Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal de Goiás
Coordenação da Monitoria
Câmpus Samambaia, Goiânia-GO

+55 62 3521-1208 - http://www.mat.ufg.br

Processo Seletivo, Monitoria

Data:	21/03/2014
Unidade Acadêmico:	Instituto de Matemática e Estatística
Curso:	Matemática
Disciplina:	Álgebra Linear

Nos exercícios abaixo, entregar no máximo um total de 10 pontos.

1. *1 pt.* Determine a e b para que o sistema abaixo possua (a) solução única, (b) infinitas soluções e (c) não possua solução:

$$\left\{ \begin{array}{r} x - y + z = 1 \\ 2x + y - az = 0 \\ -x + 2y + 3z = b \end{array} \right\}.$$

2. *1 pt.* Calcule, utilizando operações elementares, a inversa da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

3. *1 pt.* Se W_1 e W_2 são subespaços de um espaço vetorial V, mostre que $W_1 \cap W_2$ também é subespaço vetorial de V.

4. *2 pts.* Uma Transformação Linear, T, é dado por:

$$L(1,1) = (3,2,1), \quad L(0,-2) = (0,1,0)$$

   (a) Determinar a matriz da L;

   (b) Encontre $L(1,0)$ e $L(0,1)$;

   (c) Determine o *Núcleo* e a *Imagem* de L, e determine as respectivas dimensões.

5. *1 pt.* Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x,y,z) = (x+y-z, 2x-y+z)$. Determine o núcleo de T. Utilizando o ***Teorema do núcleo e da imagem*** conclua se T é sobrejetora.

6. *1 pt.* Seja $T : V \to W$ uma transformação linear e suponha que $dim(V) = dim(W)$. Mostre que T é injetora se, e somente se, for sobrejetora.

7. *2 pts.* Sejam $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x,y) = (2x+y, x+2y)$ e $S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $S(x,y) = (3y, x-y)$.

   (a) Determine $[T]$, $[S]$ e $[S \circ T]$.

   (b) Determine os autovalores de T e seus respectivos autovetores.

8. *1 pt.* Sejam v_1 e v_2 autovetores de uma transformação linear $T : V \to V$, associados aos autovalores λ_1 e λ_2 respectivamente. Mostre que $\{v_1, v_2\}$ é linearmente independente.

9. *2 pts.* Disserte sobre diagonalização de *Operadores Lineares*.