UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

Campus Samambaia

Instituto de Matemática e Estatística - IME

SEMESTRE	CÓDIGO	DISCIPLINA	TURMA	CURSO
2013-0		Tópicos de Análise na Reta		Verão
Professor	**Lista de Exercícios**	**Sala, Local e Data**	**Período**	**Nível**
Félix Gómez	Primeira	Bl-A 204; GO, 10/01/2013		

1 Limite de Funções Reais

1.] Justifique e calcule os seguintes limites

a) $\lim_{x\to 1}[2x-1]$ **Resp:** 1

b) $\lim_{x\to 0}[3x^3-2x+1]$ **Resp:** 1

c) $\lim_{x\to -1}[x^3+1]$ **Resp:** 0

d) $\lim_{x\to 4}[x^4-4x^3+2x-4]$ **Resp:** 4

e) $\lim_{x\to 0}[x^2-4x+1]$ **Resp:** 1

f) $\lim_{x\to 0}[x^3-3x+2]$ **Resp:** 2

g) $\lim_{x\to 1}[\,|x-2|^3+|2x-1|\,]$ **Resp:** 2

h) $\lim_{x\to 1}[\,x|x|^3+|x-5|x\,]$ **Resp:** 5

2.] Dado que x satisfaz $|x-4|<3$, estimar as seguintes expressões

a) $f(x)=x+\dfrac{2}{2x+1}$

Resp: $f(x)\in]1/5,\ 6[$

b) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+x+1}$

Resp: $f(x)\in]1/57,\ 49/3[$

c) $f(x)=x^3-\dfrac{1}{x^2+2x+1}$

Resp: $f(x)\in]0,\ 171/2[$

3.] Calcular os seguintes limites

a) $\lim_{x\to 0} x\cos\left(\dfrac{1}{x^3}\right)$ **Resp:** 0

b) $\lim_{x\to 0}\sqrt{x}\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$ **Resp:** 0

c) $\lim_{x\to 1}(x-1)\sqrt{x}\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{x^3-1}\right)$ **Resp:** 0

d) $\lim_{x\to -1}(x^2-1)\cos\left(\dfrac{1}{x^3+1}\right)$ **Resp:** 0

4.] Calcular os seguintes limites

a) $\lim_{x\to 0}\exp\left[x\cos\left(\dfrac{1}{x^3}\right)\right]$

Resp: 1

b) $\lim_{x\to 0}\ln\left[\sqrt{x+x^2}\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x+3x^3}}\right)+3\right]$

Resp: $\ln(3)$

c) $\lim_{x\to 1}\cos\left[(x-1)\sqrt{x}\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{x^3-1}\right)\right]$

Resp: 1

d) $\lim_{x\to -1}\tan\left[(x^3-1)\cos\left(\dfrac{1}{x^5+1}\right)\right]$

Resp: 0

5.] Usando a definição, mostre os seguintes limites

a) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x-1}{x^2-1}$

b) $\lim_{x\to 1} x^3 = 1$

c) $\lim_{x\to 1} x^2 + x - 1 = 1$

d) $\lim_{x\to -1} x^3 - x = 0$

6.] Mostre que se $\lim_{x\to a} f(x) = L > 0$, então existe um intervalo I de a, que verifica $f(x) > 0$ para todo $x \in I$.

7.] Sejam $\lim_{x\to a} f(x) = L_1$ e $\lim_{x\to a} g(x) = L_1$. Se $L_1 < L_2$ então existe um intervalo I com centro o ponto a, tal que $f(x) < g(x)$ para todo $x \in I$.

8.] Usando as propriedades do limites mostre que se $\lim_{x\to a} f(x) = L_1$, então

$$\lim_{x\to a} [f(x)]^n = L_1^n.$$

9.] Seja f uma função positiva, tal que $\lim_{x\to a} f(x) = L$. Usando as propriedades do limite, mostre que

$$\lim_{x\to a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}.$$

10.] Mostre que se $f(x) > a$ para todo $x \in]\alpha,\ \beta[$, mostre que $\lim_{x\to\alpha} f(x) \geq a$.

11.] Forneça um exemplo de uma função f satisfazendo $f(x) > a$ para todo $x \in]\alpha,\ \beta[$, tal que $\lim_{x\to\alpha} f(x) = a$.

12.] Encontre o maior valor de δ que verifica a definição de limite para demonstrar que

$$\lim_{x\to 1} (3x-1) = 2 \quad \text{quando} \quad \varepsilon = 1.$$

Resp: $\delta = 1/3$.

13.] Encontre o maior valor de δ que verifica a definição de limite para demonstrar que

$$\lim_{x\to 0} x^2 = 0 \quad \text{quando} \quad \varepsilon = 2.$$

Resp: $\delta = \sqrt{2}$.

14.] Seja f uma função definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ dada por

$$f(x) = \operatorname{sen} \frac{1}{x} \quad \text{sempre que} \quad x \neq 0$$

Mostre que f não tende a limite algum quando x tende para zero.

2 Limites Laterais

1.] Seja f una função definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definida por

$$f(x) = \frac{x}{|x|} \quad \text{sempre que} \quad x \neq 0.$$

Mostre que $f(0^+) = 1$ e $f(0^-) = -1$.

2.] Seja J uma função definida em $\mathbb{R}$ definida por

$$J(x) = [x]$$

onde $[x]$ denota o maior inteiro menor ou igual a x. A função J é conhecida como função maior inteiro.

Mostre que $J(n^+) = n$ e $J(n^-) = n - 1$. O que acontece com $J(x)$ quando c não é um inteiro, isto é, quais são os valores dos limites

$$\lim_{x \to c^+} J(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \to c^-} J(x).$$

3.] Considere f uma funcão definida em $\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{se} \quad x < 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \\ 1 + 3x & \text{se} \quad x > 0 \end{cases}$$

Mostre que $f(0^+) = 1$ e $f(0^-) = 1$.

4.] Seja f uma função definida em $]c,\, d[$. Mostre que a seguinte equivalência

$$\lim_{x \to c^+} f(x) = L \quad \text{se e somente se} \quad \forall \, \{x_n\},\; x_n > c,\; \forall \, n \in \mathbb{N} \colon x_n \to c \quad \Rightarrow \quad f(x_n) \to L$$

5.] Seja f uma função definida em $]b,\, c[$. Mostre que a seguinte equivalência

$$\lim_{x \to c^-} f(x) = L \quad \text{se e somente se} \quad \forall \, \{x_n\},\; x_n < c,\; \forall \, n \in \mathbb{N} \colon x_n \to c \quad \Rightarrow \quad f(x_n) \to L$$

6.] Seja f uma função definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ dada por

$$f(x) = \operatorname{sen} \frac{1}{x} \quad \text{sempre que} \quad x \neq 0$$

Mostre que nenhum dos seguintes limites,

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \to 0^-} f(x) \quad \text{existem}$$

7.] Calcular os seguintes limites

a) $\lim_{x\to 2} \sqrt{|x-2| - x + 2}$ **Resp:** 0

b) $\lim_{x\to 2^+} \dfrac{x^3-8}{|x-2|}$ **Resp:** 7

c) $\lim_{x\to 2} \dfrac{1-\cos(\frac{1}{2}x-1)}{x-2}$ **Resp:** 0

8.] Calcular os seguintes limites

a) $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-4}{|x-2|}$ **Resp:** -4

b) $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{x^3-8}{|x-2|}$ **Resp:** -7

c) $\lim_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{|x-2|}$ **Resp:** 4

9.] Verifique se existe o limite nos seguintes casos

a) $\lim_{x\to 2} \dfrac{\operatorname{sen}(x-2)}{|x-2|}$ **Resp:** Não existe

b) $\lim_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{|x-2|}$ **Resp:** só pela direita

c) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^4-16}{|x-2|}$ **Resp:** Não existe

10.] Examine e justifique detalhadamente o cálculo dos seguintes limites

a) $\lim_{x\to 2^+} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$

b) $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x-2}$

11.] Encontre os valores de a de tal forma que existam os limites das seguintes funções

a) $f(x) = \begin{cases} 3x - a & \text{se} \quad x < 1 \\ x - 2a & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

b) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - ax + 1 & \text{se} \quad x < 1 \\ 5x - 2a & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4ax^2 - 5x & \text{se} \quad x < 1 \\ x^3 - 5a & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

d) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 3a & \text{se} \quad x < 1 \\ 4x - 2a & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

e) $f(x) = \begin{cases} 7x^2 - ax^2 - 1 & \text{se} \quad x < 1 \\ x^2 - 3a + 1 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

f) $f(x) = \begin{cases} x^2 - a\cos(\pi x) - 1 & \text{se} \quad x < 1 \\ x^2 - ax + 2 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

g) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax^2 + 1 & \text{se} \quad x < 1 \\ 3x^2 - 3a + 1 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x)$

12.] Seja $f\colon \mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=\frac{1}{1+b^{1/x}} \qquad \text{onde} \qquad b>1$$

Porve os seguinte limites

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} f(x)=0$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} f(x)=1.$

13.] Investigue, examine e calcule os seguintes limites

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{3+2^{1/x}}$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1+2^{1/x}}{3+2^{1/x}}$

14.] Verifique se existem os seguintes limites

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{|x-2|}{x-2}$ **Resp:** $\nexists$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{3x-6+|x-2|}{x-2}$ **Resp:** $\nexists$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4+|x-2|}{x^3-8}$ **Resp:** $\nexists$ d) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{2x-4+|x-2|}{3x-6}$ **Resp:** $\nexists$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{5x-10+|x-2|}{x-2}$ **Resp:** $\nexists$ f) $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{5x-15+|x-2|^3}{x^2-9}$ **Resp:** $\exists$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{3x-3+|x-1|^5}{x^2-1}$ **Resp:** $\exists$ h) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{2x-2+4|x-1|^2}{x^3-1}$ **Resp:** $\exists$

3 Limites Infinitos

1.] Mostre utilizando definição os seguintes limites

a) $\displaystyle\lim_{x\to c}\frac{1}{(x-c)^2}=+\infty$ b) $\displaystyle\lim_{x\to c}-\frac{1}{(x-c)^2}=-\infty$

2.] Considere a função $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{1}{x^2-1} \qquad \text{para todo} \qquad x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,\ 1\}.$$

Mostre utilizando definição os seguinte limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to 1^+} f(x)=+\infty,$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-} f(x)=-\infty,$

c) $\displaystyle\lim_{x\to -1^+} f(x)=-\infty,$ d) $\displaystyle\lim_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$

3.] Seja a função $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x)=\frac{1}{x^2} \qquad \text{para todo} \qquad x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}.$$

Mostre utilizando definição os seguinte limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty,$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$

4 Limites no Infinito

1.] Mostre o seguinte limite,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

utilizando a definição de limite no infinito.

2.] Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1} \qquad \text{para todo} \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Mostre os seguintes limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

3.] Seja a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \qquad \text{para todo} \qquad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Mostre os seguintes limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$

4.] Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \mathbf{e}^{1/x} & \text{se} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{se} \quad x = 0 \end{cases}$$

Mostre o seguinte limite

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1.$$

5.] Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \qquad \text{para todo} \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Mostre os seguintes limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

6.] Examinar, justificar em detalhes e calcular o valor do seguinte limite

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+3x+1}{2x^2-x-3}$$

7.] Justifique detalhadamente o cálculo dos seguintes limites

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x}$, b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \sqrt[x]{x}$

5 Limites Infinitos no Infinito

1.] Seja a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre os limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2.] Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre os limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

3.] Seja a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre os limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

4.] Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^3$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre os limites,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

5.] Considere a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{x^3}{1+x^2} \qquad \text{para todo} \qquad x \in \mathbb{R}$$

Mostre que,

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

6 Formas Indeterminadas

1.] Examinar, justificar e calcular o limite das seguintes expressões

a) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}$ b) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{x^4+x^2-x-1}{x^3+2x-3}$

2.] Examinar, justificar e calcular o limite da seguinte expressão

$$\lim_{x\to8} \frac{\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt{x}-\sqrt{8}}.$$

3.] Estude, examine e calcule o seguinte limite

$$\lim_{x\to16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}.$$

4.] Mostrar utilizando propriedades de limites que

a) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$ b) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{1-\cos(x)}{x}$

5.] Justificar detalhadamente utilizando propriedades de limites e calcular

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan(x^2)}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} x \,\mathrm{sen}\left(\dfrac{1}{x}\right).$

6.] Mostre os seguintes limites utilizando propriedades

a) $\lim\limits_{x\to 0} x \cos\left(\dfrac{x+2}{x^2+x}\right).$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(2x^2+2x)}{x^2+3x}.$

7.] Mostre que

a) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^n - a^n}{x-a} = na^{n-1}$ b) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{a}}{x-a} = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{a^{n-1}}}.$

8.] Mostre que para $d \neq 0$ se verifica,

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{sen}(ax^2+bx)}{cx^2+dx} = \dfrac{b}{d}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(ax^2+bx)}{cx^2+dx} = 0.$

9.] Seja f uma função limitada e $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$. Mostre que $\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = 0$

10.] Mostre que se $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1$ então existe um intervalo de $x = 0$ onde a função será maior que $1/2$.

11.] Mostre que existe um intervalo contendo $x = 0$ tal que $|x\mathbf{e}^x| < \dfrac{1}{2}$.

12.] Encontre o maior intervalo contendo $x = 1$ onde

$$|f(x) - 2| < \frac{1}{4} \quad \text{para a função} \quad f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}.$$

13.] Justifique detalhadamente a demonstração dos seguintes limites

a) $\lim\limits_{x\to 0} (1+5x)^{1/x}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$

14.] Justifique detalhadamente a demonstração dos seguintes limites

a) $\lim\limits_{x\to 0} [1+\mathrm{sen}(x)]^{\cot(x)}$ b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{sen}[\pi(x-1)]}{x}$

15.] Calcular e justificar o seguinte limite

$$\lim_{x\to 0} [1+\tan(x)]^{1/x}$$

16.] Utilizando propriedades calcule o seguinte limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{sen}(2x)\tan^2(5x)}{x^3}$$

7 Exercícios de Revisão

1.] Se os limites $\lim_{x\to c} f(x)$ e $\lim_{x\to c} g(x)$ não existem, podem

$$\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] \quad \text{e} \quad \lim_{x\to c}[f(x)g(x)] \quad \text{existir}$$

2.] Se os limites $\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)]$ e $\lim_{x\to c} f(x)$ ambos existem, será que existe o limite $\lim_{x\to c} g(x)$?

3.] Se os limites $\lim_{x\to c} f(x)$ e $\lim_{x\to c}[f(x)g(x)]$ ambos existem, será que existe o limite $\lim_{x\to c} g(x)$?

4.] Prove a igualdade de limites

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to c} f(x-c)$$

5.] Seja f uma função definida em $\mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad x \quad \text{é irracional} \\ 1 & \text{se} \quad x \quad \text{é racional} \end{cases}$$

Mostre que $\lim_{x\to c} f(x)$ não existe para qualquer $c \in \mathbb{R}$.

6.] Seja f uma função em $\mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se} \quad x \quad \text{é irracional} \\ -x & \text{se} \quad x \quad \text{é racional} \end{cases}$$

Mostre que $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$ e que $\lim_{x\to 0} f(x)$ não existe se $c \neq 0$.

7.] Sejam os limites $\lim_{x\to c} f(x) = L$ e $\lim_{x\to c} g(x) = M$, então mostre que

a) $\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] = L+M$ b) $\lim_{x\to c}[f(x)g(x)] = LM$

8.] Sejam os limites $\lim_{x\to c} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to c} g(x) = +\infty$, então mostre que

a) $\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] = +\infty$ b) $\lim_{x\to c}[f(x)g(x)] = +\infty$

9.] Sejam os limites $\lim_{x\to c} f(x) = 0$ e $\lim_{x\to c} g(x) = M$, então mostre que

$$\lim_{x\to c}[f(x)g(x)] = 0.$$

10.] Mostre as seguintes identidades

a) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(-x)$ b) $\lim_{x\to c} f(|x|) = \lim_{x\to c^+} f(x)$

11.] Seja $p\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ um polinômio não constante, isto é

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k \quad \text{com} \quad a_n \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Mostre que, se n é par então

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} p(x) = \lim_{x\to-\infty} p(x) = +\infty$ sempre que $a_n > 0$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} p(x) = \lim_{x\to-\infty} p(x) = -\infty$ sempre que $a_n < 0$

Se n é ímpar então

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$ e $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} p(x) = -\infty$ sempre que $a_n > 0$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$ e $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} p(x) = +\infty$ sempre que $a_n < 0$

12.] Seja a função real $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x \operatorname{sen} x$. Mostre que para todo $c \in \mathbb{R}$, existe uma sequência $\{x_n\} \subset \mathbb{R}$ que satisfaz

$$\lim_{n\to\infty} x_n = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{n\to\infty} f(x_n) = c$$