

## 2ª fase da OBMEP 2013: Questão 1 - Nível 3

Professor José Hilário

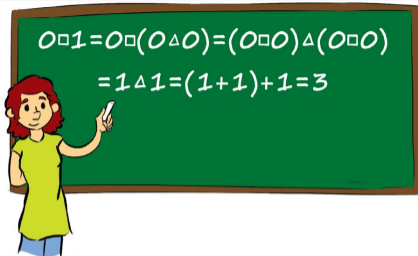
[www.ime.ufg.br/obmep](http://www.ime.ufg.br/obmep)

e-mail: [jhilario@ufg.br](mailto:jhilario@ufg.br)

Goianésia, 4 de setembro de 2014

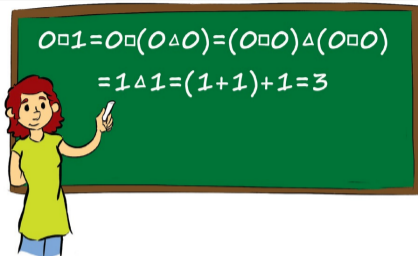
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$



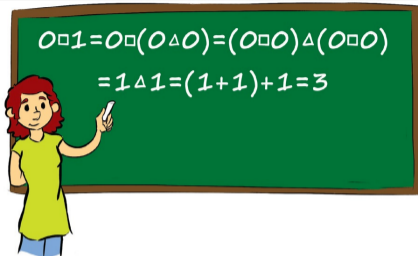
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$



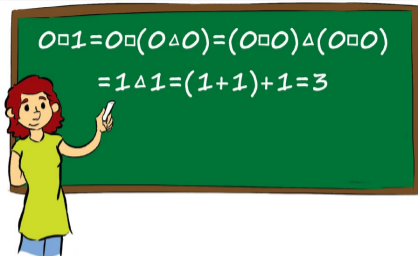
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$



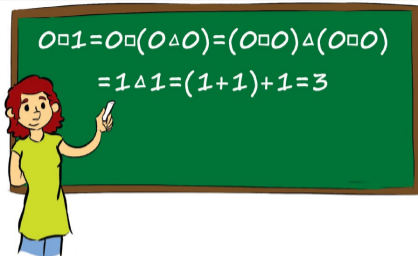
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$



Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

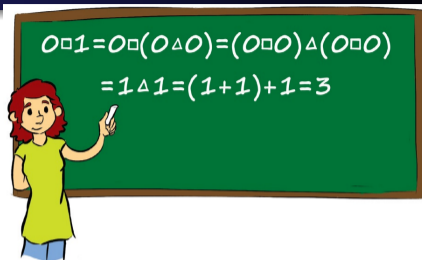


## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .



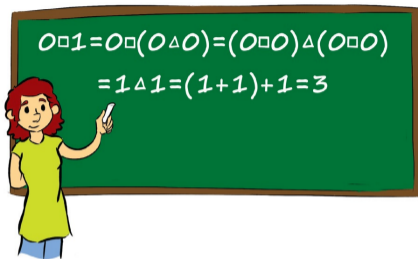
## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .





## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

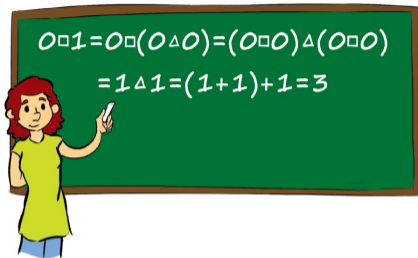
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

a) Calcule  $2\Delta 3$ .



## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

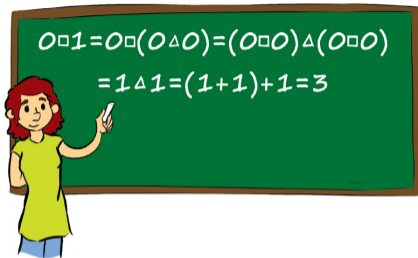
- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

a) Calcule  $2\Delta 3$ .

De acordo com a definição, temos  $2\Delta 3 = (2 + 3) + 1 = 6$ .



## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

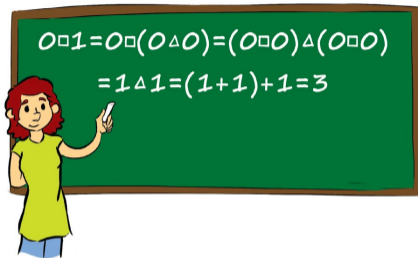
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

b) Calcule  $0\square 3$ .



Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

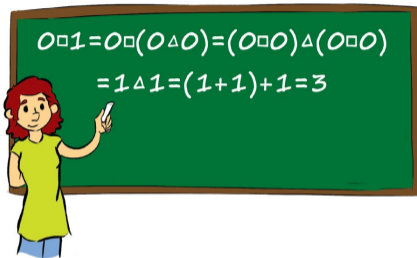
- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

**b) Calcule  $0\square 3$ .**

Como  $1\Delta 1 = 3$  temos  $0\square 3 = 0\square(1\Delta 1) =$



## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

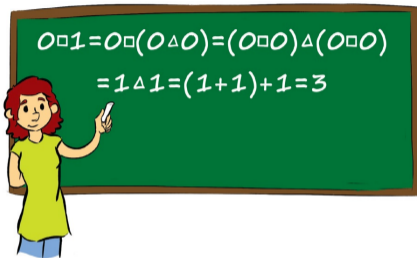
- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

**b) Calcule  $0\square 3$ .**

Como  $1\Delta 1 = 3$  temos  $0\square 3 = 0\square(1\Delta 1) = (0\square 1)\Delta(0\square 1) =$



## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

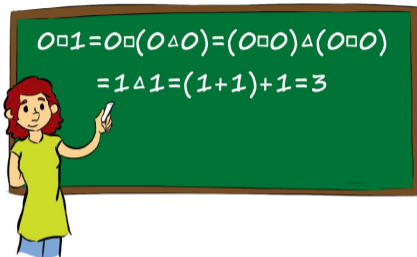
- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ .

Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

**b) Calcule  $0\square 3$ .**

Como  $1\Delta 1 = 3$  temos  $0\square 3 = 0\square(1\Delta 1) = (0\square 1)\Delta(0\square 1) = 3\Delta 3 = (3 + 3) + 1 = 7$  onde observamos que  $0\square 1 = 3$ , de acordo com a conta de Hipácia no quadro verde.



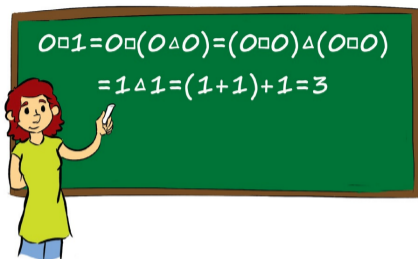
## Questão 2 - N3 - 2ª fase OBMEP 2013

Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ . Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

c) Calcule  $2\square 3$ .



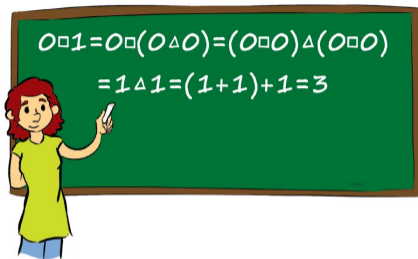
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ . Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

c) Calcule  $2\square 3$ .

Primeiro calculamos  $2\square 3 = (0\Delta 1)\square 3 = (0\square 3)\Delta(1\square 3) = 7\Delta(1\square 3)$ . Agora vamos calcular  $1\square 3$





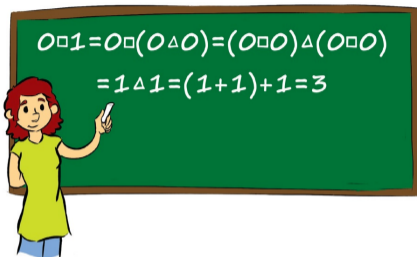
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ . Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

c) Calcule  $2\square 3$ .

Primeiro calculamos  $2\square 3 = (0\Delta 1)\square 3 = (0\square 3)\Delta(1\square 3) = 7\Delta(1\square 3)$ . Agora vamos calcular  $1\square 3 = (0\Delta 0)\square 3 =$



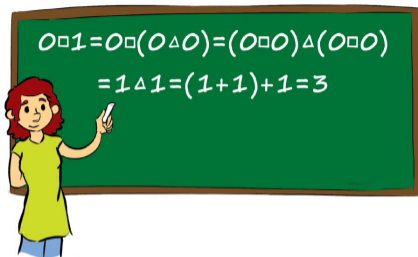
Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ . Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

c) Calcule  $2\square 3$ .

Primeiro calculamos  $2\square 3 = (0\Delta 1)\square 3 = (0\square 3)\Delta(1\square 3) = 7\Delta(1\square 3)$ . Agora vamos calcular  $1\square 3 = (0\Delta 0)\square 3 = (0\square 3)\Delta(0\square 3) = 7\Delta 7 = (7 + 7) + 1 = 15$



Hipácia criou duas novas operações com números naturais, indicadas por  $\Delta$  e  $\square$ , com as seguintes propriedades:

- $a\Delta b = (a + b) + 1$
- $a\square b = b\square a$
- $0\square 0 = 1$
- $a\square(b\Delta c) = (a\square b)\Delta(a\square c)$

Por exemplo,  $0\Delta 0 = (0 + 0) + 1 = 1$ . Observe na ilustração como Hipácia calculou  $0\square 1$ .

c) Calcule  $2\square 3$ .

Primeiro calculamos  $2\square 3 = (0\Delta 1)\square 3 = (0\square 3)\Delta(1\square 3) = 7\Delta(1\square 3)$ . Agora vamos calcular  $1\square 3 = (0\Delta 0)\square 3 = (0\square 3)\Delta(0\square 3) = 7\Delta 7 = (7 + 7) + 1 = 15$ . Finalmente, temos  $2\square 3 = 7\Delta(1\square 3) = 7\Delta 15 = (7 + 15) + 1 = 23$ .

