

Problema 1: Um certo jogo utiliza um tabuleiro 4×4 com as “casas” numeradas de 1 a 16, como representado na figura a seguir. Uma peça do jogo pode ser movida, uma casa de cada vez, obedecendo a duas regras:

- (i) Se a peça estiver em uma casa cujo número é primo, então só é permitido movê-la para baixo.
- (ii) Se a peça estiver em uma casa cujo número não é primo, então seu próximo movimento pode ser de uma casa para baixo ou para a direita.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Considere que a peça, inicialmente, está na casa 1.

- (a) Quais casas nunca podem ser visitadas pela peça?
- (b) Quantos caminhos diferentes a peça pode percorrer para chegar à casa 16?

Justifique sua resposta

(a)
(b)

Nota:

Problema 2: João e Pedro estão construindo, juntos, o calçamento de uma trilha retilínea com largura constante. Eles iniciaram o trabalho ao mesmo tempo, cada um em uma das extremidades da trilha e construindo em direção ao meio, no sentido do comprimento. Desta forma, mantendo um ritmo de trabalho constante, eles gastam quatro dias para fazer o calçamento, sendo que João, se trabalhasse sozinho, gastaria 6 dias.

- (a) Quantos dias Pedro levaria para fazer o calçamento se trabalhasse sozinho?
- (b) Considerando-se que as partes do calçamento feitas por João e Pedro vão se encontrar a 75 metros do meio da trilha, no sentido do comprimento, qual é o comprimento total da trilha?

Justifique sua resposta

(a)
(b)

Nota:

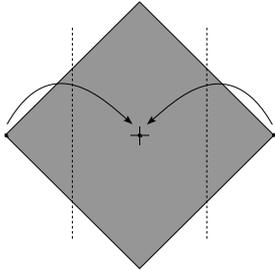
Problema 3: Em um lugar chamado Saiog, sempre que as pessoas saem para comer pizza, cada homem come exatamente uma pizza, cada mulher come meia pizza e cada criança come $1/4$ de pizza.

- (a) Um grupo de 6 pessoas foi a uma pizzeria e comeu exatamente 5 pizzas. Quantos homens, mulheres e crianças estavam no grupo?
- (b) Em uma certa pizzeria 2015 pessoas comeram exatamente 1000 pizzas. Dentre essas pessoas, qual é o número mínimo e o número máximo possível de crianças?

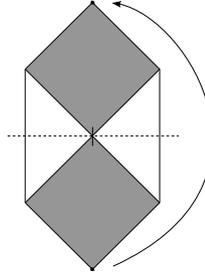
Justifique sua resposta

(a)
(b)
Nota:

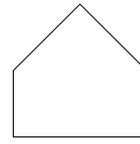
Problema 4: As figuras a seguir representam a sequência de passos de uma dobradura de papel, iniciando-se com um quadrado com área de 100 cm^2 . Primeiro, dois vértices opostos foram dobrados, ao longo das linhas tracejadas, em direção ao centro do quadrado. Em seguida, uma dobra foi feita de maneira a unir os outros dois vértices e a figura formada é um pentágono. Determine a área desse pentágono.



(I)



(II)



(III)

Justifique sua resposta

Nota:

Problema 5: Quando um objeto percorre uma certa distância d em um intervalo de tempo t , dizemos que sua velocidade média, v , é a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto, ou seja, $v = d/t$. Por exemplo, um automóvel que gasta duas horas para percorrer 100 km tem uma velocidade média, nesse percurso, de $100/2 = 50$ km/h (quilômetros por hora). Um certo ciclista percorreu 18 km em exatamente uma hora. Se nos últimos 3 km, do percurso ele teve uma velocidade média de 12 km/h. Qual foi a velocidade média nos primeiros 15 km?

Justifique sua resposta

Nota:

Problema 6: Quantos números inteiros positivos são menores que o quadrado de algum de seus algarismos? (Por exemplo, $14 < 4^2$.)

Justifique sua resposta

Nota:
