Formas Modulares e Aplicações
Proposta de Minicurso para o III Colóquio de Matemática - Região Centro Oeste

Julio Andrade*
School of Mathematics, University of Bristol, Bristol BS8 1TW, UK
ICERM - Brown University, 121 South Main Street
11th Floor, Providence, RI 02903, USA
E-mail: julio_andrade@brown.edu, j.c.andrade.math@gmail.com,

RESUMO

4 de junho de 2013

Categoria 1: Propostas para minicursos

1 Nível

Este minicurso é de nível *Introdutório.*

2 Pré–requisitos

Nenhum pré-requisito formal é assumido e apenas um bom curso em Cálculo é esperado. É desejável que o estudante tenha cursado ou possua alguma familiaridade com teoria elementar dos números e análise complexa, porém tal requisito não é obrigatório para o bom acompanhamento deste minicurso.

3 Descrição Detalhada

- **Objetivos.**

  A teoria de formas modulares foi e ainda é uma das mais poderosas ferramentas em teoria dos números. Recentemente ela tem sido usada com sucesso para resolver diferentes e difíceis problemas em teoria dos números e também em outras áreas da matemática e física.

  O primeiro objetivo deste curso é despertar o interesse dos alunos para o estudo de diferentes tópicos em teoria dos números que não serão vistos durante uma graduação regular. O segundo objetivo deste curso é introduzir o material básico de formas modulares para alunos interessados em teoria dos números e descrever três aplicações da teoria de formas modulares na resolução de diferentes problemas. Os problemas (ou aplicações) que iremos

*O autor é bolsista de pesquisa do NSF e também recebe uma bolsa de pós–doutorado do ICERM–Brown University

atacar neste minicurso usando formas modulares são: **o problema de Ruziewicz** sobre medida de Lebesgue na n–esfera S^n, o segundo é sobre **grafos de Ramanujan** e está relacionado com a construção de grafos esparsos altamente conectados e o último problema é o **problema de Linnik** sobre a soma de três quadrados.

O objetivo geral deste minicurso é fazer com que os alunos possam ter uma compreensão e apreciação da teoria analítica dos números quando usada para o estudo de diferentes problemas e ao mesmo tempo encorajar os jovens matemáticos a estudar este fascinante tópico em teoria dos números e de aplicar as técnicas de análise complexa no estudo de específicos problemas em Teoria dos Números. Iremos despertar a curiosidade dos estudantes para a Teoria dos Números, uma área ainda muito pouco explorada no Brasil e de imenso impacto na matemática moderna.

- **Público Alvo.** Alunos de graduação e pós–graduação em matemática e física.

- **Conteúdo.**

  1. **Introdução e Comentários Históricos.**
  2. **Formas Modulares.**
     - Introdução.
     - Formas Modulares de peso inteiro.
     - Funções Teta–θ e formas modulares de peso $1/2$–inteiro.
     - Séries de Eisenstein.
     - Séries de Poincaré.
     - Operadores de Hecke.
  3. **Medidas Invariantes em $L^\infty(S^n)$.**
     - Medidas invariantes.
     - Não–unicidade para $L^\infty(S^n)$.
     - Distribuindo pontos em S^2.
  4. **Grafos de Ramanujan.**
     - Métodos de Contagem.
     - Espectro de Grafos.
     - Grafos de Ramanujan
     - Demonstração do Teorema Principal
  5. **Coeficientes de Fourier para formas modulares de peso $1/2$–inteiro.**

Distribuição de Capítulos e Seções. A distribuição dos capítulos no decorrer das aulas se dará da seguinte maneira:

- Primeira Aula: Capítulos 1 e 2.
- Segunda Aula: Capítulos 2 e 3.
- Terceira Aula: Capítulos 3 e 4.
- Quarta Aula: Capítulos 4 e 5.

Palavras-chave: *formas modulares, séries de Eisenstein, grupo modular, grafos de Ramanujan, problema de Linnik, problema de Ruziewicz*

Referências

[1] J. Andrade, Notas de Aula: Formas Modulares e Algumas Aplicações, *Notas de Aula especialmente preparadas para o minicurso*, 2013.

[2] T. M. Apostol, "Introduction to analytic number theory", Springer, 1976.

[3] T. M. Apostol, "Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory", Springer, 1989.

[4] F. Diamond e J. Shurman, "A First Course in Modular Forms", Springer, 2010.

[5] G.H. Hardy and E.M. Wright, "An introduction to the theory of numbers", Oxford University Press, New York, 1979.

[6] P. Ribenboim, "Números Primos: Mistérios e Recordes", Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2001.

[7] J.P.O. Santos, "Introdução à Teoria dos Números", Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2009.