Universidade Federal de Goiás - Instituto de Matemática e Estatística

XXVII Olimpíada de Matemática do Estado de Goiás

Nível 2

Problema 1: Júnior numerou todas as páginas de seu caderno, consecutivamente, começando com "1" na primeira página, "2" na segunda etc.

Considerando-se que, para isso, foram necessários 852 algarismos, quantas páginas tem o caderno?

Problema 2: Em Saiog, oito times de futebol amador disputaram um campeonato no qual cada time jogou uma única vez com cada um dos demais times. Nesse campeonato, cada vitória vale 3 pontos, cada empate vale 1 ponto e a seleção derrotada não pontua. Ao final, três times ficaram em primeiro lugar, com 17 pontos cada, e os outros cinco ficaram em segundo lugar. Sabendo-se que houve exatamente 13 empates nas partidas desse campeonato, responda:

(a) Cada um dos times que ficaram empatados em segundo lugar fez quantos pontos?

(b) Construa um exemplo de possíveis resultados das partidas que cumpram as condições descritas no enunciado acima (Você pode, por exemplo, chamar os times de A, B, C etc. e indicar apenas quem ganha de quem e quem empata com quem).

Problema 3: No interior de um quadrado $ABCD$ são escolhidos dois pontos, E e F, de modo que $\overline{AE} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{EF} = 2\,\text{cm}$ e $\angle AEF = \angle EFC = 90°$.

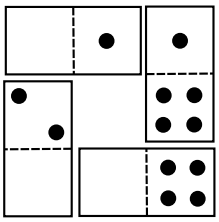
(a) Demonstre que $AECF$ é um paralelogramo (quadrilátero com os lados opostos iguais e paralelos).

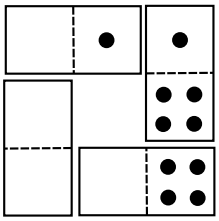
(b) Determine a área do quadrado.

Problema 4: Identifique todos os números inteiros positivos, n, tais que $n^2 + 20n + 11$ é um quadrado perfeito.

Problema 5: Um jogo de dominós consiste de 28 peças distintas, ou dominós, e cada dominó é um retângulo dividido em duas "casas" quadradas, com um número de 0 a 6 representado em cada casa. Pela regra do jogo, cada dominó só pode tocar outro dominó se as casas que se tocam tiverem o mesmo número.

Joana está brincando com um jogo de dominós e deseja montar uma configuração com quatro dominós, em formato de ciclo fechado, respeitando a regra do jogo. Ela resolveu chamar esse tipo de configuração de *espilicute*. As figuras a seguir representam dois exemplos de ciclos, sendo que a configuração da direita é espilicute e a da esquerda, não.





Quantas são as configurações *espilicutes* possíveis?