

Univeridade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística

Título: Problemas de Otimização Envolvendo a Matemática do Ensino Médio.

Autores: Rogerio de Queiroz Chaves e Rosângela Maria da Silva.

Pré-requisitos: Matemática básica do ensino médio, a saber, funções, inequações e geometria euclidiana plana.

Objetivo:

A otimização é um ramo de aplicação da matemática que permite resolver problemas ligados às ciências, economia, administração, engenharias, logística e transporte, dentre outros, presentes em inúmeras situações do cotidiano. No contexto do ensino médio, os problemas de otimização apresentados geralmente limitam-se a encontrar máximos ou mínimos de funções quadráticas, mas existe uma surpreendente riqueza de problemas e métodos que podem perfeitamente ser explorados em um nível mais elementar, com um mínimo de pré-requisitos, e sem recorrer ao cálculo diferencial. Diante desta realidade, este curso tem como objetivo principal apresentar alguns desses métodos, que dividimos entre algébricos e geométricos, bem como uma variedade de problemas que exemplificam a aplicação dos métodos, incluindo alguns problemas clássicos na história da matemática. O contato com este assunto, raramente apresentado desta maneira ordenada e sistematizada, pode inspirar jovens professores a desenvolver alguns conteúdos do ensino médio de uma forma criativa, e que desperte maior interesse dos alunos pelas aulas de matemática. Além disso, o curso apresenta a alunos nos primeiros anos da graduação a oportunidade de uma visão diferente sobre problemas tipicamente explorados apenas com ferramentas do cálculo diferencial, o que certamente contribuirá para seu amadurecimento.

Conteúdo:

Métodos algébricos e geométricos para otimização e aplicações envolvendo a matemática do ensino médio.

Para além da otimização de funções quadráticas, os métodos algébricos apresentados incluem a otimização de funções discretas ou contínuas, geralmente baseados em um estudo das regiões de crescimento e decréscimo das funções, bem como na aplicação de desigualdades clássicas, como ilustram várias aplicações das desigualdades das médias.

Uma considerável parte dos problemas de otimização tem natureza geométrica, envolvendo a minimização de caminhos ou redes ou a maximização de áreas, por exemplo. Assim, um capítulo do curso é dedicado aos métodos geométricos, incluindo aplicações da desigualdade triangular e suas consequências, propriedades de perímetro e área de triângulos e propriedades de ângulos que variam a um parâmetro. As aplicações desses métodos incluem problemas clássicos como o problema da árvore de Steiner, o problema do triângulo de Schwarz-Fejér e uma variedade de outros problemas interessantes.

Capítulo 1: *Métodos Algébricos para a Otimização de Funções*

1.1. *Máximos e Mínimos de Funções Quadráticas*

Breve revisão do estudo de máximos ou mínimos de funções quadráticas, com ênfase em aspectos que serão importantes na otimização de funções mais gerais.

1.2. *Desigualdades das Médias e suas aplicações*

Variadas aplicações das desigualdades das médias à resolução de problemas de otimização.

1.3. *Máximos e Mínimos de Funções Discretas*

Introdução de métodos específicos para lidar com funções calculadas apenas sobre o conjunto dos números naturais, particularmente o estudo das regiões de crescimento e decrescimento. Algumas das idéias aqui introduzidas são generalizadas na seção seguinte e aplicadas a funções definidas sobre o conjunto dos números reais.

1.4. *Máximos e Mínimos de Funções Contínuas*

Generalização do estudo das regiões de crescimento e decrescimento para algumas funções definidas sobre o conjunto dos números reais.

Capítulo 2: *Métodos Geométricos em Otimização*

2.1. *Minimizando distâncias*

A desigualdade triangular e algumas de suas consequências. Problemas de Heron, de Fermat e Steiner. Otimização de redes.

2.2. *Maximizando áreas, minimizando perímetros* Propriedades dos triângulos, problema isoperimétrico para polígonos, problema de Fejér.

2.3. *Aplicações adicionais*

Sugestão de alguns problemas adicionais que exploram e expandem as idéias introduzidas no curso.

Bibliografia

[1] ANDEESCU, Titu; MUSHKAROV, Oleg; STOYANOV, Luchezar. Geometric Problems on Maxima and Minima. Boston: Birkhauser, 2006.

[2] COSTA, Sueli; SEBASTIANI, Eduardo. Onde morar? O problema de minimizar redes de comunicação. Revista do professor de Matemática. n°16, s/d, p.41-46.

[3] FIGUEIREDO, Djairo Guedes. Problemas de Máximo e Mínimo na Geometria Euclidiana. Matemática Universitária, Instituto de Matemática, UNICAMP. n°9/10, p.69-108, 10.dez.1989.

[4] LIMA, Robison Luis Alves de. Métodos Geométricos para Otimização no Ensino Médio. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Goiás, 2013.

[5] MELLO, José Luiz Pastore. Trigonometria e um antigo problema de otimização. Revista do Professor de Matemática. São Paulo, n°52, p.29-32, 2003.

[6] MUSHKAROV, Oleg. In search of shortest paths (in "Expect to be surprised by what you can do with mathematics", p.43-44) disponível em http://www.math2earth.oriw.eu/publications/08_In%20search%20of%20shortest%20paths.pdf.

[7] ROCHA, Alan Martins. Problemas de Otimização Envolvendo a Matemática do Ensino Médio. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal do Goiás, 2013.