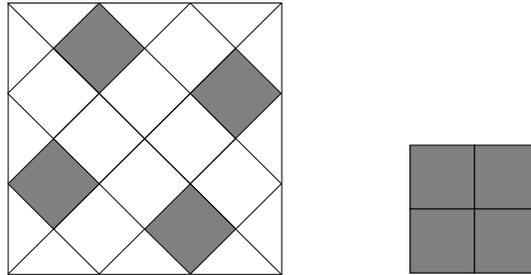


Nível 1

1. Para construir uma estante completa, um marceneiro precisa do seguinte material: 4 pranchas grandes de madeira, 6 pranchas pequenas de madeira, 12 braçadeiras pequenas, 2 braçadeiras grandes e 14 parafusos. O marceneiro possui em estoque 26 pranchas grandes de madeira, 33 pranchas pequenas de madeira, 200 braçadeiras pequenas, 20 braçadeiras grandes e 510 parafusos. Quantas estantes completas o marceneiro poderá fazer?

2. Uma folha quadrada de papel foi dividida por 10 linhas retas como mostrado na figura abaixo. Os quatro quadrados idênticos destacados foram recortados e colocados lado a lado para formar um quadrado menor, com área de 8 cm^2 . Quais são as medidas da folha de papel inicial?



3. Ana Júlia, tia de Alfredo, vende trufas de chocolate com os seguintes preços:

- 80 centavos cada, se compradas separadamente (avulsas),
- R\$2,70 o pacote com 3 trufas e
- R\$10,10 o pacote com 10 trufas.

(a) Em qual dos três casos o preço por trufa, também conhecido como preço unitário, é o mais caro? Em qual deles a trufa sai mais barato?

(b) Alfredo percebeu que a tia poderia melhorar sua estratégia de vendas e calculou novos preços de maneira que o preço unitário para o pacote com 3 seja 10% menor que o da trufa avulsa e o preço unitário para o pacote com 10 seja 10% menor que o do pacote com 3. Além disso, ao vender 90 bombons, sendo 30 avulsos, 10 pacotes de 3, e 3 pacotes de 10, o total recebido será o mesmo que se receberia com os preços originais da tia. Determine os novos preços obtidos por Alfredo.

4. A figura abaixo mostra parte de um extenso tabuleiro quadriculado dividido em quatro quadrantes por duas linhas mais destacadas. As casas do tabuleiro são numeradas como mostra a figura, partindo do centro e seguindo uma espécie de espiral. Se a numeração prosseguir, em quais quadrantes ficarão as casas de número 64, 100 e 1000?

2º Quadrante									1º Quadrante
		10	9	8	7				
		11	2	1	6				
		12	3	4	5	18			
		13	14	15	16	17			
3º Quadrante									4º Quadrante

5. Em Lisarb, o grande torneio de jogos Lisarbianos é realizado a cada 3 anos e as eleições presidenciais são a cada 5 anos. A cada 7 anos ocorre um ano sabático, quando os trabalhadores

podem tirar 30 dias de férias (normalmente eles só têm 5 dias de férias no ano). Se os jogos Lisarbianos foram realizados em 2008, 2009 é um ano sabático e haverá eleições presidenciais em 2010,

(a) qual é o próximo ano em que os três eventos vão ocorrer no mesmo ano?

(b) Quando foi a última vez que esta coincidência ocorreu?

6. Chamemos de número escada a qualquer número que possa ser escrito como soma de dois ou mais números inteiros positivos consecutivos. Por exemplo: $5=2+3$ e $24=7+8+9$ são números escada, mas 1, 2 e 4 não são números escada. Na representação do número escada a menor parcela da soma representa o primeiro degrau e o número de parcelas é o número de degraus.

(a) Determine todos os números escada que podem ser representados com dois degraus, ou seja, todos os que são soma de dois os inteiros positivos consecutivos.

(b) Alguns números escada podem ser representados de mais de uma maneira. Por exemplo: $15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$. Identifique todos os números escada que podem ser representados tanto com dois quanto com três degraus.

Nível 2

1. Ana Júlia, tia de Alfredo, vende trufas de chocolate com os seguintes preços:
 - 80 centavos cada, se compradas separadamente (avulsas),
 - R\$ 2,70 o pacote com 3 trufas e
 - R\$ 10,10 o pacote com 10 trufas.
 - (a) Em qual dos três casos o preço por trufa, também conhecido como preço unitário, é o mais caro? Em qual deles a trufa sai mais barato?
 - (b) Alfredo percebeu que a tia poderia melhorar sua estratégia de vendas e calculou novos preços de maneira que o preço unitário para o pacote com 3 seja 10% menor que o da trufa avulsa e o preço unitário para o pacote com 10 seja 10% menor que o do pacote com 3. Além disso, ao vender 90 bombons, sendo 30 avulsos, 10 pacotes de 3, e 3 pacotes de 10, o total recebido será o mesmo que se receberia com os preços originais da tia. Determine os novos preços obtidos por Alfredo.

2. Pedro Pedreiro todos os dias volta do trabalho no mesmo trem, chegando à estação da cidade em que mora sempre no mesmo horário. Sua esposa, que o busca na estação, sempre sai de casa de maneira a chegar à estação no mesmo instante que o marido. Certo dia Pedro saiu do trabalho mais cedo e acabou chegando à estação de sua cidade uma hora antes do costume. Ele resolveu não avisar a esposa, pois queria caminhar um pouco e encontrá-la no caminho de casa. Saindo de casa no horário costumeiro ela o encontrou no caminho e voltaram para casa, chegando 20 minutos mais cedo que nos outros dias. Quanto tempo Pedro Pedreiro caminhou da estação até encontrar a esposa? (OBS.: Considere que a mulher de Pedro percorre o mesmo caminho na ida e na volta, sempre com a mesma velocidade.)

3. Em Lisarb, o grande torneio de jogos lisarbianos é realizado a cada 3 anos e as eleições presidenciais são a cada 5 anos. A cada 7 anos ocorre um ano sabático, quando os trabalhadores podem tirar 30 dias de férias (normalmente eles só têm 5 dias de férias no ano). Se os jogos lisarbianos foram realizados em 2008, 2009 é um ano sabático e haverá eleições presidenciais em 2010,
 - (a) qual é o próximo ano em que os três eventos vão ocorrer no mesmo ano?
 - (b) Quando foi a última vez que esta coincidência ocorreu?

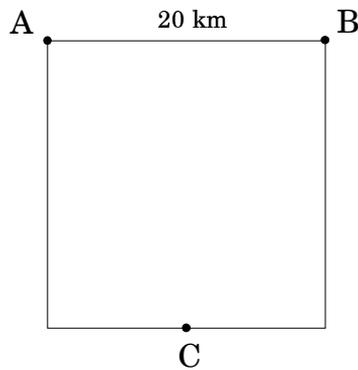
4. A figura abaixo mostra parte de um extenso tabuleiro quadriculado dividido em quatro quadrantes por duas linhas mais destacadas. As casas do tabuleiro são numeradas como mostra a figura, partindo do centro e seguindo uma espécie de espiral. Se a numeração prosseguir, em quais quadrantes ficarão as casas de número 100, 1000 e 10000?

2º Quadrante	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>10</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>11</td><td>2</td><td>1</td><td>6</td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>12</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>18</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </table>																			10	9	8	7					11	2	1	6					12	3	4	5	18				13	14	15	16	17																		1º Quadrante
		10	9	8	7																																																													
		11	2	1	6																																																													
		12	3	4	5	18																																																												
		13	14	15	16	17																																																												
3º Quadrante		4º Quadrante																																																																

5. Chamemos de número escada a qualquer número que possa ser escrito como soma de dois ou mais números inteiros positivos consecutivos. Por exemplo: $5=2+3$ e $24=7+8+9$ são números escada, mas 1, 2 e 4 não são números escada. Na representação do número escada a menor parcela da soma representa o primeiro degrau e o número de parcelas é o número de degraus.

- (a) Determine todos os números escada que podem ser representados com dois degraus, ou seja, todos os que são soma de dois inteiros positivos consecutivos.
- (b) Alguns números escada podem ser representados de mais de uma maneira. Por exemplo: $15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$. Identifique todos os números escada que podem ser representados tanto com três quanto com cinco degraus, mas não podem ser representados com dois degraus.

6. Suponha que as cidades de Andaraí, Bateraí e Catarai são situadas de maneira que é possível traçar um quadrado com um dos lados indo de Andaraí a Bateraí, medindo 20km, e com Catarai situada no ponto médio do lado oposto. Será construída uma central para distribuir energia elétrica e decidiu-se que ela deve ficar a uma mesma distância das três cidades. Qual é essa distância?



Nível 3

1. Pedro Pedreiro todos os dias volta do trabalho no mesmo trem, chegando à estação da cidade em que mora sempre no mesmo horário. Sua esposa, que o busca na estação, sempre sai de casa de maneira a chegar à estação no mesmo instante que o marido. Certo dia Pedro saiu do trabalho mais cedo e acabou chegando à estação de sua cidade uma hora antes do costume. Ele resolveu não avisar a esposa, pois queria caminhar um pouco e encontrá-la no caminho de casa. Saindo de casa no horário costumeiro ela o encontrou no caminho e voltaram para casa, chegando 20 minutos mais cedo que nos outros dias. Quanto tempo Pedro Pedreiro caminhou da estação até encontrar a esposa? (OBS.: Considere que a mulher de Pedro percorre o mesmo caminho na ida e na volta, sempre com a mesma velocidade.)

2. Pares de números primos separados por um único número inteiro são chamados primos gêmeos, como 17 e 19, por exemplo.

(a) Prove que o número que separa um par de primos gêmeos é sempre divisível por 6, exceto para o par 3 e 5.

(b) Se chamarmos de primos trigêmeos a um trio de números primos em que tanto os dois menores quanto os dois maiores são gêmeos, quantos trios de primos trigêmeos existem?

3. Em Lisarb são realizadas eleições presidenciais a cada 5 anos. A cada 7 anos ocorre um ano sabático, quando os trabalhadores podem tirar 30 dias de férias (normalmente eles só têm 5 dias de férias no ano). A cada 13 anos é celebrado o grande festival dos Tridicênios, como ocorreu em 2008. Se 2009 é um ano sabático e haverá eleições presidenciais em 2010,

(a) determine o próximo ano em que os três eventos vão ocorrer no mesmo ano.

(b) Quando foi a última vez que esta coincidência ocorreu?

4. A figura abaixo mostra parte de um quadriculado cujas casas são numeradas seguindo uma espécie de espiral no sentido anti-horário. Suponha que a numeração continue no mesmo padrão e que seja possível andar sobre o quadriculado, uma casa a cada passo, em qualquer direção, inclusive na diagonal. Por exemplo, bastam 3 passos para ir da casa 2 à 17. Partindo da casa 1, qual é o número mínimo de passos necessário para se chegar à casa 2008?

		10	9	8	7		
		11	2	1	6		
		12	3	4	5	18	
		13	14	15	16	17	

5. Chamemos de número escada a qualquer número que possa ser escrito como soma de dois ou mais números inteiros positivos consecutivos. Por exemplo: $5=2+3$ e $24=7+8+9$ são números escada, mas 1, 2 e 4 não são números escada. Na representação do número escada a menor parcela da soma representa o primeiro degrau e o número de parcelas é o número de degraus.

- (a) Determine todos os números escada que podem ser representados com dois degraus, i.e., todos os que são soma de dois inteiros positivos consecutivos.
- (b) Determine todos os números que **não são** do tipo escada. (SUGESTÃO: mostre que todo número escada pode ser fatorado de modo que um dos fatores seja ímpar e maior que um.)

6. Suponha que as cidades de Andaraí, Bateraí e Catarai são situadas de maneira que é possível traçar um quadrado com um dos lados indo de Andaraí a Bateraí, medindo 20km, e com Catarai situada no ponto médio do lado oposto. Será construída uma central para distribuir energia elétrica e, como as cidades têm demandas energéticas semelhantes, decidiu-se que a central deve ficar a uma mesma distância das três cidades.

- (a) Qual é essa distância?
- (b) Um melhor critério para posicionar a central seria o de minimizar comprimento total das linhas de transmissão que ligam a central às cidades. Determine o quanto seria possível reduzir este comprimento mudando a localização originalmente escolhida. (Considere $\sqrt{3} \approx 1,73$)