Soluções de Volumes

1) Tablete
a) Cubos interiores: $10 \cdot 7 \cdot 4 = 280$.
b) Cubos no interior das faces: $2(10 \cdot 7 + 10 \cdot 4 + 7 \cdot 4) = 276$.
c) Cubos no interior das arestas: $4(10 + 7 + 4) = 84$.
d) Cubos nos vértices: 8
Total: $280 + 276 + 84 + 8 = 648 = 12 \cdot 9 \cdot 6$.

2) Seja x a altura do cone inteiro e y a altura do cone que será retirado. Uma semelhança clara de triângulos dá: $\frac{R}{x} = \frac{r}{y} = \frac{R-r}{h}$, ou seja, $y = \frac{rh}{R-r}$.

O volume do tronco de cone é $V = \frac{\pi R^2 x}{3} - \frac{\pi r^2 y}{3}$. Acompanhe os cálculos abaixo.

$$V = \frac{\pi}{3}(R^2 x - r^2 y) = \frac{\pi}{3}\left[R^2(h+y) - r^2 y)\right] =$$

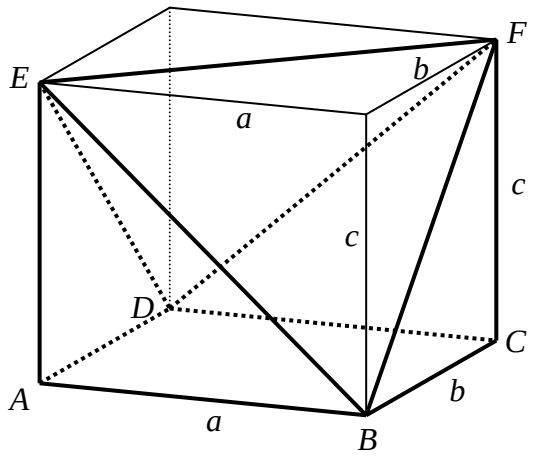
$$= \frac{\pi}{3}\left[R^2 h + R^2 y - r^2 y\right] = \frac{\pi}{3}\left[R^2 h + (R^2 - r^2)y\right]$$

Substituindo o valor de y encontrado antes,

$V = \frac{\pi}{3}\left[R^2 h + \frac{(R^2 - r^2)rh}{R-r}\right]$ e, simplificando, ficamos com;

$$V = \frac{\pi h}{3}\left(R^2 + r^2 + Rr\right).$$

3)



O poliedro definido no enunciado é parte de um paralelepípedo retângulo onde dois tetraedros (trirretângulos) foram retirados. Cada tetraedro trirretângulo tem volume $v = \frac{1}{3} \cdot \frac{ab}{2} \cdot c = \frac{abc}{6}$.

O volume do poliedro é:

$$V = abc - 2\frac{abc}{6} = \frac{2abc}{3}.$$