



Ministério da Educação
Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Programa de Pós-Graduação em Matemática

Prova Escrita 2018

Programa de Mestrado

Os discentes deverão fazer o exame nas três disciplinas a seguir:

1. **Análise no \mathbb{R}^n :** Aplicações diferenciáveis entre espaços euclidianos; Desigualdades do Valor Médio; Regra da Cadeia; Teoremas da Função Inversa e Implícita; Forma Local das Imersões e Submersões; Integrais Múltiplas; Teorema de Mudança de Variáveis; Formas Diferenciais.

Bibliografia:

- [1] LIMA, E. L., *Curso de Análise Vol II*, Proj. Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1995.
- [2] SPIVAK, M., *Calculus on Manifolds*, Westview Press, Colorado, 2010.
- [3] CARTAN, H. P., *Cours de Calcul Différentiel*, Herman, Paris, 1977.

2. **Introdução à Álgebra:** Grupos, Anéis, Extensão de Corpos e Teoria de Galois.

Bibliografia:

- [1] HUNGERFORD, T. W., *Algebra*, 8th edition, Springer Verlag, NY, 1997.
- [2] HERSTEIN, I.N., *Topics in Algebra*, 2nd Ed., John Wiley & Sons, NY, 1975.
- [3] LANG, S., *Algebra*, 3rd Revision edition, Springer Verlag, NY, 2002.
- [4] ROTMAN, J., *An Introduction to the Theory of Groups*, Springer Verlag, NY, 1991.
- [5] MCCARTHY, P. J., *Algebraic Extensions of Fields*, Dover Publications, NY, 1991.

3. **Geometria Diferencial:** Curvas no Plano e no Espaço; Superfícies Regulares em \mathbb{R}^3 ; Primeira e Segunda Formas Fundamentais; Geometria Intrínseca das Superfícies em \mathbb{R}^3 .

Bibliografia:

- [1] DO CARMO, M. *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*, Textos Universitários SBM, Rio de Janeiro, 2005.
- [2] SPIVACK, M., *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Vol. 3, Publish or Perish Press, Nevada, 1979.

- [3] O'NEILL, B. *Elementary Differential Geometry*, Academic Press, NY, 1997.

Programa de Doutorado

Os discentes deverão escolher três disciplinas em três áreas distintas.

Análise: Análise Funcional e EDP II.

Geometria: Geometria Riemanniana.

Otimização: Otimização I e II.

Sistemas Dinâmicos: Sistemas Dinâmicos.

ANÁLISE

1. **Análise Funcional:** Espaços normados; Espaços de Banach; Espaço quociente; Operadores lineares limitados; Teoremas de Hahn-Banach (Forma Analítica e Formas Geométricas); Princípio da Limitação Uniforme; Teorema do Gráfico Fechado; Teorema da Aplicação Aberta; Topologias Fracas; Teorema de Banach-Alaoglu-Bourbaki; Espaços Reflexivos; Espaços de Hilbert; Sistemas ortonormais; Teorema da Representação de Riesz; Operadores Compactos; Teoria Espectral; Teorema de Hille-Yosida.

Bibliografia:

- [1] BRÉZIS, H., *Functional Analysis, Sobolev Spaces and PDE*, Springer, Berlin, 2011.
- [2] LAX, P.D., *Functional Analysis*, Wiley-Interscience, New York, 2002.
- [3] YOSIDA, K., *Functional Analysis*, Springer, Berlin, 1980.
- [4] SCHECHTER, M., *Principles of Functional Analysis*, Academic Pres, New York, 1971.
- [5] FRIEDMAN, A., *Foundations of Modern Analysis*, Dover, New York, 1982.
- [6] KOLMOGOROV, A.N., FOMIN, S.V., *Introductory Real Analysis*, Dover, New York, 1975.

2. **Equações Diferenciais Parciais II :** Problemas de contorno para operadores diferenciais parciais de segunda ordem; Espaços de funções; Existência, unicidade e regularidade de coluções clássicas e fracas; Propriedades espectrais

Bibliografia:

- [1] ADAMS, R., FOURNIER, J., *Sobolev Spaces*, Elsevier, 2003.
- [2] BRÉZIS, H., *Functional Analysis, Sobolev Spaces and PDE*, Springer, Berlin, 2011.
- [3] CHIPOT, M., *Elliptic Equations: An Introductory Course*, Birkhauser Advanced Texts, Birkhauser, Berlin, 1994.
- [4] EVANS, L. C., *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics, v. 19, AMS, Providence, 1998.
- [5] FIGUEIREDO, D.G., *Equações elípticas não lineares*, IMPA, 11º Colóquio Brasileiro de Matemática, Rio de Janeiro, 1977.

[6] FOLLAND, G. B., *Introduction to Partial Differential Equations*, Princenton University Press, New York, 1976.

[7] GILBARG, D., TRUDINGER, N., *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, Springer, New York, 1983.

GEOMETRIA

1. **Geometria Riemanniana:** Métricas Riemannianas; Conexões; Geodésicas; Curvaturas; Derivação covariante de tensores; Campos de Jacobi; Imersões isométricas; Variedades Riemannianas completas; Espaços de curvatura constante; Variações do comprimento de arco. Teorema de comparação de Rauch; Outros tópicos.

Bibliografia:

[1] BOOTHBY, W. M., *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, New York, 1975.

[2] CHEEGER, J. and EBIN, D., *Comparison Theorems in Riemannian Geometry*, Amsterdam, North-Holland, 1975.

[3] Do CARMO, M., *Geometria Riemanniana*, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1998.

[4] LEE, J. M., *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer-Verlag, Berlin, 2003.

[5] LEE, J. M., *Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.

[6] O'NEILL, B., *Semi-Riemannian Geometry*, Academic Press, USA, 1983

[7] PETERSEN, P., *Riemannian Geometry*, Springer-Verlag, Berlin, 2010.

[8] SPIVACK, M. A., *Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, vols 1, 3 e 4, Publish or Perish Press, Nevada, 1979.

OTIMIZAÇÃO

1. **Otimização I:** Condições de otimalidade para problemas sem restrições; Métodos para otimização irrestrita (métodos de descida e busca linear, o método do gradiente, o método de Newton, métodos quase-Newton, métodos de direções conjugadas); O cone tangente; Conjuntos convexos; Teoremas de separação; Teoremas de alternativa; Funções convexas; Método subgradiente e método do ponto proximal; Condições de otimalidade no caso das restrições de igualdade e desigualdade (condições de Karush-Kuhn-Tucker, condições de segunda ordem).

Bibliografia:

[1] BAZARAA, M. S., SHERALI, H. D., SHETTY, C. M., *Nonlinear programming: Theory and algorithms*. 3rd ed. Wiley-Interscience, John Wiley & Sons, Hoboken, 2006

[2] BERTSEKAS, D. P., *Nonlinear programming*. Athena Scientific, Belmont, 1995.

[3] IZMAILOV, A., SOLODOV, M., *Otimização*, vol. 1, IMPA, Rio de Janeiro, 2005.

[4] LUENBERGER, D. G., *Linear and nonlinear programming*. 2nd ed., Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.

[5] NOCEDAL, J., WRIGHT, S.J., *Numerical Optimization*, Springer-Verlag, New York, 1999.

[6] PERESSINI, A. L., SULLIVAN, F. E., UHL, J. J., JR, *The mathematics of nonlinear programming*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, New York, 1988.

[7] ROCKAFELLAR, R. T., *Convex Analysis*. Princeton University Press, Princeton, 1970.

- 2. Otimização II:** Métodos para otimização com restrições (métodos do gradiente projetado, métodos de direções viáveis, penalização externa, penalização interna, Lagrangianas aumentadas, programação quadrática sequencial); Estratégias de globalização de convergência; Métodos para otimização não-diferenciável (métodos de subgradiente projetado, o método de planos cortantes, métodos de feixe); Elementos da Teoria de Dualidade.

Bibliografia:

[1] BERTSEKAS, D. P., *Nonlinear programming*. Athena Scientific, Belmont, 1995.

[2] BONNANS, J.F., GILBERT J-CH., LEMARECHAL, C., SAGASTIZ ´ ABAL, C., *Numerical optimization : theoretical and practical aspects*. 2nd ed, Springer-Verlag, New York, 2006.

[3] DENNIS JR, J. E., SCHNABEL, R. B., *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Classics in Applied Mathematics, 16, SIAM, Philadelphia, PA, 1996.

[4] IZMAILOV, A., SOLODOV, M., *Otimização*, vol. 1, IMPA, Rio de Janeiro, 2005.

SISTEMAS DINÂMICOS

- 1. Sistemas Dinâmicos:** Campos de vetores em variedades; Estabilidade estrutural; Variedades Invariantes (estável, central); Transversalidade; Propriedades genéricas de sistemas; Teorema de Hartman; Teorema de Stenberg; Teorema de Kupka-Smale; Teorema de Peixoto; Sistemas Hiperbólicos; Sistemas de Anosov e Morse-Smale; Bifurcações e formas normais.

Bibliografia:

[1] ARNOLD, V., *Chapitres supplémentaires de la théorie des équations différentielles ordinaires*. Editora Mir, 1984.

[2] BONATTI, C., DÍAZ, L. J. e VIANA, M, *Dynamics beyond uniform hyperbolicity: a global geometric and probabilistic perspective*. Springer Verlag, New York, 2004.

[3] LLIBRE, J.; DUMORTIER, F.; ARTES, J. C., *Qualitative theory of planar differential systems*. Springer-Verlag, Berlin, 2006.

[4] MOSER J., ZEHNDER, E., *Notes on Dynamical Systems*, Courant Lecture Notes 12, AMS, Providence, 2005.

[5] PALIS, J. e MELO, W. *Introdução aos Sistemas Dinâmicos*, Projetos Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 1977.

[6] SHUB, M., *Global Stability of Dynamical Systems*. New York, Springer-Verlag, New York, 1987.

Profa. Dra. Ana Paula de Araújo Chaves
Presidente da Banca da Prova Escrita 2018