atm</sub>;
  - ✓ Sopro (*blow off*) : 1,5 x p<sub>atm</sub>.

Segundo Mular, os custos de investimento na separação sólido-líquido podem ser estimados a partir de uma equação do tipo  $C = C0 \times x^n$ , sendo o expoente n:

- n = 0,44 e x = área para filtro a disco;
- n = 0,433 x = área para filtro a de tambor;
- n = 1,18 x = diâmetro para espessador.

As equações representam um modo de escalonar custos de aquisição dos equipamentos, tendo-se um valor de referência, para uma escala dada:

$$\frac{C_{novo}}{C_{conhecido}} = \left( \frac{x_{novo}}{x_{conhecido}} \right)^n$$

igualando:

$$C_{conhecido} = C0 \times (x_{conhecido})^n$$

determina-se o C0.

Finalmente, a seguir está apresentada a proporção de consumo energético típico na filtragem a vácuo:

- filtro: 4 %;
- bomba de vácuo: 67 %;

- bomba de lavagem: 11 %;
- bomba de filtrado: 14 %;
- compressor (sopro): 4 %.

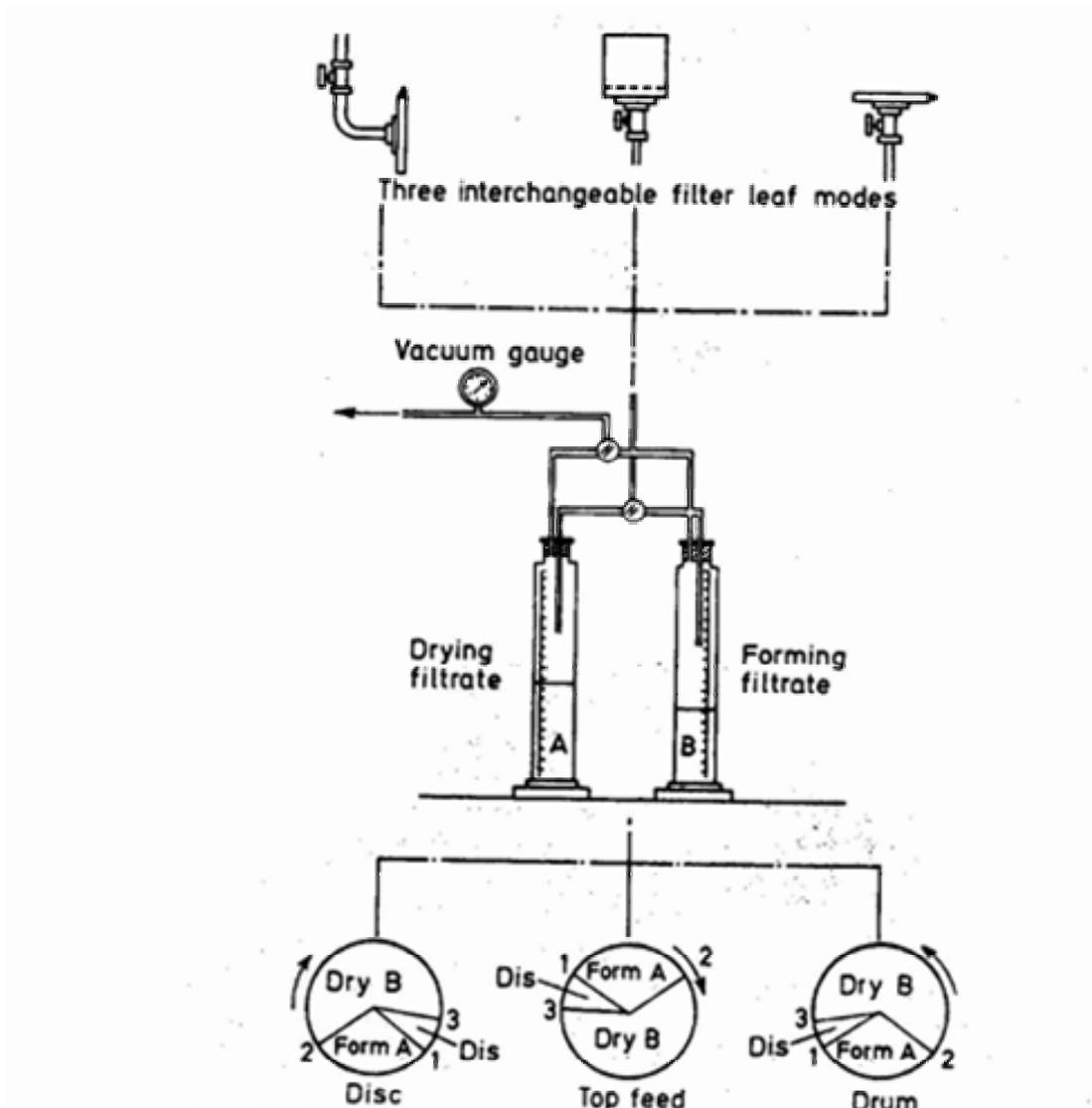


Figura 4.15 – Montagem intercambiável para teste folha de filtragem

### 4.3. Meios filtrantes

A escolha do meio filtrante é freqüentemente a etapa mais importante para garantir a eficiência da operação de filtração e deve levar em consideração a habilidade do meio em reter os sólidos da polpa sem entupir. O meio deve ser mecanicamente forte, resistente à corrosão e oferecer a menor resistência possível à passagem da fase líquida da suspensão.

Os meios filtrantes podem ser fabricados em algodão, lã, linho, nylon, seda, juta, fibra de vidro, borracha porosa, carbono poroso, metais, e outros materiais sintéticos. Os tecidos mais utilizados são os de algodão devido ao seu baixo custo inicial e a disponibilidade em diferentes espessuras e aberturas, podendo ser utilizados para filtração de sólidos até 10  $\mu\text{m}$ . Entretanto, apresentam uma baixa resistência à operação em meios ácidos.

A escolha do meio filtrante adequado a uma dada aplicação depende também da maneira como as fibras são tecidas. Nas tabelas 4.2, 4.3 e 4.4 tem-se as propriedades físicas e a composição química das fibras mais empregadas e o efeito da geometria do tecido sobre o desempenho da filtração, respectivamente.

Tabela 4.2 – Propriedades físicas das fibras

Fibra	Temperatura máxima de operação	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	Absorção de água (%)	Tenacidade a seco (gm/den)	Alongamento na ruptura	Resistência ao desgaste
Acetato	210	1,30	9-14	0,8-1,2	30-50	Pobre
Acrílico	275-300	1,14-1,17	3-5	1,8-3	25-70	Boa
Algodão	200	1,55	16-22	3,3-6,4	5-10	Razoável
Fluorocarbono	400	2,30	-	1-2	13-27	Razoável
Vidro	550-600	2,50-2,55	Até 0,3	3-6	2-5	Pobre
Modacrylic	160-180	1,31	0,04-4	2-4	14-34	Razoável
Nomex	400-450	1,38		4,1	14	Excelente
Nylon	225-250	1,14	6,5-8,3	3-8	30-70	Excelente
Poliéster	300	1,38	0,04-0,08	3-8	10-50	Excelente
Polietileno						
Alta densidade	150-165	0,92	0,01	1-3	20-80	Boa
Baixa densidade	200-230	0,92	0,01	3,5-7	10-45	Boa
Polipropileno	250	0,91	0,01-0,1	4-8	15-35	Boa
PVC	150-160	1,38		1-3		Razoável
Rayon	210	1,50-1,54	20-27	0,7-4	6-40	Pobre
Saran	160-180	1,7	0,1-1,0	1,2-2,3	15-30	Razoável
Lã	180-200	1,3	16-18	0,76-1,6	25-35	Razoável

Tabela 4.3 – Natureza química das principais fibras sintéticas

Fibra	Unidade básica	Comentário
Acetato	Acetato de celulose	Derivado de celulose natural
Acrílico	Acrilonitrila	Ao menos 85%
Modacrylic	Acrilonitrila	30-85% em peso
Fluorocarbono	tetrafluoretileno	
Nomex	Poliamida aromática	Família do nylon
Nylon	Poliamida alifática	
Poliéster	Álcool dihidrico + álcool	
Polietileno	Etileno	
Polipropileno	Propileno	
PVC	Cloreto de vinila	
PVA	Ainil álcool	
Rayon	Celulose regenerada com menos que 15% de hidroxilas substituídas	
Saran	Cloreto de vinilideno	
Lã		

Tabela 4.4 – Efeito da geometria do tecido sobre o desempenho da filtragem

Variável	Máxima limpidez do filtrado	Mínima resistência ao escoamento	Umidade mínima da torta	Facilidade de descarga da torta	Máxima vida da tela	Mínima tendência a cegar
Diâmetro do fio	Grande	Pequeno	Pequeno	Pequeno	Grande	Pequeno
	Médio	Médio	Médio	Médio	Médio	Médio
	Pequeno	Grande	Grande	Grande	Pequeno	Grande
Número de laçadas por polegada	Baixo	Alto	Alto	Alto	Médio	Alto
	Médio	Médio	Médio	Médio	Baixo	Médio
	Alto	Baixo	Baixo	Baixo	Alto	Baixo
Fios por polegada	Alto	Baixo	Baixo	Alto	Médio	
	Médio	Médio	Médio	Médio	Alto	Médio
	Baixo	Alto	Alto	Baixo	Baixo	Alto

Na Figura 4.16 estão apresentados os tecidos básicos dos meios filtrantes.

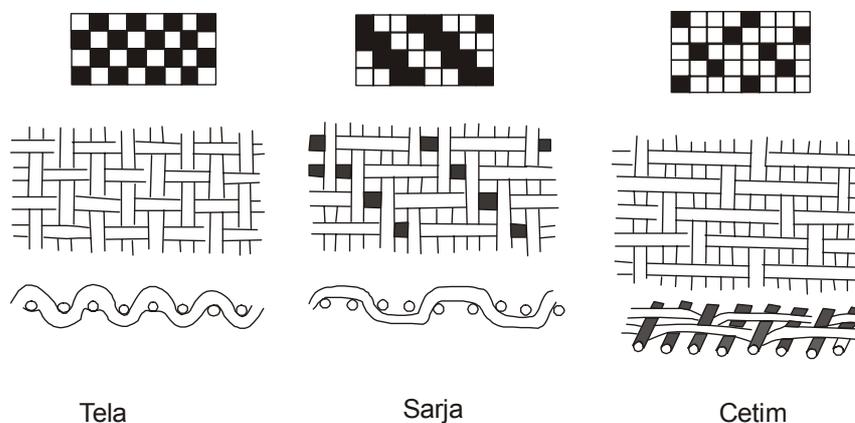


Figura 4.16 – Tecidos básicos dos meios filtrantes

No tipo de tecido denominado tela, os fios passam alternadamente por cima e por baixo uns dos outros. O aspecto do tecido se assemelha ao de um tabuleiro de xadrez, com quadrados alternados. No tecido tipo sarja um fio passa por cima e por baixo, alternadamente, de dois ou mais fios consecutivos. Cada fio é deslocado do seguinte de um fio, resultando assim o aspecto diagonal. Na trama do cetim quatro ou mais fios consecutivos são cruzados

passando por baixo do mesmo fio. Como resultado obtém-se uma superfície mais lisa, de aspecto brilhante.

A trama da tela de filtragem também afeta o resultado da operação, como mostrado na tabela 4.5, em ordem decrescente de cima para baixo:

Tabela 4.5 – Efeito da trama sobre a filtragem

Máxima limpidez do filtrado	Mínima resistência ao escoamento	Umidade mínima da torta	Facilidade de descarga da torta	Máxima vida da tela	Mínima tendência a cegar
Tela	Cetim	Cetim	Cetim	Sarja	Cetim
Sarja	Sarja	Sarja	Sarja	Tela	Sarja
Cetim	Tela	Tela	Tela	Cetim	Tela

As características do fio do tecido também afetam o desempenho da filtragem. Os fios dos tecidos filtrantes podem ser de monofilamento, como uma linha de pesca, ou trançados como um fio de lã. Considerando que as fibras naturais têm pequenos comprimentos elas são trançadas juntas fornecendo ao fio final uma série de pontas, resultando no tecido felpudo. Na Tabela 4.6 está apresentado o efeito das características do fio sobre o desempenho da filtragem.

Tabela 4.6 – Efeito das características do fio sobre o desempenho da tela

Máxima limpidez do filtrado	Mínima resistência ao escoamento	Umidade mínima da torta	Facilidade de descarga da torta	Máxima vida da tela	Mínima tendência a cegar
Felpudo	Mono	Mono	Mono	Felpudo	Mono
Multi	Multi	Multi	Multi	Multi	Multi
Mono	Felpudo	Felpudo	Felpudo	Mono	Felpudo

A caracterização dos tecidos normalmente é feita através de números que representam o peso do filamento original, o número de filamentos trançados no fio final e o número de fios por polegada em cada direção. O peso é usualmente expresso em onças por jardas quadradas (sistema inglês). Quanto maior o peso, mais forte é o tecido, mas em compensação mais duro (menos flexível) e, portanto, mais fácil de ser entupido.

A escolha da tela depende do balanço entre a limpidez necessária do filtrado, a produção desejada e o seu custo. Usualmente as fibras sintéticas apresentam custos mais elevados que as fibras naturais, o que é, frequentemente, compensado por uma vida útil mais longa. Além desses materiais, existem telas de fios metálicos, tais como: bronze fosforoso, níquel, cobre, latão, alumínio, aço inoxidável, monel e outras ligas. As tramas em geral são simples, sendo a mais fina de 37  $\mu\text{m}$ .

A escolha adequada da tela é a atividade mais importante para obtenção de um bom rendimento de filtragem. Em princípio, um bom meio filtrante deveria garantir as seguintes características desejáveis que podem, em muitos casos, ser inconciliáveis:

- capacidade de manter as partículas sólidas;
- resistência à obstrução dos poros pelas partículas sólidas;
- resistência ao ataque químico;
- resistência mecânica;
- resistência ao desgaste;
- possibilidade de permitir a descarga fácil e completa da torta;
- maleabilidade para se adaptar ao filtro no qual será usado;
- custo compatível com a economia da operação;
- não descarregar fiapos no filtrado.

Para se adquirir uma tela, além do material do fio, é necessário mencionar a trama, o número de série, o peso, o número de fios, o número de filamentos e o número do fio. Infelizmente, falta normatização no setor.

#### 4.4. Dimensionamento e Projeto de Instalações

O comportamento de determinado produto a ser filtrado só pode ser previsto a partir da realização de testes em escala de laboratório. Os fabricantes de filtros padronizaram um teste que tem sido universalmente aceito como base para o dimensionamento dos equipamentos industriais contínuos, ou seja, o teste denominado folha (*filter leaf test*).

Estes ensaios requerem equipamentos relativamente simples, de pequena escala, e de fácil montagem. Os detalhes da montagem utilizada nos testes de folha estão representados na Figura 4.17. A aparelhagem consiste de um suporte padrão de área equivalente a  $0,1 \text{ ft}^2$ , revestido com a tela mais adequada à polpa que se pretende filtrar. Esse suporte é conectado através de mangueiras flexíveis a um kitassato, que comunica com uma bomba de vácuo e um sistema de medição de fluxo de ar.

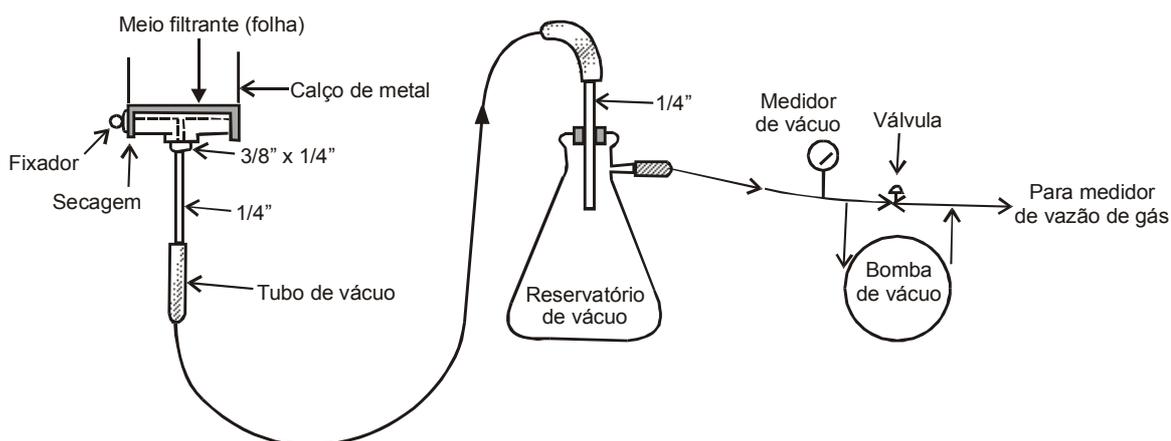


Figura 4.17 – Montagem para o ensaio do teste folha

A ordem de grandeza do tempo de formação da torta e de desaguentamento ou secagem e o nível de vácuo e a seleção dos meios filtrantes que possam fornecer os resultados desejados são definidos a partir de uma série de ensaios preliminares. Com essas informações são conduzidos os testes que irão definir o ciclo de filtragem.

Para começar o ensaio liga-se o vácuo e mergulha o suporte com a folha na polpa a ser filtrada. Essa polpa deve ser mantida levemente agitada de forma a impedir a sedimentação dos sólidos. O tempo de imersão, necessário para formação de uma torta com espessura de 6 mm deverá ser superior a 4 minutos. Terminada o período de formação, a folha é retirada da polpa e, mantendo a tubulação de vácuo para baixo, aguarda-se o tempo relativo ao período

de secagem da torta. Caso seja necessário avaliar as condições de lavagem da torta, antes da secagem a folha é imersa em um reservatório contendo água. A seguir a torta é descarregada com o auxílio de um sopro no tubo de drenagem.

Durante o ensaio, todos os tempos e as condições da torta (umidade, espessura etc.) e do filtrado (volume, turbidez etc) são registrados em um formulário.

O ciclo contínuo mais simples do ensaio divide-se em três etapas: formação da torta, secagem e descarga, podendo, em alguns casos, a primeira etapa ser seguida pela etapa de lavagem de torta.

Na realização desses testes podem ser estudados os efeitos de variáveis tais como a concentração de sólidos em suspensão, a temperatura da polpa, o nível de vácuo necessário, a lavagem etc..

Os principais dados obtidos nos testes de folha são: razão de filtragem, expressa em  $(\text{kg/h})/\text{ft}^2$ , velocidade de filtragem em L/h, tempos do ciclo e total de filtragem, volume de filtrado; massa de torta formada; espessura e uniformidade da torta; teor de umidade da torta e o nível de vácuo. Além disso, são observados outros parâmetros importantes na filtragem tais como a velocidade e a eficiência da lavagem; o comportamento da torta na secagem, a ocorrência de rachaduras na torta, as características de descarga, o pH do filtrado, a compatibilidade química do meio filtrante e a tendência do filtrado a formar espuma.

Todos os ensaios devem ser feitos em condições que simulem, da melhor forma possível, as condições de operação em escala industrial.

A razão de filtragem multiplicada pelo número de ciclos por dia permite o cálculo da área do filtro necessária para processar e obter uma capacidade diária de produto. Como as condições de realização dos testes em escala de laboratório são controladas, para o dimensionamento dos equipamentos industriais são utilizados os fatores de escala. A Dorr Oliver recomenda a utilização de um fator de escala de 1,65 da razão de filtragem e a Eimco de 1,8.

Os tempos do ciclo devem ser calculados tomando como base os resultados dos testes e considerando tempos adicionais necessários à carga, descarga, troca de tecido de filtração, manutenção e previsão de expansão entre outros.

Os testes de folha são usados para prever o desempenho de filtros de tambor ou de discos e filtros planos. Em função disso, devem ser conduzidos de forma a simular com detalhes a operação destes equipamentos.

Para se dimensionar os filtros é necessário conciliar as exigências do material com as do equipamento. Para cada filtro, os ciclos são determinados a partir do tempo total de filtragem:

- **filtro de tambor:** tempo de formação = 25%; tempo de sopragem = 33%; tempo de secagem = 50%.
- **filtro de discos:** tempo de formação = 33%; tempo de secagem = 40%;
- **filtro plano:** o critério é diferente — cerca de 25% do ciclo é usado para a descarga da torta e para a nova alimentação e os restantes 75%, para a secagem. Os ensaios são realizados buscando a formação de uma torta com uma espessura mínima de 1” em um tempo máximo de 20 seg. Se isto não for possível, o uso do filtro plano é inadequado.

Alguns autores determinam as percentagens do ciclo relativas a cada uma das fases da filtragem e outras características a partir dos dados apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – percentagem do ciclo relativa a cada fase

Tipo de filtro		Formação	Lavagem	Secagem	Número de estágios de lavagem	Espessura mínima da torta (mm)
Discos		5-40	Não recomendado	5-45	-	8
Tambor	c/ raspador	5-50	0-30	0-60	1	6
	c/ rolo					1
	c/ fio					6
	c/ correia					3
	c/ pré-coat					0
Top feed		5-15	0-90	5-90	1	12
Correia		5-90	0-90	5-90	Ilimitado	-
Plano		5-70	0-70	5-75	-	20

Um exemplo de dimensionamento de filtros está apresentado a seguir (Chaves,1996).

Nesse exemplo foi considerado um concentrado de flotação, granulometria inferior a 65 malhas e quantidade substancial de finos. Os equipamentos indicados são, portanto, o

filtro de discos e o filtro de tambor, e o ensaio foi feito simulando a operação destes equipamentos.

A tela escolhida, após alguns ensaios exploratórios foi a REMAE 2007-S. Trata-se de uma tela de poliéster, com *staples*. Definido o tecido, foram testadas várias condições de diluição da polpa inicial, que indicaram, como valor mais conveniente, 60%. Passou-se a estudar os tempos de imersão e secagem. Os resultados obtidos dos ensaios são mostrados nas planilhas da figura 16, cujo preenchimento é autoexplicativo.

O tratamento destes resultados constitui-se de:

1. traçar o diagrama espessura da torta x parâmetro W (Figura 4.18). Ambos os parâmetros são lidos da folha de ensaio.

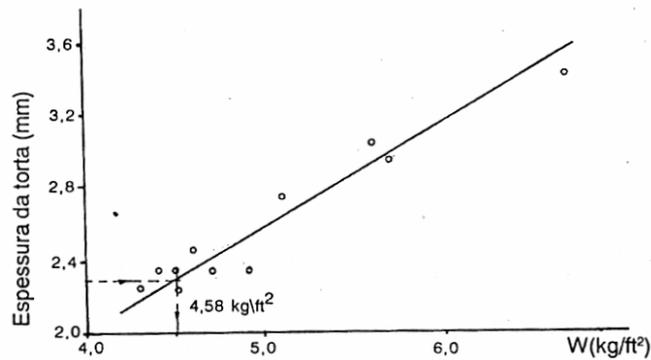


Figura 4.18 – Diagrama W x espessura da torta

2. traçar o diagrama  $\log W$  x  $\log$  do tempo de formação (Figura 4.19). Esta função, em coordenadas  $\log/\log$ , é expressa por uma reta, pelo que bastam dois pontos para construí-la.

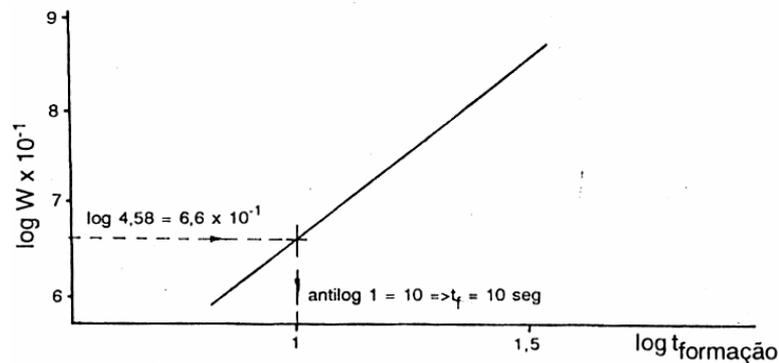
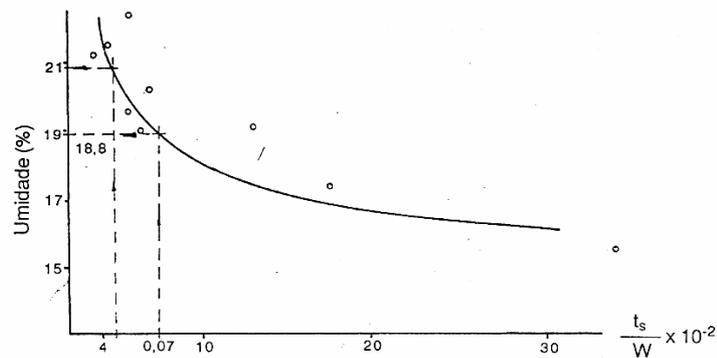


Figura 4.19 – Diagrama log tempo de formação x log W

3. traçar o diagrama umidade da torta x tempo de secagem (Figura 4.20).

Figura 4.20 – Diagrama  $t_s/w$  x umidade da torta

4. o diagrama da figura indica que, para uma espessura da torta fixada em 2,3 mm, o valor de  $W$  é 4,58 kg/ft<sup>2</sup>.
5. entrando com este valor (ou melhor com o seu logaritmo) na figura, encontramos  $\log t = 1$ , ou seja,  $\text{antilog } t = 10$ , isto é, o tempo de secagem corresponde a 10 s. Este tempo, expresso em minutos é 0,167 mm.
6. se considerarmos um filtro de tambor, de acordo com os valores acima, os tempos de formação e de secagem devem ser respectivamente 25 e 50% do ciclo total. Este seria, portanto, 0,67 mm e o tempo de secagem, 0,33 mm. Dividindo o tempo de secagem por  $W = 4,58$ , encontramos 0,072, valor com que entramos na figura para obter a umidade da torta de 18,8%. A razão de filtragem do filtro de tambor será o

quociente de  $W$  pelo ciclo total, acertada a unidade de tempo e considerado o fator de segurança 0,8:  $4,58/0,67 \times 60 \times 0,8 = 328 \text{ kg/ft}^2\text{h}$ .

7. se considerarmos um filtro de discos, o ciclo é o tempo de formação (10 seg ou 0,167 mm) dividido por 33% = 0,506 mm. O tempo de secagem é 40% desse ciclo = 0,202 mm.  $t/W = 0,202/4,58=0,044$ , que da figura nos fornece 20,7% de umidade para torta. A razão de filtragem fica:  $4,58/0,506 \times 60 \times 0,8 = 434,5 \text{ kg/ft}^2\text{h}$ .
8. ficam, portanto, definidos os parâmetros para o dimensionamento do filtro a vácuo para este concentrado de fluorita:
  - Filtro de tambor: razão de filtragem =  $328 \text{ kg/h.ft}^2$  - ciclo 40,2 seg = 0,67 mm
  - Filtro de discos: razão de filtragem =  $434,5 \text{ kg/h.ft}^2$  - ciclo = 30,4 seg = 0,506 mm

Utilizando a vazão de ar medida no rotâmetro é possível dimensionar a bomba de vácuo.

Para escolha do tipo de filtro deve ser usualmente considerada como primeira opção o filtro de discos, uma vez que esse equipamento apresenta uma excelente relação área filtrante/área ocupada na usina e tem custo de investimento e operacional inferior aos dos demais filtros. Entretanto cuidado na escolha deve ser tomado uma vez que sua aplicação é limitada a polpas homogêneas e de materiais que não obstruam a tela.

O filtro de tambor compete com o de discos no campo de aplicações, mas apresenta uma relação área filtrante/área ocupada na usina muito maior, exigindo equipamentos de porte superior para a mesma aplicação. Em função disso, é um equipamento mais caro e, portanto, aplicado em situações específicas, ou seja, para polpas de filtragem problemática e/ou que exijam a lavagem da tela.

O filtro plano apresenta um custo de investimento mais elevado e operacional mais baixo. Sua utilização está normalmente limitada a polpas que possam entupir a tela e que eventualmente possam ter um tempo de secagem mais prolongado.

O filtro de correia apresenta um custo de investimento intermediário, mas, devido ao acentuado desgaste das telas, o custo operacional é elevado, limitando a sua utilização.

#### 4.5. Prática operacional

Na teoria anteriormente apresentada verificou-se que existe uma fronteira bem definida entre a torta e o tecido filtrante. Os estágios iniciais de formação da torta são importantes uma vez que exercem uma influência significativa sobre a resistência da torta à passagem do fluido e na vida útil do tecido.

O bloqueio dos poros do meio filtrante é um fenômeno inevitável, tanto em função da natureza complexa da estrutura da superfície dos meios filtrantes em geral, quanto porque a trajetória do movimento das partículas não é bem conhecida. No início do processo de filtragem a maneira como a torta é formada varia em dois extremos: a penetração das partículas nos poros e a formação de uma barreira na entrada dos poros por partículas formando pontes.

Para penetração das partículas nos poros são consideradas duas alternativas. Na primeira supõe-se que somente uma partícula é capaz de penetrar e obstruir um poro. Nesse caso ao longo do processo de filtragem poros sucessivos vão sendo bloqueados e, portanto, a resistência à passagem do fluido pela torta depende da quantidade de sólidos depositada. Por outro lado, a distribuição de tamanho de partículas e dos poros pode ser tal que mais de uma partícula pode entrar em um mesmo poro. Nesse caso, a resistência de passagem do fluxo pelo poro irá crescer até que o poro fique totalmente bloqueado. Na prática é muito pouco provável que todos os poros do tecido fiquem bloqueados e, portanto, a torta apresentará uma baixa resistência na entrada dos poros parcialmente bloqueados.

A concentração de sólidos na polpa é uma das variáveis que apresentam efeito mais significativo sobre o entupimento dos poros do tecido filtrante. Quanto maior a sua concentração, menor será a distância entre partículas e menor será a tendência de formação de canais de drenagem na torta em direção aos poros abertos. Entretanto, as partículas na suspensão concentrada tendem a se distribuir formando pontes sobre a superfície do filtro protegendo a entrada dos poros livres. Como resultado a torta formada a partir de uma suspensão com elevada concentração de sólidos apresenta, em geral, resistência à passagem do líquido menor que aquelas formadas a partir de polpas diluídas.

Considerando que as velocidades de formação da torta e de filtragem são diretamente proporcionais à raiz quadrada da diferença de pressão e à concentração de sólidos na

suspensão de alimentação, recomenda-se adensar a polpa previamente à filtração. Entretanto, existe um limite, pois essas variáveis são inversamente proporcionais à raiz quadrada da viscosidade da polpa que cresce com o aumento da concentração de sólidos. Além disso, existem restrições quanto ao bombeamento da polpa espessada para o filtro.

A distribuição granulométrica das partículas em suspensão desempenha uma importante função na filtração. Quando as partículas são muito finas, a razão de filtração é reduzida e o uso do *pre coat* pode ser uma alternativa viável. Por outro lado, partículas muito grossas podem não ser aspiradas junto com a suspensão permanecendo na polpa e podendo até mesmo, acarretar danos às partes móveis dos filtros.

A adição de reagentes auxiliares e de floculantes pode ajudar a filtração. Os reagentes mais frequentemente utilizados são o amido, sulfato de alumínio, carvão fino, diatomitas ou papel moído. Entretanto, cuidados devem ser tomados uma vez que tais elementos podem se constituir em agentes contaminantes da torta.

Os principais reagentes utilizados como auxiliares de filtração estão descritos a seguir:

- a cal é um coagulante estável, de baixo custo, que deve ser o primeiro reagente a se avaliar;
- o tutano seco (*dry bone animal glue*) é utilizado como auxiliar de filtração para polpas ácidas contendo elevadas concentrações de partículas finas;
- ácido sulfúrico, sulfato de magnésio, cloreto férrico, alume, sulfato ferroso, amido cáustico também podem ser usados, mas todos podem apresentar efeitos nocivos;
- vapor super-aquecido tem sido utilizado com sucesso no desaguamento de *pellet-feed*. Em geral o vapor é superaquecido a 30° F e atua durante metade do período da secagem.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- ANDERY, P. A. **Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia in Memorian Professor Paulo Abib Andery**. Recife: Fundação Instituto Tecnológico do Estado de Pernambuco, 1980.
- BERALDO, J. L. **Moagem de Minérios em Moinhos Tubulares**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1987.
- CHAVES, A. P. **Teoria e Prática de Tratamento de Minérios**. São Paulo Signus Editora, 1996.
- GAUDIN, A M. **Principles of Mineral Dressing**. New York: Mcgraw – Hill book Company, Inc. 1975.
- KELLEY, E. A., SPOTTISWOOD, D. J. **Introduction to Mineral Processing**. New York: John Wiley & Sons, INC., 1982.
- LUZ, A. B. et all Editores. **Tratamento de Minérios**. Rio de Janeiro: CETEM/ CNPq, 1995.
- MULAR, A. L. & BHAPPU, R. B. **Mineral Processing Plant Design**, 2nd edition, New York: SME, 1980.
- WILLS, B. A. **Mineral Processing Technology**. New York: Pergamon Press. 1992.
- PRYOR, E.J Mineral Processing. .
- SVAROSKY, L. **Solid-liquid Separation**.
- DORR-OLIVER INCORPORATED **Determination of Filtration Characteristics of any Given Slurry by Laboratory Test Leaf**
- PEARSE, M.J. **Laboratory Procedures for the Choice and Signing of Dewatering Equipment the Mineral Processing Industry**.
- LEJA, J. **Surface Chemistry of Froth Flotation**.
- SHAW, D.J. **Introdução a Química dos Colóides e de Superfície**.
- PARKS, G.A. **Aqueous Surface Chemistry of Oxides and Complex Oxide Minerals**.
- JOHN WILLEY, Editor. **Introduction to Chemical Engineering Analysis**.
- FOOST, A.S., WENZEL, L.A., CLUMP, C.W., MAUS, C. and ANDERSON, L.B. **Princípios de Operações Unitárias**.

## **ANEXO I**

### **Algoritmo para cálculo do diâmetro das partículas em sedimentação**

```
!Programador: André Carlos Silva
module variaveis
  save
  real,parameter::g=9.80665
  real::ros,rof,v,d,carr,reynolds,re,diferenca,eta,t,ms,mm,mam,ma,dist,tem
  character::resposta
!Declaração de todas as variáveis do programa
end module variaveis

subroutine leitura_de_dados
  use variaveis
  print*,'Digite a temperatura (em graus celsius) da água durante o ensaio'
  read*,t
  print*,'Digite a distância percorrida pela partículas (em m)
  read*,dist
  print*,'Digite o tempo de queda das partículas (em s)'
  read*,tem
  loopp: do while (resposta<>'Y' .or. resposta<>'N' .or. resposta<>'y' .or.
resposta<>'n' .or. resposta<>'yes' .or. resposta<>'no')
    print*,'Calcular o peso específico da amostra pelo método do
picnômetro?(Y/N) '
    read*,resposta
    if (resposta.eq.'Y' .or. resposta.eq.'y' .or. resposta.eq.'yes') then
      do while (ros<1000)
        print*,'Digite a massa (em gramas) do picnômetro vazio e seco'
        read*,ms
        print*,'Digite a massa (em gramas) do picnômetro seco e com a
amostra'
        read*,mm
        print*,'Digite a massa (em gramas) do picnômetro cheio com água e
com a amostra'
        read*,mam
        print*,'Digite a massa (em gramas) do picnômetro cheio somente com
água'
        read*,ma
        ros=1000*(mm-ms)/(ma-ms-mam+mm)
        print*,'O peso específico da amostra é',ros,' kg/m3'
        if (ros<1000) print*,'O peso específico da amostra deve ser maior
que o da água!'
      end do
      exit loopp
    else if (resposta.eq.'N' .or. resposta.eq.'n' .or. resposta.eq.'no')
then
      do while (ros<1000)
        print*,'Digite o peso específico (em kg/m3) do material ensaiado'
        read*,ros
        if (ros<1000) print*,'O peso específico da amostra deve ser maior
que o da água!'
      end do
      exit loopp
    end if
  end do loopp
!Efetua a leitura dos dados de entrada do programa
end subroutine leitura_de_dados

subroutine calculos
```

```
use variaveis
diferenca=10
re=0.00001
v=dist/tem
eta=0.002488-0.00049567*log(t)
loopi: do while (diferenca>0.001 .or. diferenca<-0.001)
  carr=0.284*(1+(9.06/(re)**0.5))**2
  d=(750*carr*(v**2))/(g*(ros-1000))
  reynolds=ros*d*v/eta
  diferenca=reynolds-re
  re=re+diferenca
end do loopi
!Efetua todos os cálculos do programa
end subroutine calculos

subroutine resultados
use variaveis
if (reynolds<=0.2) then
  print*,'A velocidade de queda das partículas é de ',v
  print*,'O valor de Reynolds encontrado foi de ',reynolds
  print*,'O que implica que o escoamento era laminar'
  print*,'O diâmetro de partícula (em mm) encontrado foi de ',d*1000
else if (reynolds>0.2 .and. reynolds<2300) then
  print*,'A velocidade de queda das partículas é de ',v
  print*,'O valor de Reynolds encontrado foi de ',reynolds
  print*,'O que implica que o escoamento era intermediário'
  print*,'O diâmetro de partícula (em mm) encontrado foi de ',d*1000
else
  print*,'A velocidade de queda das partículas é de ',v
  print*,'O valor de Reynolds encontrado foi de ',reynolds
  print*,'O que implica que o escoamento era turbulento'
  print*,'O diâmetro de partícula (em mm) encontrado foi de ',d*1000
end if
end subroutine resultados

program diametro_critico
use variaveis
call leitura_de_dados
call calculos
call resultados
end program diametro_critico
```

## **ANEXO II**

### **Artigos recentes encontrados na literatura**