

Processo Seletivo, Monitoria

Data:	21/03/2014
Unidade Acadêmica:	Instituto de Matemática e Estatística
Curso:	Matemática
Disciplina:	Cálculo Diferencial e Integral de uma Variável

1. 2 pts. Resolva os itens abaixo justificando suas respostas:

- (a) Usando a representação de dízimas periódica como uma série geométrica verifique que $0,6\overline{363}$ é representado pelo número racional $\frac{7}{11}$. (0,5)
- (b) Determine se a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$ converge ou diverge. (0,5)
- (c) Determine se a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$ converge ou diverge. (0,5)
- (d) Verifique que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} < 2$. (0,5)

2. 2 pts. Suponhamos que um sistema coordenado xyz esteja localizado no espaço, de modo que a temperatura T no ponto (x, y, z) seja dada pela fórmula

$$T = \frac{100}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

- (a) Ache a taxa de variação de T em relação à distância no ponto $P = (1, 3, -2)$ e na direção do vetor $\vec{u} = (1, -1, 1)$.
- (b) Em que direção, a partir de P , T aumenta mais rapidamente? Qual a taxa máxima de variação de T em P .
3. 2 pts. Determine as dimensões de uma caixa retangular, sem tampa e com um dado volume V , sendo usado a menor quantidade de material possível em sua fabricação.

- Usando o teste da 2ª derivada;
- Usando o método dos multiplicadores de Lagrange.

4. 2 pts. Calcule o volume do elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ usando integrais.

5. 2 pts. Use a integral dupla para calcular o volume do sólido localizado no 1º octante delimitado pelo plano $x + 2y + 3z = 6$.