

Proposta do Minicurso
“Tópicos de Topologia e Análise no Espaço \mathbb{R}^n ”
para o III Colóquio de Matemática - Região Centro Oeste

Ronaldo Freire de Lima

Departamento de Matemática - CCET, Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Natal, RN

E-mail: ronaldo@ccet.ufrn.br

RESUMO

Neste minicurso, nos propomos a abordar alguns conceitos e resultados essenciais da Topologia e da Análise no espaço \mathbb{R}^n , os quais permeiam diversas teorias matemáticas, como Geometria Diferencial, Equações Diferenciais e Análise Complexa, e que, desta forma, fazem-se imprescindíveis aos estudantes de ciências exatas.

Mais especificamente, introduziremos, na primeira aula, o \mathbb{R}^n como um espaço topológico (munido da topologia induzida pela métrica euclidiana) juntamente com as noções de convergência de seqüências, conjunto aberto, fechado, compacto e conexo. Na segunda aula, consideraremos os conceitos de limite e continuidade de aplicações entre subconjuntos de espaços euclidianos e, na terceira, discutiremos sobre o conceito de diferenciabilidade para tais aplicações. Na quarta e última aula, apresentaremos quatro resultados fundamentais da Análise em \mathbb{R}^n , a saber, a Regra da Cadeia, o Teorema do Valor Médio, o Teorema da Função Inversa e o Teorema da Função Implícita.

O texto sobre o qual o minicurso se baseará — já concluído, a menos de alguns ajustes — contém quatro capítulos, um para cada aula, e dois apêndices, em que um deles contém soluções dos exercícios que são propostos ao fim de cada capítulo¹. Os pré-requisitos para a sua leitura — e consequente participação no minicurso — são noções elementares de Álgebra Linear, bem como de Análise na reta.

Durante o minicurso, pretendemos cobrir, essencialmente, todo o conteúdo do texto, isto é, todos os principais conceitos e resultados serão discutidos e alguns tópicos serão deixados para leitura, como, por exemplo, as subseções do Capítulo 4 e o Apêndice A. A fim de dar uma ideia da abordagem a ser feita, acrescentamos a esta proposta, num arquivo separado, o texto com os capítulos 3 e 4, juntamente com os apêndices A e B.

A distribuição dos capítulos e de suas respectivas seções se dará da seguinte forma:

Capítulo 1: O Espaço Topológico \mathbb{R}^n .

- i) Normas
- ii) Sequências
- iii) Conjuntos abertos – conjuntos fechados
- iv) Compacidade
- v) Conexidade

¹A referência [2] é uma versão ampliada deste texto, a qual, dentro em breve, será submetida à SBM para publicação na coleção “textos universitários”.

vi) Exercícios

Capítulo 2: Aplicações Contínuas

- i) Continuidade em \mathbb{R}^n
- ii) Homeomorfismos
- iii) Continuidade e compacidade
- iv) Continuidade e conexidade
- v) Limites
- vi) Exercícios

Capítulo 3: Aplicações Diferenciáveis

- i) Diferenciabilidade em \mathbb{R}^n
- ii) Derivadas Parciais – Matriz Jacobiana
- iii) Derivadas de Ordem Superior
- iv) Exercícios

Capítulo 4: Teoremas Fundamentais do Cálculo Diferencial

- i) A Regra da Cadeia
- ii) O Teorema do Valor Médio
- iii) O Teorema da Função Inversa
- iv) O Teorema da Função Implícita
- v) Exercícios

Apêndice A: Teorema de Sard

Apêndice B: Soluções dos Exercícios

Palavras-chave: *minicurso, colóquio, topologia, análise.*

Referências

- [1] R. Courant. *Differential and Integral Calculus*, Volume II. John Willey, inc. (1968).
- [2] R. F. de Lima *Topologia e Análise no Espaço \mathbb{R}^n* . Notas de Aula (2013).
- [3] P. N. de Souza, J.N. Silva. *Berkeley Problems in Mathematics* (third edition). Springer (2004).
- [4] J. J. Duistermaat, J. A. Kolk. *Multidimensional Real Analysis I*. Cambridge University Press (2004).
- [5] G. Flory. *Ejercicios de Topología y de Análisis*, Tomo III. Editorial Reverté, S.A. (1981).

- [6] K. Hoffman. *Analysis in Euclidian Space*. Prentice-Hall (1975).
- [7] S. Lang. *Analysis I*, Addison-Wesley Publishing Company (1968).
- [8] E.L. Lima. *Espaços Métricos* (segunda edição). Projeto Euclides, IMPA (1983).
- [9] E.L. Lima. *Curso de Análise*, Vol. 2 (terceira edição). Projeto Euclides, IMPA (1989).
- [10] E.L. Lima. *Análise no Espaço \mathbb{R}^n* . Coleção Matemática Universitária, IMPA (2001).
- [11] E.L. Lima. *Análise Real*, Vol. 2. Coleção Matemática Universitária, IMPA (2004).
- [12] J. Munkres. *Topology* (second edition). Prentice Hall (2000).
- [13] W. Rudin. *Principles of Mathematical Analysis* (second edition). McGraw-Hill (1964).
- [14] M. Spivak. *Calculus on Manifolds*. Addison-Wesley (1965).