Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás

Suzany Rocha Teles Lopes

Goiânia

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

[**X**] Dissertação [ ] Tese

2. Nome completo do autor

Suzany Rocha Teles Lopes

3. Título do trabalho

O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [**X**] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:
a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.
Casos de embargo:
- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.

Documento assinado eletronicamente por **SUZANY ROCHA TELES LOPES**, **Discente**, em 02/05/2021, às 17:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Jhone Caldeira Silva**, **Professor do Magistério Superior**, em 05/05/2021, às 15:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **2035927** e o código CRC **E6A33FDE**.

Referência: Processo nº 23070.016132/2021-68 SEI nº 2035927

Suzany Rocha Teles Lopes

O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Orientador: Prof. Dr. Jhone Caldeira Silva.

Goiânia

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Lopes, Suzany Rocha Teles
O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás [manuscrito] / Suzany Rocha Teles Lopes. - 2021.
CXLI, 141 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Jhone Caldeira Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2021.
Bibliografia. Anexos.
Inclui lista de figuras, lista de tabelas.

1. Álgebra. 2. Educação Básica. 3. Concepções de Educação Álgébrica. 4. Currículo. I. Silva, Jhone Caldeira, orient. II. Título.

CDU 51:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 23 da sessão de Defesa de Dissertação de **Suzany Rocha Teles Lopes**, que confere o título de Mestre em Matemática, na área de concentração em Ensino de Matemática.

Ao vigésimo nono dia do mês de abril do ano de dois mil e vinte um, a partir das quatorze horas, através de web-vídeo-conferência, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **"O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás".** Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Jhone Caldeira Silva IME/UFG com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Ivonildes Ribeiro Martins Dias IME/UFG membro titular interno e Ricardo Ruviaro MAT/UNB membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Jhone Caldeira Silva IME/UFG, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, ao vigésimo nono dia do mês de abril do ano de dois mil e vinte um.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

O Ensino da Álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede Estadual de Goiás

---

Documento assinado eletronicamente por **Jhone Caldeira Silva**, **Professor do Magistério Superior**, em 29/04/2021, às 16:04, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Ivonildes Ribeiro Martins Dias**, **Professor do Magistério Superior**, em 29/04/2021, às 16:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **Ricardo Ruviaro**, **Usuário Externo**, em 29/04/2021, às 16:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1968869** e o código CRC **524C380D**.

Referência: Processo nº 23070.016132/2021-68 SEI nº 1968869

Suzany Rocha Teles Lopes graduou-se em Matemática pela Universidade Católica de Goiás. Graduou-se em Física pela Universidade Federal de Goiás. Especializou-se em Métodos e Técnicas de Ensino pela Universidade Salgado de Oliveira e em Especialização em Ensino de Matemática pela Faculdade Phênix de Ciências Humanas e Sociais do Brasil. Professora efetiva da rede estadual de ensino de Goiás desde 2006.

Dedico este trabalho a meu esposo Valdeir e aos meus filhos João Vinícius e Vitor e a todos a meus familiares, principalmente aos meus pais e minha irmã pelo apoio e incentivo em todos os momentos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela minha saúde e por me permitir realizar um sonho. Por me dar forças e sabedoria para superar todos os obstáculos encontrados durante a realização deste trabalho.

Ao meu esposo Valdeir por seu meu parceiro em todos os momentos, me incentivando e acreditando sempre no meu sucesso e no meu trabalho.

Aos meus filhos João Vinícius e Vitor por compreender os momentos em que estive ausente e me apoiar sempre a estudar.

Aos meus pais João Luiz e Izabel, minha irmã Rozany, que sempre me estimularam e me apoiaram nos momentos em que precisei ao londo da realização deste trabalho.

Aos meus colegas de curso, em especial a colega Patrícia, que sempre me apoiou e se tornou mais que uma parceira, uma amiga em que compartilhamos todas as alegrias e as dificuldades.

Aos meus colegas de trabalho, em especial a colega Alba que não mediu esforços para me auxiliar na realização deste trabalho.

Aos professores, em especial ao professor Jhone Caldeira, pela dedicação, pela paciência, pelas sugestões e pelos ensinamentos que me permitiram evoluir profissionalmente.

À coordenação e equipe do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da UFG, pela organização, pela competência e pela disponibilidade em auxiliar em todos os momentos que precisei.

À CAPES pelo suporte financeiro que me auxiliou durante a realização do

curso, me dando a oportunidade de dedicar mais tempo aos estudos.

Enfim, a todos que de maneira direta ou indireta me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho me proporcionando evoluir profissionalmente e pessoalmente.

Resumo

Esta dissertação tem o objetivo de analisar o Ensino da Álgebra na Educação Básica, baseando-se nos documentos oficiais, nas concepções de Educação Algébrica, nas avaliações de longa escala e nos relatos de professores da rede Estadual de Ensino de Goiás. Começaremos abordando a história da Álgebra nas civilizações, relatando momentos importantes para o ensino aprendizagem. Em seguida abordamos as concepções de Educação Algébrica visando compreender como os conceitos algébricos podem ser aplicados no processo de ensino aprendizagem. Realizamos a análise dos documentos oficiais que regem o ensino do Brasil, das avaliações SAEB e SAEGO e do currículo do Estado de Goiás ressaltando a abordagem dos conteúdos de Álgebra. Por fim apresentaremos o resultado da pesquisa realizada por meio de um questionário eletrônico com professores da rede Estadual de Ensino de Goiás, relatando as percepções dos professores com relação ao Ensino da Álgebra nas escolas públicas. Neste sentido, almejamos trazer análises que levarão educadores a refletir sobre o Ensino da Álgebra nas escolas públicas de Goiás e buscar melhorias na qualidade no processo ensino aprendizagem.

Palavras-chave Álgebra, Educação Básica, Concepções de Educação Álgébrica, Currículo.

Abstract

This work aims to analyze the Algebra teaching in the Basic School Education, based on official documents, on Algebraic Education concepts, on long-scale assessments and on reports from the teachers of the state education system of Goias. We will start by addressing the history of Algebra amongst past civilizations. Reporting key moments for teaching and learning. Thereafter, we will address the concepts of Algebraic Education directed towards understanding how the algebraic concepts can be applied in the teaching-learning process. We analyzed the official documents that determine the education in Brazil, from the SAEB and SAEGO evaluations to the state of Goias curriculum, emphasizing the content related to Algebra. Lastly, we will present the results of the research done through an electronic questionnaire filled by the local teachers of the state education network, reporting their perceptions on Algebra teaching in public schools. In that regard, we intend to provide analyses that will lead educators in reflecting about the Algebra teaching process in the public schools of Goias, and to seek improvements in the quality of the teaching-learning process.

Keywords Algebra, Basic School Education, Algebraic Education Concepts, Curriculum.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

Introdução

A Matemática sempre foi a disciplina predileta desde a minha infância, mas foi durante o Ensino Médio que o interesse por essa disciplina se ampliou. Pensando no Ensino Superior, em tomar a decisão da escolha da minha profissão, resolvemos fazer um grupo de estudos para nos preparar para o ENEM e para o vestibular, no ano 2000.

A nossa turma da 3ª Série do Ensino Médio era bem unida e comunicativa, facilmente nos organizamos dividindo por afinidade e cada um ficou responsável em planejar aulas de uma disciplina, as aulas de Matemática ficaram sob minha responsabilidade. Nos reuníamos na escola no período vespertino, todos os dias da semana e cada dia um de nós ministrávamos aulas para os colegas. Foi durante esse período que me despertou o interesse em ser professora.

Terminando o Ensino Médio em 2001, com 18 anos, me ingressei no curso de Matemática na Universidade Católica de Goiás, modalidade bacharel e licenciatura. O curso foi fortemente voltado para a modalidade bacharel e através das disciplinas Álgebra I, Álgebra II e Álgebra Linear, cursadas em três semestres distintos, vivenciei em sua maioria um ensino mecânico. Os professores ministravam os conteúdos predominando uma linguagem simbólica através de demonstrações de teoremas, aplicações em exercícios, resoluções de imensas listas de exercícios e realização de provas para verificar a aprendizagem.

No mesmo ano, em 2001, fui convidada para ministrar aulas de Matemática para o Ensino Fundamental II, em uma escola particular da minha cidade. Em 2003, comecei a ministrar aulas na rede pública do estado de Goiás, também para o Ensino Fundamental II. Em 2005, fui convidada para ir trabalhar em outra escola da rede pública com turmas do Ensino Médio deixando de atuar no Ensino Fundamental II. Em 2006, consegui ser aprovada no concurso público e me tornei professora efetiva da rede pública do Estado de Goiás. A partir desse momento deixei de ministrar aulas na rede particular e me dediquei ao ensino na rede pública.

Em 2017, a escola onde trabalhava, recebeu a proposta de se transformar em uma escola de período integral. Inicialmente ficamos todos muito assustados com a proposta, mas aceitamos o desafio. A escola em período integral oferece uma metodologia diferente do ensino regular. Existe além da coordenação pedagógica, uma coordenação específica para cada área de ensino chamada de "Coordenação de Área".

Fui convidada a ser a coordenadora da área de exatas, das disciplinas de Matemática, Física, Química e Biologia atuando como professora de algumas turmas e coordenadora. Durante esse período pude refletir muito sobre minha prática, meus sonhos e me despertou o interesse em tentar o mestrado e fiz a inscrição no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

De acordo com Becker(1993, p.332), conforme citado por Baccarin(2008, p.22), "é preciso refletir primeiramente, sobre a prática pedagógica da qual o docente é sujeito. Apenas, então apropriar-se de teoria capaz de demonstrar a prática conservadora e apontar construções futuras".

Em 2019, consegui ingressar no PROFMAT e me deparei com uma turma repleta de mestrandos que eram professores atuantes no Ensino Básico. Muitas conversas, muitas experiências, muitas aulas bem preparadas e com conteúdos inovadores que contribuíram para minha prática.

Nesta caminhada, percebi a dificuldade dos estudantes em assimilar os conteúdos de Álgebra e a dificuldade dos professores em ministrar tais conteúdos. Por se tratar de escola pública, muitas vezes o professor perde sua autonomia, passando a cumprir programas e metodologias impostas pela Secretária de Educação que visa apenas bons resultados nas avaliações externas. Em sua maioria, utilizam processos repetitivos de listas de exercícios, avaliações e acabam tornando o ensino mecânico.

No Estado todos os professores tem acesso a uma plataforma denominada "Foco Aprendizagem", na qual são lançados todos os resultados das avaliações externas realizadas pelos alunos em cada unidade escolar. Através dela conseguimos analisar os resultados individuais dos alunos, os resultados da escola e do estado nas avaliações externas SAEGO[1] e SAEB[2]. Observando os últimos resultados verificamos que o nível de proficiência dos alunos se mantém no Básico nos últimos anos, pouquíssimos alunos apresentam nível de proficiência Avançado, o que leva o professor a uma certa frustação, pois dedica muito tempo de seu trabalho e muitas vezes o resultado não aparece.

[1] O Sistema de Avaliação Educacional do Estado de Goiás (SAEGO) foi criado em 2011 com o objetivo de fomentar mudanças na educação oferecida pelo estado, vislumbrando a oferta de um ensino de qualidade. Disponível em:< https://saego.caedufjf.net/>

[2] O Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Inep realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb>

A busca por resultados melhores nas avaliações é constante no sistema de ensino, os professores trabalham muito em busca desses resultados utilizando como ferramenta as Atividades de Fortalecimento de Aprendizagem (AFA), Atividades Pedagógicas Complementares (APC), Atividades de Nivelamento, Avaliações Diagnóstica Amostral (ADA) e Simulados que fazem parte dos programas de ensino oferecidos pela rede Estadual de Ensino de Goiás. Como professora da rede, percebi muito mecanismo ao utilizar essas ferramentas, os conteúdos de Álgebra aparecem sem nenhum contexto com um uso exagerado de símbolos, me levando a refletir sobre o que precisamos ensinar.

Diante dessas indagações, durante o mestrado do PROFMAT decidi buscar um tema de pesquisa voltado para minha prática, que pudesse me auxiliar a compreender o processo de ensino aprendizagem da Álgebra e consequentemente melhorar a qualidade das aulas levando os alunos a uma aprendizagem significativa. Neste sentido, desejamos analisar como a Álgebra aparece no ensino da Matemática na Educação Básica e quais as percepções de outros professores com relação ao Ensino da Álgebra nas escolas públicas de Goiás, para tal investigaremos:

- Como a Álgebra aparece nos documentos oficiais?
- Como a Álgebra é cobrada nas avaliações?
- Como o professor vê no currículo esses conteúdos?
- Quais concepções os professores adotam em sua prática?
- O Ensino da Álgebra, está mecânico, com atividades sem sentido?

Para isso, iniciamos com uma análise bibliográfica da história da Álgebra e das concepções de Educação Algébrica visando compreender o surgimento da Álgebra e as maneiras que os conceitos algébricos podem ser aplicados no ensino. Em seguida fizemos uma análise documental com o objetivo de compreender como os conceitos algébricos são abordados nos documentos oficiais no âmbito nacional e no estado de Goiás. Diante dessas análises, aplicamos um questionário para identificar as concepções de professores que atuam na rede pública de ensino do Estado de Goiás sobre o Ensino da Álgebra, o currículo vigente e os resultados das avaliações externas.

Neste sentido, organizamos o presente trabalho em cinco capítulos. No primeiro capítulo, buscamos compreender como a Álgebra surgiu através das contribuições das civilizações ao longo dos tempos, observamos que a linguagem algébrica passou por quatro estágios. No segundo capítulo, abordamos as concepções de Educação Algébrica em quatro visões diferentes. No terceiro capítulo, apresentamos a história da Álgebra no Brasil enfatizando os documentos oficiais que regem a Educação Básica e também relatamos os resultados do SAEB das escolas públicas do Estado de Goiás. Os resultados do SAEB revelaram que os alunos concluem o Ensino Fundamental II com uma única habilidade específica do conteúdo de Álgebra desenvolvida pela maior parte deles, resolver problemas relacionados à variações de grandezas. Observamos ainda que, a maior parte dos alunos concluem o Ensino Médio com poucas habilidades específicas dos conteúdos de Álgebra desenvolvidas.

No quarto capítulo, apresentamos o currículo vigente nas escolas públicas do Estado de Goiás e os resultados da avaliação SAEGO que nos permitiu constatar que tanto no Ensino Fundamental II quanto no Ensino Médio grande parte dos alunos não demonstram um desenvolvimento adequado das habilidades específicas dos conteúdos de Álgebra ao concluírem cada etapa de escolaridade. E o último capítulo, o quinto, apresentamos a metodologia e os resultados da pesquisa que foi desenvolvida com professores de Matemática que atuam na rede Estadual de Ensino de Goiás.

Os dados revelaram que os professores concordam com as propostas do currículo para o ensino dos conteúdos de Álgebra, porém nota-se uma insatisfação com relação ao currículo do Ensino Fundamental II. Os professores, em sua maioria, não conseguem ministrar todo o conteúdo de Álgebra previsto durante o ano letivo devido a grande dificuldade de aprendizagem acumulada pelos alunos no decorrer dos anos, a falta de interesse dos alunos e a aplicação de listas e avaliações que visam a preparação dos alunos para as avaliações externas. Diante das concepções de Educação Algébrica adotadas pelos professores notamos que o Ensino da Álgebra em sua maior parte se reduz ao transformismo algébrico e predomina o uso de uma linguagem simbólica.

1 Algumas contribuições das civilizações na história da Álgebra

O Ensino da Álgebra faz parte da formação do conhecimento matemático dos humanos, compreender as suas modificações aos longo dos tempos se faz necessário para uma melhor orientação dos processos pedagógicos.

> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber. (D'AMBROSIO, 1999, p.97, Apud CHAQUIAM, 2017, p.16)

O entendimento da história da Álgebra é um elemento básico para o professor fundamentar sua prática, utilizar como um mecanismo de aprendizagem que permita auxiliar seus alunos na compreensão de conceitos e na construção do pensamento algébrico. Segundo Chaquiam (2017):

> ...os estudos apontam que a história da matemática, combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática, emerge como uma possibilidade de buscar uma nova forma de ver e entender a Matemática, tornando-a mais contextualizada, mais integrada às outras disciplinas, mais agradável, mais criativa, mais humanizada. (CHAQUIAM, 2017, p.14)

Pensando na importância do professor ter conhecimento da história da Álgebra, apropriar-se dela e conseguir aplicá-la na sala de aula visando a sua contribuição no processo de ensino e aprendizagem, oportunizando um momento de aprendizagem mais atrativo, neste capítulo vamos de forma sucinta relatar um pouco de algumas contribuições das civilizações para a Álgebra.

1.1 Os egípcios

Muitas civilizações contribuíram para o surgimento da Álgebra, dentre elas os relatos mais antigos foram à aproximadamente 4000 a.C. nas civilizações egípcias.

Em meio a grande desenvolvimento da agricultura, artesanato, comércio surgiu necessidade de efetuar cálculos mais rápidos e precisos, assim os egípcios passaram a utilizar símbolos para representar quantidades. Muitos dos relatos, que contribuíram para a estudo da Matemática foram registradas no *Papiro Rhind ou Ahmes* (Figura 1) pelo escriba *Ahmes* por volta de 1600 a.C., nele há registros de problemas de origem aritmética e alguns problemas que podem ser considerados de origem algébrica.

Figura 1: Uma parte do papiro Rhind. Depositado no Museu Britânico, Londres.

Fonte: A matemática interativa na internet, disponível em: <http://www.matematica.br/historia/prhind.html> Acesso em 05 de agosto de 2020.

O *papiro Golonishev ou de Moscou*, registrado por volta 1850 a.C. traz um texto matemático que contém problemas, dos quais assim como no *Papiro de Ahmes* estão relacionados à utilização de equações lineares.

> Muitos dos 110 problemas dos papiros Rhind e Moscou mostram sua origem prática ao lidar com questões sobre o quão substanciosos eram o pão e a cerveja, sobre balanceamento de rações para gado e aves domésticas e sobre armazenamento de grãos. Para muitos desses problemas a resolução não exigia mais do que uma equação linear simples e o método empregado ficou conhecido mais tarde na Europa como regra de falsa posição. (EVES, 2011, p.73)

A regra da falsa posição[3] foi muito utilizada pelos egípcios, como também por outras civilizações ao longo da história. Os egípcios gostavam de resolver problemas com unidades fracionárias, a seguir mostramos a resolução de um problema retirado do *Papiro de Rhind* (Figura 1) utilizando a regra da falsa posição. O problema 24 diz:

"Uma quantidade, com 1/7 *dela adicionado, torna-se:* 19*"*

Usando a regra da falsa posição, segue que:
Se a quantidade procurada fosse igual a 7, teríamos que ela mais 1/7 dela seria igual a 8.
Como a resposta deve ser 19, multiplicaremos os dois membros da igualdade

$$7 + \tfrac{1}{7} \times 7 = 8$$
$$(7 \times \tfrac{19}{7}) + \tfrac{1}{7} \times (7 \times \tfrac{19}{7}) = 8 \times \tfrac{19}{8} = 19$$

Assim,

$$7 \times \tfrac{19}{8} = \tfrac{133}{8}$$

é a raiz procurada. Segundo Roque (2012) o procedimento se baseia em um "chute" inicial que será corrigido ao longo do processo, ou seja, começa por um palpite falso para chegar ao resultado correto sendo conhecido hoje por "método da falsa posição". Esse método é utilizado na atualidade para resolver problemas relacionados a equações e sistemas lineares.

1.2 Os babilônicos

Os babilônicos, registravam seus relatos em tábulas de argila que apresentaram muitos períodos de sua história. As tábulas matemáticas traziam conhecimentos da matemática agrária e comercial, geometria, aritmética e álgebra que eram adquiridos ao decifrar e interpretar essas tábulas . Por volta dos anos 2000 a.C, a matemática

[3] O método da falsa posição pode fornecer uma maneira de resolver equações aritmeticamente, ou seja, sem procedimentos algébricos, e foi usado em diversos momentos da história. Daremos a solução, por falsa posição, para uma equação dada em simbolismo atual por $ax = b$. Escolhemos um valor arbitário x_0 para x e calculamos o valor de ax_0, que chamaremos de b_0. Na prática, procuraremos escolher esse valor inicial de um modo que facilite as contas. Em seguida, investigamos por que número devemos multiplicar b_0 para obter b e chegamos a $\frac{b}{b_0}$. Para manter inalterada a igualdade $ax_0 = b$, devemos multiplicar esse mesmo número por x_0. Obtemos, assim, que $a \times (x_0 \times \frac{b}{b_0}) = b_0 \times \frac{b}{b_0} = b$. Logo, a solução de $ax = b$ deve ser $(x_0 \times \frac{b}{b_0})$. (ROQUE, 2012, p.87)

babilônia evoluiu da aritmética para a ágebra retórica bem desenvolvida. Segundo EVES (2011):

> Encontrou-se uma tábula que fornece, além de uma tábua de quadrados e de cubos inteiros de 1 a 30, também a sequência de valores de $n^2 + n^3$ correspondentes a esse intervalo. São dados muitos problemas que levam a cúbicas da forma $x^3 + x^2 = b$, os quais podem ser resolvidos usando-se a tábua de $n^3 + n^2$. (EVES, 2011, p.62)

Segundo Boyer (1974), conforme citado por Chaquiam (2017) os babilônicos faziam o uso dessas tabulações como auxílio para a Álgebra. O autor relata que os babilônios não tinham conhecimento para solucionar completamente uma equação quadrática, mas elaboravam técnicas de solução a partir da classificação delas em três tipos: $x^2 + px = q$; $x^2 = px + q$ e $x^2 + q = px$ utilizando estratégias e transformações algébricas. Na atualidade conhecemos as técnicas desenvolvidas por eles como método equivalente ao da substituição numa fórmula geral e como método de completar quadrados.

Além de conhecimentos relacionados à resolução de equações quadráticas, cúbicas e biquadráticas, em tábulas da coleção *Yale*, a tábula de *Louvre*, 300 a.C., há problemas sobre sequências que afirmam que:

$$1 + 2 + 2^2 + ... + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$$

e que

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2 = [1 + (\frac{1}{3} + 10(\frac{2}{3})]55 = 385$$

O estudo dos números quadrados perfeitos no Ensino Básico muitas vezes são relacionados a utilização da potenciação. Para os números não quadrados perfeitos, busca-se uma aproximação do número através de cálculos sucessivos de potências quadráticas em cada casa decimal. A tábula da coleção *Yale*, relata que os babilônicos deram aproximações para raízes quadradas de números não quadrados perfeitos, como mostra na Figura 2, uma aproximação sexagesimal bastante precisa para a $\sqrt{2}$.

Figura 2: Tábula YBC 7289

Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre.

1.3 Os muçulmanos e os árabes

Com a ascensão do império árabe por volta do ano de 650 aproximadamente, o mulçumano *Al-Khowârizmí* começou a trabalhar na *Casa da Sabedoria*, um grande centro do estudo criado e apoiado por pelo *Califa al-Mamum* em Bagdá. Lá ele escreveu o livro *Hisab al-jarb w'al-mugabalah.* Segue a tradução: *A ciência da restauração ou reunião e redução*, que ficou conhecido por *Al-jarb* , o primeiro livro a falar de Álgebra. *Al-Khowârizmí*, não empregava nenhum simbolismo, sua linguagem era exclusivamente retórica, mas usava um vocabulário padrão para designar os objetos que surgiam nos problemas. As palavras *Jidhr* e *shay* expremia a quantidade desconhecida, a palavra *Mal* o quadrado da quantidade desconhecida e o *Adad* era um número dado qualquer (Roque, 2012).

Segundo Roque (2012), *Al-Khowârizmí* desenvolveu um algoritmo para resolução de problemas, um método composto por uma sequência de operações que permitia tratar qualquer exemplo dentro de um caso determinado. A seguir apresentamos um exemplo seguido de sua resolução utilizando o algoritmo de *Al-Khowârizmí.*

> ... o exemplo “um *Mal* e dez *Jidhr* igualam 39 dinares” ...
> O algoritmo de resolução era descrito assim:
> Tome a metade da quantidade de *Jidhr* (que neste exemplo é 5)
> Multiplique essa quantidade por si mesma (obtendo 25)
> Some no resultado os *Adad* (fazemos $39 + 25 = 64$)
> Extraia a raiz quadrada do resultado (que dá 8)
> Subtraia desse resultado metade dos *Jidhr*, encontrando a solução (essa solução é $8 - 5 = 3$). (ROQUE, 2012, p.288 e 289).

Al-Khowârizmí desenvolveu também uma técnica retórica de procedimentos para aplicar o método algébrico na resolução de problemas quadráticos em situações concretas. Os procedimentos eram denominados como métodos de *Al-jabr* e de *Al-muqabala.*

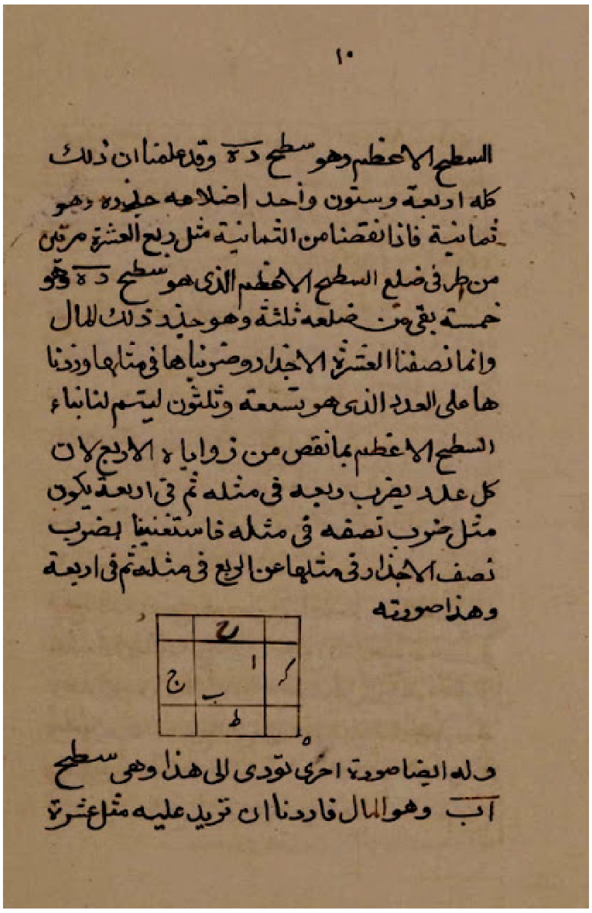
Segundo Eves (2011):

> A álgebra de Al-Khowârizmí mostra pouca originalidade. Explicam-se as quatro operações elementares e resolvem-se equações lineares e quadráticas, estas últimas aritmética e geometricamente. O trabalho contém algumas questões envolvendo mensuração geométrica e alguns problemas de herança. (EVES, 2011, p.263)

Outro matemático mulçumano, *Omar Khayyam*, se destaca com a resolução geométrica de equações cúbicas. O seu trabalho mais famoso em Álgebra foi *Treatise on Demonstration of Problems of Algebra* (O’CONNOR e ROBERTSON, 1999, Apud RUDEK e SILVA, 2013) no qual ele classifica equações cúbicas em 14 tipos e as resolve geometricamente utilizando interseção de seções cônicas.

Segundo Berlingoff e Gouvêa (2010, p. 30), “depois de Al-Khowârizmí, a Álgebra tornou-se parte importante da matemática árabe”. A Álgebra estudada por *Al-Khowârizmí* e por outros matemáticos da época faziam demonstrações dos resultados algébricos utilizando processos geométricos, logo a denominação mais correta para a Álgebra estudada é álgebra geométrica. Um exemplo, Figura 3, página do manuscrito de álgebra “*Kitab al-jabr wa l’muqabala*”, escrito por *Al-Khowârizmí*, mostrando a solução de um tipo de equação quadrática pelo remate das partes de um quadrado.

Figura 3: Manuscrito de álgebra “Kitab al-jabr wa l’muqabala”



Fonte: Ciência de Garagem, disponível em: https://cienciadegaragem.blogspot.com/2018/05/a-algebra-dos-gregos-dos-arabes-e-dos.html. Acesso em 10 de agosto de 2020.

O primeiro trabalho da matemática original árabe apresenta teoremas com provas fornecendo as somas dos quadrados e dos cubos dos n primeiros naturais, escrito por *Al-Kharkhí*. Segundo Eves (2011, p.264), “a álgebra árabe, salvo o que se refere aos árabes ocidentais dos últimos tempos, era retórica”. Dentre as contribuições dos árabes para o desenvolvimento da Álgebra que são essenciais na atualidade, podemos citar o desenvolvimento completo do sistema decimal, a sistematização do estudo da Álgebra e início do estudo das relações entre a Álgebra e a Geometria.

1.4 Os hindus

Por volta de 450 d.C. até o fim do século XV despontaram vários matemáticos hindus, hábeis aritméticos que deram contribuições significativas à Álgebra. Dentre eles destacamos *Àryabhatas*, *Brahmagupta* e os dois *Bhãskara*.

Àryabhatas, nasceu perto da atual Patna junto ao Ganges e escreveu um livro de astronomia intitulado *Ãryabhatiya* cujo terceiro capítulo se dedica à matemática. *Brahmagupta* foi o mais eminente, escreveu em 628, *BrahmaJphuta-Jidd'bãnta* ("o sistema de Brahma revisado"), um trabalho em astronomia contendo dois capítulos destinados a matemática. Um capítulo relatava o estudo de operações aritméticas, razões e proporções, juros e fórmulas para encontrar áreas e volumes de figuras geométricas. O outro capítulo relatava uma matemática que tratava de técnicas para lidar com problemas envolvendo quantidades desconhecidas.

Bhãskara I (600-680) já introduzia vários elementos simbólicos na construção de uma Álgebra capaz de lidar com grande número de problemas relacionados não apenas com equações lineares, mas, também, com algumas equações quadráticas e cúbicas. *Bhãskara II*, mais famoso, que viveu no século XII (1114-1185), em 1150, escreveu *Siddhãnta S 'iromani* ("diadema de um sistema astronômico") um trabalho que mostra progressos em relação ao trabalho de *Brahmagupta*.

Segundo Roque (2012), *Bhãskara II*, no século XII escreveu os livros mais populares de aritmética e álgebra, livros-textos voltados para o ensino. Os livros didáticos da atualidade apresentam no Ensino Básico as equações de 2°grau e a fórmula nomeada como *"Fórmula de Bhãskara"* para sua solução:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a},$$

induzindo o leitor à impressão de que ela foi desenvolvida por *Bhãskara II*. Segundo Farias (2010):

> ... o próprio Bhãskara afirmou não ter sido o "descobridor" da fórmula, que já era mencionda em um manuscrito hindu do século XI, e teria sido encontrada por um matemático de nome Sridhara. (FARIAS, 2010, p.24)

A Álgebra dos hindus era sincopada, utilizavam símbolos como um ponto sobre o subtraendo para indicar subtração, *bha* para indicar a multiplicação e *ka* antes da quantidade para indicar a raiz quadrada. Os hindus exibiam técnicas na resolução de problemas, empenhavam-se em determinar todas as soluções possíveis de equações lineares indeterminadas e utilizavam métodos como a regra da falsa posição e o da inversão.

> Os hindus aceitavam os números negativos e irracionais e sabiam que uma equação quadrática (com respostas reais) tem duas raízes formais. Eles unificaram a resolução algébrica de equações quadráticas pelo método familiar de completamento de quadrados. Esse método é hoje muitas vezes conhecido como método hindu. Bhãskara deu as duas seguintes identidades notáveis:
> $$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{(a + \sqrt{a^2 - b})/2} \pm \sqrt{(a - \sqrt{a^2 - b})/2}$$
> às vezes empregadas em nossos textos de álgebra para encontrar a raiz quadrada de um número irracional. (EVES, 2011, p.256)

1.5 Os chineses

Os chineses escreviam suas obras em bambu ou papel, apesar disso restou uma peça extraordinária de 200 a.C., o *K 'ui-ch'ang Suanshu* ou *Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática* de *Liu Hui*, contendo nove capítulos ricos em conteúdos. O sétimo capítulo *Ying Buzu*, apresenta problemas que conduzem a soluções de uma equação linear pela Regra da Dupla Falsa Posição ou de um sistema de duas equações lineares pela Regra do Excesso e Déficit. O oitavo *Fang Cheng* apresenta solução de sistemas lineares e o nono *Gougu*, introduz o teorema de Gougu, teorema Pitágoras Chinês e resoluções de equações do segundo grau.

Yang Hui, matemático chinês, se dedicou a estudar os conteúdos dos *Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática* e resolveu problemas relacionados à progressão aritmética, proporcionalidade e somas de séries. Ao estudar somas de séries na atualidade, encontramos nos livros didáticos resultados de somas que foram descobertos por *Yang Hui*, como:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \tfrac{1}{3}n(n + \tfrac{1}{2})(n + 1)$$
e
$$1 + (1 + 2) + (1 + 2 + 3) + ... + (1 + 2 + 3 + ... + n) = \tfrac{n(n+1)(n+2)}{6}.$$

Segundo Eves (2011) "a matemática da China tornou-se uma das mais criativas do mundo":

> ...a China foi a primeira a (1) criar um sistema de numeração posicional decimal, (2) reconhecer os números negativos, (3) obter valores precisos de π , (4) chegar ao método de Horner para soluções numéricas de equações algébricas, (5) apresentar o triângulo aritmético de Pascal, (6) se inteirar do método binomial, (7) empregar métodos matriciais para resolver sistemas de equações lineares, (8) resolver sistemas de congruências pelo método hoje consubstanciado no Teorema Chinês dos Restos, (9) desenvolver as frações decimais, (10) desenvolver a regra de três, (11) aplicar a introdução à história da matemática regra de falsa posição dupla, (12) desenvolver séries aritméticas de ordem superior e suas aplicações à interpolação e (13) desenvolver a geometria descritiva. (EVES, 2011, p.246-247).

Os chineses gostavam de resolver problemas de equações lineares, utilizavam a manipulação de varetas, as vermelhas (positivas) e as negras (negativas), para distinguir os diversos coeficientes numéricos das equações (ARANÃO, 2020). A criação do sistema posicional, a construção de relógios de Sol, a utilização do Ábaco, a criação de jogos e passatempos são exemplos das contribuições matemáticas chinesas que são utilizadas na Escola Básica até os dias atuais.

1.6 Os gregos

Na segunda metade do século XVI tentou-se transformar a álgebra em um saber nos moldes gregos. O gramático Metrôdoro reuniu por volta de 500 d.C., uma coleção de 46 problemas numéricos, conhecida por coleção *Palatine* ou *Antologia grega* uma fonte antiga da contribuição dos gregos para a Álgebra. Os problemas levavam à equações lineares numa incógnita, à sistemas de equações simples em duas incógnitas, três incógnitas e quatro incógnitas que admitiam uma resolução retórica e alguns faziam referência ao método da falsa posição.

Diofanto de Alexandria, matemático grego da antiguidade, utilizava em suas obras um estilo sincopado, com o emprego de símbolos de modo que as abreviações expressassem quantidades e operações. Diofanto representava o valor desconhecido em um problema como *arithmos*, de onde vem o nome "aritmética" (Roque, 2012). Três de suas obras são *Aritmética*, *Sobre números poligonais* e *Prismas*.

Aritmética obra escrita em treze livros, dos quais só chegaram seis até nós, dedica à resolução de 130 problemas que levam a equações do primeiro e segundo grau, com duas ou três incógnitas, equações às vezes de grau maior e ainda faz uma análise da Teoria dos Números. Cada problema específico admitia respostas entre os números racionais positivos no qual Diofanto aplicava artifícios engenhosos ideados únicos e específicos e muitas vezes se contentava apenas com uma solução. Esses problemas ficaram conhecidos como problemas diofantinos. A seguir apresentamos alguns problemas de Aritmética, segundo Eves (2011):

> Problema 28, Livro II: Encontre dois números quadrados tais que seu produto acrescido de um deles resulta um número quadrado. (Resposta de Diofanto: $(3/4)^2, (7/24)^2$). Problema 6, Livro III: Encontre três números tais que a soma de todos é um quadrado e a soma de dois quaisquer deles também é um quadrado. (Resposta de Diofanto: 80,320,41.) Problema 7, Livro III: Encontre três números em progressão aritmética, sabendo-se que a soma de dois quaisquer deles é um quadrado. (Resposta de Diofanto: 120 1/2, 840 1/2, 1560 1/2.) (EVES, 2011, p.208)

Diofanto contribuiu de forma decisiva, de modo avançado e aprofundado do trabalho desenvolvido por Babilônios e Egípcios no campo dos problemas e das respectivas soluções sob forma de equações, criando abreviações para quantidades variáveis, na formulação dessas equações dando os primeiros passos rumo a uma notação algébrica. Segundo Eves (2011) "Diofanto tinha abreviações para a incógnita, potências da incógnita até a de expoente seis, subtração, igualdade e inversos", tornando assim a álgebra retórica em álgebra sincopada.

Roque (2012), relata que Diofanto utilizava um método de abreviação no qual a quantidade desconhecida de um problema era designada por uma palavra do alfabeto grego e sua abreviação era formada pela primeira ou última letra da palavra escolhida.

> ς (última letra da palavra *arithmos*, a quantidade desconhecida)
> Δ^Y (primeira letra de *dynamis*, o quadrado da quantidade desconhecida)
> K^Y (primeira letra de *kybos*, o cubo)
> $\Delta^Y\Delta$ (o quadrado-quadrado) [quarta potência]
> ΔK^Y (o quadrado-cubo)[quinta potência]
> $K^Y K$ (o cubo-cubo) [sexta potência]. (ROQUE, 2012, p.264)

Os gregos tratavam os problemas geométricos comparando grandezas de comprimento, áreas e volumes recorrendo ao uso das razões entre números naturais, ocasionando uma limitação operacional, que utilizava as letras do alfabeto para representar os números inteiros. Essa limitação operacional, por volta do século V a.C., tomou-se consciência de que a teoria pitagórica das razões e proporções não era aplicável à Geometria. Segundo Roque (2012) à teoria pitagórica é a razão entre inteiros usada em razões comensuráveis.

Neste contexto, surgiu um novo ramo da Matemática, a que H. G. Zeuthen (1839- 1920) chamou Álgebra Geométrica dos gregos, e que se encontra plasmado na obra *Elementos* de Euclides[4]. Segundo Farias (2010):

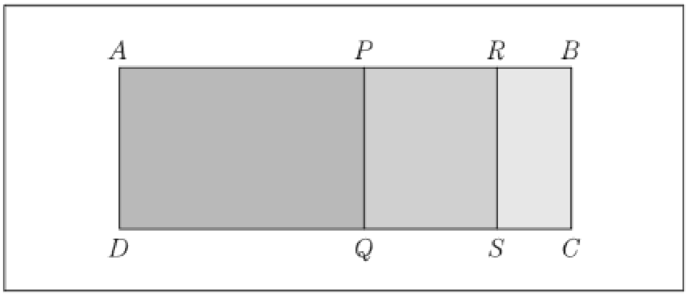
> Euclides (Euclides de Alexandria) (c.325 a.C.-c. 265 a.C.) produziu uma das mais influentes obras científicas de todos os tempos, notadamente para a matemática: *Os elementos.*
> Esta obra, que contém capítulos sobre aritmética, geometria e álgebra, traz alguns dos fundamentais conhecimentos geométricos até hoje em voga, como o célebre postulado das paralelas. (FARIAS, 2010, p.86)

O Livro II *Os elementos*, segundo Boyer e Merzbach (2012) é uma "álgebra geométrica", na qual os gregos aplicavam seus teoremas a questões práticas, um exemplo é a Proposição II, que diz "se são dadas duas retas, e uma é cortada em um número qualquer de segmentos, o retângulo contido pelas duas é igual aos retângulos contidos pela reta não cortada e cada um dos segmentos". Os autores relatam que esse teorema é conhecido hoje como propriedade distributiva, que diz, observando a Figura 4, que as medidas dos segmentos estabelece que

$$\mathrm{AD}(\mathrm{AP} + \mathrm{PR} + \mathrm{RB}) = \mathrm{AD} \cdot \mathrm{AP} + \mathrm{AD} \cdot \mathrm{PR} + \mathrm{AD} \cdot \mathrm{RB}.$$

[4] A obra Elementos de Euclides, com cerca de 2300 anos, é uma obra composta por treze livros organizada por Euclides a partir de muitas obras existentes sobre várias partes da matemática. Os primeiros seis livros constituem um tratamento relativamente completo das magnitudes geométricas bidimensionais, enquanto que os livros VII, VIII e IX tratam da teoria dos números. Esta obra inclui dois tratamentos totalmente separados da teoria das proporções - no Livro V para as magnitudes e no Livro VII para os números. O Livro X fornece a ligação entre os dois conceitos de comensurabilidade e incomensurabilidade e, é aqui que Euclides mostra que, relativamente às proporções, as magnitudes comensuráveis podem ser tratadas como se fossem números. Os livros XI e XII tratam dos objetos geométricos tridimensionais, e no Livro XIII, Euclides constrói os cinco poliedros regulares e classifica algumas das linhas envolvidas de acordo com o seu esquema no livro X. (RAMOS, 2013, p.7)

Figura 4: Retângulo



Fonte: Boyer e Merzbach, 2012, p.93

A Proposição IV do Livro II , Euclides enuncia que:

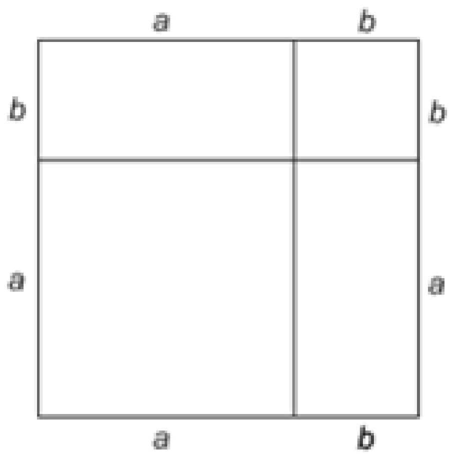
> Dividindo-se uma reta em duas partes, o quadrado sobre a reta toda é igual a soma dos quadrados sobres as partes juntamente com o dobro do retângulo contido pelas partes. (EVES, 2011, p.108)

O enunciado dessa proposição estabelece geometricamente a identidade

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

decompondo o quadrado de lado $(a+b)$ em dois quadrados e dois retângulos de áreas a^2, ab, b^2 e ba , como mostra a Figura 5 a seguir.

Figura 5: Quadrado de lado $a+b$



Fonte: Eves, 2011, p.108.

Na Álgebra geométrica, os gregos utilizaram principalmente dois métodos para resolver certo tipo de equações, o método das proporções totalmente abrangente e o método da aplicação de áreas. Segundo Boyer (1994):

> Uma "álgebra geométrica" tomara o lugar da antiga "álgebra aritmética", e nessa nova álgebra não podia haver somas de segmentos com áreas ou de áreas com volumes". De agora em diante devia haver estrita homogeneidade dos termos de uma equação (...). (BOYER, 1994, p. 57)

1.7 Os franceses

François Viète (1540-1603) nasceu na França, em *Fontenay-le-Comte*, na província de Poitou a cerca de 50 Km de La Rochelle. Segundo EVES (2011), "o maior matemático francês do século XVI" que combinando o método de análise apresentado na Colecção de Papo com os processos da Aritmética de Diofanto, compôs sua obra mais famosa sobre Álgebra: *In Artem Analyticem Isagoge* (Introdução à Arte Analítica), publicada em Tours em 1591. Viète deu sua maior contribuição para o simbolismo algébrico, introduziu a prática de se usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes, empregava a mesma letra para representar potência, relata Eves (2011).

> Viète usava a mesma letra, adequadamente qualificada; assim, o que hoje se indica por x, x^2, x^3 ele expressava por A, A quadratum, A cubum; mais tarde alguns escritores abreviaram essa notação para A, Aq, Ac. (EVES, 2011, p.309)

Segundo Sessa (2009), a obra de Viète foi de fundamental importância para a história da Álgebra e se assemelhava ao trabalho de Euclides, pois ambos utilizavam a Àlgebra em Geometria na demonstração de teoremas. Segundo Gil (2001), Viète compôs diversos tratados sobre Álgebra e Geometria que estruturou mais tarde as linhas de sua Arte Analítica, citamos a seguir alguns:

1. *Ad Logisticem Speciosam Notœ Priores* (Notas Preliminares em Logística Especiosa), trabalho continha fórmulas algébricas, elementares mais gerais, e algumas proposições que combinavam álgebra com geometria;

2. *De Equationum Recognitione et Emendatione Tractatus Duo* (Dois Tratados sobre o Entendimento e Correcção de Equações), trabalho tratava principalmente

da teoria das equações, apresentando quer os métodos gerais para resolver equações do terceiro e quarto grau, como informações sobre certas relações entre coeficientes e raízes de uma equação;

3. *De Numerosa Potestatum ad Exegesin Resolutione* (Sobre a Resolução Numérica de Potências por Exegética), neste trabalho Viète ocupou-se da resolução de numerosas equações numéricas, apresentando também um método para determinar os valores aproximados das raízes positivas destas equações.

Segundo Roque (2012), Viète queria mostrar a utilidade da álgebra nos problemas de construção e "pretendia fundar uma nova álgebra com o mesmo prestígio da geometria".

> ... buscando usar a ferramenta analítica para resolver qualquer tipo de problema, Viète procurou fazer da álgebra uma ciência nos moldes gregos, apresentado-a de maneira axiomática. Resolver equações algébricas por métodos algébricos servia como auxiliar na construção geométrica de soluções para os problemas geométricos. (ROQUE, 2012, p.344 e 345)

Pensar a Álgebra, a partir de Viète, significa pensar a Álgebra a partir da propriedade do número, que contém as coisas e a numerosidade do número, o número em geral. Foi o simbolismo pensado por Viète que possibilitou a escrita de expressões de equações e suas propriedades, a partir de fórmulas gerais.

René Descartes, outro matemático francês, teve inicio de sua filosofia com os gregos, publicou em 1637, o tratado *O Discurso no Método* acompanhado de três apêndices: *La dioptrique*, *Les météores* e *La géométrie.* Na obra *La géométrie* Rene, diz ter estudado lógica, Geometria e Álgebra com um olhar para os métodos que devem combinar as vantagens dessas três disciplinas sendo assim responsável por concluir a transição da Álgebra sincopada para a Álgebra simbólica.

La géométrie de Descartes, coloca a Álgebra no ápice descrevendo um texto de relativa facilidade de compreensão, com uma notação que muito se assemelha com a nossa, havendo uma diferença na forma de abordagem dos parâmetros e incógnitas relata Boyer (1974) conforme citado por Araújo (2008).

> [...] O uso de letras do começo do alfabeto para parâmetros e das do fim como incógnitas, a adaptação da notação exponencial a essas, e o uso dos símbolos germânicos + e -, tudo isso fez com que a notação de Descartes se assemelhasse à nossa, pois naturalmente tiramos a nossa dele. Havia porém uma diferença importante na maneira de ver as coisas, pois ao passo que pensamos em parâmetros e incógnitas como números, Descartes pensava neles como segmentos. (BOYER, 1974, p.248 *apud* ARAÚJO, 2008, p.340)

Neste sentido, Roque (2012) relata que:

> Descartes sugere a substituição das vogais, usadas por Viète para representar as incógnitas,, pelas últimas letras do alfabeto, como *x, y, z, w;* e depois de construir a multiplicação de dois segmentos, ele passa a analisar alguns casos de equações quadráticas, mostrando que a solução, ou seja, a incógnita, é um segmento de reta que pode ser construído. (ROQUE, 2012, p.372)

Segundo Farias (2010), Descartes sugeriu a fusão da Álgebra com a Geometria gerando a Geometria Analítica[5] e o sistema cartesiano que são abordados na atualidade nos livros didáticos. Após Descartes, com a união da Álgebra à Geometria, as consequências dessa mudança serão ainda mais fortes, culminando na constituição de uma matemática europeia.

1.8 Considerações finais do capítulo

Diante do exposto, observamos que a Álgebra, a linguagem algébrica, passou por quatro estágios, o *retórico*, o *sincopado*, o *simbólico* e o *geométrico.* Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) consideram apenas três estágios. O "retórico" no qual o pensamento algébrico era expresso por meio de uma linguagem natural, como vimos as palavras *Jidhr* e *shay* eram usadas pelos muçulmanos para expressar uma quantidade desconhecida. O "sincopado" no qual o pensamento algébrico deixa de ser expresso só por meio de palavras e passa a incorporar abreviações e letras para representar quantidades desconhecidas, representado por Diofanto de Alexandria e pelos hindus. E o "simbólico" no qual pensamento algébrico se baseia na utilização de símbolos, o símbolo era utilizado para representar quantidades desconhecidas tendo como seu maior

[5] A geometria analítica pode ser definida com a parte da geometria que investiga as propriedades das linhas, superfícies e volumes mediantes expressões analíticas associadas a tais elementos. (FARIAS, 2010, p.32)

representante François Viète.

Entretanto, observamos que os gregos resolviam os problemas geométricos utilizando Álgebra, plasmados nos Problemas de Euclides e os mulçumanos encontravam resultados algébricos usando processos geométricos. Assim o pensamento algébrico é expresso por meio de uma linguagem geométrica, por isso acrescentamos mais esse estágio para a linguagem algébrica.

Nos dias atuais podemos perceber os estágios da Álgebra nas formas de linguagem utilizadas em diferentes momentos do ensino aprendizagem. A linguagem retórica pode ser desenvolvida na sala de aula, por exemplo, através da utilização da expressão verbal em atividades que promovam a tradução de situações problemas e nos estudos das variações entre grandezas, ao usar suas próprias palavras os alunos desenvolvem o favorecimento de soluções e a identificação das regularidades que caracterizam essas variações. A utilização dessa linguagem é muito comum quando o aluno resolve problemas do seu cotidiano de acordo com seus conhecimentos.

A linguagem sincopada aparece quando se utiliza abreviaturas para simplificar expressões matemáticas na resolução de problemas, ou ainda, na utilização de *log* para representar logarítmo, *exp* para representar exponencial, n para representar número, *det* para representar determinante, PA para representar progressão aritmética e PG para representar progressão geométrica.

A linguagem simbólica é composta por símbolos e rígidas regras, as letras são chamadas de variáveis ou incógnitas sendo utilizada na sala de aula para servirem de auxílio na resolução de problemas e nos estudos de equações, inequações, polinômios, funções e sistemas lineares. Ela é utilizada para generalizar os procedimentos na resolução de problemas, como por exemplo, *"somei cinco vezes o lado de um quadrado e uma vez a sua área, deu 66"* considera-se a medida do lado do quadrado igual a x e a generalização é igual a $5x + x^2 = 66$.

Sortisso (2011) denomina o estágio retórico da história da Álgebra como retórico ou primitivo e apresenta uma situação problema com as soluções utilizando uma linguagem retórica seguida das soluções utilizando as linguagens sincopada e simbólica.

> "Mostre que, se você souber a soma e a diferença de dois números, é sempre possível descobrir os números. Dê sua resposta da forma mais geral possível (...) Primitivo: Você pega a diferença e tira da soma, depois divide o resultado por dois; esse é um dos números. Para achar o outro, soma a diferença ao primeiro". (LINS E GIMENEZ, 1997, p. 92 e 93, *apud* SORTISSO, 2011, p.4).
>
> Solução Sincopada:
> $$\begin{cases} x + y &= 10 \\ x - y &= 2 \end{cases}$$
> Solução Simbólica:
> $$\begin{cases} x + y &= a \\ x - y &= b \end{cases}$$
> (SORTISSO, 2011, p.4)

A linguagem geométrica é utilizada na sala de aula no estudo dos produtos notáveis. Por exemplo, para o aluno compreender qual é a diferença entre $(a + b)^2$ ou $a^2 + b^2$ utiliza-se procedimentos geométricos para que ele compreenda como podem ser encontradas as respostas e não confundam "o quadrado da soma" com a "soma dos quadrados".

Portanto, a história da Álgebra nos mostra que as modificações e as evoluções são importantes para dar significado aos conceitos que estudamos nos dias atuais. Os últimos estudos em Educação Matemática apresentam que a utilização da história é um mecanismo que trás muitas vantagens para o ensino da Matemática, como defende alguns autores, como Oliveira *et al* (2014), Silva (2017), Chaquiam (2017) e Santos e Sousa (2020).

Enfim, na Educação Básica, uma abordagem histórica em paralelo com conteúdos de Álgebra é uma metodologia que será um atrativo e um incentivo para o aluno obter uma melhor compreensão do conteúdo no processo ensino aprendizagem. Considerando o processo de ensino aprendizagem, no próximo capítulo vamos apresentar algumas concepções de Educação Algébrica.

2 As concepções de Educação Algébrica

No capítulo anterior observamos que a história da Álgebra nos revela que para a construção de uma linguagem simbólica levou-se séculos. A evolução da linguagem algébrica por meio de uma linguagem cada vez mais concisa e simbólica deve ser um ponto de atenção para os professores ao ministrar os conteúdos de Álgebra na Educação Básica. Muitas vezes, o aluno não consegue compreender a linguagem algébrica, não consegue desenvolver um pensamento algébrico.

O ensino da Álgebra na Educação Básica, caracterizada "álgebra escolar" segundo Almeida (2016), apresenta-se com ênfase na linguagem ou com ênfase no pensamento algébrico[6] dependendo das escolhas feitas pelo professor. Observamos através da nossa pesquisa que as últimas pesquisas em Educação Matemática apontam que o ensino da Álgebra está voltado para o uso de uma linguagem simbólica, mecânica e os resultados obtidos em avaliação de larga escala têm demonstrado a grande dificuldade dos alunos da escola básica no trabalho com Álgebra.

O desenvolvimento do pensamento algébrico é um grande desafio para o professor de Matemática, Araújo (2008) lembra que o "pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola". Por isso acreditamos que é necessário um professor mais reflexivo, que olhe para sua prática e suas crenças, que repense as suas concepções, que busque conhecimento na história e possa compreender melhor as situações de aprendizagem que o permeiam.

É diante desse cenário que pretendemos refletir sobre a educação, visando analisar as concepções de Educação Algébrica que permeiam as práticas de professores do Ensino Básico o que nos levou a empreender um levantamento de concepções. Destacaremos as concepções de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) , Lins e Gimenez (1997), Usiskin (1995) *apud* Figueiredo (2007) e Lee (2001) *apud* Figueiredo (2007) de Educação Algébrica com o intuito de fundamentar a nossa análise no decorrer da nossa pesquisa.

[6]Pensamento algébrico é a capacidade de analisar e estabelecer relações; de expressar ou explicar a estrutura de um problema , ou seja, construir um modelo matemático (modelar); de generalizar; de operar com o desconhecido; e de produzir significado para a linguagem e os objetos algébricos. (ALMEIDA, 2016, p.84)

2.1 Fiorentini *et al*

Segundo Fiorentini, Miorin e Miguel (1993) há três concepções de Educação Algébrica:

1. **Linguistico pragmática** que relaciona a Álgebra com atividades pedagógicas que visam a resolução de problemas, prevalecendo a aquisição mecânica das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico.

2. **Fundamentalista estrutural** que baseia-se na concepção linguística postulacional da Álgebra, prevalecendo nos conteúdos ditos algébricos a crença de que a introdução de propriedades estruturais das operações justifica logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico, capacitando o estudante a identificar e a aplicar essas estruturas nos diferentes contextos subjacentes.

3. **Fundamentalista analógica** que considera o papel pedagógico da Álgebra como instrumento de resolver problemas, considera uma certa identidade entre Álgebra e Geometria, valoriza o uso de blocos de madeira, de figuras geométricas ou mesmo de modelos físicos para visualizar ou justificar as passagens do transformismo algébrico.

A primeira concepção colocada por esses autores corresponde ao período antes do Movimento da Matemática Moderna (MMM)[7], no qual o ensino da Álgebra visa desenvolver a capacidade dos alunos no manejo das transformações algébricas nas expressões, nas resoluções de equações, ainda de forma mecânica. A segunda concepção se intensifica no MMM, o Ensino da Álgebra é voltado fortemente para a valorização da linguagem simbólica e de cálculos algébricos. E a terceira aparece após o MMM, tenta realizar uma síntese entre as duas concepções anteriores, defendendo a ideia de que a utilização de materiais concretos, tornam visível certas identidades, mas não deixaria de lado a abordagem simbólica.

Os autores concluem que com essas concepções reduz-se o ensino aprendizagem da Álgebra ao transformismo algébrico, onde tende a priorizar a linguagem em detrimento do pensamento, reduzindo o pensamento algébrico à linguagem algébrica. Afirmam:

[7] Movimento da Matemática Moderna iniciou com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799, documento que legaliza o ensino desse campo de conhecimento matemático junto com a aritmética, a geometria e a trigonometria. (Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 2017, p.8).

> Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-los, a colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizados de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado de algébrico. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p.85)

Os autores indicam que o pensamento algébrico pode se expressar através da linguagem natural, aritmética, geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim. Uma linguagem específica da Álgebra de natureza estritamente simbólica que tem como objetivo potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolarização.

Assim, Fiotentini, Miorim e Miguel (1993), com o objetivo de desenvolver a interdependência da linguagem e do pensamento algébrico, propõem a quarta concepção de Educação Algébrica na qual o Ensino da Álgebra ocorre através de atividades abertas com tarefas exploratórias investigativas que permitam trabalhar a evolução do pensamento algébrico.

2.2 Lins e Gimenez

Lins e Gimenez (1997) indicam algumas concepções da Educação Algébrica na qual o pensamento algébrico resulta da ação do pensamento formal na atividade algébrica[8] em diferentes conceitualizações.

Os autores descrevem três concepções:

1. **Letrista** na qual a as atividades algébricas são baseadas em cálculos com letras, admitindo a sequência algoritmo-exercícios.
2. **Letrista Facilitadora** que realiza as atividades usando situações concretas para lidar com expressões algébricas visando que a manipulação do “concreto” leve a estrutura à um processo de abstração sendo transformada em formal.
3. **Modelagem Matemática** na qual a atividade algébrica se dá na medida em que a produção do conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação real, como uma ferramenta de estudo, ou seja, atividades de investigações de situações reais.

[8]A atividade algébrica se caracteriza por resolver problemas de Álgebra, quer eles sejam contextualizados ou não. (LINS e GIMENEZ, 1997, p.90)

Os autores entendem que essas abordagens trazem pontos de insatisfação. A concepção Letrista, aponta uma visão que ocorre na maioria dos livros didáticos, que mostram ser ineficaz para a aprendizagem da Álgebra devido à muitos professores não estarem "preparados" (termo dos autores) para essa prática. Na concepção Letrista Facilitadora, os autores acreditam que a utilização de situações concretas pode muitas vezes levar a um distanciamento que gera dificuldades na passagem de atividades concretas para outras formais. E acreditam que os objetivos da Educação Algébrica devem possibilitar o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significados , além dos que as atividades na Modelagem Matemática promovem.

2.3 Usiskin

Usiskin (1995, *apud* Figueiredo 2007) ao investigar na escola americana as concepções de Álgebra, destaca que ela tem a ver com a compreensão do significado de "letras" e das operações com ela. Afirma que:

> ...estão intrinsecamente relacionadas. As finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis. (USISKIN, 1995, p.13, *apud* FIGUEIREDO, 2007, p.46).

As concepções de Educação Álgebrica, descrita por Usiskin (1995), *apud* Figueiredo (2007) são:

1. **Como Aritmética Generalizada** na qual as atividades de generalização tem como modelos variáveis.

2. **Como estudo de procedimentos** para resolver certos tipos de problemas que tem como objetivo a manipulação do simbolismo algébrico para simplificar expressões de modo a resolver equações. A Álgebra serve para simplificar e resolver, e as variáveis são incógnitas ou constantes.

3. **Como estudo de relações entre grandezas** na qual as atividades envolvem variáveis como argumentos e parâmetros. Apresenta um modelo fundamental algébrico que estabelece relações de comportamento entre as variáveis.

4. **Como estudo das estruturas** na qual as atividades tendem a tratar as variáveis sem atribuição de um significado numérico, mas com o intuito de manipular e

justificar recorrendo somente às propriedades.

Segundo Figueiredo (2007) as concepções apresentadas levantam as possibilidades de representação com o uso de letras e ressalta a importância de cada uma delas na Educação Algébrica na escola média, porém não explicita o "pensamento algébrico" que relaciona com a linguagem nessas atividades. Observamos que a Álgebra apresenta-se como instrumento de manipulação sem nenhuma contextualização na realização dessas atividades.

2.4 Lee

Lee (2001), *apud* Figueiredo (2007) com base em estudo histórico internacional de quatro anos sobre a Álgebra na escola elementar descreve suas concepções para a Educação Algébrica mostrando grande preocupação sobre que tipo de Álgebra dever ser ensinando e sobre quando e como introduzi-lo no ambiente escolar.

As seis concepções de Educação Algébrica apresentadas por Lee (2001), conforme citado por Figueiredo (2007) são:

1. **Como linguagem** na qual as atividades devem desenvolver a comunicação em uma linguagem algébrica que permitam a evolução da linguagem Algébrica elementar.

2. **Como Caminhos de Pensamento** na qual as atividades devem desenvolver pensamentos sobre relações matemática em lugar de objetos matemáticos. Exercícios que envolvem questões de raciocínio sobre padrões e controlar mentalmente o desconhecido, invertendo e desfazendo novamente as operações.

3. **Como Atividade** onde os exercícios envolvam modelagem matemática e pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos. A linguagem deve servir de auxílio para o pensamento algébrico.

4. **Como Ferramenta** que resolve problemas de modo a veicular e transformar mensagens, seja a serviço de outras ciências, modelando as situações ou a serviço da própria Matemática.

5. **Como Aritmética Generalizada** na qual as atividades apresentam generalização dos números, estudo das estruturas da Aritmética e estudo de expressões simbólicas com letras sem atentar para o significado desses símbolos.

6. **Como Cultura** na qual as atividades requerem as ferramentas para o pensamento algébrico ser criado. A linguagem de comunicação é a algébrica e entrelaça o currículo da Álgebra com o da Geometria.

Segundo Figueiredo (2007) os aspectos das concepções apresentadas para a introdução da Álgebra elementar relata o tipo de pensamento que deve ser desenvolvimento nas atividades. Observamos uma valorização do pensamento, do raciocínio na linguagem utilizada em cada tipo de atividade.

2.5 Considerações finais do capítulo

Diante das concepções apresentadas, observamos que a valorização da linguagem algébrica é o foco principal na maioria delas, porém as concepções de Lee apresentam uma abordagem que busca o desenvolvimento do pensamento algébrico. A valorização da linguagem algébrica voltada para o simbolismo no transformismo algébrico, na investigação de situações reais, nas atividades de generalização é muito vivenciada na atualidade quando o ensino se torna voltado para o "treinamento" de alunos para as avaliações externas. Muitas vezes as metodologias adotadas pelos professores não estimulam o raciocínio dos alunos, não estimulam o pensamento algébrico tornando assim a Álgebra como instrumento de manipulação no ensino aprendizagem.

Buscaremos agora no próximo capítulo analisar como as concepções coexistem no Ensino da Álgebra da Educação Básica no Brasil através dos documentos que dão suporte para o professor no planejamento das aulas e na sua execução no ambiente escolar.

3 O ensino da Álgebra no Brasil

Em 19 de agosto de 1799, a Carta Régia, marca a introdução da Álgebra no Brasil, ela passa a fazer parte do currículo juntamente coma as disciplinas Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria. Nesse período a Álgebra é caracterizada como um ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, que conduziam a uma aprendizagem mecânica prevalecendo o transformismo algébrico sem preocupação com a sua compreensão.

O ensino de Matemática nesse período era fragmentado, os conteúdos ministrados em ramos estanques e isolados, muitas vezes por professores diferentes. A metodologia trabalhada nas escolas causou a estagnação do ensino com a utilização de procedimentos didáticos que proporcionavam uma aprendizagem mecânica sem alcançar nenhum objetivo. Gomes (2012), afirma que "não havia clareza em relação aos objetivos do ensino da matemática, e tudo era considerado importante".

Analisando as pesquisas referentes ao estudo da Álgebra naquelas décadas, encontramos relatos de que o Ensino da Álgebra apresentava um caráter instrumental, útil para resolver equações e problemas. Conforme citado por Araújo(2008), Moraes, Mello e Bezerra (1959) diz "A parte da Álgebra (da 2ª série ginasial) tem como objetivo primordial os problemas de 1º grau" e Trajano (1947) diz "Álgebra é a parte das matemáticas que resolve problemas e demonstra os teoremas quando as quantidades são representadas por letras".

Em 1931, a reforma de Francisco Campos[9] teve a finalidade de estabelecer o que ficou conhecida como a primeira Reforma Educacional Brasileira, nela a legislação passou a considerar apenas uma disciplina denominada Matemática. Segundo Morales *et al* (2003):

[9] A reforma foi conduzida pelo Ministro da Educação e da Saúde, Francisco Campos. Na época o governo provisório chefiado por Getúlio Vargas, iniciou uma profunda reforma na educação do Brasil, com inúmeras medidas e transformações. A reforma estabeleceu o ensino secundário em dois ciclos: o Ciclo Fundamental, de cinco anos, comum para todos, e o Ciclo Complementar, de dois anos. (MORALES *et al*, 2003, p.111)

> A Matemática é unificada colocando o conceito de função como ideia axial, se preocuparia com o ensino de noções e processos que tenham importâncias na vida prática, preocupação em desenvolver além do raciocínio outras habilidades, atender às exigências da Pedagogia Nova, constantes atividades dos alunos e privilégio do método heurístico. (MORALES *et al*, 2003, p.112)

Na década de 60 surge o Movimento da Matemática Moderna tendo como principal objetivo reforçar a unificação do ensino da Matemática dando um lugar de destaque para a Álgebra. O programa de Álgebra começava pelo estudo da teoria de conjuntos, operações e suas propriedades com um ensino fortemente voltado para a valorização da linguagem simbólica. Búrigo (2010), em sua pesquisa destaca a valorização do cálculo algébrico, quando reflete sobre um livro didático da época.

> A lógica que faz o cálculo literal preceder o das equações parece ser, então, o de apresentar inicialmente o conceito mais abrangente de expressões algébricas para depois apresentar as equações como casos particulares de igualdades e aplicar, na resolução de equações, as propriedades e técnicas já estudadas no cálculo com letras. (BÚRIGO, 2010, p. 287).

Na segunda metade da década de 70 o Movimento da Matemática Moderna sofre um declínio em todo o mundo, os participantes dos movimentos começaram perceber a importância de atividades que davam maior ênfase na participação dos alunos, afirma D´Ambrosio (1997). Neste momento, começa a discutir que o Ensino da Álgebra voltada essencialmente para a linguagem e técnicas sem sentido, não atendia os anseios da escola. Por outro lado, os educadores matemáticos passaram por uma grande preocupação, o "abandono" do ensino da geometria (Panavello, 1993), os conteúdos geométricos perderam seu lugar no currículo e deixaram de ser vistos.

A partir do final da década de 80 e início da década de 90, começam a aparecer pesquisas focadas no "modo como os alunos desenvolvem a sua compreensão de conceitos e procedimentos algébricos" (Oliveira, 2011). Os pesquisadores em educação matemática começam a se preocupar com o ensino e aprendizagem da Álgebra.

Em 1996, a implementação da lei n.°9.394/96, chamada de Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) regulamenta o sistema de ensino no Brasil, dividindo em Educação Básica e Educação Superior. A Educação Básica é composta pelo Ensino Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio na qual os currículos de tais níveis de ensino abrangem a área do conhecimento: *Matemática e Suas tecnologias.*

A partir desse momento, surgem alguns documentos legais que foram organizados com a participação de profissionais da área de ensino com o objetivo de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor na busca de novas abordagens e metodologias no Ensino Básico. Esses documentos foram elaborados com o princípio de que o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural.

A seguir, descrevemos os documentos oficiais da Educação Básica ressaltando os pontos relevantes para a nossa pesquisa, com o objetivo de analisar as orientações propostas para o Ensino da Álgebra no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio.

3.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais

Em 1998, publica-se os **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**, organizados pela Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação (MEC), com o objetivo de ter uma formação para cidadania democrática e apresentar uma proposta nacional para a construção de uma base única para o Ensino Fundamental. Após discussões com educadores de diferentes níveis do sistema educativo, os PCN indicaram as diretrizes curriculares comuns para o Ensino Fundamental. Os conteúdos de Matemática escolar foram agrupados em quatro blocos, *Geometria*, *Grandezas e Medidas*, *Tratamento da Informação* e *Números e operações/Álgebra e funções.*

As diretrizes curriculares do Ensino Fundamental II apontam que o Ensino da Álgebra é voltado para a resolução de problemas com foco na generalização de padrões e o estudo da variação de grandezas possibilitando ao aluno a noção de função. Observamos nesse contexto a presença da concepção Linguístico Pragmática de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e concepção de Educação Álgébrica como estudo de relações entre grandezas de Usiskin (1995) *apud* Figueiredo (2007).

Analisando mais detalhadamente os PCN observamos a presença de mais uma concepção de Educação Algébrica, a Aritmética Generalizada de Lee (2001) *apud* Figueiredo (2007), descrita a seguir:

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. (PCN, 1998, p.50-51).

Os PCN do Ensino Fundamental II embora apresentem o foco na resolução de problemas com a utilização da linguagem algébrica também "propõem novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo" (PCN, 1998, p.60).

De acordo com os PCN na última etapa do Ensino Fundamental II o ensino da Matemática deve visar o desenvolvimento:

> Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
>
> - produzir e interpretar diferentes escritas algébricas expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
> - resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
> - observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (PCN, 1998, p.81)

O desenvolvimento do pensamento algébrico, traz a concepção de Caminhos do Pensamento de Lee (2001), onde o professor deve propor um trabalho articulado entre as dimensões da Álgebra e as diferentes funções das letras, segundo a proposta dos PCN.

Neste sentido, ressaltamos a importância do professor ter conhecimento desta proposta para desde as séries iniciais do Ensino Fundamental valorizar as estratégias adotadas pelos alunos na resolução de problemas, ir de forma gradual acrescentando os conceitos da Álgebra estimulando o desenvolvimento do pensamento algébrico nos diversos contextos para que nas séries finais os alunos se tornem capazes de compreender a função da Álgebra nas aulas de Matemática e aplicá-las nas atividades de forma convencional.

O Ensino Médio foi alvo de muitas discussões no âmbito educacional durante muito tempo o que ocasionou mudanças no desenvolvimento do currículo da escola. Essas mudanças tem como objetivos garantir a oferta de educação de qualidade à todos os jovens brasileiros e de aproximar as escolas à realidade dos estudantes, considerando as novas demandas e complexidades do mundo do trabalho e da vida em sociedade. Os documentos apresentados a seguir são o resultado de trabalho e de discussão realizados por especialistas e educadores de todo o país ao logo dos últimos anos. Eles foram elaborados para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos, por esse motivo temos mais documentos voltados especificamente para o Ensino Médio.

3.2 As Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio e os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

Em 1998, o Conselho Nacional de Educação (CNE), junto com a Câmara de Educação Básica (CEB), propõe uma nova reforma do Ensino Médio, no documento das **Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (DCNEM)**. As DCNEM fomentam uma estruturação para as disciplinas e currículos, em seu Artigo 10, inciso II, estabelecendo que:

> A base nacional comum dos currículos do ensino médio será organizada em áreas de conhecimento, a saber:
> ⋮
> II- Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, objetivando a constituição de habilidades e competências que permitam ao educando:
> ⋮
> e) Identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas, realizando previsão de tendências, extrapolações e interpolações e interpretações.
> f) Analisar qualitativamente dados representados gráfica ou algebricamente relacionados a contextos sócio-econômicos, científicos ou cotidianos. (DCNEM, 1998, p.4-5)

Diante das evoluções da sociedade, o ambiente escolar vem ao longo dos tempos sofrendo mudanças devido ao novo perfil do aluno. A proposta das DCNEM vem de encontro a essa mudança propondo um ensino integrado que evidencie novas práticas de ensino na qual deve-se enfatizar as relações sociais e culturais trazidas para o ambiente escolar, assim como a evolução tecnológica pela qual passa a sociedade.

Neste sentido, o país passa por melhorais educacionais, com isso surge mais um documento de reforma que instrumentaliza o ensino no Brasil, organizando os currículos, **os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**. Os PCNEM trazem orientações complementares em relação aos PCN voltado especificamente para o Ensino Médio, no qual se divide em quatro grandes áreas do conhecimento, destacando aqui nossas observações dentro da área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

A Matemática juntamente com as outras disciplinas, proposta pelos PCNEM, visam o Ensino Médio com um caráter amplo, organizando o aprendizado de forma interdisciplinar e contextualizado, detalhando os objetivos educacionais e as competências humanas relacionadas a conhecimentos matemáticos e científico-tecnológicos preparando o aluno para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho . Dentre as competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática apresentadas no documento, destacamos:

> **Representação e comunicação**
>
> - Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
> - Transcrever mensagens matemáticas corrente pra linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
>
> ⋮
>
> **Investigação e compreensão**
>
> - Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc).
> - Procurar, solucionar e interpretar informações relativas ao problema.
> - Formular hipóteses e prever resultados.
> - Selecionar estratégias de resolução de problemas.
> - Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.

- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

Contextualização sócio-cultural

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. (PCNEM, 1999, p.46)

O documento garante que o currículo do Ensino Médio proporciona ao aluno um aprofundamento de seus conhecimentos sobre Álgebra juntamente com outros conceitos e também na resolução de problemas. Observamos que as concepções de Lee (2001) estão presentes nesse documento e acreditamos que através da leitura, interpretação e discussão o aluno desenvolve o seu pensamento conseguindo produzir, desenvolver e aplicar suas ideias nos diversos contextos no qual ele está inserido. Cabe ao professor oportunizar situações na sala de aula que permitam essa interação assumindo a postura de mediador do conhecimento e levando o aluno a uma posição ativa no processo de ensino aprendizagem.

3.3 PCN+(Ensino Médio)

Em 2003, com o sentido de complementar os PCN é elaborado para o Ensino Médio as **Orientações Curriculares Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)** com o intuito de orientar os professores, facilitar a apresentação dos objetivos educacionais e garantir conhecimento a todos os brasileiros. As competências em Matemática, apresentadas nos PCN+ , a serem contempladas no Ensino Médio para todos os alunos são representadas por três: *Representação e comunicação*, *Investigação e compreensão* e *Contextualização das ciências no âmbito sócio cultural.*

Na primeira competência, *Representação e comunicação*, o aluno irá desenvolver a leitura, a interpretação de textos nas diversas linguagens e formas textuais. A seguir, sintetizamos as partes relevantes no Ensino da Álgebra.

Tabela 1: Representação e comunicação

Representação e comunicação	
Na área	Em Matemática
Articulação dos símbolos e códigos de ciências e tecnologia	
Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.	•Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas. • Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações. •Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas; por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato esportivo.
Elaboração de comunicações	
Elaborar comunicações orais ou escritas para relatar, analisar e sistematizar eventos, fenômenos, experimentos, questões, entrevistas, visitas, correspondências.	• Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos, gráficos, tabelas, equações, expressões e escritas numéricas para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando idéias, solucionando problemas. • Produzir textos analíticos para discutir, sintetizar e sistematizar formas de pensar, fazendo uso, sempre que necessário, da linguagem matemática. Redigir resumos, justificar raciocínios, propor situações-problema, sistematizar as idéias principais sobre dado tema matemático com exemplos e comentários próprios. • Expressar-se da forma oral para comunicar idéias, aprendizagens e dificuldades de compreensão; por exemplo, explicando a solução dada a um problema, expondo dúvidas sobre um conteúdo ou procedimento, propondo e debatendo questões de interesse.

Fonte: PCN+, 2006, p.114 – 115.

Um dos grandes desafios do professor da atualidade é promover a leitura nas aulas de Matemática, pois o muito pouco utiliza-se dessa prática, a maioria das aulas resumem-se em explicação, resolução de exemplos e exercícios. A maioria dos alunos apresentam muita dificuldade em interpretar textos matemáticos, assim uma das maneiras de desenvolver essa primeira competência é estimular a produção de textos matemáticos em sala de aula como uma ferramenta para o ensino e a aprendizagem de Álgebra.

O professor ao utilizar como material didático publicações jornalísticas voltadas à área das Ciências Exatas, como curiosidades, histórias, desafios, piadas, entrevistas com matemáticos, professores e especialistas e textos informativos com aplicações da Matemática estimula o aluno a conhecer, a ler, a interpretar e a desenvolver a produção textual. Outra maneira seria o professor propor a produção da escrita ou um debate dos métodos de resolução de problemas durante as aulas tornando a reflexão do aluno mais sucinta.

A segunda competência *Investigação e compreensão* é marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problemas, como é citado suscintamente na tabela a seguir:

Tabela 2: Investigação e compreensão

Investigação e compreensão	
Na área	Em Matemática
Estratégias para enfrentamento de situações-problema	
Identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e elaborar possíveis estratégias para resolvê-la.	•Frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística. Por exemplo, para calcular distâncias ou efetuar medições em sólidos, utilizar conceitos e procedimentos de geometria e medidas, enquanto para analisar a relação entre espaço e tempo no movimento de um objeto, optar pelo recurso algébrico das funções e suas representações gráficas.
Interações, relações e funções; invariantes e transformações	

Identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações, identificar regularidades, invariantes e transformações.	• Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; por exemplo, perceber que todas as funções do segundo grau possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decrescimento. Da mesma forma, ao identificar a regularidade de que é constante a soma dos termos eqüidistantes de uma progressão aritmética finita, estender essa propriedade a toda situação envolvendo progressões aritméticas e daí deduzir a soma de seus termos. • Reconhecer a conservação contida em toda igualdade, congruência ou equivalência para calcular, resolver ou provar novos fatos. Por exemplo, ao resolver uma equação ou um sistema linear, compreender que as operações realizadas a cada etapa transformam a situação inicial em outra que lhe é equivalente, com as mesmas soluções.
Modelos explicativos e representativos	
Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos para situações-problema, fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos.	• Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; por exemplo, utilizar funções ou gráficos para modelar situações envolvendo cálculos de lucro máximo ou prejuízo mínimo; utilizar ferramentas da estatística e probabilidade para compreender e avaliar as intenções de votos em uma campanha eleitoral ou, ainda, optar entre modelos algébricos ou geométricos para obter determinadas medições de sólidos.
Relações entre conhecimentos disciplinares, interdisciplinares e interáreas	
Articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas do conhecimento.	• Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações.

Fonte: PCN+, p.114 – 115

Em sua maioria, os alunos do Ensino Médio não conseguem aplicar um conhecimento algébrico na resolução de um problema, limitam-se a encontrar a fórmula, repetir o exemplo sem nenhuma contextualização assumindo posições passivas no processo de ensino aprendizagem. Para desenvolver a segunda competência é necessário fazer com que os alunos sejam partícipes no processo de ensino aprendizagem. Para tal, o professor pode propor um ensino por investigação[10] resgatando o valor dos problemas para a construção dos conhecimentos.

[10] O ensino por investigação se fundamenta em uma visão construtivista, visando assim uma participação ativa do aluno no processo de ensino-aprendizagem.(CLEMENT e TERRAZZAN, 2011, p.90)

As situações problemas podem ser elaboradas ou adaptadas pelos professores tendo como objetivo levar o aluno a ler, interpretar, identificar variáveis e fenômenos, relacionar conteúdos e encontrar a solução. Para tal, pode-se propor problemas como o exemplo a seguir:

Um canhão atira um projétil para o alto com velocidade inicial de $120m/s$ *e aceleração de módulo* $18m/s^2$ *descrevendo uma trajetória parabólica decrescente. Calcule o ponto máximo de altura atingida pelo projétil.*

O professor ao propor esse tipo de problema além de propor uma investigação ele trabalha de forma interdisciplinar o conteúdo de Álgebra e Física, levando o aluno a compreender a presença da matemática no seu cotidiano.

Na terceira competência, a contextualização das ciências no âmbito sócio cultural, foca-se na análise crítica das ideias de modo a promover o pensar social. A tabela a seguir, assim como as anteriores, sintetiza os conteúdos e propostas que permeiam a Álgebra.

Tabela 3: Contextualização sócio-cultural

Contextualização sócio-cultural	
Na área	Em Matemática
Ciência e tecnologia na cultura contemporânea	
Compreender a ciência e a tecnologia como partes integrantes da cultura humana contemporânea.	• Compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir. Por exemplo, comparando os cálculos feitos pelas máquinas com aqueles feitos "com lápis e papel", e identificando a função, especificidades e valores de cada um desses meios na construção do conhecimento.

Fonte: PCN+ , 2006, p.117 – 119

Nos últimos anos a sociedade vivenciou grandes avanços tecnológicos, surgindo assim necessidade de utilizar as tecnologias na sala de aula. Um professor ao assumir um compromisso com a comunidade escolar vê a necessidade de modificar as aulas tradicionais aderindo à utilização de tecnologias. Ao utilizar as tecnologias na sala de aula o professor desperta o interesse dos alunos e permite que estes se envolvam e possam trocar experiências e saberes, refletir, construir, pesquisar, analisar e formular métodos próprios para resolver situações matemáticas. Dentre as tecnologias, surgiram também muitos softwares que podem ser aplicados no ensino, muitos deles gratuitos, como o sofwtare *GEOGEBRA*[11] que possibilita aos alunos um conhecimento visível e manipulável da Geometria e da Álgebra, e seus desdobramentos. Porém vale ressaltar que ainda existem professores resistentes à aderirem as novas tecnologias.

Os PCN+ para possibilitar o desenvolvimento das competências almejadas propõem uma sistematização para o ensino da matemática, em três eixos nas três séries do ensino médio:

1. Álgebra: números e funções
2. Geometria e medidas
3. Análise de dados

Esses eixos são intitulados como **Temas Estruturadores do Ensino de Matemática**, que na perspectiva desse trabalho, focaremos em *Álgebra: números e funções*, no qual o PCN+ divide em duas unidades temáticas, **variação de grandezas** e **trigonometria**. Com isso destacamos os conteúdos e habilidades propostos para a unidade temática relevante para nossa pesquisa:

> **Variação de grandezas**: noção de função; funções analíticas e não-analíticas; representação e análise gráfica; sequências numéricas: progressões e noção de infinito; variações exponenciais ou logarítmicas; funções seno, cosseno e tangente; taxa de variação de grandezas.
>
> - Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática.
> - Compreender o conceito de função, associando-o a exemplos da vida cotidiana.
> - Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes.
> - Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas.
> - Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis. (PCN+, 2006, p.122-123)

[11] O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. Disponível em:<https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html>. Acesso em 05 de maio de 2021.

Observa-se que a ênfase sugerida está na linguagem algébrica e no estudo das funções, sua relação com as grandezas e com situações-problemas e a interpretação de seus gráficos. Os PCN+ ressaltam a importância do Ensino da Álgebra no Ensino Médio, vejamos:

> [...]Álgebra, na vivência cotidiana se apresenta com enorme importância enquanto linguagem, como na variedade de gráficos presentes diariamente nos noticiários e jornais, e também enquanto instrumento de cálculos de natureza financeira e prática, em geral. (PCN+, 2006, p. 120)

Os PCN+ sugerem uma organização dos temas e suas unidades para as três etapas do Ensino Médio, que pode variar de acordo com a realidade de cada escola. A tabela a seguir, apresenta a proposta de distribuição quanto ao tema da nossa pesquisa:

Tabela 4: Organização do trabalho escolar

1ª série	**2ª série**	**3ª série**
Noção de função; funções analíticas e não-analíticas; análise gráfica; seqüências numéricas; função exponencial ou logarítmica.	Funções seno, cosseno e tangente.	Taxas de variação de grandezas.

Fonte: PCN+, 2006, p.128

Diante disso, observamos que esse documento disponibiliza ao professor as competências que devem ser estimuladas na sala de aula, os conteúdos referentes ao ensino da Álgebra, além disso uma sugestão de organização de tais conteúdos que devem ser trabalhados com os alunos durante o Ensino Médio.

3.4 As Orientações Curriculares para o Ensino Médio

Em 2006, o Ministério da Educação publica um conjunto de orientações e reflexões para nortear as atividades da escola e do docente, as **Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)**. As OCEM, foram elaboradas em três volumes:

- Volume 1: Linguagem, Códigos e suas Tecnologias

- Volume 2: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias
- Volume 3: Ciências Humanas e suas Tecnologias.

O volume 2, trás orientações curriculares estruturadas em três aspectos: *a escolha de conteúdos*, *a forma de trabalhar os conteúdos* e *o projeto pedagógico e a organização curricular*. Analisando o tratamento dado no documento ao currículo, vamos sintetizar a seguir a parte da Álgebra.

Na escolha dos conteúdos, o documento prioriza a qualidade e não a quantidade, buscando conteúdos que proporcionem um ensino que desenvolva o "pensar matematicamente", possibilitando ao aluno apropriação de conhecimento através de um processo investigativo. Os conteúdos são organizados em quatro blocos, *Números e operações*, *Funções*, *Geometria* e *Análise de dados e probabilidade* que devem ser trabalhados de forma articulada.

No bloco *Funções*, o documento sugere que inicialmente, o conteúdo seja voltado para uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações. Ressalta a importância de provocar os alunos a apresentar relações funcionais, expressar em palavras uma função dada de forma algébrica, esboçar gráficos e compreender seu significado. Em seguida, sugere prosseguir com os modelos linear, quadrático, trigonométrico e exponencial de funções, enfatizando construção de gráficos, análise do crescimento e decrescimento e aplicações em outras áreas.

Diante disso, o documento oferece um complemento para o professor diante dos documentos já citados apresentando a forma de trabalhar os conteúdos sequencialmente.

3.5 A Base Nacional Curricular Comum

No final do ano de 2017 publica-se a **Base Nacional Curricular Comum (BNCC)**, marco legal para a construção do currículo no Brasil. Definida nos seguintes termos:

> [...] é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BNCC, 2017, p.07)

Com isso, fazemos um recorte do que é proposto na BNCC no que diz respeito ao estudo da área de Matemática, que nos diz:

> Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas.
> ⋮
> Nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação. (BNCC, 2017, p.298)

No Ensino Fundamental os conteúdos são divididos em cinco unidades temáticas que devem ser trabalhadas em todas as etapas do ensino: *Números*, *Álgebra*, *Geometria*, *Grandezas e Medidas* e *Probabilidade e Estatística.* No que concerne ao tema Álgebra a finalidade é o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento, o pensamento algébrico. As tabelas a seguir apresentam de forma sucinta os pontos relevantes do currículo em cada etapa de ensino.

Tabela 5: Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades - 6°Ano

Matemática - 6º Ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES**
Álgebra	Propriedades da igualdade	**(EF06MA14)**Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo	**(EF06MA15)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: BNCC, 2017, p.300-301.

Nesta etapa, a Álgebra é trabalhada através de resolução de problemas envolvendo as quatro operações básicas e razões entre partes.

Tabela 6: Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades- 7°Ano

Matemática - 7º Ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES**
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **(EF07MA14)** Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	**(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF07MA17)**Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)**Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: BNCC, 2017, p.306-307

Nesta etapa é proposto ao aluno o contato direto com a Álgebra através da utilização da linguagem algébrica, de expressões algébricas e de equações do 1º grau.

Tabela 7: Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades - 8°Ano

Matemática - 8º Ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES**
Álgebra	Valor numérico de expressões algébricas	**(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
	Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	**(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	**(EF08MA09)** Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
	Sequências recursivas e não recursivas	**(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. **(EF08MA11)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
	Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	**(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. **(EF08MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: BNCC, 2017, p.312-313

Para o 8º Ano, observa-se um aprofundamento dos conteúdos trabalhados no 7º Ano através da aplicação deles na resolução de problemas e a introdução do estudo das equações polinomiais do 2º grau e sequências.

Tabela 8: Unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades - 9°Ano

Matemática - 9º Ano		
UNIDADES TEMÁTICAS	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES**
Álgebra	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	**(EF09MA06)**Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
	Razão entre grandezas de espécies diferentes	**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
	Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF09MA08)**) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: BNCC, 2017, p.316-317

No 9º Ano é proposto um aprofundamento no estudo de grandezas, que já foi proposto em todas as etapas. Inicia-se aqui o conceito de função e complementa-se o estudo de expressões algébricas afim de utilizar seus conceitos na resolução de equações polinomiais do 2º grau.

Neste sentido partiremos agora para analise do Ensino Médio. A BNCC traz no currículo a área *Matemática e suas Tecnologias* que "propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental".

> [...]a área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior.
>
> ⋮
>
> Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. (BNCC, 2017, p.528-529)

Para o desenvolvimento das habilidades nessa etapa em articulação com as competências gerais da Educação Básica o estudante deve desenvolver competências específicas que são garantidas na BNCC. A seguir apresentaremos tais competências específicas, trazendo um recorte das habilidades referentes ao tema Álgebra.

Competência específica 1

> **Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.(BNCC, 2017, p.532).**

Essa competência contribui para a formação científica geral dos estudantes utilizando diferentes campos da Matemática interligados com situações das Ciências da Natureza ou Humanas. O desenvolvimento dessa competência pressupõe seis habilidades, dentre elas duas referentes à Álgebra:

Tabela 9: Competência Específica 1

HABILIDADES
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais
(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

Fonte: BNCC, 2017 ,p.533

Competência Específica 2

> **Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.(BNCC, 2017, p.534)**

Essa competência proporciona aos estudantes uma reflexão sobre questões sociais, favorecendo a interação, cooperação e as práticas sociais e educativas, onde se aprende e ensina Matemática de forma significativa. Dentre as três habilidades, destacamos apenas a apresentada na tabela a seguir.

Tabela 10: Competência Específica 2

HABILIDADES
(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

Fonte: BNCC, 2017, p.534

Competência Específica 3

> **Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BNCC, 2017, p.535)**

O desenvolvimento dessa competência propõe habilidades relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos contemplando contextos diversos. Ela enfatiza a resolução de problemas, e que estes podem exigir processos cognitivos diferentes dos estudantes, incluindo a construção e o reconhecimento de modelos que podem ser aplicados. Dentre as dezesseis habilidades, recortamos sete:

Tabela 11: Competência Específica 3

HABILIDADES
(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de $1^{\underline{o}}$ ou $2^{\underline{o}}$ graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.
(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.
(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

Fonte: BNCC, 2017, p.536-537

Competência Específica 4

> **Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BNCC, 2017, p.538)**

As habilidades relacionadas ao desenvolvimento dessa competência visa a utilização de representações matemáticas na resolução de problemas ampliando a capacidade do estudante de pensar matematicamente, potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar. Dentre as habilidades dessa competência, delineamos cinco que englobam o assunto de Álgebra:

Tabela 12: Competência Específica 4

HABILIDADES
(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

Fonte: BNCC, 2017, p.538

Competência Específica 5

> **Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BNCC, 2017, p.540)**

As habilidades para o desenvolvimento dessa competência leva o estudante a desenvolver a capacidade de investigação e de formulação de explicações e argumentos através de experiências empíricas. Tem um papel importante na formação matemática dos estudantes para compreensão do caráter distintivo da Matemática como ciência. Dentre, as onze habilidades, destacamos seis:

Tabela 13: Competência Específica 5

HABILIDADES
(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

Fonte: BNCC, 2017, p.541

Diante do exposto, podemos observar que a proposta da BNCC mostra claramente quais habilidades o aluno deve desenvolver em cada etapa de ensino do Ensino Fundamental e as habilidades que contemplam cada competência a ser desenvolvida no Ensino Médio.

Portanto, observamos tantas diretrizes, habilidades e competências que orientam o professor. Aquele professor que atua do Ensino Fundamental II consegue em sua totalidade compreender o que é proposto para esta etapa de ensino, porém para o professor que atua no Ensino Médio as diversas informações podem gerar insegurança e falta de direcionamento. As diversas informações exige do professor uma análise profunda de tais documentos buscando identificar os pontos pertinentes a sua atuação de acordo com a realidade da comunidade escolar no qual ele atua. Ressaltamos ainda a importância do trabalho em equipe de toda a comunidade escolar (diretores, coordenadores, professores, alunos e pais) para que todos os objetivos sejam alcançados.

Contudo, observamos que os documentos voltados para o Ensino Fundamental II propõe que o Ensino da Álgebra seja voltado para a resolução de problemas desde as séries iniciais e a partir do 7º Ano o aluno tem o contato direto com a Álgebra através da utilização da linguagem algébrica em expressões algébricas e equações do 1ºgrau que serão aprofundados no 8º Ano. Propõe no 8º Ano o estudo das equações polinomiais do 2º grau e sequências. No 9º Ano um aprofundamento no estudo de grandezas, a iniciação do conceito de função e o estudo de expressões algébricas afim de utilizar seus conceitos na resolução de equações polinomiais do 2ºgrau. Em todas etapas o tratamento da Álgebra deve privilegiar o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Entretanto, para o Ensino Médio, os PCNEM garantem que o currículo proporciona ao aluno um aprofundamento de seus conhecimentos sobre Álgebra juntamente com outros conceitos e também na resolução de problemas. Os PCN+ garantem que ao desenvolver as competências o aluno irá desenvolver a leitura, a interpretação de textos nas diversas linguagens e formas textuais, será capaz de enfrentar e resolver situações-problemas e compreender a Matemática em todos os contextos sociais sugerindo a ênfase na linguagem algébrica e no estudo das funções, sua relação com as grandezas e com situações-problemas e a interpretação de seus gráficos. As OCEM priorizam a qualidade e não a quantidade de conteúdos que leve o aluno a desenvolver o pensamento algébrico através do estudo de variações de grandezas, funções e gráficos. A BNCC propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais do Ensino Fundamental através do desenvolvimento de habilidades específicas de cada competência. As competências propõem ao aluno interpretar criticamente diversas situações em diversos contextos, refletir sobre questões sociais, interpretar, resolver e elaborar problemas de contextos diversos, compreender os tipos de funções e progressões tornando-se capaz de aplicar seus conceitos no cotidiano.

3.6 SAEB e Prova Brasil: a que se propõem e alguns resultados do Estado de Goiás

No Brasil, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), órgão do Governo Federal, desenvolve pesquisas através do **Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB)** e da Prova Brasil, dois exames complementares, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. O SAEB foi a primeira iniciativa brasileira para conhecer seu sistema educacional em profundidade, e tem sido realizado a cada dois anos desde 1990. A Prova Brasil foi criada em 2005, a partir da necessidade de tornar a avaliação mais detalhada, em complemento à avaliação já feita pelo SAEB. Apesar de complementares, a metodologia das duas avaliações é a mesma e, portanto, passaram a ser operacionalizadas em conjunto, desde 2007.

A avaliação é aplicada a cada dois anos, no 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e na 3ª Série do Ensino Médio. As médias de desempenho dos estudantes apuradas juntamente com as taxas de aprovação, reprovação e abandono, apuradas no Censo Escolar, compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). A tabela a seguir, mostra a evolução na nota do IDEB do estado de Goiás nos últimos anos.

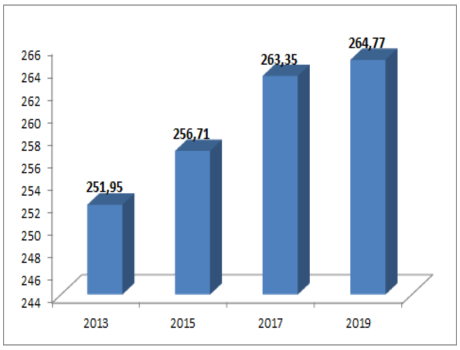
Tabela 14: Notas do IDEB

Etapa de Ensino	**2007**	**2009**	**2011**	**2013**	**2015**	**2017**	**2019**
9º Ano (EF)	3,4	3,6	4,0	4,5	4,7	5,2	5,2
3ªSérie (EM	2,8	3,1	3,6	3,8	3,8	4,3	4,7

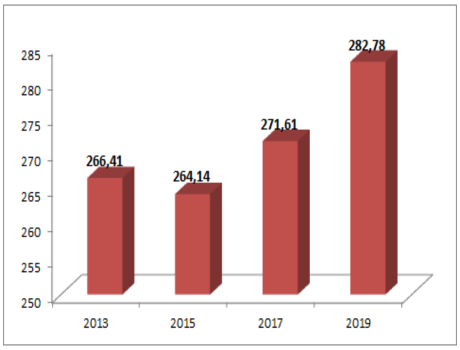
Fonte: http://ideb.inep.gov.br/. Acesso em 09 de novembro de 2020

Os testes do SAEB são elaborados através de conteúdos associados a competências de habilidades para cada etapa de ensino de acordo com as matrizes de referência (ANEXOS A e B). Os gráficos a seguir apresentam as notas médias dos estudantes da rede do 9º Ano (EF) e 3ª Série (EM), do Estado de Goiás, nos últimos anos.

Figura 6: Notas do SAEB



(a) Notas Médias do SAEB 9º Ano (EF)



(b) Notas Médias do SAEB 3ª Série(EM)

Fonte: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb
Acesso em 09 de novembro de 2020

Após a aplicação do teste, a descrição dos itens compostos na avaliação, permite uma explicação probabilística sobre as habilidades através de uma escala de proficiência, Escala de Proficiência[12] do SAEB. As figuras a seguir apresentam os resultados da disciplina de Matemática a partir dessa escala nas quatro últimas avaliações realizadas pelos estudantes da rede estadual de Goiás.

Figura 7: Nível de Proficiência

	Matemática - 9º ano - Percentual			
Nível	2013	2015	2017	2019
Nível 0	14,48	9,74	9,07	9,87
Nível 1	14,50	16,11	12,38	11,10
Nível 2	18,55	19,92	18,55	16,41
Nível 3	20,90	20,41	19,84	19,56
Nível 4	16,76	16,82	17,87	19,35
Nível 5	9,19	10,27	12,22	13,48
Nível 6	3,91	4,72	6,45	6,59
Nível 7	1,32	1,56	2,63	2,78
Nível 8	0,35	0,35	0,83	0,88
Nível 9	0,03	0,09	0,15	0,00

(a) Nível de proficiênca 9º Ano (EF)

	Matemática - 3ª série - Percentual			
Nível	2013	2015	2017	2019
Nível 0	21,35	18,22	17,25	13,20
Nível 1	18,72	22,22	17,14	11,90
Nível 2	18,97	25,20	20,03	16,87
Nível 3	15,54	15,88	17,42	20,63
Nível 4	12,23	8,81	13,21	17,35
Nível 5	9,07	6,18	8,85	11,75
Nível 6	2,80	2,04	4,00	5,59
Nível 7	1,12	1,17	1,55	2,05
Nível 8	0,06	0,28	0,44	0,53
Nível 9	0,14	0,00	0,10	0,14
Nível 10	0,00	0,00	0,00	0,00

(b) Nível de proficiência 3ª Série(EM)

Fonte: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/>. Acesso em 09 de novembro de 2020

Analisando a Figura 6(a), observamos que a maioria dos estudantes apresentam Nível 0 a Nível 5 de proficiência em Matemática. Porém nos quatro anos analisados, ao maior percentual de estudantes se encontram no Nível 3 de proficiência e considerando os conteúdos propostos para essa etapa de ensino, significa que os estudantes ao atingir esse nível provavelmente são capazes de:

- Reconhecer maior ou menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal;
- Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre figuras e suas hachuradas;

[12]A escala pode ser visualizada como uma régua construída com base nos parâmetros estabelecidos para os itens aplicados nas edições do teste.(Disponível em:<http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb/matrizes-e-escalas> Acesso em 19 de outubro de 2020

- Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal;
- Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três, por sete;
- Determinar a soma, diferença, o produto ou o quociente de números inteiros em situações-problema;
- Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica;
- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.

Observamos que a maioria desses conteúdos são de origem aritmética, apenas o último item correspondente ao estudo de grandezas são considerados conteúdos da Álgebra. Portanto, a maioria dos alunos possuem o mínimo de conhecimento dos conteúdos de Álgebra.

De acordo com a Figura 6(b), podemos observar que a maior parte dos estudantes da 3ª Série do Ensino Médio, apresentaram nível de proficiência menores que o Nível 5. É possível visualizar também uma evolução no nível de proficiência de 2013 a 2019, a maior concentração dos estudantes passaram do Nível 0 para o Nível 3, o que representa uma melhoria na aprendizagem nos conteúdos matemáticos. Um estudante ao atingir o Nível 3 de proficiência, provavelmente é capaz de:

- Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente;
- Determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação;
- Determinar o resultado utilizando o conceito de progressão aritmética;
- Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente;
- Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo;
- Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente;
- Determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano;

- Determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste
- Resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.

Nesta fase, já observamos uma maior quantidade de conteúdos relacionados à Álgebra. O que representa que no Ensino Médio, os alunos conseguiram assimilar melhor as habilidades referentes a esses conteúdos.

Diante do exposto, é possível conhecer alguns aspectos da realidade da aprendizagem algébrica dos estudantes do Estado de Goiás a luz das diretrizes nacionais. De acordo com as propostas para o Ensino Fundamental II observamos que a maioria dos estudantes concluem essa etapa com o mínimo de conhecimento algébrico proposto, apenas conseguem resolver problemas relacionados à variações de grandezas. No Ensino Médio, nota-se que o conhecimento referente à estudo de grandezas foi aprofundado, os estudantes conseguem trabalhar com funções de 1ºe 2º grau e progressões aritméticas, de acordo com as propostas para essa etapa de ensino, porém muitos conhecimentos não foram contemplados.

No próximo capítulo, analisaremos como o Estado de Goiás organizou seu currículo de acordo com essas orientações, conhecendo alguns aspectos dos documentos norteadores, apresentaremos a avaliação SAEGO existente no Estado e analisaremos essa avaliação diagnóstica, uma vez que é utilizada pela rede para verificar a aprendizagem dos alunos.

4 O ensino da Álgebra no Estado de Goiás

O estado de Goiás adota um currículo específico, elaborado a partir dos documentos oficiais por profissionais da Educação e utiliza um sistema de avaliações diagnósticas, **Sistema de Avaliação do Estado de Goiás (SAEGO)**, com o objetivo de observar o aprendizado dos alunos no Ensino Básico.

Para aprofundar ainda mais nossa pesquisa faremos uma análise no currículo proposto atualmente pela Secretária de Educação do Estado de Goiás, em seguida apresentaremos os dados do SAEGO referentes as turmas de 9º Ano do Ensino Fundamental e 3ª Série do Ensino Médio.

4.1 Currículo de Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás

Embasados nos documentos legais que regem a Educação no Brasil, a secretaria de Educação do Estado de Goiás com a participação de especialistas das áreas do conhecimento e de professores da rede, constroem um currículo mínimo que vigora hoje na rede de ensino.

> [...]o presente Currículo Referência possibilita ao estudante a compreensão da sua realidade, por meio de um processo que contemple as habilidades presentes nas expectativas de aprendizagem. Dessa forma, é possível atender às culturas local e juvenil, estimular a leitura e a escrita, a argumentação, a validação de processos, a emissão de juízo e as formas de raciocínio como a intuição, indução, dedução, analogia e estimativa. (Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019, p.120)

O documento apresenta para o ensino da Matemática uma estrutura organizada em quatro eixos temáticos: *Números e operações*, *Espaço e forma*, *Grandezas e medidas* e *Tratamentos da Informação*, com conteúdos explicitados a partir das expectativas de aprendizagem do 1º Ano ao 9º Ano do Ensino fundamental e 1ª a 3ª Série do Ensino Médio.

As tabelas a seguir apresentam recortes do currículo, no qual ressaltamos as partes que são relevantes para a presente pesquisa. Iniciaremos com a análise da proposta para o Ensino Fundamental II, observamos que os conteúdos foram divididos bimestralmente em cada eixo temático, no 6º Ano do ensino fundamental não encontramos conteúdos diretamente relacionados com a Álgebra. Iniciaremos então com as tabelas a partir do 7º Ano do Ensino Fundamental.

Tabela 15: Currículo Referência de Matemática: 7ºAno

7º ANO FUNDAMENTAL			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**
4º Bimestre	•Compreender e utilizar a linguagem matemática como instrumento de representação para auxiliar na resolução de problemas orais e escritos. • Compreender igualdades e desigualdades para analisar e representar situações reais usando corretamente os símbolos e as propriedades das operações. • Reconhecer, escrever e resolver equações e sistemas de equações do 1º grau em situações diversas. • Resolver situações-problema envolvendo inequações, utilizando operações inversas e simbologias de conjuntos.	Números e Operações	•Equações. • Inequações.

Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019, p.148

Observamos aqui que somente no 4º bimestre, os estudantes começam a ter o contato oficial com a Álgebra e sua linguagem através da resolução de problemas desenvolvendo a Competência Específica 3 da BNCC.

Tabela 16: Currículo Referência de Matemática: 8ºAno

8º ANO FUNDAMENTAL			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**
3º Bimestre	•Resolver situações-problemas utilizando expressão numérica. •Perceber que determinados problemas podem ser resolvidos por meio de equações, sistemas de equações e inequações.	Números e Operações	• Equações. •Sistemas de equações.

	•Operar com expressões algébricas e fazer uso dessas operações na resolução de equações, inequações e sistemas de equações (exemplo: monômio, polinômio, produtos notáveis e fatoração).		•Inequações.
	• Efetuar operações com ângulos, geométrica e algebricamente, em situações diversas.	Grandezas e medidas	• Sistema de medida: ângulo, capacidade, tempo, massa, temperatura, área, volume, perímetro.
4º Bimestre	• Interpretar e produzir diferentes escritas algébricas principalmente as que envolvem equações e inequações. • Verificar e analisar a validade de resoluções de situações-problema principalmente as que envolvem equações, sistemas de equações e inequações. •Identificar padrões diversos e utilizar a linguagem algébrica para representá-lo.	Números e Operações	• Equações. • Sistemas de equações. •Inequações.
	•Relatar, oralmente ou por escrito, os procedimentos adotados nas resoluções de situações problema.	Espaço e Forma	•Perímetro e área de polígonos e círculo.
	• Resolver situações-problema que envolvem volume de objetos com formatos diferentes.	Grandezas e medidas	• Sistema de medida: ângulo, capacidade, tempo, massa, temperatura, área, volume, perímetro.

Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019 ,p.151-152

No currículo do 8º Ano observamos a relação entre a Álgebra e a Geometria nos conteúdos propostos, onde os estudantes irão utilizar a linguagem algébrica para solucionar os problemas geométricos. O conteúdo abrange aqui dois bimestres.

Tabela 17: Currículo Referência de Matemática: 9º Ano

9º ANO FUNDAMENTAL			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**

1º Bimestre	• Reconhecer a importância das operações que envolvem números reais, inclusive potenciação e radiciação, para a resolução de problemas dos mais variados contextos sociais e culturais. • Utilizar as propriedades das operações com números reais como facilitadoras da resolução de situações-problema. • Criar e resolver situações-problema que envolvem números reais ampliando e consolidando os significados das operações adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. • Formular e resolver situações-problema que envolva a ideia de razão e proporção.	Números e Operações	• Conjuntos numéricos. • Razão e proporção.
2º Bimestre	• Identificar e aplicar os conceitos matemáticos em situações do dia a dia e em outras áreas do conhecimento. • Ler, interpretar, propor e resolver situações-problema que envolvem grandezas direta e inversamente proporcionais, equações e sistemas de equações do primeiro e do segundo grau e inequações. • Interpretar, propor e resolver situações-problema que envolvem porcentagens e juros simples ou compostos em contextos do comércio como compra, venda e empréstimo.	Números e Operações	• Conjuntos numéricos. • Equações e funções
	• Enunciar e demonstrar algébrica e geometricamente o teorema de Pitágoras, e aplicá-lo em situações-problema. • Enunciar o teorema de Tales e aplicá-lo em situações-problema.	Espaço e Forma	• Triângulos: Teorema de Tales e de Pitágoras
3º Bimestre	• Representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas como o gráfico de funções, por exemplo, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.	Números e Operações	• Equações e funções.

	• Escrever a equação da reta no plano conhecendo dois de seus pontos, por meio de estratégias diversas. • Analisar e verificar a validade das resoluções de situações-problema que envolvem equações e sistemas de equações do primeiro e do segundo grau e inequações. • Compreender o conceito de função e em particular as funções polinomiais de primeiro e segundo graus.		
4º Bimestre	• Interpretar e construir gráficos de funções simples, analisando seus domínios e imagens. • Utilizar as funções para descrever e representar diversas situações. • Resolver situações-problema que envolvem funções e descrevê-las graficamente.	Números e Operações	• Equações e funções.
	• Interpretar, analisar e resolver situações-problema que envolvem grandezas como velocidade, energia e trabalho.	Grandezas e medidas	• Sistema internacional de unidades.

Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019, p.153-156

No 9º Ano observamos que os conteúdos de Álgebra abrangem todos os bimestres. A resolução de problemas em diferentes contextos (algébricos, geométricos e físicos), a introdução a noção de representação gráfica de funções proporcionando aos alunos desenvolverem as Competências Específicas 1, 3 e 4 da BNCC.

Agora, analisaremos as propostas do currículo para o Ensino Médio, iniciando com a tabela da 1ª Série, onde temos conteúdos de Álgebra distribuídos em todos os bimestres.

Tabela 18: Currículo Referência de Matemática: 1ª Série

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**

1º Bimestre	• Utilizar a representação de números reais na reta para resolver problemas e representar subconjuntos dos números reais. • Compreender o conceito de função através da dependência entre variáveis. • Identificar a localização de pontos no plano cartesiano. • Representar pares ordenados no plano cartesiano. • Identificar e compreender os diversos tipos de funções. • Identificar o domínio, contradomínio e imagem de diferentes funções. • Construir gráficos de funções utilizando tabelas de pares ordenados. • Identificar uma função polinomial do 1º grau. • Calcular a raiz de uma função polinomial do 1º grau. • Utilizar a função polinomial do 1º grau para resolver problemas significativos. • Compreender o significado dos coeficientes de uma função polinomial do 1º grau. • Representar graficamente uma função polinomial do 1º grau. • Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes. • Analisar o gráfico da função polinomial do 1º grau (crescimento, decrescimento, zeros, variação do sinal). • Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico. • Identificar uma função polinomial do 1º grau descrita através do seu gráfico cartesiano. • Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela	Números e operações	• Conjuntos numéricos. • Função. • Função polinomial do 1° grau.

	• Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta. • Resolver situações-problema que envolvam função polinomial de 1º grau. • Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto. • Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. • Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa		
2º Bimestre	• Identificar uma função polinomial do 2º grau. • Calcular as raízes e o vértice (pontos de máximo e de mínimo) de uma função polinomial do 2º grau. • Utilizar a função polinomial do 2º grau para resolver problemas. • Compreender o significado dos coeficientes de uma função polinomial do 2º grau. • Representar graficamente uma função polinomial do 2º grau. • Resolver problema envolvendo equação do 2º grau. • Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau. • Identificar e reconhecer o módulo de um número. • Analisar o gráfico da função polinomial do 2º grau (crescimento, decrescimento, discriminante e zeros). • Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto. • Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.	Números e Operações	• Função polinomial do 2° grau. • Função modular.

	• Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.		
3º Bimestre	• Resolver equações exponenciais simples. • Compreender, reconhecer e calcular as funções exponenciais. Identificar fenômenos que crescem ou decrescem exponencialmente. • Resolver problemas significativos utilizando a função exponencial. • Construir e analisar gráficos de funções exponenciais. • Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial. • Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto. • Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. • Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa. • Conceituar e calcular o logaritmo de um número real positivo. Utilizar as propriedades operatórias do logaritmo na resolução de problemas significativos. • Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial. • Construir e analisar gráficos de uma função logarítmica. • Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial. • Resolver problemas significativos utilizando a função logarítmica.	Números e Operações	• Função exponencial. •Função logarítmica.

4º Bimestre	• Compreender, reconhecer e calcular as sequências numéricas. • Identificar sequências numéricas e obter a expressão algébrica do seu termo geral. • Utilizar o conceito de sequência numérica para resolver problemas significativos. • Diferenciar Progressão Aritmética de Progressão Geométrica. • Compreender e operar com as fórmulas do termo geral da P.A. e da P.G.. • Utilizar as fórmulas do termo geral e da soma dos termos da P.A. e da P.G. na resolução de problemas significativos.	Números e Operações	•Sequências ou sucessões numéricas.

Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019, p.157-159

O currículo da 1ª Série do Ensino Médio propõe o aprofundando dos conceitos de funções, a representação gráfica, a análise das representações gráficas e suas aplicações em situações-problemas. Aqui os alunos também terão contato com sequências numéricas e suas aplicações em resolução de problemas. De acordo com a BNCC, serão desenvolvidas nesse período as competências específicas 3, 4 e 5.

Tabela 19: Currículo Referência de Matemática: 2ª Série

2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**
1º Bimestre	• Identificar os sistemas lineares como modelos matemáticos que traduzem situações-problemas para a linguagem matemática. • Resolver problemas utilizando as operações com matrizes e a linguagem matricial. • Distinguir sistemas lineares e associá-los a matrizes. • Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.	Números e operações	• Matrizes •Sistemas lineares

	• Resolver sistemas lineares e classificá-los. • Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas. • Utilizar escalonamento e (ou) a Regra de Cramer na resolução dos sistemas lineares. • Resolver problemas utilizando sistemas lineares.		
2º Bimestre	• Resolver problemas do cotidiano envolvendo as razões trigonométricas. • Utilizar os teoremas do seno e do cosseno para resolver problemas significativos. • Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).	Espaço e Forma	• Razões trigonométricas no triângulo retângulo.
	• Resolver equações trigonométricas simples, com soluções na primeira volta. • Identificar gráficos de funções trigonométricas: seno, cosseno e tangente, reconhecendo suas propriedades	Números e operações	• Trigonometria na circunferência.

Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019 ,p.160

Na 2ª Série, observamos uma pequena quantidade de conteúdos de Álgebra no primeiro bimestre no estudo de sistemas lineares e suas aplicações na resolução de problemas.

Tabela 20: Currículo Referência de Matemática: 3ª Série

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO			
	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM	**EIXOS TEMÁTICOS**	**CONTEÚDOS**
1º Bimestre	•Identificar e determinar a equação geral e reduzida da reta • Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.	Espaço e forma	• Geometria analítica

	• Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta. • Identificar retas paralelas e retas perpendiculares a partir de suas equações. • Determinar as posições relativas entre duas retas no plano comparando os respectivos coeficientes angulares. • Determinar a equação da circunferência na forma reduzida e na forma geral, conhecidos o centro e o raio. • Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.		
3º Bimestre	• Identificar e conceituar a unidade imaginária. • Identificar o conjunto dos números complexos e representar um número complexo na forma algébrica. • Calcular expressões envolvendo as operações com números complexos na forma algébrica. • Calcular potências de expoente inteiro na unidade imaginária. • Resolver problema envolvendo funções. • Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto. • Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. • Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.	Números e operações	• Números complexos •Revisão de funções.
4º Bimestre	• Identificar um polinômio e determinar o seu grau • Calcular o valor numérico de um polinômio. • Efetuar operações com polinômios.	Números e operações	•Polinômios •Revisão geral.

	•Utilizar o teorema do resto para resolver problemas. •Resolver equações polinomiais utilizando o teorema fundamental da álgebra e o Teorema da Decomposição. •Resolver problemas do cotidiano através da revisão geral.		

Fonte: Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás, 2019, p.163-165

Na 3ª Série, temos os conceitos algébricos conectados com a geometria, no estudo de retas e circunferências. Nessa etapa é proposto o estudo de números complexos, polinômios e uma revisão do estudo de funções.

Diante do exposto, observamos que a proposta de currículo para o Ensino Fundamental II abrange especificamente os conteúdos de Álgebra a partir do 7º Ano, os conteúdos apresentam expectativas com ênfase na linguagem simbólica, diferenciando da proposta nacional. A forma como o currículo divide os conteúdos de Álgebra por bimestres, pode trazer uma certa dificuldade com relação ao cumprimento do currículo, pois o que foi ensinado em um bimestre será aprofundado no outro bimestre e muitas vezes o estudante não se recorda, ou melhor, não compreendeu aquele conteúdo, fazendo com que o professor retome o conteúdo novamente causando a impressão de que o conteúdo não avança. Por outro lado essa divisão contempla mais de um eixo temático em cada bimestre possibilitando o estudo de conteúdos diferentes durante o bimestre, cabe então ao professor delimitar o tempo de acordo com a realidade dos seus alunos para que se consiga contemplar todas as expectativas de aprendizagem propostas.

A proposta para o Ensino Médio apresenta os conteúdos sequencialmente e contempla as habilidades propostas pela BNCC, porém notamos falta expectativas específicas que levem os estudantes desenvolverem a leitura e escrita de textos na linguagem matemática e que levem os estudantes a interpretarem criticamente diversos contextos. A ênfase do currículo é na linguagem algébrica, como é proposto nos PCN+.

A divisão dos conteúdos concentra o estudo de funções somente na 1ª Série, ocasionando o estudo do conteúdo de Álgebra durante todo o ano e devido a extensão dele muitos professores não conseguem trabalhar todos os tipos de funções. A função logarítmica muitas vezes não é abordada. Na 2ª Série o currículo propõe o estudo de equações trigonométricas e gráficos de funções trigonométricas, conteúdo que exige muito conhecimento do professor para utilizar estratégias e ferramentas que sejam capazes de contemplar as expectativas referentes a estes conteúdos. Na 3ª Série, o currículo propõe os conteúdos de números complexos e polinômios com expectativas de aprendizagem que valorizam somente a linguagem algébrica, não há contextualização e nem aplicações.

Portanto, o currículo do Estado apresenta os conteúdos de Álgebra com ênfase em sua maioria na linguagem simbólica. Um professor que limita-se a utilizar somente esse currículo para planejar suas aulas tende a proporcionar um ensino mecânico. O professor precisa trabalhar a Álgebra em sua totalidade, sendo de extrema importância conhecer os documentos nacionais apresentados no Capítulo 3 para diversificar o planejamento das aulas e conseguir valorar o ensino da Álgebra proporcionando o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

4.2 SAEGO

No estado de Goiás, em 2011, com objetivo de diagnosticar o nível de aprendizado dos alunos da rede estadual de educação, criou-se o **Sistema de Avaliação Educacional do Estado de Goiás (SAEGO)**. O teste do SAEGO é aplicado anualmente em todas as escolas da rede estadual de ensino, para todas as turmas de 5º e 9º Ano do Ensino Fundamental e 3ª Série do Ensino Médio. O teste contém questões das disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

A partir das respostas do teste é possível analisar o desempenho de cada estudante através da proficiência[13]. A proficiência na disciplina de Matemática é calculada seguindo as escalas de proficiência (Anexos C e D), cuja variação vai de 0 a 500 pontos, de acordo com o desenvolvimento das habilidades[14] e competências.

As avaliações aplicadas não são disponibilizadas para a comunidade escolar, o professor não tem acesso à edições da avaliação, disponibiliza-se somente os resultados da avaliação na plataforma *Foco Aprendizagem*. Através dessa plataforma o professor tem acesso ao resultado dos estudantes nas avaliações.

Faremos agora uma análise dos resultados obtidos no SAEGO nos últimos

[13]Saberes estimados a partir das tarefas que o estudante é capaz de realizar na resolução dos itens do teste.(GOIÁS, 2018, p.12)

[14]As habilidades vêm descritas na Matriz de Referência por meio de seus descritores. Disponível em http://www.saego.caedufjf.net/o-sistema/matrizes-de-referencia/

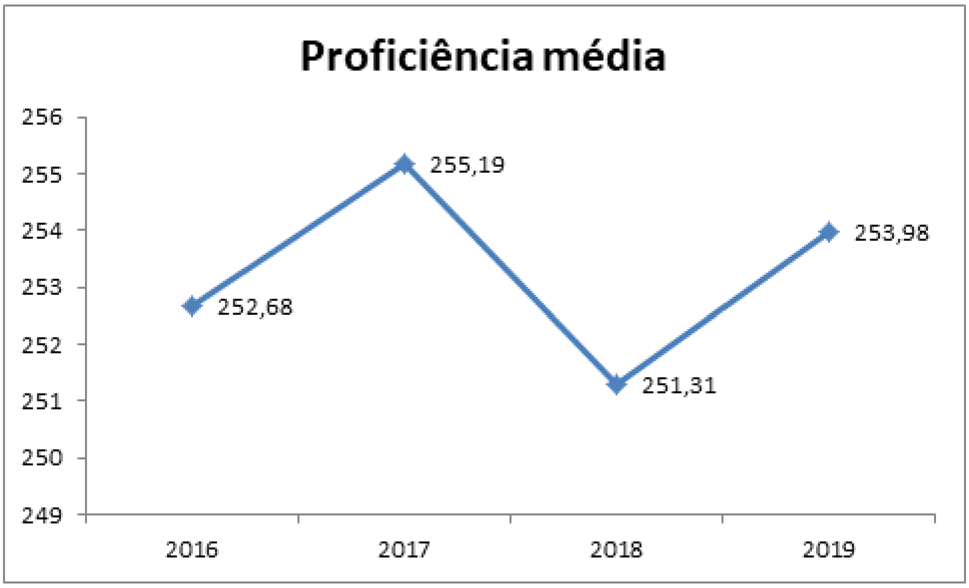
anos voltado para as turmas finais de cada etapa de ensino, o 9º Ano do Ensino Fundamental e a 3ª Série do Ensino Médio visando a aprendizagem dos conteúdos algébricos com o objetivo de identificar quais expectativas de aprendizagem foram contempladas diante da proposta de currículo do Estado.

4.2.1 Ensino Fundamental

A partir da proficiência de cada estudante, obtém-se um padrão de desempenho, para o 9° Ano do Ensino Fundamental são quatro: Abaixo do Básico (até 225), Básico (225 a 275), Proficiente (275 a 325) e Avançado (Acima de 325). A proficiência é calculada de acordo com a Escala de Proficiência (Anexo C).

A figura a seguir apresenta o gráfico da proficiência média dos estudantes da rede do 9° ano do Ensino Fundamental, do estado de Goiás, dos anos de 2016 a 2019 na disciplina de Matemática.

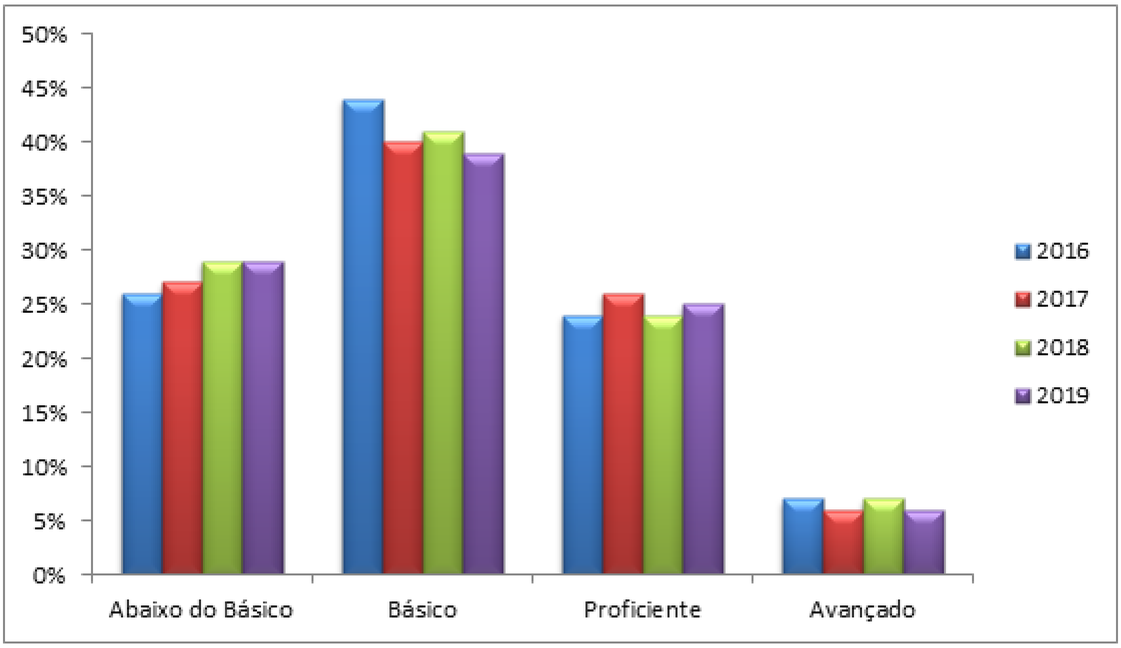
Figura 8: Proficiência média da rede 9º Ano



Fonte: https://www.focoaprendizagem.com.br/ Acesso em 09 de novembro de 2020.

Analisando a Figura 8 vemos que nos últimos anos, o nível de desempenho, se manteve no Básico, ou seja, os estudantes ainda não demonstram um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para sua etapa de escolaridade. Na Figura 9 a seguir, podemos observar a porcentagem de alunos em cada padrão de desempenho, verifica-se a maior concentração no nível Básico e uma concentração mínima no nível Avançado.

Figura 9: Distribuição dos alunos por padrão de desempenho 9º Ano



Fonte: https://www.focoaprendizagem.com.br/ Acesso em 04 de novembro de 2020.

Além da proficiência, a avaliação do SAEGO, permite avaliar as habilidades que foram contempladas através dos descritores, que estão disponíveis na Matriz de Referência. A competência pertinente a nossa pesquisa é *"Utilizar procedimentos algébricos"* trazendo sete descritores para serem contemplados (D29 ao D35). A tabela a seguir, descreve a habilidade específica a ser desenvolvida por cada descritor ao final do 9º Ano do Ensino Fundamental.

Tabela 21: Descritores do 9º Ano

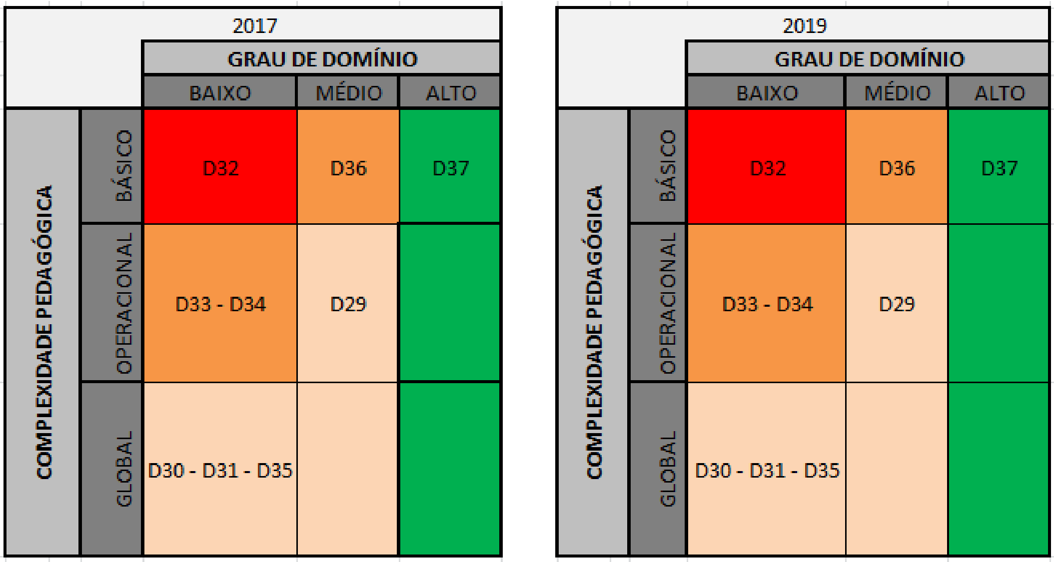
III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES	
D29	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D30	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D31	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
D32	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
D33	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.

D35	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

Fonte: Matriz de referência SAEGO

A plataforma Foco Aprendizagem disponibiliza um mapa no qual os descritores são dispostos de acordo com o Grau de Domínio[15] e a Complexidade Pedagógica[16]. A figura a seguir apresenta os dados obtidos na avaliação do SAEGO nos anos de 2017 e 2019 de uma região X do estado de Goiás, destacando apenas os descritores pertinentes a nossa pesquisa.

Figura 10: Mapas de Descritores - 9° Ano



Fonte: Elaborado pelo autor

Observamos que os descritores ocuparam a mesma posição nos dois anos, não houve avanço em relação à aprendizagem dos conteúdos algébricos. O descritor D29 tem um nível de complexidade operacional e o grau de domínio é médio, a seguir apresentamos um exemplo no qual o aluno aplica a habilidade descrita por ele.

[15]O Grau de Domínio consiste na probabilidade de um aluno, do conjunto de alunos selecionados, acertar um item ou uma questão aleatória associado e este descritor. Fonte: https://ajuda.focoescola.com.br/ Acesso em 18 de março de 2021

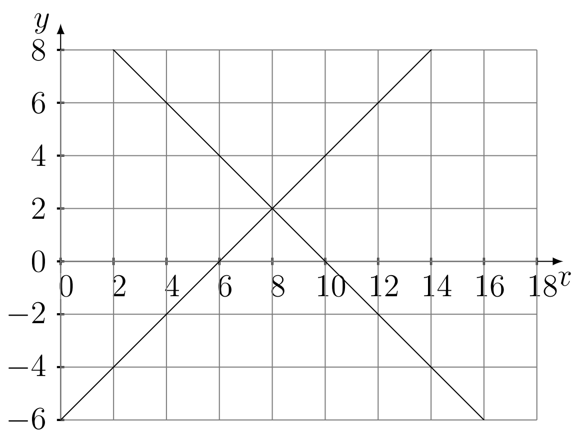
[16]A Complexidade Pedagógica é um parâmetro pactuado com cada Secretaria de Educação parceira da Foco para definir o quão complexo é cada descritor da matriz de referência da avaliação estadual. Fonte: https://ajuda.focoescola.com.br/ Acesso em 18 de março de 2021

Exemplo 1. *(APC - 2019) Em uma fábrica de celulares, a cada 1000 unidades produzidas, 7 unidades saem defeituosas. Considere a relação entre a quantidade total de celulares produzidos e a quantidade de celulares defeituosos.*
É correto afirmar que essa relação:
(A) não apresenta proporcionalidade.
(B) tanto pode ser diretamente proporcional como inversamente proporcional.
(C) é inversamente proporcional.
(D) é diretamente proporcional.
Solução: *Esse item tem como foco verificar a habilidade de se identificar a proporcionalidade entre grandezas é direta ou inversa. Dessa maneira, quanto maior o número de unidades produzidas maior será o número de unidades defeituosas. Portanto, é correto afirmar que essa relação é diretamente proporcional. Aternativa D.*

Os descritores D30 e D31 tem um nível de complexidade global e baixo grau de domínio, já os D33, D34 e D35 também apresentam baixo grau de domínio e a complexidade é operacional. Observamos que nenhum dos descritores apresentou com um grau de domínio avançado.

A seguir apresentamos na prática a aplicação do descritor D35 que apresentam através dos resultados uma aprendizagem baixa.

Exemplo 2. *(AFA - 2019) Observe o gráfico:*



Qual dos sistemas a seguir representa esse gráfico?

$$A)\begin{cases} x+y &= 10 \\ x-y &= 6 \end{cases} \quad B)\begin{cases} x+y &= 6 \\ x-y &= 10 \end{cases} \quad C)\begin{cases} x+y &= 2 \\ x-y &= 8 \end{cases} \quad D)\begin{cases} x+y &= 8 \\ x-y &= 2 \end{cases}$$

Solução: *Fazendo a troca dos valores de x e y no sistema pelo da coordenada da interseção das retas no gráfico, tem-se*

$$\begin{cases} 8+2 &= 10 \\ 8-2 &= 6 \end{cases}$$

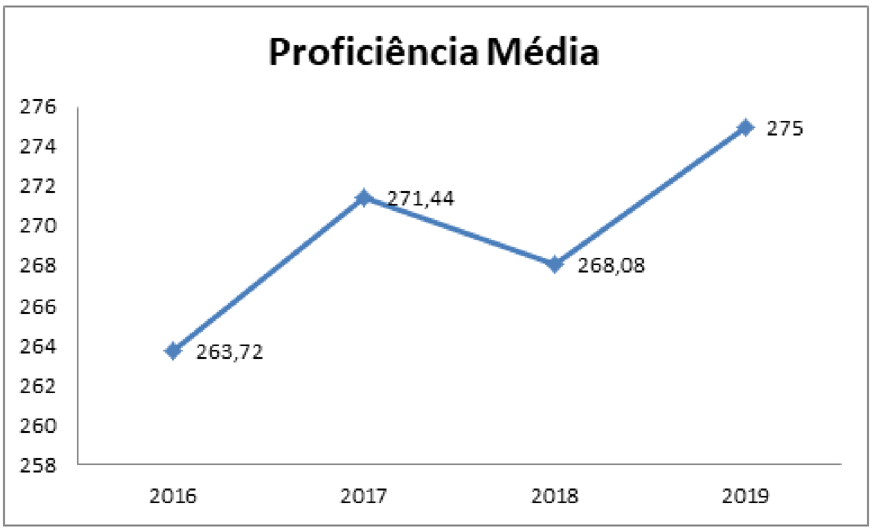
Portanto gabarito opção A. Para o estudante que assinalou a opção B, considere que o estudante assinalou o sistema considerando os pontos de intersecção das retas com os eixos; para as opções C e D o aluno marcou aleatoriamente.

4.2.2 Ensino Médio

A escala de proficiência da 3ª Série do Ensino Médio na disciplina Matemática tem variação de 0 a 500 pontos sendo calculada de acordo com desenvolvimento das habilidades e competência apresentadas na Escala de Proficência (Anexo D).

Os padrões de desempenho estabelecidos pelo SAEGO para a 3ª Série são Abaixo do Básico (até 225), Básico (225 a 300), Proficiente (300 a 350) e Avançado (Acima de 350). Na figura a seguir, o gráfico apresenta a proficiência média dos estudantes da rede da 3ª Série do Ensino médio, dos anos de 2016 a 2019 na disciplina de Matemática.

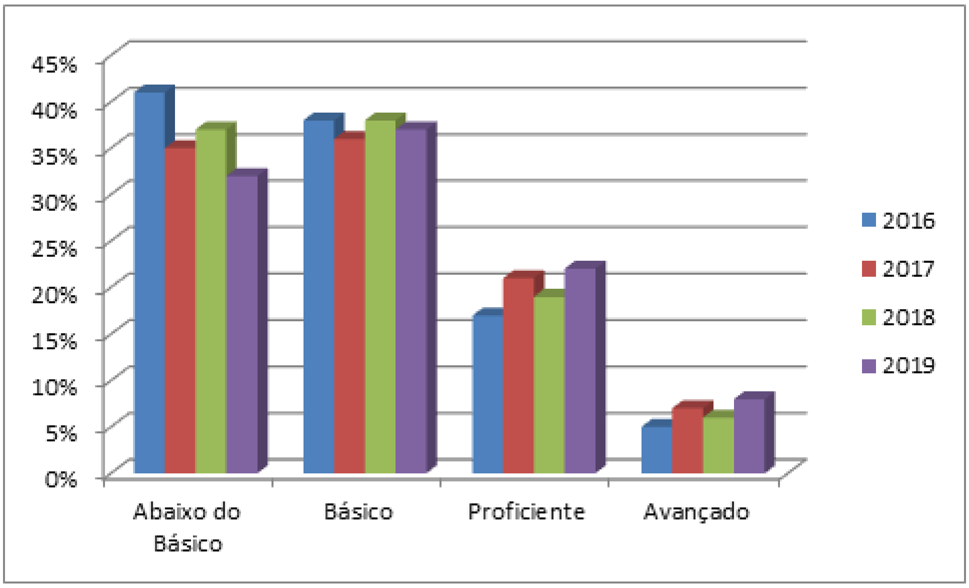
Figura 11: Proficiência média da rede 3ª Série



Fonte: https://www.focoaprendizagem.com.br/ Acesso em 09 de novembro de 2020.

Observamos em 2018 uma queda significativa na média de proficiência, em 2019 um aumento, porém manteve-se no padrão Básico de desempenho. A figura a seguir apresenta a distribuição dos alunos por padrão de desempenho nos anos de 2016 a 2019.

Figura 12: Distribuição dos alunos por padrão de desempenho 3ª Série



Fonte: https://www.focoaprendizagem.com.br/ Acesso em 09 de novembro de 2020.

Analisando a Figura 12, observamos que nesses quatro anos o percentual de estudantes no padrão Abaixo do Básico vem diminuindo e o percentual no padrão Proficiente aumentando, porém em média manteve-se o mesmo percentual no padrão Básico de desempenho. De forma geral, em média, 35% dos alunos apresentam desempenho Abaixo do Básico, 40% apresentam desempenho Básico e apenas 5% apresentam desempenho Avançado. Observamos ainda que existe uma quantidade até significativa no padrão Proficiente, em média 20% dos estudantes revelam ter consolidado as habilidades consideradas mínimas e essenciais para sua etapa de escolaridade.

Segundo a Matriz de Referência de Matemática do Ensino Médio (Anexo B) há 16 descritores (D15, D17 ao D31) que são relevantes para nossa pesquisa. A tabela a seguir apresenta a habilidade descrita por cada descritor.

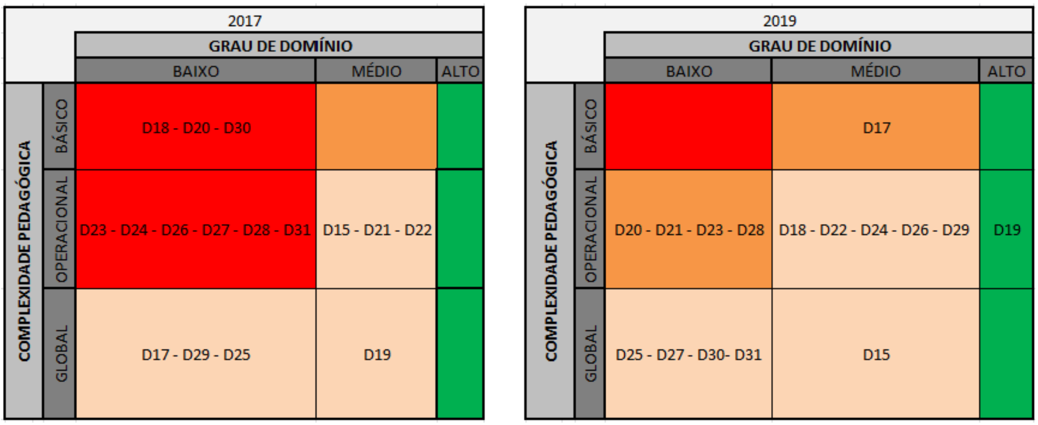
Tabela 22: Descritores da 3ª Série (EM)

III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES	
D15	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
D18	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
D19	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
D20	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
D21	Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
D22	Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
D23	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.
D24	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.
D25	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
D26	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D27	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
D28	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
D29	Resolver problema que envolva função exponencial.
D30	Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.
D31	Determinar a solução de um sistema linear associando-o a uma matriz.

Fonte: Matriz de Referência SAEGO

A figura a seguir, apresenta os descritores dispostos nos mapas da mesma região X do estado de Goiás, nos anos de 2017 e 2019.

Figura 13: Mapas de Descritores - 3ª Série



Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando de forma geral, observamos que houve uma melhora significativa na aprendizagem dos conteúdos algébricos propostos pelas habilidades, pois alguns descritores avançaram do grau baixo para médio no grau de domínio, comparando-se 2017 e 2019. O descritor D18, de nível de complexidade básico e grau de domínio baixo passou para nível de complexidade operacional e grau de domínio médio.

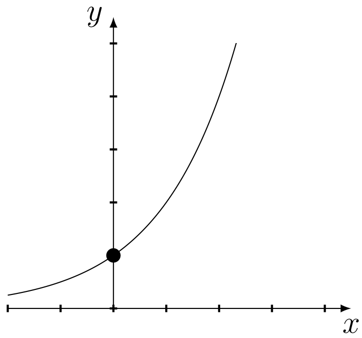
Os descritores D24 e D26 apresentaram mesmo nível complexidade operacional, mas um avanço do baixo para o médio no grau de domínio. O D19, do nível de complexidade global e domínio médio saltou para nível de complexidade operacional e domínio alto. O D15 manteve-se no mesmo grau de domínio médio, porém avançou do nível de complexidade operacional para global.

O D29, de um nível de complexidade global e domínio baixo foi para o nível de complexidade operacional e domínio médio. A seguir temos um exemplo, no qual o aluno deve desenvolver essa habilidade.

Exemplo 3. *(AFA-2019) O número de bactérias em um experimento cresce segundo a lei* $B_t = B_0.2^{\frac{t}{2}}$*, onde* t *representa o tempo decorrido em horas, e* B_0 *o número inicial de bactérias. Se, inicialmente, existem* 250 *bactérias, ao final de* 20 *horas a quantidade de bactérias será um número*
(A) maior que 200 000 000.
(B) compreendido entre 1 000 000 e 1 200 000.
(C) múltiplo de 5 e divisível por 4.
(D) divisível por 6.
(E) primo.
Solução:
$B_t = B_0.2^{\frac{20}{2}}$
$B_t = 250.2^{10}$
$B_t = 250.1024 = 256000$
Logo, é um número múltiplo de 5 e divisível por 4. Assinalando a opção A, o estudante elevou 2 a 20 e em seguida multiplicou por 250, obtendo 262 144 000; assinalando a opção B, ele elevou 2 a 20 e não multiplicou por 250 e obteve 1 048 576; assinalando a opção D, o estudante considerou que por se tratar de um número par o resultado poderia ser múltiplo de 6 e assinalando a opção E, o estudante marcou aleatoriamente.

Os descritores D22, D23, D25 e D28 mantiveram a mesma posição dos dois anos analisados. Os descritores D20, D27, D30 e D31 embora variou-se o nível de complexidade o grau de domínio se manteve no baixo. A seguir temos um exemplo de aplicação do descritor D27.

Exemplo 4. *(AFA-2019) Observe o gráfico a seguir:*



A representação algébrica da função que o gráfico representa é:
(A)$f(x) = x + 1$.
(B)$f(x) = \log_a x, a > 1$.
(C) $f(x) = x^2 + 1$.
(D) $f(x) = a^x, a > 1$.
(E) $f(x) = |x|$.
Solução: *O gráfico apresentado se trata do gráfico da função exponencial, portanto o gabarito é a opção D. Assinalando a opção A, o estudante não compreende que a função apresentada é uma polinomial de 1º grau e que seu gráfico é uma reta, assinalando a opção B, o estudante confundiu o gráfico da exponencial com a logarítmica, assinalando a opção C, ele não compreende que a função apresentada tratava-se de uma função de 2º grau e assinalando a opção E, ele não compreende graficamente o comportamento da função modular.*

Apenas os descritores D17 e D21 apresentaram um resultado negativo, o primeiro de um nível de complexidade básico e grau de domínio médio, saltou para um nível de complexidade global e grau de domínio baixo, o segundo manteve-se no mesmo nível de complexidade operacional e o grau de domínio saltou no médio para o baixo.

Diante do exposto, podemos observar que os resultados da avaliação SAEGO nos últimos anos revela que a maioria dos alunos do estado apresentam um nível de proficiência Básico, porém um aumento percentual pequeno de alunos nos níveis de proficiência Proficiente e Avançado a cada ano. Analisando os descritores nota-se uma evolução mínima na aprendizagem dos conteúdos de Álgebra. A maioria dos descritores apresentam grau de domínio baixo, tanto no Ensino Fundamental II, quanto no Ensino Médio.

5 A pesquisa com professores do Estado de Goiás

Esse capítulo tem o propósito de apresentar a metodologia que foi utilizada durante a pesquisa e informações sobre o Ensino da Álgebra nas escolas públicas de Goiás, sob um olhar dos professores que atuam nelas.

5.1 Metodologia

A metodologia utilizada nesse estudo é de origem quantitativa e para alguns resultados usufruímos da pesquisa qualitativa.

> Os métodos de pesquisa quantitativa, de modo geral, são utilizados quando se quer medir opiniões, reações, sensações, hábitos e atitudes etc. de um universo (público-alvo) através de uma amostra que o represente de forma estatisticamente comprovada. Isto não quer dizer que ela não possa ter indicadores qualitativos. Desde que o estudo permita, isso sempre é possível. (MANZATO e SANTOS, 2012, p.7)

Para o desenvolvimento desta pesquisa, elaboramos um questionário (Anexo E) semi-estruturado com perguntas fechadas e abertas. As perguntas fechadas visam identificar as características específicas do objeto de estudo da pesquisa e as perguntas abertas, deixa o professor livre para opinar, devido à subjetividade para os dados, de acordo com Borba e Araújo (2013, p.25), ela "nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações".

Dessa forma, para analisar como a Álgebra apresenta-se no ensino da Matemática na Educação Básica e abranger o objetivo da pesquisa, que visa investigar as percepções de professores com relação ao Ensino da Álgebra nas escolas públicas de Goiás realizamos um planejamento do estudo. Primeiramente fizemos uma pesquisa bibliográfica, em seguida elaboramos o questionário a partir das experiências do pesquisador e dos conhecimentos abordados nos capítulos anteriores obedecendo "regras básicas onde o principal é que possua uma lógica interna na representação exata dos objetivos e na estrutura de aplicação, tabulação e interpretação" (MANZATO e SANTOS, 2012, p.10).

O questionário foi dividido em seis seções:

1. *Características do entrevistado* que visa conhecer o perfil do professor, o tempo

e a etapa de atuação no ensino da Matemática;

2. *Ensino da álgebra* que visa identificar a percepção do professor quanto à história da Álgebra, aos livros didáticos e a linguagem algébrica, bem como a utilização desses durante as aulas;

3. *Concepções de Educação Álgébrica* que visa obter dados sobre os tipos de concepções escolhidas pelo professor para ministrar suas aulas;

4. *Currículos* que visa identificar a opinião e sugestões do professor quanto ao currículo proposto pela rede estadual de ensino em cada etapa de ensino e levantar dados sobre o cumprimento do currículo durante o ano letivo;

5. *Avaliação SAEGO* que visa conhecer a opinião do professor quanto aos resultados da avaliação nos últimos anos, identificar características de cada escola que influenciam no seu resultado e as habilidades contempladas em cada etapa de ensino;

6. *Agradecimentos e sugestões* que visa agradecer a contribuição e buscar experiências, indagações ou reflexões do professor quanto ao Ensino da Álgebra.

Devido a pandemia, optamos por uma pesquisa remota. O questionário foi elaborado na plataforma do Google, *Formulários Google* e o endereço eletrônico foi repassado aos professores pelo aplicativo *WhatsApp* nos meses de novembro e dezembro de 2020 para a obtenção de dados.

Com os dados em mãos, buscamos analisá-los através de procedimentos quantitativos e qualitativos. Para a análise quantitativa seguimos os passos descritos por Gil (2008), estabelecendo categorias, codificação, tabulação e análise estatística dos dados. Para a análise qualitativa adotamos a técnica análise de conteúdo. A análise de conteúdo pode ser definida como:

> Um conjunto de técnicas de análise de comunicação visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção destas mensagens (BARDIN , 1979, p. 42 Apud GERHARDT e SILVEIRA, 2009, p.84).

Diante das análises, os resultados foram organizados descrevendo o cenário da pesquisa e os dados coletados.

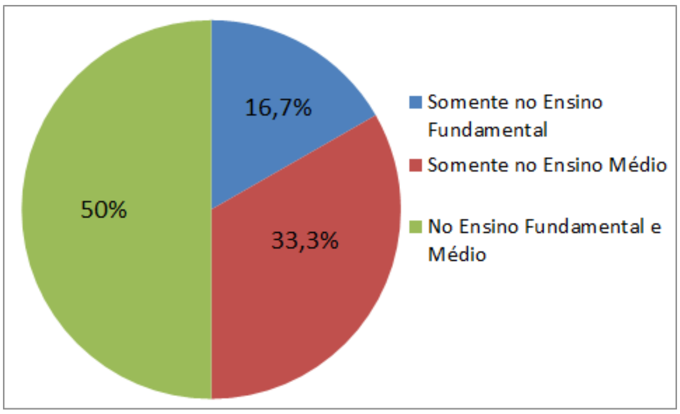
5.2 Cenário da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida com um grupo de professores que ministram aulas de Matemática no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio de escolas públicas de Goiás. Na Seção I do questionário buscamos colocar os dados referentes as características dos professores a serem analisados. Diante do resultado, o grupo é composto por 30 professores, sendo 14 homens e 16 mulheres. Em relação à faixa etária, 11 possuem menos de 30 anos de idade, 11 possuem entre 30 e 40 anos idade e 8 possuem mais de 40 anos de idade.

O Estado de Goiás oferece aos alunos as modalidades de ensino regular e integral. No ensino regular os alunos frequentam as aulas em um único período do dia (manhã, tarde ou noite) e no ensino integral os alunos frequentam as aulas o dia todo (manhã e tarde), sendo que 90% dos professores que participaram do estudo atuam em escola de ensino regular e 10% em escolas de ensino integral. Do total, 67% atuam como professor de Matemática a mais de 5 anos.

Os professores que atuam na rede estadual de ensino de Goiás em sua maioria possuem contrato temporário e uma minória são concursados. Dentre o grupo analisado, 56, 7% possuem Licenciatura em Matemática, 23, 3% Especialização, 3, 3% Mestrado Acadêmico, 6, 7% Mestrado Profissional, 6, 7% Licenciatura em outra área e 3, 3% são graduados em outra área de ensino. A figura a seguir apresenta o gráfico da distribuição dos professores com relação à etapa de ensino que atuam.

Figura 14: Etapa de ensino que ministra aulas de Matemática



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3 Os dados coletados

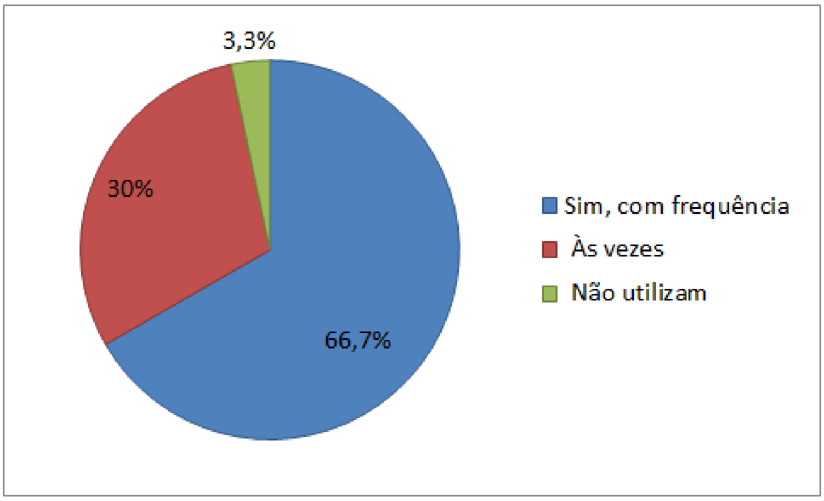
No Capítulo 1, relatamos a história da Álgebra, considerando que o professor dotado desse conhecimento e utilizando-o em sua prática pedagógica irá trazer benefícios para a aprendizagem. Pois acreditamos que utilizar história da Matemática no processo de ensino oferece possibilidade para um estudo significativo, dinâmico e contextualizado, além de auxiliar os alunos a pensar matematicamente como defendem os pesquisadores Oliveira *et al* (2014), Silva (2017), Chaquim (2017) e Santos e Sousa (2020).

Na Seção II do questionário, com a Pergunta 1, buscamos verificar o conhecimento do professor em relação a história da Álgebra. Os resultados mostraram que 60% admitem ter pouco conhecimento da história da Álgebra, 33,3% tem conhecimento razoável e 6,7% não tem conhecimento nenhum.

A Pergunta 2 fazia referência à utilização da história na sala de aula durante a apresentação de um conteúdo. As respostam revelaram que 60% deles utilizam às vezes, 16,7% não utilizam e 23,3% utilizam com mais frequência.

Na Pergunta 3, buscamos verificar sobre a utilização do livro didático na sala aula, considerando que hoje todas as escolas públicas disponibilizam livros para todos os alunos de forma gratuita. A figura a seguir mostra o gráfico dos resultados, onde podemos observar que o livro didático é utilizado pela maioria dos professores com frequência em sala de aula.

Figura 15: Utilização do livro didático



Fonte: Elaborado pelo Autor

Na Pergunta 4, procuramos verificar a concepção dos professores sobre o livro didático adotado na rede estadual de ensino. A pergunta 4: *Com relação aos livros didáticos adotados atualmente pelas escolas como você nota a presença dos conteúdos de Álgebra? (Pode assinalar, quantas alternativas quiser).* Organizamos as respostas nas seguintes categorias, mencionando o número de professores que assinalaram a alternativa: (Era permitido assinalar mais de uma alternativa)

A1. Está voltado, em sua maior parte, para aplicação de fórmulas com uso de letras. (14 professores (46,7%));

A2. Apresenta exemplos e exercícios repetindo o modelo dos exemplos sem nenhuma contextualização. (10 professores $(33, 3\%)$);

A3. Apresentam exercícios contextualizados. (18 professores (60%));

A4. Apresentam demonstrações de fórmulas. (16 professores, $(53, 3\%)$);

A5. Apresentam a história dos conteúdos. (14 professores $(46, 7\%)$);

A6. Apresentam a aplicação dos conteúdos no cotidiano.(9 professores (30%));

A7. A maioria dos conteúdos não está de acordo com a matriz curricular. (3 professores (10%));

A8. Apresentam exercícios avançados para a etapa de ensino do qual foi elaborado. (2 professores $(6, 7\%)$);

A9. Apresentam exercícios avançados para os alunos, pois estes trazem dificuldades dos anos anteriores. (9 professores (30%)).

Vemos que os livros didáticos oferecem um bom suporte didático na concepção dos professores trazendo conteúdos de acordo com o currículo vigente no estado com exercícios contextualizados, demonstrações de fórmulas e história dos conteúdos. Porém, vale ressaltar que $46, 7\%$ dos professores consideram que os exercícios apresentados nos livros didáticos são baseados na linguagem simbólica, no cálculo com letras e $53, 3\%$ deles relataram que os livros não apresentam a história dos conteúdos.

Observamos ainda no Capítulo 1, que a linguagem algébrica pode ser expressa de quatro formas distintas. A Pergunta 5 *"De qual(is) forma (s) a linguagem algébrica pode ser expressada no ensino da Álgebra? Você pode escolher mais de uma* *opção"* apresentou os seguintes resultados:

- 22 professores reconhecem que a linguagem algébrica pode ser expressada através de uma linguagem natural;
- 19 professores reconhecem que a linguagem algébrica pode ser expressada através de símbolos;
- 7 professores reconhecem que a linguagem algébrica pode ser expressada através de palavras e abreviações;
- 15 professores reconhecem que a linguagem algébrica pode ser expressa através de procedimentos geométricos.

Podemos verificar que a maioria dos professores reconhecem que a linguagem algébrica pode ser expressa através de uma linguagem natural, simbólica e geométrica. Fiorienti, Miorin e Miguel (1993) reconhecem o pensamento algébrico se potencializa à medida que, gradativamente, o estudante desenvolve uma linguagem, portanto é necessário o reconhecimento do professor das maneiras que essa linguagem pode ser expressada pelos alunos. Os autores relatam que desenvolvimento do pensamento algébrico pelo aluno pode ter obstáculos, e um deles seria a utilização empírica de uma linguagem simbólica e abstrata.

Neste sentido, a Pergunta 6, nos revela que durante a exposição dos conteúdos de Álgebra na sala de aula, na realização de atividades, 13 $(43,3\%)$ dos professores priorizam a ênfase na *linguagem simbólica* (explicação, resolução de exemplos, atividades e avaliação), 9 (30%) priorizam a ênfase no *pensamento algébrico* e 8 $(26,7\%)$ priorizam ênfase na *linguagem* e no *pensamento algébrico*.

Na Seção III do questionário buscamos identificar as concepções de Educação Algébrica adotada pelos professores de acordo com as concepções relatas no Capítulo 2. Organizamos a tabela a seguir para apresentar os resultados da pesquisa, onde cada professor foi nomeado com uma letra e na última coluna apresentamos o percentual em relação ao total de professores analisados.

Tabela 23: Concepções de Educação Algébrica vivenciada pelos professores

Concepções de Educação Algébrica			
	Tipo de concepção	**Professores**	**%**
Fiorentini *et al*	Linguistico pragmática	A,B,C,E,O,F,L,S,T,X,Y,Z,β,π	50%
	Fundamentalista estrutural	C,F,M,S,U,Y,Z,β,γ	30%
	Fundamentalista analógica	D,J,K,N,O,P,Q,S,V,Z,W,α	40%
	Quarta concepção	B,D,E,F,S,V,X,Z,β	30%
Linz e Gimenez	Letrista	D,E,G,N,U,S,β	23,3%
	Facilitadora	C,D,G,H,J,M,Q,R,S,X,W,Z	40%
	Modelagem Matemática	F,S,V,W,Y,Z	20%
Usiskin	Como Aritmética Generalizada	D,E,J,M,N,Q,S,T,Z,β,π	36,7%
	Como estudo de procedimentos	C,D,E,F,G,H,J,K,N,O,S,U,Z,β,γ,π	53,3%
	Como estudo de relações entre grandezas	E,I,O,N,S,Z,γ	23,3%
	Como estudo das estruturas	E,N,S,Z,β	16,7%
Lee	Como linguagem	C,E,G,H,I,S,W,Z,γ,π	33,3%
	Como caminhos do Pensamento	B,C,G,J,M,N,S,T,Z	30%
	Como Atividade	C,D,F,G,Q,S,Z,π	26,7%
	Como ferramenta	E,F,G,N,R,X,Y,Z	26,7%
	Como Aritmética Generalizada	C,E,G,I,S,W,Z	23,3%
	Como Cultura	C,E,G,I,J,S,U,V,Z,π	33,3%

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a Tabela 23, observamos que metade dos professores adotam a concepção *Linguistico pragmática* de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), ou seja, eles adotam como ponto de partida em suas aulas o cálculo literal seguido de muitos exercícios visando o manejo de expressões algébricas e posteriormente exercícios onde se tem situações problemas de aplicação algébrica. A concepção de Usiskin (1995) *apud* Figueiredo (2007), *Estudo de procedimentos*, tem como objetivo propor atividades que manipulam o simbolismo algébrico para resolver equações foi identificada por $53,3\%$ dos professores. Com 40%, as concepções *Fundamentalista analógica* de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e *Facilitadora* de Linz e Gimenez (1997), mostram que os professores procuram associar os conteúdos de álgebra à manipulação de material concreto, visando ir além teoria.

Percebemos também que existem poucos professores que apresentam apenas um ou dois tipos de concepção, a maioria deles adotam em suas aulas mais de duas concepções, o que nos revela que o professor tem buscado diversificar a forma de ensinar os conteúdos de Álgebra.

Na Seção IV do questionário, buscamos analisar o currículo e os conteúdos de Álgebra de acordo com os documentos apresentados nos Capítulos 3 e 4. Baseados no currículo proposto pela rede estadual de Ensino do Estado de Goiás primeiramente vamos apresentar os resultados do Ensino Fundamental II. Para tal, organizamos os dados de acordo com a etapa de ensino:

- **7ºAno:** inicia-se o estudo dos conteúdos de Álgebra,*Equações e Inequações* nesta etapa. Dos 23 professores que ministram aulas nessa etapa de ensino, 10 relataram que esse conteúdo poderia ser iniciado antes, 9 concordam e conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem referentes a esse conteúdo e 4 concordam parcialmente pois nem sempre conseguem alcançar todas as expectativas de aprendizagem.
- **8ºAno:** os conteúdos *Equações*, *Sistemas de Equações* e *Inequações* aparecem no 3° e no 4° bimestre com expectativas de aprendizagem avançadas de um bimestre para o outro. De um total de 25 professores que ministram aula nessa etapa de ensino, 12 acreditam que esse conteúdo poderia ser iniciado antes, 6 concordam e conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem, 6 concordam parcialmente devido a não conseguir trabalhar todas as expectativas de aprendizagem e 1 relata que esses conteúdos poderiam ser trabalhados em um único bimestre, pois os alunos "esquecem" o conteúdo de um bimestre para o outro. Ainda no 8°ano é proposto trabalhar os conteúdos de *Espaço e Forma* e *Grandezas e medidas* através de resoluções de problemas utilizando linguagem algébrica, 10 professores conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem, 7 conseguem parcialmente e 6 acreditam que esse conteúdo poderia ser iniciado antes.
- **9°Ano:** no 1° bimestre é proposto trabalhar resolução de problemas utilizando uma linguagem algébrica, dos 17 professores que atuam nessa etapa de ensino, 7 relatam que esse conteúdo poderia ter sido iniciado antes, 4 conseguem trabalhar

todas as expectativas de aprendizagem e 6 conseguem trabalhar parcialmente as expectativas de aprendizagem referentes a esse conteúdo. No 2°, 3° e 4° bimestre é proposto o conteúdo de *Equações e Funções*, avançando o nível das expectativas a cada bimestre, 6 professores relataram que esse conteúdo poderia ser iniciado antes, 1 relata que esse conteúdo poderia ser trabalhado em um único bimestre, 8 conseguem e 7 conseguem parcialmente trabalhar as expectativas de aprendizagem referentes a esses conteúdos.

Observando os dados, percebe-se que a maioria dos professores acreditam que seja válido iniciar o estudo dos conteúdos de Álgebra antes do 7º Ano do Ensino Fundamental, podendo assim antecipar os conteúdos previstos no 8°Ano.

Para o Ensino Médio, organizamos os resultados da seguinte maneira:

- **1ª Série:** temos conteúdos de Álgebra em todos os bimestres. Dos 27 professores analisados:
  - 11 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, pois o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa de ensino;
  - 13 concordam com a proposta, pois conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos;
  - 3 concordam parcialmente, pois não conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.
- **2ªSérie:** no 1° bimestre, temos aplicações da linguagem algébrica na resolução de problemas com matrizes e na resolução de sistemas lineares. Dos 25 professores:
  - 5 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, pois o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa de ensino;
  - 16 concordam com a proposta, pois conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos;
  - 4 concordam parcialmente, pois não conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.

  No 2º bimestre, o currículo propõe a aplicação da linguagem algébrica na resolução de problemas de razões trigonométricas. Dos 25 professores, 8 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, 10 concordam e 7 concordam parcialmente com essa proposta. A aplicação da linguagem algébrica também é proposta na resolução das equações trigonométricas e nas funções trigonométricas, 7 professores indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, 10 concordam, 7 concordam parcialmente e 1 não concorda, pois os alunos não apresentam conhecimento adequado para desenvolver as expectativas propostas.

- **3ª Série:** no 1° bimestre, temos os conteúdos algébricos relacionados com a geometria, no estudo da geometria analítica. Dos 25 professores:
  - 8 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, pois o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa de ensino;
  - 13 concordam com a proposta, pois conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos;
  - 4 concordam parcialmente, pois não conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.

  No 3° bimestre, temos a Álgebra presente no estudo dos números complexos:
  - 5 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, pois o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa de ensino;
  - 14 concordam com a proposta, pois conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos;
  - 6 concordam parcialmente, pois não conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.

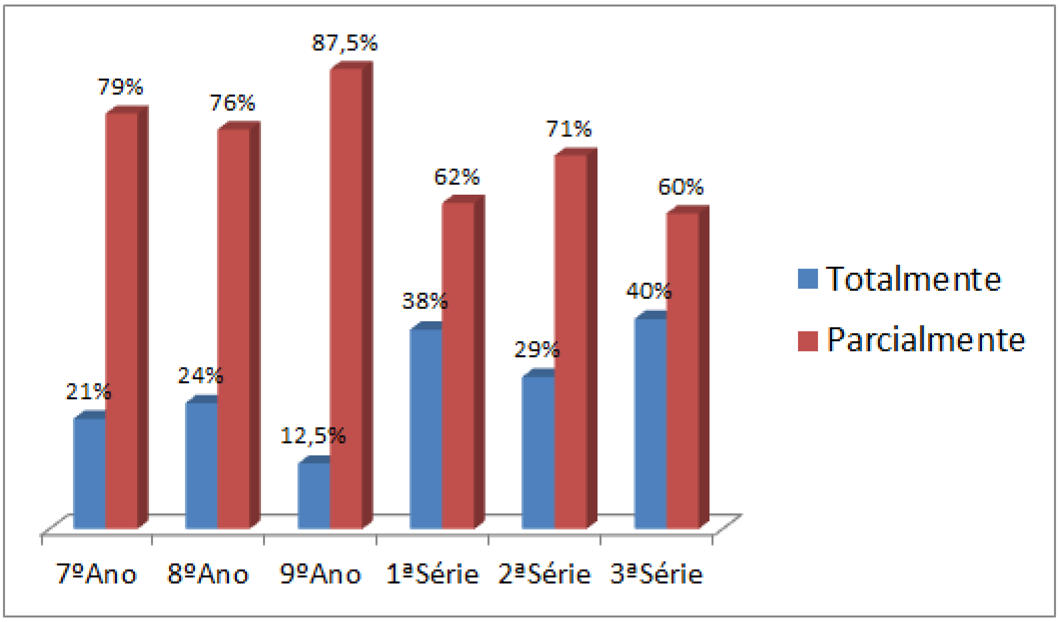
  No 4° bimestre, temos a Álgebra presente no estudo de Polinômios:
  - 9 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, pois o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa de ensino;
  - 10 concordam com a proposta, pois conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos;
  - 6 concordam parcialmente, pois não conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.

  No 3° e 4° bimestre, é proposto a revisão de funções e revisão geral:

- 8 indicaram que o conteúdo poderia ser divido nas outras séries, pois o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa de ensino;
- 10 concordam com a proposta, pois conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos;
- 6 concordam parcialmente, pois não conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.

Observando os dados, percebe-se que a maior parte dos professores concordam com a forma que o currículo foi proposto, porém nem todos conseguem trabalhar todas as expectativas de aprendizagem propostas por ele. O gráfico a seguir, nos mostra os resultados com relação à execução dos conteúdos (de Álgebra) previsto no currículo durante todo o ano segundo relato dos professores.

Figura 16: Execução dos conteúdos de Álgebra durante o ano letivo



Fonte: Elaborado pelo autor

Diante, do exposto observa-se que em nenhuma etapa de ensino a maioria dos professores conseguem trabalhar todos os conteúdos previstos no currículo, eles trabalham de forma parcial o conteúdo, como relatado pelo professor E :*"As vezes pelas dificuldades que os alunos apresentam, deixo de trabalhar com maior ênfase em conteúdos complexos e procuro desenvolver o conteúdo básico para que todos aprendam pelo menos o básico de cada conteúdo"*. No Ensino Fundamental II, acreditamos que devem ser feita algumas modificações no currículo como relatado pelo professor X: *"Precisa de mudanças urgentes"*. Dentre os conteúdos que não são ministrados, os professores mencionaram:

- Operações com monômios;
- Polinômios;
- Funções trigonométricas;
- Inequações;
- PA e PG.

De acordo com os dados, podemos identificar alguns motivos pelos quais os professores não conseguem executar todo o conteúdo previsto, os resultados estão organizados na tabela a seguir:

Tabela 24: Motivos que interferem no cumprimento do currículo durante o ano letivo

Tipos	**Percentual**
Falta de interesse dos alunos	$55,2\%$
Excesso de listas e avaliações extras (ADA)	$44,8\%$
Dificuldade de aprendizagem dos alunos, exigindo reforço de conteúdo	$82,8\%$
Falta de material didático	$10,3\%$
Outros	$24,1\%$

Fonte: Elaborado pelo autor

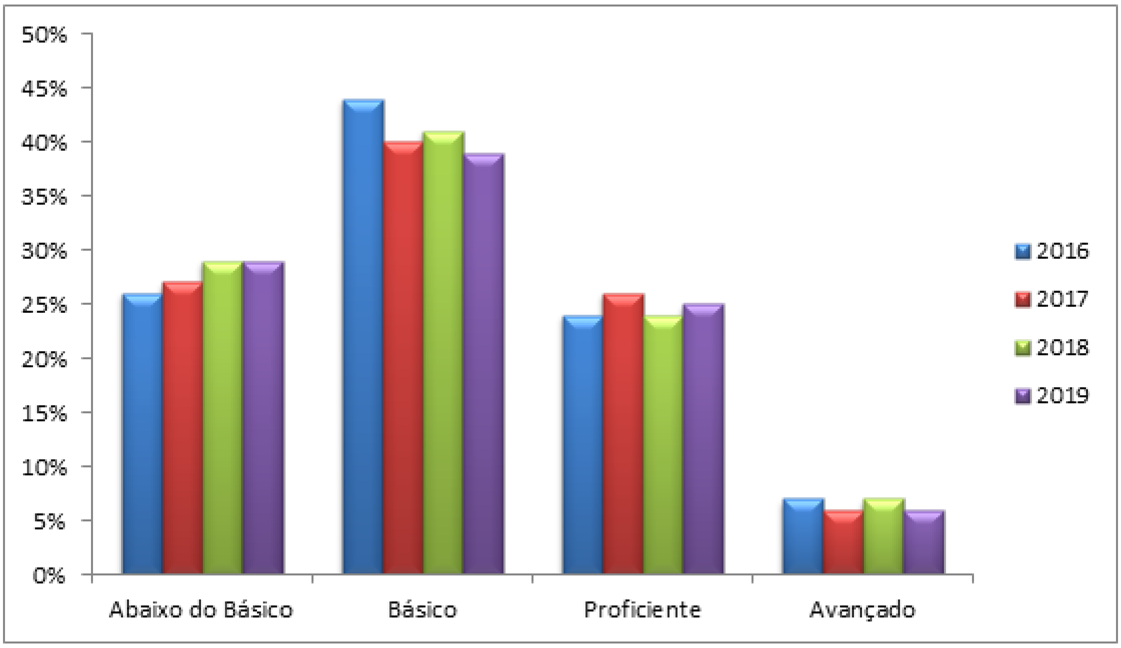
A dificuldade de aprendizagem dos alunos é o principal motivo de acordo com os professores do currículo previsto em cada etapa de ensino ser totalmente executado durante o ano letivo. Outro motivo é a falta de interesse dos alunos durante as aulas, tornando a aula ineficaz requerendo mais tempo e aulas para a execução de um conteúdo.

As escolas estaduais preparam os alunos durante todo o ano através de atividades (listas de exercícios) semelhantes às questões da avaliação do SAEGO que são disponibilizadas pela Secretaria de Educação semanalmente, onde o professor assume o papel de mediador, orientando na resolução e na correção das atividades. No final de cada bimestre é aplicada a Avaliação Diagnóstica Amostral (ADA) com o objetivo de verificar quais habilidades foram contempladas e diante do resultado caso seja necessário o professor deve reforçar as habilidades que não foram contempladas.

Observamos com a tabela que 44,8% dos professores acreditam que essas listas e avaliações atrapalham o cumprimento do currículo durante o ano letivo, pois diante das dificuldades dos alunos os mesmos conteúdos são trabalhados durante muitas aulas, não conseguindo assim migrar de um conteúdo para outro. Por exemplo, quando encerra-se o 1º bimestre, os alunos fazem a avaliação e diante do resultado, o professor deve reforçar as habilidades não contempladas, atrasando a execução dos conteúdos previstos para o 2º bimestre. Como a avaliação é bimestral, o mesmo atraso se repete no 3º e 4º bimestre, quando o ano termina o professor não conseguiu ministrar todos os conteúdos previstos. Portanto, o professor deve planejar bem e utilizar estratégias para trabalhar com as listas sem prejudicar o cumprimento do currículo.

Na Seção V do questionário, apresentamos os resultados obtidos no SAEGO nos últimos anos e verificamos a opinião dos professores com relação a esses resultados.

Na primeira pergunta desta seção do questionário, apresentamos o gráfico dos resultados dos alunos da rede do Estado de Goiás dos últimos anos no SAEGO, distribuídos de acordo com o nível de proficiência do 9° Ano, Figura 8 do Capítulo 4 e levantamos a opinião dos professores:



- 27,6% deles dizem que os resultados do SAEGO mostram a realidade de seus alunos;

- $55,2\%$ deles dizem que os resultados do SAEGO mostram parcialmente a realidade de seus alunos, pois muitos não respondem as avaliações com responsabilidade.
- $17,2\%$ deles dizem que os resultados do SAEGO não mostram a realidade dos meus alunos.

Na pergunta seguinte, levantamos que $89,7\%$ dos professores relataram que muitos alunos concluem o Ensino Fundamental sem adquirir um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para essa etapa de ensino e chegam no Ensino Médio com dificuldades de aprendizagem. Apresentaremos a seguir os relatos dos professores que mencionam os motivos de acordo com a realidade da sua escola, dos alunos não concluírem o Ensino Fundamental com todas as habilidades desenvolvidas.

Professor A: *A base dos alunos é fraca.*

Professor D: *O que ocorre é um acumulo de dificuldades trazidas desde o Ensino Fundamental 1, pois lá os alunos não desenvolvem completamente as habilidades aritméticas e a Álgebra não é explorada nessa fase. Quando o aluno chega ao sexto ano, o professor da rede estadual não tem a liberdade e às vezes o interesse em proporcionar aulas e atividades que visem diminuir as lacunas na aprendizagens trazidas da primeira fase. O foco na preparação nas provas externas também atrapalha o processo de ensino aprendizagem, pois somos orientados a "treinar" os alunos para responderem as provas.*

Professor E: *A cobrança exagerada do governo em atender as demandas dos conteúdos bimestralizados. Sempre os conteúdos das provas externas (ADA) devem ser trabalhados, o que no meu ponto de vista não respeita o desenvolvimento dos alunos.*

Professor F: *Vejo um problema no Sistema educacional, onde deveria ocorrer uma junção entre as matrizes curriculares do ensino fundamental e do ensino médio, de forma a serem cumpridas suas expectativas. Vale ressaltar a importância da União das famílias dos alunos para com a comunidade escolar.*

Professor H: *Falta de profissionais qualificados.*

Professor J: *Falta de interesse dos alunos no processo aprendizagem e cumprimento de metas estipuladas pelo governo.*

Professor L: *A deficiência de conteúdo começa no ensino fundamental I* *onde os alunos não aprendem o básico, chegam com muita dificuldade na leitura e interpretação sem falar na dificuldade de resolver as 4 operações.*

Professor M: *Os motivos são os mais diversos, podem ser de ordem intelectual, relativos ao interesse do aluno pelo aprendizado, de ordem social, ou outros. Mas quaisquer destes são meramente sintomáticos, efeito e não causa. Em minha limitada observação da realidade vivenciada em sala de aula só posso especular. E não vejo outra causa senão o abandono da educação por parte dos três responsáveis constitucionais pela mesma: família, sociedade e estado. A família tem delegado esse papel a escola, a sociedade simplesmente o abandonou e o estado, que poderia participar da educação nas suas mais variadas instâncias: assistência social, segurança pública, cultura, assistência psicossocial, proteção ao meio ambiente entre outros, não apresenta conexões destas com a escola e com o processo de ensino aprendizagem. Restando a responsabilidade pela educação, que deveria ser compreendida amplamente pela tríade citada acima, a uma única instância do estado, a Escola. E muitas vezes dentro da escola essa responsabilidade é atribuída integralmente à figura do professor, o que se apresenta na forma de uma transformação do restante do corpo docente em uma espécie de inquisição educacional que subverte o papel destes atores, os quais deveriam atuar apoiando professores, alunos e o processo de ensino aprendizagem, transformando-os em meros fiscais do trabalho realizado pelo professor.*

Professor N: *A retomada de conteúdos, juntamente com as avaliações externas inviabilizam o cumprimento do currículo, avançando o aluno sem os conhecimentos necessários da próxima etapa.*

Professor P: *A falta de interesse dos alunos é um fator que influencia na falta de aprendizagem, e também alguns recursos poderiam ser melhores investidos pelo governo.*

Professor Q: *Infelizmente estamos recebendo alunos no ensino médio com muita defasagem de conteúdo. Muitos sabem apenas aplicar os algoritmos.*

Professor W: *Acredito que principalmente por falta de foco dos alunos e uma dificuldade pré suposta por eles em iniciar os estudos algébricos.*

Professor α: *Dificuldade na matemática básica.*

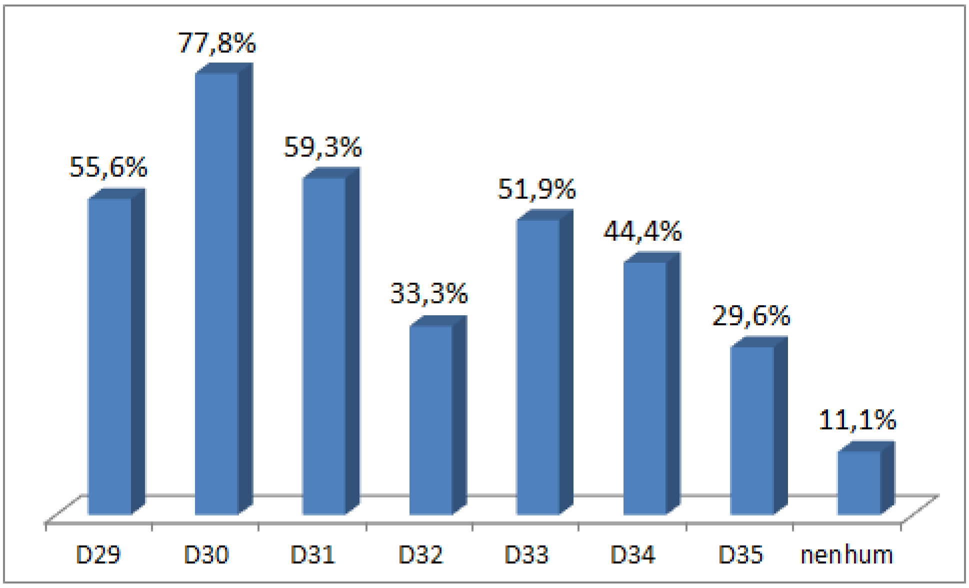
Professor γ: *Defasagem no ensino ao longo dos anos escolares*

Professor π: *Ao chegar na segunda etapa do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) a maioria dos pais/responsáveis deixam de acompanhar os alunos nos estudos em casa, ficando estes muito à vontade e sem dedicação aos estudos - realização de atividades, revisão dos conteúdos - ficando apenas com o que é ensinado em sala de aula. Outro agravante é o uso demasiado do celular em redes sociais e jogos ocupando o tempo todo que deveria estar estudando. Portanto, ao realizar as avaliações externas, como a avaliação do SAEGO, não apresentam conhecimento suficiente para resolver de forma correta, não tendo assim interesse e jogando no "bicho".*

Analisando os relatos podemos observar que fica evidente que existe três motivos principais que levam os alunos a não desenvolverem as habilidades referentes a essa etapa de ensino: a dificuldade de aprendizagem advinda do Ensino Fundamental I, a falta de interesse dos alunos e da família e o processo utilizado nas escolas na preparação do alunos para as avaliações externas.

Partimos então para a análise das habilidades dos descritores apresentados no Capítulo 4 na Tabela 21, que o professor acredita que seus alunos desenvolvem ao concluir o Ensino Fundamental. A pergunta apresenta o seguinte enunciado: *Assinale as habilidades que você acredita que seus alunos desenvolveram ao concluir o Ensino Fundamental.* A figura a seguir apresenta o gráfico, relativo a porcentagem de cada descritor, considerando que 27 professores opinaram para essa questão.

Figura 17: Descritores adquiridos pelos alunos ao concluírem o Ensino Fundamental

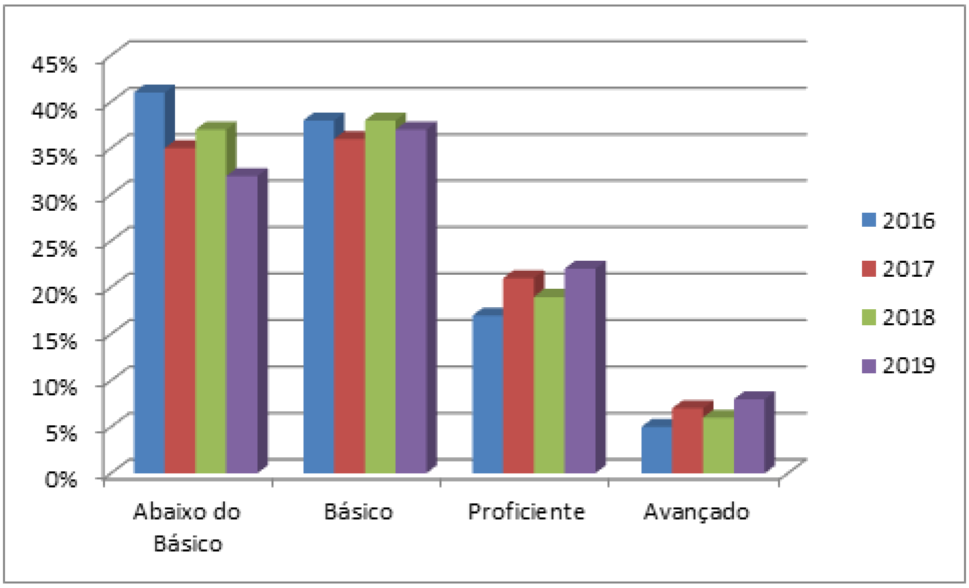


Fonte: Elaborado pelo autor.

Observando os dados do gráfico, nota-se que apenas quatro descritores (D29, D30, D31 e D32) apresentam mais de 50% de aquisição segundo a visão dos professores. Assim, podemos dizer que a maioria dos alunos conseguem resolver problemas de variação proporcional, de expressões algébricas e de equações do 1º e do 2º grau. Comparando com os dados do SAEB e o nível de proficiência que a maioria dos alunos se encontram, nota-se que a resolução de problemas de variação proporcional é notada pelos professores.

Ainda, observamos que três descritores (D32, D34 e D35) apresentam pouca aquisição segundo os professores, o que nos diz que a minoria dos alunos conseguem identificar expressões algébricas em sequências de números ou figuras e resolver problemas com sistemas de equações do 1º grau. Revelando que as visões dos professores estão de acordo com os dados obtidos na avaliação SAEB.

Nas perguntas finais, buscamos fazer a mesma análise com relação ao Ensino Médio. Apresentamos a Figura 11, do Capítulo 4, com o seguinte enunciado *"O gráfico a seguir apresenta os resultados dos alunos da rede do Estado de Goiás dos últimos anos no SAEGO, distribuídos de acordo com o nível de proficiência da 3ª Série do Ensino Médio. Em sua opinião:"*, 24 professores apresentaram suas opiniões, sendo que:



- $29,2\%$ afirmam que os resultados do SAEGO mostram realmente a realidade de seus alunos;

- $58,3\%$ afirmam que os resultados do SAEGO mostram parcialmente a realidade dos seus alunos, pois muitos não respondem as avaliações com responsabilidade;
- $12,5\%$ afirmam que os resultados do SAEGO não mostram a realidade de seus alunos.

Os professores em sua maioria acreditam que a avaliação SAEGO mostra parcialmente a realidade dos alunos, pois muitos alunos não compreendem a importância da avaliação no processo de ensino aprendizagem e respondem a avaliação sem compromisso, não fazem a leitura das questões e assinalam qualquer alternativa. Para que realmente se consiga mostrar a realidade dos alunos é necessário um envolvimento de toda a comunidade escolar para a conscientizar os alunos.

Na pergunta seguinte, indagamos segundo os dados do gráfico que muitos alunos concluem o Ensino Médio sem adquirir um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para essa etapa de ensino. 76% dos professores concordaram e 24% dos professores concordaram parcialmente (pois a minoria dos alunos apresentam dificuldades). Deixamos o espaço aberto para os professores, justificarem os motivos pelos quais os alunos em sua maioria não desenvolvem essas habilidades de acordo com a realidade de sua escola. A seguir, descrevemos as justificativas dos professores.

Professor D: *O ensino médio é uma consequência do baixo nível de aprendizagem dos alunos no ensino fundamental. A maioria dos conteúdos a serem trabalhados dependem de uma base bem fundamentada, o que infelizmente a maioria dos nossos alunos não tem.*

Professor E: *O desenvolvimento dos conteúdos e atrelado a ADA e as demais avaliações externas. No meu ponto de vista, o uso de avaliações externas ou similares não conseguem delimitar o desenvolvimento real dos alunos.*

Professor F: *Vejo um problema no Sistema educacional, onde deveria ocorrer uma junção entre as matrizes curriculares do ensino fundamental e do ensino médio, de forma a serem cumpridas suas expectativas. Vale ressaltar a importância da União das famílias dos alunos para com a comunidade escolar.*

Professor K: *Falta de interesse dos alunos no processo aprendizagem e cumprimento de metas estipuladas pelo governo, tempo para cumprir o currículo.*

Professor M: *A falta de material para trabalhar e despertar o interesse do* *aluno ficando só em lista de atividades.*

Professor R: *Dificuldade e falta de interesse dos alunos.*

Professor Y: *Acredito que principalmente por falta de foco dos alunos e uma dificuldade pré suposta por eles em iniciar e dar sequência aos estudos do campo da Álgebra.*

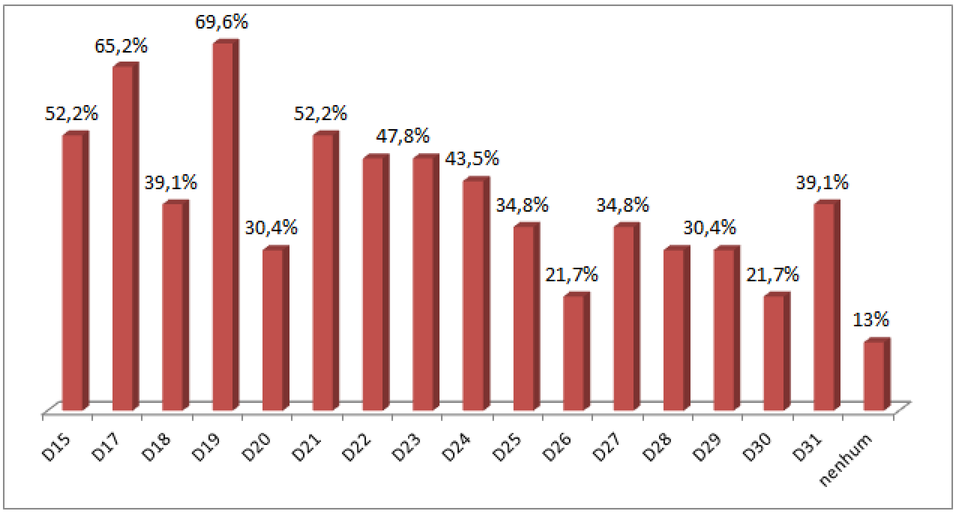
Professor α: *Dificuldade na matemática básica que vem se arrastando desde o ensino fundamental.*

Professor π: *Hoje, a ausência dos pais/responsáveis na vida escolar dos alunos do Ensino Médio e a falta de interesse do próprio aluno, são os grandes problemas enfrentados. Com a ideia implantada na cabeça dos alunos que não se reprova, devido a exigência de diretores e coordenadores para mostrar ao Estado que a escola vai muito bem, também faz com que o aluno não se preocupe em estudar para que de fato seja aprovado com conhecimento e aprendizagem dos conteúdos do currículo.*

Diante do relatado dos professores, observamos que a dificuldade de aprendizagem trazidas do Ensino Fundamental II, a falta de compromisso dos alunos e a metodologia utilizada para preparar os alunos para as avaliações externas são os principais motivos que dificultam o desenvolvimento adequado das habilidades propostas para essa etapa de ensino.

No Capítulo 4, apresentamos a Tabela 22 com os descritores, buscamos nesta pergunta identificar as habilidades que professor acredita que seus alunos desenvolveram ao concluir o Ensino Médio. 23 professores opinaram e os resultados obtidos estão representados pelo gráfico na figura a seguir.

Figura 18: Descritores adquiridos pelos alunos ao concluírem o Ensino Médio



Fonte: Elaborado pelo autor

Observamos que apenas quatro descritores (D15, D17, D19 e D21) apresentam mais de 50% de aquisição segundo a opinião dos professores. Comparando esses descritores com os resultados do SAEB, descritos no Capítulo 3 onde a maioria dos estudantes encontram-se no nível 3 de proficiência, nota-se que o mesmo é vivenciado pelos professores. Os estudantes conseguem resolver problemas de variação proporcional, de funções do 1º e 2º grau e de identificar gráficos dessas funções.

De acordo com os professores, doze descritores (D18, D20, D22 ao D30) apresentam aquisição inferior a 50% segundo a opinião dos professores. O que nos mostra que 75% das habilidades referentes aos conteúdos de Álgebra não são adquiridas pela maioria dos alunos, eles apresentam dificuldades em analisar gráficos de funções do 1º e 2º graus, compreender funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas , resolver problemas de progressões e de sistemas lineares associados à matrizes.

Na Seção VI do questionário, o espaço ficou aberto para os professores relatarem a respeito do ensino da Álgebra na Educação Básica (dos conteúdos, dos livros didáticos, da realidade dos seus alunos, etc...) alguma experiência, indagação ou reflexão.

Iniciamos com relato do professor A que menciona que *o ensino de álgebra na educação básica é um desafio para o professor* vivenciado também pelo professor L onde diz que *o ensino da matemática precisa de mais recursos para despertar o interesse* *do aluno no conteúdo mostrar como é amplo e não só uma lista de atividades dentro de sala de aula.*

O Ensino da Álgebra, pode proporcionar ao aluno muito mais, dependendo da maneira como esse conteúdo é vivenciado pelo aluno na sala de aula. O professor D relatou que a *Álgebra é uma área da matemática que muito tem a contribuir com o desenvolvimento intelectual dos nossos alunos. Porém, a forma como nós a tratamos (professores, sistemas de ensino, livros didático) a faz parecer algo sem sentido e sem necessidade. Inúmeras são suas aplicações, principalmente em tecnologia, e se conseguíssemos mostrar isso para os nossos alunos, que algo completamente abstrato pode ser aplicado, pode ser utilizado para resolver problemas reais, fazê-la parecer palpável, acessível, importante, poderíamos sim desmistificar a álgebra como sendo apenas a matemática com letras.*

Neste mesmo sentido, o professor Professor M nos apresentou sua reflexão: *O ensino da matemática tem sido abordado de forma cada vez mais contextualizada e tem sido explorado cada vez mais o seu aspectos prático, aplicável, raso e imediatista em detrimento da matemática pura que muitas vezes é rechaçada principalmente por indivíduos de outras áreas do conhecimento. Cada vez mais conteúdos são agregados a essa gama de "inutilidades" da matemática e vez ou outra a álgebra aparece ali. Que um dia essas pessoas façam como Einstein, um velho crítico da matemática teórica, sem serventia, "uma erudição fútil", quem teve que rever sua crítica pois sem o apoio da matemática pura não teria demonstrado sua teoria da relatividade. Ou simplesmente aceitem que sem o cálculo de Newton ou sem sua teoria da gravitação universal não se poderia lançar satélites em órbita da forma como se faz hoje, o que impediria a telecomunicação e todos os avanços tecnológicos concomitantes. Que reconheçam o papel da matemática pura, a indispensabilidade da álgebra e que nem sempre seus desdobramentos práticos são tão óbvios e possíveis de serem trabalhados em sala de aula da educação básica, ainda que seu ensino seja, além de sublime, fundamental para o progresso social, científico e tecnológico.*

Os professores E e J apresentaram sugestões para melhoria do currículo:

- **Professor E:** *Gostaria de ver a inserção dos conceitos algébricos no 6 ano. Entendo que as ideais elas aparecem naturalmente, no entanto ainda não consegui ver material elaborado para esta série.*
- **Professor J:** *Acredito que o estudo das funções exponencial e logarítmica poderia*

ser ministradas no 2° ano do ensino médio onde os alunos têm mais maturidade para o conteúdo.

E encerramos com a contribuição do professor N, *"vejo o ensino algébrico de forma mecânica, não apresentando aos alunos sentido de o porque estão estudando aquele conteúdo. Mesmo que tenho tentado levar novos métodos, existem muitos professores enraizados, dificultando o gosto pela matemática".*

Observamos pelos relatos, que os professores reconhecem a importância da Álgebra no processo de ensino aprendizagem da Matemática, porém a forma como ela vem sendo trabalhada tem proporcionado um ensino ineficaz que pode ser revertido com mudanças tanto na postura do professor quanto no currículo proposto.

Diante do exposto, observamos que no ensino da Álgebra no Ensino Fundamental II existe um insatisfação da maioria dos professores com relação a distribuição dos conteúdos no currículo proposto pelo Estado e grande deles parte não conseguem executar o currículo em sua totalidade durante o ano letivo e relatam a maioria dos alunos concluem o Ensino Fundamental II sem adquirir os conhecimentos necessários para essa etapa, sendo que 57% do total de descritores referente à Álgebra não são contemplados.

Observamos ainda que, no Ensino Médio a maioria dos professores estão satisfeitos com a organização do currículo proposto pelo Estado, porém a maioria deles não conseguem executar todo o conteúdo proposto durante o ano letivo. A maioria dos professores reconhecem que os alunos concluem essa etapa de ensino sem adquirir os conhecimentos necessários, pois 76% dos descritores referentes aos conteúdos de Álgebra não são contemplados pela maioria dos alunos.

Os professores relataram que os principais motivos que prejudicam o cumprimento do currículo proposto pelo Estado são as dificuldades de aprendizagem acumulada pelos alunos ao longo dos anos escolares, a falta de interesse dos alunos e a maneira como o sistema propõe na preparação dos alunos para as avaliações externas, tanto no Ensino Fundamental II quanto no Ensino Médio.

5.4 Relato Reflexivo da Pesquisadora

A autora possui formação em Licenciatura e Bacharel em Matemática, tem 38 anos e atua como professora na rede pública de ensino há 17 anos. Ministra atualmente aulas em uma escola de ensino regular para turmas de Ensino Médio. Relata que conhece um pouco da história da Álgebra utilizando-a às vezes durante suas aulas. Com relação ao livro didático, ela procura utilizar com frequência em suas aulas, pois eles apresentam conteúdos de acordo com o currículo proposto pelo Estado. Relata que os livros didáticos apresentam poucas contextualizações e aplicações do cotidiano, apresenta em sua maior parte exercícios repetindo os modelos demonstrados pelas fórmulas.

A linguagem algébrica, segundo a autora, se expressa no ensino da Álgebra através de uma linguagem natural e através de símbolos, palavras, abreviações e procedimentos geométricos. Durante a exposição de conteúdos e na realização das atividades procura enfatizar a linguagem e o pensamento algébrico. Reconhece que adota seguintes concepções de Educação Algébrica:

- *Linguistico pragmática* e a *quarta concepção* de Fiorentini *et al*;
- *Letrista* e *Letrista Facilitadora* de Lins e Gimenez;
- *Como estudo de procedimentos* de Usiskin;
- *Como Caminhos de Pensamento*, *Como Atividade* e *Como Ferramenta* de Lee.

A autora não ministra aula no Ensino Fundamental II no momento, mas como já atuou nessa etapa concorda parcialmente com o currículo proposto pelo Estado, pois nem sempre era possível trabalhar todas as expectativas de aprendizagem devido a dificuldade de aprendizagem dos alunos trazidas nas séries anteriores, o excesso de listas de exercícios e avaliações diagnósticas (ADA) que são trabalhadas de forma intercalada com o conteúdo previsto em cada bimestre e a falta de interesse da maioria dos alunos.

O currículo do Ensino Médio proposto, em sua maioria, concordam com as ideias da autora, porém relata que na 1ª Série há uma concentração de conteúdos, que poderiam ser divididos em outra etapa. Na 2ª Série concorda parcialmente com a proposta de trabalhar a linguagem algébrica na resolução das equações trigonométricas e nas funções trigonométricas, pois não consegue trabalhar todas as expectativas de aprendizagem devido à falta de conhecimento prévio dos alunos e da complexidade do conteúdo. Na 3ª Série, concorda com a proposta do conteúdo, porém confessa que prefere focar na revisão de conteúdos no 3º bimestre e somente no 4º bimestre ministra os conteúdos de números complexos e polinômios devido a pouca aplicabilidade desses conteúdos no ENEM. Com relação ao cumprimento do currículo, consegue cumprir parcialmente devido a quantidade de conteúdos, a dificuldade de conteúdos que os alunos trazem de um ano para outro e da quantidade de listas extras de atividades e avaliações que visam preparar os alunos para as avaliações externas.

Os alunos, segundo a autora, concluem o Ensino Fundamental sem adquirir um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para essa etapa, pois apresentam muitas dificuldades quando iniciam o Ensino Médio. A avaliação SAEGO mostra a realidade dos seus alunos, pois a maioria não apresenta um nível avançado de conhecimento e concluem o Ensino Médio sem adquirir um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para essa etapa de ensino. Dentre as habilidades que a maioria dos seus desenvolvem são as representadas pelos descritores D15, D17, D18, D19, D21, D22 e D29.

Assim, a autora encerra dizendo: *A metodologia adotada pelo Estado propõe para as escolas preparar os alunos para as avaliações externas através da constante aplicação de lista de exercícios e avaliações diagnósticas no final dos bimestres, o que tem proporcionado aulas repetitivas, sem contextualização, os alunos não percebem aplicação no cotidiano e os exercícios propostos utilizam em sua maioria uma linguagem simbólica que proporciona um ensino mecânico.*

Diante do exposto, observamos que a autora e os professores analisados admitem ter pouco conhecimento da história da Álgebra e utilizam às vezes a história do conteúdo durante as aulas, que utilizam o livro didático com frequência na sala de aula, pois esses apresentam a maioria dos conteúdos de acordo com o currículo proposto em cada etapa de ensino. Porém, divergem opiniões com relação à contextualização dos exercícios nos livros didáticos.

Apresentam a mesma opinião com relação às maneiras que a linguagem algébrica pode ser expressada, contudo a maioria dos professores prioriza o uso da linguagem simbólica, enquanto a autora prioriza a linguagem e o pensamento algébrico. Adotam como a maioria dos professores a concepção linguístico pragmática e como estudo de procedimentos, apresentam dificuldade com relação ao cumprimento do currículo do Ensino Fundamental II e concordam com a maioria das propostas no currículo do Ensino Médio.

Com relação aos resultados da avaliação SAEGO, a autora relata que apresenta a realidade de seus alunos e a maioria dos professores relatam que mostram parcialmente a realidade de seus alunos. Mas ambos acordam que a maioria os alunos concluem o Ensino Médio sem desenvolverem as habilidades esperadas para essa etapa de Ensino.

Portanto, podemos observar que o ensino da Álgebra nas escolas públicas de Goiás precisa de mudanças para que as habilidades propostas sejam desenvolvidas pelos alunos.

6 Considerações finais

Ao iniciar esta pesquisa, havia uma enorme curiosidade para verificar se as indagações da autora com relação ao Ensino da Álgebra se fazia presente na concepção de outros professores.

Durante o desenvolvimento desse trabalho, podemos observar o quanto a Álgebra se faz presente em muitos momentos da história da humanidade. As formas como ela é concedida por cada civilização, as formas que ela pode ser observada pelo professor na sala de aula para compreender o pensamento do aluno, considerando os quatro estágios (o retórico, o sincopado, o simbólico e o geométrico) que marcaram a sua história.

A proposta do Ensino da Álgebra, nos documentos nacionais, apresenta que o currículo deve ser voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico. A Álgebra deve ser trabalhada em sua totalidade levando o aluno a compreender sua presença no seu cotidiano e sua aplicação na Matemática e em outras áreas, ou ainda, que o aluno se tornem críticos e capazes de interpretar, construir e resolver situações problemas. No âmbito do Estado de Goiás, o currículo proposto fundamenta-se em sua maioria na linguagem simbólica da Álgebra. Os resultados da avaliação SAEB e SAEGO revelaram que a maior parte dos alunos da rede pública do Estado de Goiás apresentam nível mínimo de desenvolvimento das habilidades referentes aos conteúdos de Álgebra. E ainda, segundo os professores a maior parte dos alunos concluem o 9º Ano do Ensino Fundamental e a 3ª Série do Ensino Médio sem desenvolverem as habilidades específicas de cada etapa.

Diante das análises, evidenciamos que a maioria dos professores adotam a concepção Linguistico pragmática de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), a concepção Estudo de Procedimentos de Usiskin (1995) *apud* Figueiredo (2007) e predominam o uso de uma linguagem simbólica durante as aulas. Os professores mostraram insatisfação quanto a proposta do currículo do Estado de Goiás, relatando que não conseguem cumprir todos os conteúdos propostos durante o ano letivo devido a dificuldade acumulada pelos alunos ano longo dos anos escolares, a falta de interesse dos alunos e o excesso de lista de atividades, avaliações diagnósticas propostas pela Secretária de Educação do Estado de Goiás que devem ser trabalhadas bimestralmente.

Assim, podemos concluir que o ensino da Álgebra na Educação Básica necessita de mudanças conceituais, procedimentais e atitudinais. Podemos destacar ainda que o ensino mecânico está presente na maioria das aulas de Álgebra, sendo assim necessário investimentos na formação continuada de professores e em recursos tecnológicos para que se possibilite um ensino mais atrativo e significativo.

Finalmente apontamos que o desenvolvimento dessa dissertação proporcionou uma análise específica do Ensino da Álgebra, levando à uma reflexão crítica que visa auxiliar professores a melhorem a qualidade dos planejamentos de aula e a desenvolverem um ensino com carácter amplo e organizado auxiliando os alunos na construção do conhecimento algébrico. Ressaltamos ainda, a necessidade de desenvolvimentos de pesquisas na sala de aula, com os alunos da rede pública, que proporcionem o contato com metodologias e tecnologias que auxiliem no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Referências

[1] ALMEIDA, Jadilson Ramos. *Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: Um modelo para os problemas de partilha de quantidade.* Tese de doutorado. Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Recife, 2016.

[2] ARANÃO, Ivana Valéria Denófrio. *Matemática através de brincadeiras e jogos.* 7ª ed. Papirus Editora, 2020.*E-book.*

[3] ARAÚJO, Elizaberth Adorno de. *Ensino de álgebra e formação de professores.* Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 10, n. 2, pp. 331-346, 2008.

[4] BACCARIN, Sandra Aparecida de Oliveira. *Investigação Matemática: Uma análise de sua contribuição na construção de conceitos algébricos.* Universidade de Brasília. Brasília, 2008.

[5] BERLINGOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. *A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. Tradução de Elza Gomide, Elena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

[6] BORBA, Marcelo C.; ARAÚJO, Jussara de Loiola. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática: notas introdutórias.* In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

[7] BOYER, Carl. *História da Matemática.* 11ª Edição .São Paulo: Editora Edgard Blùcher, 1994.

[8] BOYER, Carl; MERZBACH, Uta C. *História da matemática.* Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

[9] BRASIL. *Base Nacional Curricular Comum.* Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 16 de outubro de 2020.

[10] BRASIL. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).* Ciências da Natureza e Matemática e Suas Tecno-

logias. Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 20 de outubro de 2020.

[11] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática - 5ª a 8ª Séries).* Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 16 de outubro de 2020.

[12] BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio).* Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999. Parte III. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 16 de outubro de 2020.

[13] BRASIL. *Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.* Resolução CNE/CEB n° 3, de 26 de junho de 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 16 de outubro de 2020.

[14] BÚRIGO, Elisabete Zardo. *Tradições Modernas: reconfigurações da matemática escolar nos anos 1960.* In: Boletim de Educação Matemática. BOLEMA (Online), v. 23, n. 35B. Rio Claro, SP, 2010

[15] CHAQUIAM, Miguel. *Ensaios temáticos: história e matemática em sala de aula.* Belém: SBEM, 2017.

[16] CLEMENT, Luiz; TERRAZZAN, Eduardo Adolfo. *Atividades Didáticas de Resolução de Problemas e o Ensino de Conteúdos Procedimentais.* REIEC, Volume 6 N.1 , p.87-101, 2011.

[17] D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática.* (Coleção Perspectivas em Educação Matemática). 2.ed. São Paulo: Papirus, 1997.

[18] EVES, Howard. *Introdução à história da matemática.* Tradução Hygino H. Domingues. 5.ed. São Paulo: Editora da Unicamp, 2011.

[19] FARIAS, Robson Fernandes de. *Para gostar de ler a história da matemática.* São Paulo: Editora Átomo, 2010.

[20] FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. *Saberes e concepções de Educação Algébrica em um curso de Licenciatura em Matemática.* PUC, São Paulo, 2007.

[21] FIORENTINI, Dario. MIORIM, Maria Ãngela. MIGUEL, Antonio. *Contribuições para um repensar... a Educação Álgebrica Elementar.* Pró-Posições- Campinas, v.4, n.1, 1993.

[22] GIL, Antônio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social.* 6.ed. São Paulo: Atlas SA, 2008.

[23] GIL, Paulo Duarte Bastos. *François Viète: o despontar da Álgebra simbólica.* Tese de Mestrado, FCUP, Departamento de Matemática pura, 2001.

[24] GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. *Métodos de pesquisa.* Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil (UAB/UFRGS) e pelo Curso de Graduação Tecnológica, Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

[25] GOIÁS. *Currículo Referência da Rede Estadual de Educação de Goiás.* Pacto pela Educação. Um futuro melhor exige mudanças. Versão Experimental. 2019. Disponível em: https://site.educacao.go.gov.br/wp-content/uploads/2019/04/CurriculoReferencia.pdf.

[26] GOIÁS. *Secretaria de Estado da Educação. SAEGO – 2018.* Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. V. 3 (2018), Juiz de Fora, Anual. Conteúdo: Revista do Sistema, Rede Estadual ISSN 2238-0086

[27] GOMES, Maria Laura Magalhães. *História do Ensino de Matemática: uma introdução.*UFMG. Belo Horizonte, 2012.

[28] LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Companion.* Campinas: Papirus, 1997.

[29] MANZATO, Antônio José; SANTOS, Adriana Barbosa. *A elaboração de questionários na pesquisa quantitativa.* Departamento de Ciência de Computação e Estatística. IBILCE-UNESP, 2012.

[30] MORALES, Cíntia *et al. Uma história da Educação Matemática no Brasil através dos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.* Monografia de Pós Graduação. Faculdade de Educação São Luís. Jaboticabal, São Paulo, 2003.

[31] OLIVEIRA, Vanessa Castro de; *el al. A História da Matemática e o processo de ensino aprendizagem* XX EREMAT - Encontro Regional de Es-

tudantes de Matemática da Região Sul Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. 13-16 nov. 2014. Disponível em: https://eventos.unipampa.edu.br/eremat/files/2014. Acesso em: 10 de janeiro de 2020.

[32] PAVANELLO, Regina Maria. *O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.* Zetetiké , n° 1, p. 7-17, 1993.

[33] RAMOS, Maria Dalila Correia Pedrosa. *Da Álgebra Geométrica à Geometria Analítica de Descartes e de Fermat.* Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto em Matemática, 2013.

[34] ROQUE, Tatiane. *História da Matemática.* Editora Schwarcz, Companhia das Letras , 2012. *E-book.*

[35] RUDEK, Beatriz; SILVA, Karoline Barone Ribeiro da. *OMAR KHAYYAM: UMA BIOGRAFIA.* Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178-034X.Curitiba – Paraná, 18 a 21 de julho de 2013.

[36] SANTOS, Andréia Nunes dos; SOUSA, Juciane de. *A História da Matemática como instrumento de ensino e aprendizagem na Educação Básica.* Número Especial –IV Seminário Cearense de História da Matemática. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática -Volume 07, Número 20, 451–458. 2020. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2832/3013 . Acesso em 10 de janeiro de 2021.

[37] SESSA, Carmem. *Iniciação ao estudo didático da álgebra: origem e perspectivas.* Tradução Damian Kraus. São Paulo: Edições SM, 2009.

[38] SILVA, Aléx Gomes da. *A História da Matemática no processo ensino-aprendizagem: Uma discussão a partir da percepção de professores.* Pedagogia em Foco, Iturama (MG), v. 12, n. 7, p. 147-156, jan./jun. 2017. Disponível em: https://revista.facfama.edu.br/index.php/PedF/article/view/262/213 . Acesso em 10 de janeiro de 2021.

[39] SORTISSO, Alessandra Fabian. *Considerações iniciais de uma professora em formação sobre o ensino da álgebra.* Revista da Graduação, v. 4, n. 2, 21 nov. 2011.

ANEXOS

A

MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SAEB: TEMAS E SEUS DESCRITORES 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

I. ESPAÇO E FORMA	
D1	Identificar a localização/movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
D2	Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações.
D3	Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.
D4	Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
D5	Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
D6	Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.
D7	Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.
D8	Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares).
D9	Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.
D10	Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos.
D11	Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações.
II. GRANDEZAS E MEDIDAS	
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D14	Resolver problema envolvendo noções de volume.
D15	Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida.
III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES	
D16	Identificar a localização de números inteiros na reta numérica.
D17	Identificar a localização de números racionais na reta numérica.
D18	Efetuar cálculos com números inteiros, envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D19	Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D20	Resolver problema com números inteiros envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).

D21	Reconhecer as diferentes representações de um número racional.
D22	Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
D23	Identificar frações equivalentes.
D24	Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos.
D25	Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D26	Resolver problema com números racionais envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).
D27	Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.
D28	Resolver problema que envolva porcentagem.
D29	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D30	Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
D31	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
D32	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em seqüências de números ou figuras (padrões).
D33	Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
D34	Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
D35	Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.
IV.TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	
D36	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D37	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

Fonte:INEP

B

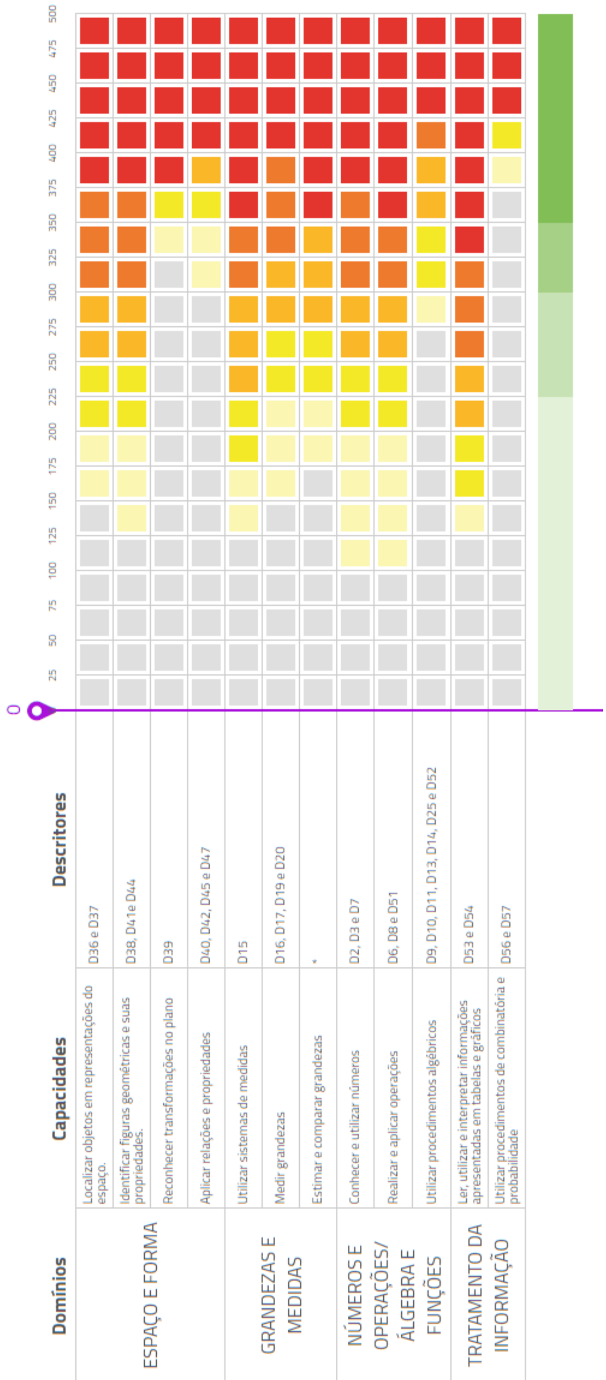
MATRIZ DE REFERÊNCIA DE MATEMÁTICA DO SAEB: TEMAS E SEUS DESCRITORES - 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO

I. ESPAÇO E FORMA	
D1	Identificar figuras semelhantes mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.
D2	Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais.
D3	Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.
D4	Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.
D5	Resolver problema que envolva razões trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente).
D6	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano.
D7	Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
D8	Identificar a equação de uma reta apresentada a partir de dois pontos dados ou de um ponto e sua inclinação.
D9	Relacionar a determinação do ponto de interseção de duas ou mais retas com a resolução de um sistema de equações com duas incógnitas.
D10	Reconhecer, dentre as equações do 2º grau com duas incógnitas, as que representam circunferências.
II. GRANDEZAS E MEDIDAS	
D11	Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
D12	Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.
D13	Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera).
III. NÚMEROS E OPERAÇÕES/ÁLGEBRA E FUNÇÕES	
D14	Identificar a localização de números reais na reta numérica.
D15	Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
D16	Resolver problema que envolva porcentagem.
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
D18	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
D19	Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
D20	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
D21	Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
D22	Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
D23	Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.

D24	Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.
D25	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
D26	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
D27	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
D28	Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.
D29	Resolver problema que envolva função exponencial.
D30	Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.
D31	Determinar a solução de um sistema linear associando-o à uma matriz.
D32	Resolver problema de contagem utilizando o princípio multiplicativo ou noções de permutação simples, arranjo simples e/ou combinação simples.
D33	Calcular a probabilidade de um evento.
IV.TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO	
D34	Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.
D35	Associar informações apresentadas em listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam e vice-versa.

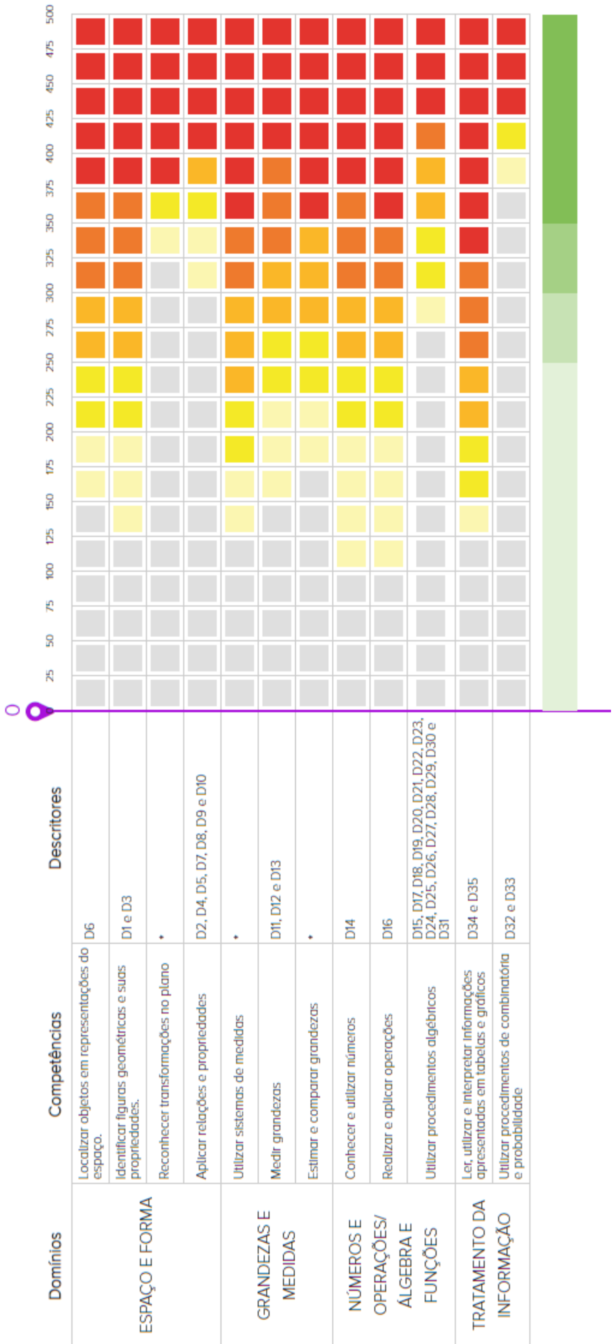
Fonte:INEP

C
Escala de Proficiência do 9º Ano



Fonte: http://www.saep.caedufjf.net/escalas-interativas. Acesso em 05 de novembro de 2020.

D
Escala de Proficiência da 3ª Série



Fonte: http://www.saep.caedufjf.net/escalas-interativas. Acesso em 05 de novembro de 2020.

E

QUESTIONÁRIO- **Pesquisa para dissertação - PROFMAT UFG**

Seção 1: Características do entrevistado

1.Qual sua formação?
( ) Licenciatura em Matemática
( ) Especialização
( ) Mestrado acadêmico
( ) Mestrado profissional
( ) Doutorado
( ) Licenciado em outra área
( ) Graduado em outra área
2.Qual a sua idade?
——
3. Sexo
( ) Masculino ( ) Feminino
4.Você é professor da disciplina de Matemática, há quanto tempo?
——-
5. A escola onde você trabalha o ensino é:
( ) regular ( ) integral
6. Você ministra aulas:
( ) somente no Ensino Fudamental.
( ) somente no Ensino Médio.
( ) no Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Seção 2: Ensino da Álgebra

1. Você conhece a história da Álgebra?
( ) Sim ( ) Um pouco ( ) Não
2. Durante as suas aulas você utiliza a "história" para ministrar um conteúdo?
( ) Sim ( ) Não ( ) Ás vezes
3. Durante suas aulas na escola, os alunos utilizam o livro didático?
( ) Sim, com frequência. ( ) Ás vezes. ( ) Não utilizam.
4. Com relação aos livros didáticos adotados atualmente pelas escolas como você nota a presença dos conteúdos de Álgebra? (Pode assinalar, quantas alternativas quiser)
( ) Está voltado, em sua maior parte, para aplicação de fórmulas com uso de letras.
( ) Apresenta exemplos e exercícios repetindo o modelo dos exemplos sem nenhuma contextualização.
( ) Apresentam exercícios contextualizados.
( ) Apresentam demonstrações de fórmulas.
( ) Apresentam a história dos conteúdos.

( ) Apresentam a aplicação dos conteúdos no cotidiano.

( ) A maioria dos conteúdos não está de acordo com a matriz curricular.

( ) Apresentam exercícios avançados para a etapa de ensino do qual foi elaborado.

( ) Apresentam exercícios avançados para os alunos, pois estes trazem dificuldades dos anos anteriores.

5. De qual(is) forma (s) a linguagem algébrica pode ser expressada no ensino da Álgebra? Você pode escolher mais de uma opção.

( ) através de uma linguagem natural

( ) através de símbolos

( ) através de palavras e abreviações

( ) através de procedimentos geométricos.

6. Durante a exposição dos conteúdos de Álgebra, na realização de atividades, você prioriza a:

( ) ênfase na linguagem simbólica (Explicação, resolução de exemplos, atividades e avaliação).

( ) ênfase no pensamento algébrico (Pensamento algébrico é a capacidade de analisar e estabelecer relações; de expressar ou explicar a estrutura de um problema, ou seja, construir um modelo matemático (modelar); de generalizar; de operar com o desconhecido; e de produzir significado para a linguagem e os objetos algébricos).

( ) ênfase na linguagem e no pensamento algébrico.

( ) Nenhuma das opções.

Seção 3: Concepções de Educação Algébrica

Analise as opções a seguir e marque aquelas que você considera durante seu trabalho com os conteúdos de Álgebra. (Você pode escolher uma, duas ou mais alternativas)

( ) Adoto como ponto de partida o cálculo literal (operações de adição, subtração, multiplicação/-fatoração e divisão de expressões algébricas), o qual é desenvolvido através de muitos exercícios visando capacitar os alunos no manejo preciso dessas expressões algébricas. Só depois disso é que eram introduzidos problemas-tipo de aplicação algébrica.

( ) Parto da introdução dos campos numéricos, da Teoria dos Conjuntos, das estruturas e das propriedades (fechamento, comutativa, elemento neutro,...), das relações e funções... Assim, o emprego das propriedades estruturais das operações serve para justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico.

( ) Procuro fazer uma síntese entre as duas anteriores, pois tento recuperar o valor instrumental da álgebra e preservo a preocupação fundamentalista, só que não com base nas propriedades estruturais, mas, sim, através do uso de modelos analógicos geométricos (blocos de madeira ou mesmo figuras geométricas) ou físicos.

( ) Proponho atividades abertas com tarefas exploratórias investigativas que permitam trabalhar a evolução do pensamento algébrico.

( ) Proponho atividades algébricas baseadas em cálculos com letras, admitindo a sequência algoritmo-exercícios.

( ) Proponho atividades usando situações concretas para lidar com expressões algébricas visando que a manipulação do "concreto" a estrutura passa por um processo de abstração sendo transformada em formal.

( ) Proponho atividades algébricas que se dá na medida em que a produção do conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação real, como uma ferramenta de estudo, ou seja, atividades de investigações de situações reais.

( ) Proponho atividades de generalização (Generalizar seria representar por sentenças os padrões numéricos, sendo que as sentenças serviriam de modelos que utilizam variáveis (letras)).
( ) Proponho atividades que tem como objetivo a manipulação do simbolismo algébrico para simplificar expressões de modo a resolver equações.
( ) Proponho atividades que envolvem variáveis como argumentos e parâmetros.
( ) Proponho atividades que tendem a tratar as variáveis sem atribuição de um significado numérico, mas com o intuito de manipular e justificar recorrendo somente às propriedades.
( ) Proponho atividades que desenvolvem a comunicação em uma linguagem algébrica que permite a evolução da linguagem Algébrica elementar.
( ) Proponho atividades que desenvolvem pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos. Exercícios que envolvem questões de raciocínio sobre padrões que controle mentalmente o desconhecido, invertendo e desfazendo novamente as operações.
( ) Proponho exercícios que envolvam modelagem matemática e pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos. Na qual a linguagem deva servir de auxílio para o pensamento algébrico.
( ) Proponho atividades que resolvem problemas de modo a veicular e transformar mensagens, seja a serviço de outras ciências, modelando as situações ou a serviço da própria Matemática.
( ) Proponho atividades que apresentam generalização dos números, estudo das estruturas da Aritmética e estudo de expressões simbólicas com letras sem atentar para o significado desses símbolos.
( ) Proponho atividades que requerem ferramentas para o pensamento algébrico ser criado. A linguagem de comunicação é a algébrica e entrelaça o currículo da Álgebra com o da Geometria.

Seção 4: Currículos

1. Com relação ao currículo do Ensino Fundamental, assinale:				
	Poderia ser iniciado antes	**Concordo, consigo trabalhar com meus alunos todas as expectativas de aprendizagem.**	**Concordo Parcialmente, pois nem sempre consigo alcançar todas as expectativas de aprendizagem**	**Deveria ser trabalho tudo em um único bimestre. Pois de um bimestre para o outro os alunos "esquecem o conteúdo".**
a. Os conteúdos de Álgebra (Equações e Inequações) só iniciam no 7ºAno.				
b. No 8ºano os conteúdos (Equações, Sistemas de Equações e Inequações) aparecem no 3° e no 4° bimestre com expectativas de aprendizagem avançadas de um bimestre para o outro.				

c. No 8°ano é proposto trabalhar os conteúdos de Espaço e Forma e Grandezas e medidas através de resoluções de problemas utilizando linguagem algébrica.				
d. No 9° Ano, no 1° bimestre é proposto trabalhar resolução de problemas utilizando uma linguagem algébrica.				
e. No 9°Ano, no 2°, 3° e 4° bimestre é proposto o conteúdo de Equações e Funções, avançando o nível das expectativas a cada bimestre.				
2. Deixe aqui, se julgar necessário alguma indagação com relação ao currículo do Ensino Fundamental II?				

3. Com relação ao currículo do Ensino Médio, assinale:					
	Poderia ser divido nas outras série, o conteúdo ficou muito concentrado nessa etapa.	**Concordo com a proposta, pois consigo trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.**	**Concordo parcialmente, pois não consigo trabalhar todas as expectativas de aprendizagem com os alunos.**	**Não concordo, pois os alunos não apresentam conhecimento adequado para desenvolver as expectativas propostas.**	**Não concordo, pois esse conteúdo deveria ser proposto em outro momento.**
a. Na 1ª Série , temos conteúdos de Álgebra em todos os bimestres. No 4° bimestre temos PA e PG que também são considerados conteúdos algébricos.					
b. Na 2ªSérie, no 1° bimestre, temos aplicações da linguagem algébrica na resolução de problemas com matrizes e na resolução de sistemas lineares.					

c. Na 2ª Série, no 2º bimestre, temos a aplicação da linguagem algébrica na resolução de problemas envolvendo razões trigonométricas.					
d. Na 2ª Série, no 2º bimestre, temos a aplicação da linguagem algébrica na resolução das equações trigonométricas e nas funções trigonométricas.					
e. Na 3ª Série, no 1° bimestre, temos os conteúdos algébricos relacionados com a geometria, no estudo da geometria analítica.					
f. Na 3ª Série, no 3° bimestre, temos a Álgebra presente no estudo dos números complexos.					
g. Na 3ª Série, no 4° bimestre, temos a Álgebra presente no estudo de Polinômios.					
h. Na 3ª Série, no 3° e 4° bimestres, é proposto a revisão de funções e revisão geral.					
4. Deixe aqui, se julgar necessário, alguma indagação com relação ao currículo do Ensino Médio?					

5. Com relação ao conteúdo (de Álgebra) previsto no currículo durante todo o ano, você consegue cumprir:			
	Totalmente	**Parcialmente**	**Não ministro aula nessa turma**
7ºAno			
8ºAno			
9ºAno			
1ªSérie			
2ªSérie			
3ªSérie			
6. Existe algum conteúdo de Álgebra que você não ministra durante o ano? Se sim, descreva-o a seguir.			

7. Quais são os motivos que interferem no cumprimento do currículo durante o ano letivo?

( ) Falta de interesse dos alunos

( ) Excesso de listas e avaliações extras (ADA)

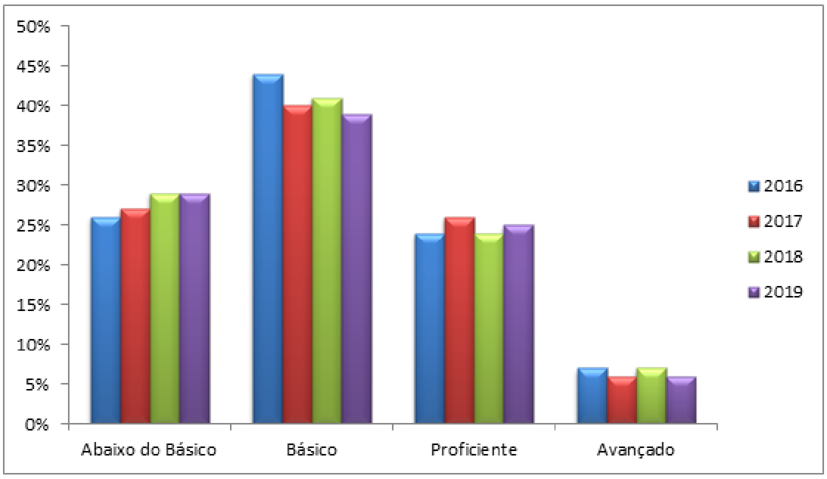
( ) Dificuldade de aprendizagem dos alunos, exigindo reforço de conteúdo.

( ) Falta de material didático.

( ) Outros.

Seção 5: Avaliação SAEGO

1. O gráfico a seguir apresenta os resultados dos alunos da rede do Estado de Goiás dos últimos anos no SAEGO, distribuídos de acordo com o nível de proficiência do 9° Ano. Em sua opinião:



( ) Os resultados do SAEGO mostram realmente a realidade dos meus alunos.

( ) Os resultados do SAEGO mostram parcialmente a realidade dos meus alunos, pois muitos não respondem as avaliações com responsabilidade.

( ) Os resultados do SAEGO não mostram a realidade dos meus alunos.

2. De acordo com o gráfico anterior, observamos que muitos alunos concluem o ensino fundamental sem adquirir um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para essa etapa de ensino. Você:

( ) Concordo, pois a maioria dos alunos chegam no ensino médio com dificuldades de aprendizagem.

( ) Concordo parcialmente, pois a minoria dos alunos chegam no ensino médio com dificuldades de aprendizagem.

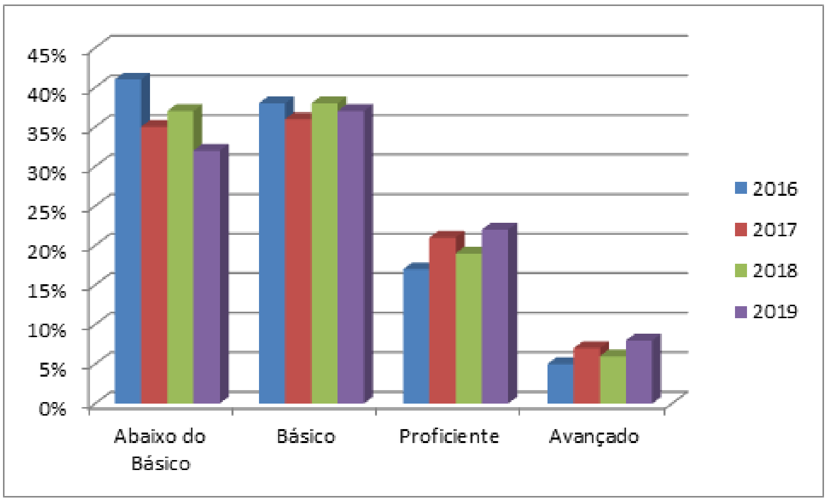
( ) Não concordo.

3. Descreva aqui, algo que justifique a resposta anterior de acordo com a realidade da sua escola. Quais seriam os motivos que você visualiza como professor?

4. Assinale as habilidades que você acredita que seus alunos desenvolveram ao concluir o Ensino Fundamental.

( ) D29 - Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
( ) D30 - Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
( ) D31 - Resolver problema que envolva equação do 2º grau.
( ) D32 - Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões).
( ) D33 - Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema.
( ) D34 - Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.
( ) D35 - Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.
( ) Nenhuma das habilidades anteriores.

5. O gráfico a seguir apresenta os resultados dos alunos da rede do Estado de Goiás dos últimos anos no SAEGO, distribuídos de acordo com o nível de proficiência da 3ª Série do Ensino Médio. Em sua opinião:



( ) Os resultados do SAEGO mostram realmente a realidade dos meus alunos.
( ) Os resultados do SAEGO mostram parcialmente a realidade dos meus alunos, pois muitos não respondem as avaliações com responsabilidade.
( ) Os resultados do SAEGO não mostram a realidade dos meus alunos.

6. De acordo com o gráfico anterior, observamos que muitos alunos concluem o Ensino Médio sem adquirir um desenvolvimento adequado das habilidades esperadas para essa etapa de ensino. Você:
( ) Concordo.
( ) Concordo parcialmente, pois a minoria dos alunos apresentam dificuldades de aprendizagem.
( ) Não concordo.

7. Descreva aqui, algo que justifique a resposta anterior de acordo com a realidade da sua escola. Quais seriam os motivos que você visualiza como professor?

8. Assinale as habilidades que você acredita que seus alunos desenvolveram ao concluir o Ensino Médio.
( ) D15- Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.
( ) D17- Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.
( ) D18 - Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
( ) D19- Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.
( ) D20- Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.
( ) D21- Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.
( ) D22- Resolver problema envolvendo P.A./P.G. dada a fórmula do termo geral.
( ) D23- Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes.
( ) D24-Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico.
( ) D25 -Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.
( ) D26- Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau.
( ) D27- Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função exponencial.
( ) D29- Resolver problema que envolva função exponencial.
( ) D30- Identificar gráficos de funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente) reconhecendo suas propriedades.
( ) D31- Determinar a solução de um sistema linear associando-o a uma matriz.
( ) Nenhuma das habilidades anteriores.

Seção 6: Agradecimentos e sugestões

Caro professor, escreva aqui algum comentário a respeito do ensino da Álgebra na Educação Básica (dos conteúdos, dos livros didáticos, da realidade dos seus alunos, etc...) que você queira deixar como contribuição para a minha dissertação. Alguma experiência, indagação ou reflexão que você sente necessidade de compartilhar. O espaço aqui é livre pra você!!!

Agradeço muito sua colaboração, suas informações são muito importantes para o resultado do meu trabalho. Obrigada, por dedicar um tempo do seu dia para me ajudar. Grata!!!! Caso tenha curiosidade em saber o resultado dessa pesquisa , deixe aqui seu e-mail(Não é obrigatório)