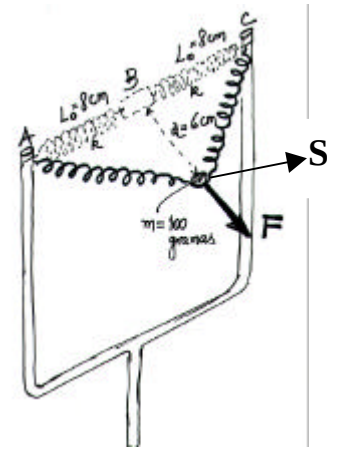


PROVA - 2ª FASE - 1999 - 1ª e 2ª séries

01. Uma pessoa caminha numa trajetória retilínea e horizontal a uma velocidade constante de 0,80 m/s. Ela arremessa para cima, regularmente, uma bolinha e torna a pegá-la, na mesma situação do lançamento anterior. A cada arremesso, a bolinha atinge a altura de 1,15 m. Considere $g = 10\text{ m/s}^2$.

- a) Quantos metros a pessoa caminhou, após concluir 10 arremessos completos?
- b) Qual o ângulo que a velocidade de lançamento faz com a trajetória horizontal de deslocamento?

02. Construiu-se um "estilingue" de molas conforme ilustra figura ao lado. Na direção ABC, as molas se encontram sem deformação, nos seus respectivos comprimentos naturais de 8,0 cm para cada mola. Uma pedra de massa $m = 100$ gramas é colocada no suporte S e puxada ao longo de uma distância de 6,0 cm, sendo mantida nesta posição pela ação de uma força F, cuja direção é perpendicular a ABC (ver figura). As molas possuem constantes elásticas de $k = 40\text{ N/cm}$.



- a) Qual a intensidade da força F que mantém a pedra na posição de equilíbrio indicada na figura?
- b) Qual a velocidade da pedra quando ela passa pelo ponto B, após ter sido abandonada?

03. Uma geladeira de 280 litros de volume interno é aberta, em média, 20 vezes num dia. Durante o intervalo de tempo em que a geladeira permanece aberta, toda a massa de ar contida em seu interior é espontaneamente substituída por parte do ar existente no local onde ela se encontra. A variação de temperatura que a massa de ar sofre no interior da geladeira, a cada vez que a porta é aberta e fechada, é de 25°C . A densidade média e o calor específico do ar são dados por $d = 0,0012\text{ g/cm}^3$ e $c = 0,24\text{ cal/g }^\circ\text{C}$, respectivamente, com $1\text{ cal} = 4,18\text{ J}$.

- a) Qual é o processo responsável pela movimentação do ar do interior para o exterior da geladeira e vice-versa? Explique a sua resposta.
- b) Quantos quilowatts-hora são retirados pela geladeira do ar durante o período de um mês?

04. Um objeto localiza-se a uma distância x , à esquerda de uma lente com distância focal $f_1 = -6\text{ cm}$. Uma segunda lente, com distância focal $f_2 = +12\text{ cm}$, é colocada à direita da primeira, a uma distância de 8 cm da lente.

- a) Para que distância x a imagem final do objeto estará muito distante da segunda lente?
- b) Caracterize a imagem do objeto devido à primeira lente.

05. Considere uma calota esférica de vidro fino e transparente, com as dimensões de uma lupa comum. São feitas duas observações utilizando, como objeto real, uma lâmpada fluorescente situada no teto, a uma distância de aproximadamente 3 m desta calota.

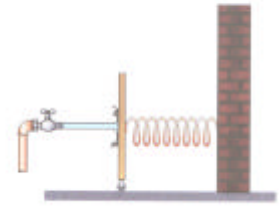
- a) Voltando a parte côncava da calota para a lâmpada, que tipo de imagem será formada?
- b) O que acontece colocando-se a parte convexa voltada para a lâmpada?

No dois casos, ilustre as suas respostas com os respectivos diagramas.

06. Carlos, de 60 kg, encontra-se de pé, sobre uma plataforma girante horizontal, a 1 m de seu eixo de rotação. Ela inicia o movimento girante, com aceleração angular constante. O coeficiente de atrito entre os pés de Carlos e a plataforma vale 0,40. No instante em que ele está prestes a deslizar, a velocidade angular da plataforma passa a ser constante.

- a) qual a energia cinética de Carlos, no instante em que ele vai começar a deslizar?
 b) supondo que a plataforma dê uma volta completa até que Carlos adquira energia cinética máxima, qual a aceleração angular da plataforma durante este intervalo de tempo?

07. Um jato de água que sai de um cano de 4 cm de raio, com uma velocidade horizontal constante de 15 m/s, atinge perpendicularmente um anteparo que pode deslocar-se sobre rolamentos, sem atrito. O anteparo está ligado a uma mola, presa rigidamente numa parede. A água, após atingir o anteparo e deslocá-lo horizontalmente, sai paralelamente à sua superfície. A figura abaixo ilustra o problema. Para obter um resultado aproximado, considere $\pi = 3$.



- a) qual o valor da intensidade da força do jato d'água sobre o anteparo?
 b) qual o valor da constante elástica da mola, sabendo que a força que a água exerce faz com que a mola se comprima de 18 cm?

08. Beto e Pedro são dois malabaristas em monociclos onde os pedais acionam diretamente os eixos das rodas. Para que se mantenham lado a lado, em movimento uniforme, Beto dá 3 pedaladas completas por segundo enquanto Pedro dá apenas 2. O monociclo de Beto tem raio de 30 cm.

- a) qual o raio do monociclo de Pedro?
 b) num determinado instante, qual a velocidade do ponto de contato da roda com a pista, admitindo que não ocorra deslizamento? E de um ponto diametralmente oposto ao ponto de contato?

09. Dispõem-se de uma caixa de 50g de massa, com o formato de um cubo de 10cm de aresta, e de um lote de esferas de 2mm de diâmetro e densidade $5,0 \text{ g/cm}^3$.

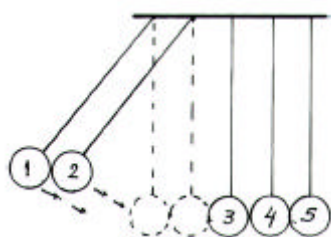
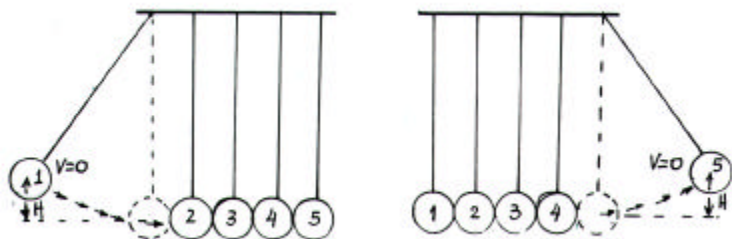
- a) quantas esferas podem ser alojadas nesta caixa? Qual a sua ordem de grandeza? Justifique.
 b) qual o peso da caixa cheia de esferas. Justifique.

10. Um recipiente cilíndrico, com um êmbolo, contém 20 litros de ar à pressão de 800mmHg e densidade $1,0 \text{ g/l}$. Mantendo a temperatura constante, a pressão do ar é levada para $1,0 \text{ atm}$.

- a) qual a densidade do ar nestas condições?
 b) qual foi a variação de volume que ocorreu e qual o sentido da força responsável?

11. São realizadas experiências com 5 pêndulos de mesmos comprimentos. As massas pendulares são de bolas de bilhar iguais, cada uma ligeiramente encostada na outra.

Experiência I: A bola nº 1 é erguida de uma altura H e abandonada. Ela colide com a bola nº 2. O choque se propaga e a bola nº 5 é lançada, praticamente, até a mesma altura H.



Experiência II - Agora as bolas 1 e 2 são erguidas conforme ilustra a figura e abandonadas. Elas caminham juntas até a colisão com a bola nº 3. Dois estudantes, Mário e Pedro, têm respostas diferentes com relação à previsão do que irá ocorrer após a propagação do choque. Mário acha que

somente a bola nº5 irá se movimentar, saindo com velocidade duas vezes maior que as velocidades das bolas 1 e 2 incidentes. Pedro acha que as bolas 4 e 5 sairão juntas com a mesma velocidade das bolas incidentes 1 e 2.

- a) a previsão de Mário é correta ? Justifique.
- b) a previsão de Pedro é correta ? Justifique.

12. No interior de uma esfera oca de raios interno e externo de 10,0 cm e 11,0 cm, respectivamente, colocam-se 200g de álcool com densidade $0,8\text{g/cm}^3$. Esta esfera flutua, com $2/3$ de seu volume submerso em água, de densidade $1,0\text{ g/cm}^3$. Considere $g = 10\text{m/s}^2$.

- a) qual o empuxo a que fica sujeita a esfera?
- b) qual a densidade do material da esfera?

13. A humanidade atingiu, em outubro, a cifra de 6×10^9 habitantes. Supondo que o consumo médio, por habitante, de energia calorífica proveniente dos alimentos é da ordem de 2000 kcal ($1\text{kcal} = 1000\text{cal}$) e que o calor de fusão do gelo vale $L = 80\text{ cal/g}$, calcule:

- a) quantas toneladas de gelo seriam transformadas em água, diariamente, caso essa energia fosse utilizada para fundir gelo a 0°C (a densidade do gelo é de $0,9\text{ g/cm}^3$;
- b) quais seriam, aproximadamente, as dimensões de um bloco de gelo de forma cúbica que seria derretido?

14. Dois satélites artificiais orbitam em torno da Terra e da Lua, respectivamente, a uma mesma distância R do centro dos referidos astros. Considere a massa da Terra 80 vezes a da Lua.

- a) qual a razão entre as velocidades orbitais do dois satélites?
- b) qual a relação entre seus períodos de rotação?

15. Lança-se uma nave espacial, a partir de uma plataforma em órbita terrestre estacionária, situada a 2.600 km da superfície da Terra. São dados a constante gravitacional, $G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ N.m}^2/\text{kg}^2$, a massa da Terra, $M_T = 6 \times 10^{24}$, o raio médio da Terra, $R_T = 6.400\text{ km}$, e a massa da nave, $m_{\text{nave}} = 10$ toneladas.

- a) qual a energia mecânica total que mantém esta nave estacionada na plataforma?
- b) qual é a velocidade mínima de lançamento para que a nave possa escapar do campo gravitacional terrestre?

16. Numa maratona, um atleta consome 6.500 kcal. Utilizando uma quantidade de energia equivalente, calcule:

- a) durante quanto tempo é possível manter acesa uma lâmpada de 40 watts ($1\text{ cal} = 4,18\text{ J}$)?
- b) qual a quantidade de gelo a 0°C , que será possível derreter? Calor latente de fusão do gelo $L = 80\text{cal/g}$.

GABARITO

Questão 01

Preliminares

A bolinha é lançada com velocidade vertical V_{oy} e atinge uma altura máxima de 1,15 metros. Valem as equações:

$$\begin{aligned}(1) \quad & V_y = V_{oy} - g.t \\(2) \quad & y = (V_{oy}).t - (1/2)gt^2 \\(3) \quad & V_y^2 = V_{oy}^2 - 2g\Delta y\end{aligned}$$

Respostas aos itens:

a) Quantos metros a pessoa caminhou, após concluir 10 arremessos completos.

I) Seja t o tempo para a bolinha alcançar a altura máxima $y = 1,15 \text{ m}$, em relação à mão da pessoa, onde o componente vertical da velocidade é momentaneamente nula, isto é, $V_y = 0$. Então, de (1) tem-se: $0 = V_{oy} - gt \rightarrow t = (V_{oy})/g$ (4)

II) De (3) $\rightarrow V_{oy} = (2gh)^{1/2}$ (5)

III) De (4) e (5) $\rightarrow t = (2gh)^{1/2}/g$ (6) é o tempo que a bolinha leva para atingir a altura máxima.

IV) O tempo de subida e descida da bolinha é $T = 2.t = 2 \cdot (2gh)^{1/2}/g$.

V) Neste intervalo de tempo T a pessoa caminha $x = V_o.T$ onde $V_o = 0,80 \text{ m/s}$. Logo, $x = 0,80 \cdot 2 \cdot (2gh)^{1/2}/g = 1,6 (2gh)^{1/2}/g$.

VI) Em 10 arremessos, a pessoa deverá caminhar

$$X = 10x = 16 (2gh)^{1/2}/g = 16(2 \cdot 10 \cdot 1,15)^{1/2}/10 = 7,67 \text{ m}$$

b) O ângulo de lançamento.

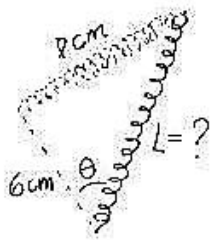
$$\tan\theta = V_{oy}/V_o = [(2gh)^{1/2}]/V_o = [(2 \cdot 10 \cdot 1,15)^{1/2}]/0,80 = 5,994$$

Portanto, θ é um ângulo cuja tangente é 5,994. (aprox. 80°)

Questão 02

2. Preliminares

Deformação de cada mola:



$$L^2 = 8^2 + 6^2 \quad \therefore L = 10 \text{ cm}$$

Portanto:

$$X = L - L_0 = 2 \text{ cm}$$

Deformação de cada mola.

Determinação do ângulo $\theta \rightarrow \cos\theta = 6/10 = 0,6$ e $\sin\theta = 8/10 = 0,8$

a) Intensidade da força F

$$F_1 = Kx = F_2 = 40 \text{ N/cm} \cdot 2 \text{ cm} = 80 \text{ N}$$

No equilíbrio :

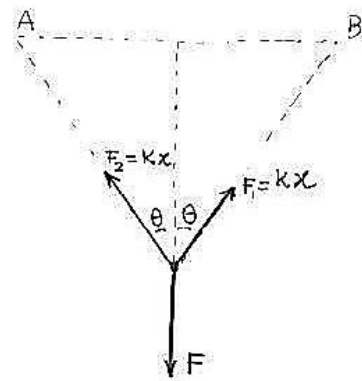
$$\Sigma F_y = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 \cos\theta + F_1 \cos\theta = F$$

$$F = 2F \cos\theta = 2 \times 80 \times 0,6$$

$$F = 96 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 \sin\theta = F_1 \sin\theta$$

$$F_1 = F_2 = 80 \text{ N}$$



Resposta : Para manter o equilíbrio

$F = 96 \text{ N}$

b) A velocidade da pedra ao passar pelo ponto B.

Desprezando-se a variação da energia potencial gravitacional no trecho considerado, $E_{\text{pot. elástica total}} = \frac{1}{2} mv^2$

$$2(1/2 kx^2) = 1/2 m v^2 \rightarrow v = (2k/m)^{1/2} \cdot x$$

Dados: $k = 4.000 \text{ N/m}$; $x = 0,02 \text{ m}$; $m = 0,1 \text{ kg}$

Substituindo-se os valores tem-se: $v = (2.4000/0,1)^{1/2} \cdot 0,02 = 2(8)^{1/2} \text{ m/s}$.

$$v = 5,66 \text{ m/s}$$

Questão 03

Preliminares

O volume interno da geladeira é de 280 litros = $280 \times 10^3 \text{ cm}^3$. Ela é aberta 20 vezes/dia e em cada vez que isto ocorre, todo o ar frio é trocado pelo ar ambiente, mais quente, cuja temperatura é 25° C maior. Então

$$V_{\text{dia}} = 20 \times 280 \text{ litros} = 5600 \text{ litros} = 5600 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{mes}} = 30 \times 5600 \times 10^3 \text{ cm}^3 = 168 \times 10^6 \text{ cm}^3$$

Sendo $d = 0,0012 \text{ g/cm}^3$ a densidade média do ar, a massa de ar trocado, durante um mês, será:

$$m_{\text{mes}} = 168 \times 10^6 \text{ cm}^3 \times 0,0012 \text{ g/cm}^3 = 201,6 \times 10^3 \text{ g} = 201,6 \text{ kg}$$

Respostas aos itens:

a) Qual o processo responsável pela movimentação do ar do interior para o exterior da geladeira.

O ar no interior da geladeira é mais denso (temperatura menor) que o ar do ambiente (temperatura maior). Ao se abrir a porta da geladeira, o ar frio do seu interior sai pela parte inferior e à medida que isto ocorre o ar quente entra no interior da geladeira. Este é, basicamente, o processo denominado "convecção", que é responsável pela troca de calor envolvida.

b) Quantos kWh são retirados pela geladeira do ar durante 1 mês ?

Dados:

massa de ar trocado num mês : $m_{\text{mes}} = 201,6 \times 10^3 \text{ g}$

Calor específico médio do ar : $c = 0,24 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$

Diferença de temperatura : $\Delta\theta = 25^\circ \text{ C}$

O calor trocado num será :

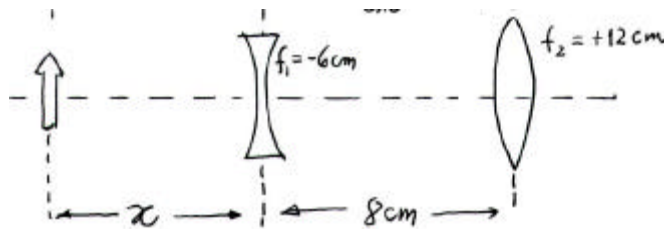
$$Q = m.c. \Delta\theta = (201,6 \times 10^3 \text{ g})(0,24 \text{ cal/g } ^\circ\text{C})(25^\circ \text{ C}) = 1209,6 \text{ kcal}$$

$$Q = 1209,6 \times 4,18 \text{ kJ} = 5056,128 \text{ kJ} = 5056,128 \text{ kW.s} = 5056,128 \text{ kW}(1/3600) \text{ h} = 1,4 \text{ kWh}$$

$$\therefore Q = 1,4 \text{ kWh}$$

Questão 04

Esquema

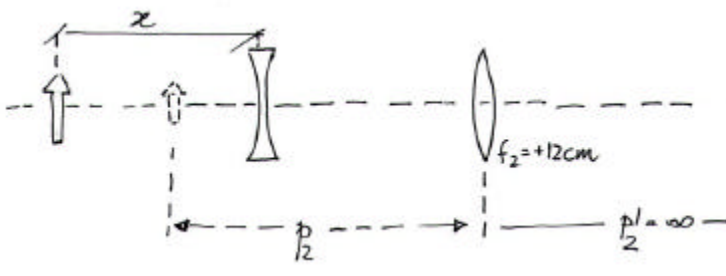


Lente com distância focal negativa = lente divergente

Lente com distância focal positiva = lente convergente.

Respostas aos itens.

a) Qual a distância x para a qual a imagem final estará muito distante da segunda lente ?



A imagem do objeto devido à primeira lente é objeto para a segunda lente.

Pela equação dos pontos conjugados da 2ª lente:

$$1/p_2 + 1/p'_2 = 1/12$$

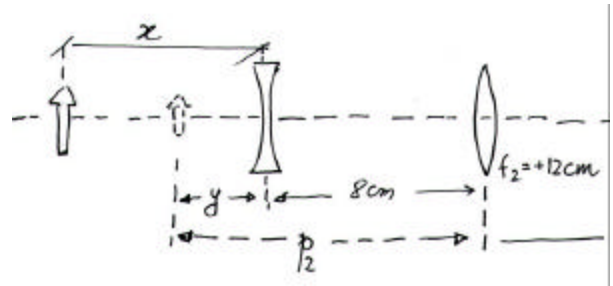
Se a imagem deve-se encontrar muito distante $\rightarrow p' = \infty$. Logo:

$$1/p_2 + 0 = 1/12 \rightarrow p_2 = 12 \text{ cm}$$

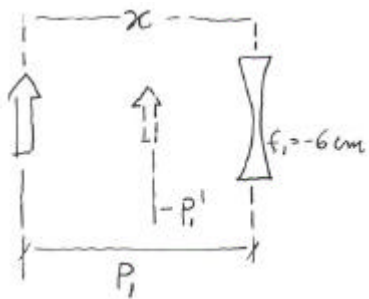
A figura mostra que:

$$p_2 = 8 + y$$

$$y = 12 - 8 = 4 \text{ cm}$$



A imagem do objeto, devido à primeira lente, encontra-se a 4 cm a esquerda da lente.



Portanto,

$$p'_1 = -4 \text{ cm}$$

$$p_1 = x$$

$$f = -6 \text{ cm}$$

$$\text{Logo, } 1/(-4) + 1/(x) = 1/(-6) \rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

b) Caracterização da imagem devido à primeira lente.

$$p'_1 = -4 \text{ cm}$$

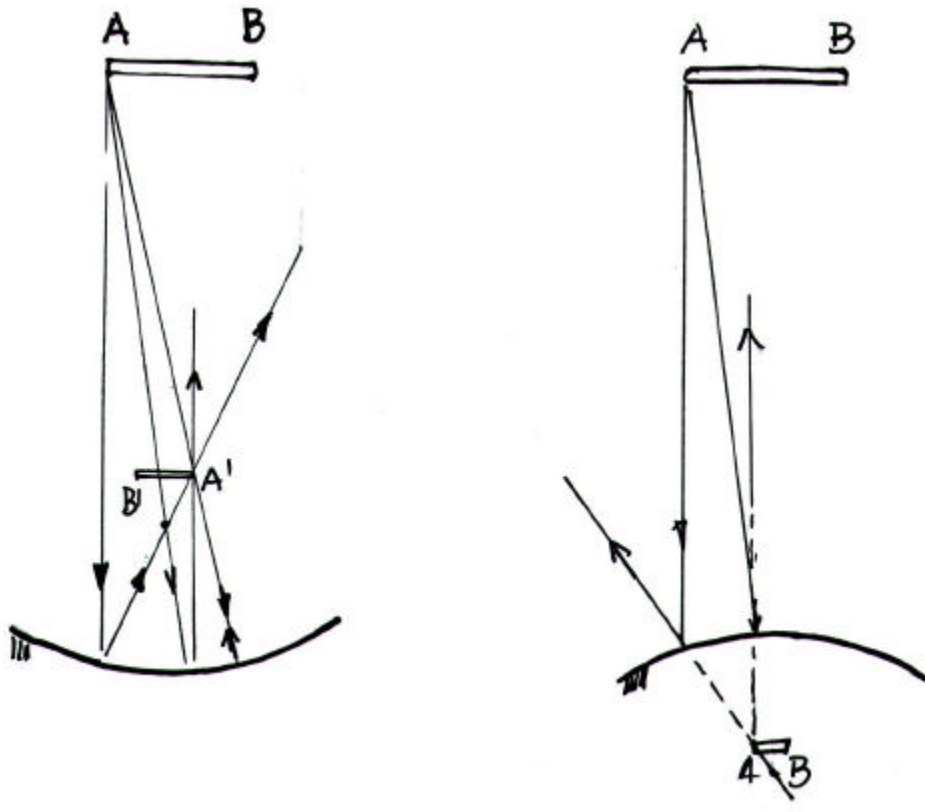
$$p_1 = x = 12 \text{ cm}$$

$$M = -p'_1/p_1 = -(-4)/12 = 1/3$$

A imagem do objeto, devido à primeira lente, é de tamanho menor e não invertida, isto é, direita.

Questão 05

ESQUEMAS



Respostas aos itens.

- a) Voltando a parte côncava da calota para a lâmpada, que tipo de imagem será formada ?

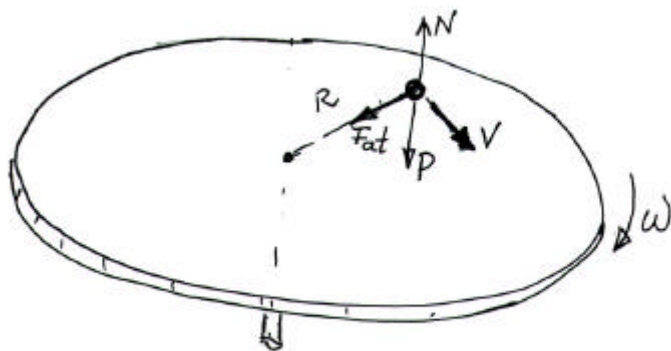
A imagem formada será real, menor e invertida.

- b) O que acontece colocando-se a parte convexa voltada para a lâmpada.

A imagem será virtual, menor e direita.

Questão 06

Preliminares



Carlos, representado como uma partícula, move-se junto com a plataforma, em movimento circular de raio R .

A força de atrito funciona como a força centrípeta que garante o movimento circular de Carlos.

$$F_{at} = F_{\text{centrípeta}} = mv^2/R.$$

À medida que a velocidade v aumenta, maior a força centrípeta e maior a força de atrito necessária. Mas a força de atrito tem um limite de escorregamento que é $F_{at} = \mu N = \mu mg$, com $N = P = mg$.

Portanto, Carlos começa a deslizar quando

$$mv^2/R = \mu mg \quad (1)$$

A correspondente velocidade será : $v = (R\mu g)^{1/2} \quad (2)$. Como a velocidade angular é $\omega = v/R \rightarrow \omega = (\mu g/R)^{1/2} \quad (3)$.

Respostas aos itens.

- a) Qual a energia cinética de Carlos no instante em que começa a deslizar?

Pela relação (1) conclui-se que

$$EC = R\mu mg/2 = 1 \times 0,4 \times 60 \times 10/2 = 120 \text{ J}$$

- b) Qual a aceleração angular da plataforma.

Equação de Torricelli : $\omega^2 = 2\gamma \Delta\Theta$ onde γ = aceleração angular e $\Delta\Theta$ = deslocamento angular (em radianos). Logo, usando (3) tem-se:

$$\gamma = \omega^2 / 2 \Delta\Theta \rightarrow \gamma = (\mu g/R) / 2(2\pi) = (0,4 \times 10/1) / 8\pi = (1/1\pi) \text{ rad/s}^2$$

$$\gamma = (1/\pi) \text{ rad/s}^2$$

Questão 07

a) Qual a intensidade da força do jato d'água sobre o anteparo ?

I.- A vazão $\phi = (\text{área do cano}) \times \text{velocidade da água} = \pi R^2 v$

II.- Mas $\phi = \text{volume de água escoada/tempo} = V/\Delta t$

III.- Portanto, $V/\Delta t = \pi R^2 v$. Multiplicando-se ambos os lados pela densidade d da água, tem-se: $dV/\Delta t = \pi d R^2 v$. Mas $dV = (\text{densidade} \times \text{volume escoado}) = \text{massa da água escoada} = m$. Logo, $m/\Delta t = \pi d R^2 v$ (1).

IV.- Multiplicando-se ambos os lados da relação (1) por v , velocidade da água, tem-se: $mv/\Delta t = \pi d R^2 v^2$ (2).

V.- Na interação da água com o anteparo, surge uma força F dado por, considerando x a direção perpendicular ao anteparo : $F \cdot \Delta t = |mv_x - mv_{ox}|$

Como $mv_x = 0$ (a água sai paralelamente ao anteparo) e $v_{ox} = v$, velocidade da água $\rightarrow F \cdot \Delta t = | - mv_{ox}| = mv$, donde $F = (mv)/\Delta t$ (3).

Portanto, de (2) e (3) tem-se :

$$F = \pi d R^2 v^2 = 3 \times (1000 \text{ kg/m}^3)(4 \times 10^{-2} \text{ m})^2 (15 \text{ m/s})^2 = 1080 \text{ N}$$

$$\mathbf{F = 1080 \text{ N}}$$

b) Qual o valor da constante da mola.

$F = kx$ sendo $F = 1080 \text{ N}$ e $x = 18 \text{ cm}$, $k = 1080 \text{ N}/18 \text{ cm} = 60 \text{ N/cm}$
ou $k = 6000 \text{ N/m}$

Questão 08

Preliminares

$V_o = \text{velocidade de translação do eixo}$

$V_o = \omega \cdot R$ onde $\omega = \text{velocidade angular} = 2\pi f$ onde $f = \text{frequência de rotação da roda}$.

a) O raio da roda.

I - monociclo de Beto $\rightarrow V_{O_{\text{Beto}}} = 2\pi f_{\text{Beto}} R_{\text{Beto}}$.

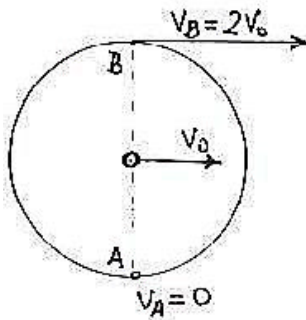
II – monociclo de Pedro $\rightarrow V_{O_{\text{Pedro}}} = 2\pi f_{\text{Pedro}} R_{\text{Pedro}}$

Como $V_{O_{\text{Beto}}} = V_{O_{\text{Pedro}}} \rightarrow 2\pi f_{\text{Beto}} R_{\text{Beto}} = 2\pi f_{\text{Pedro}} R_{\text{Pedro}}$

$$\therefore (R_{\text{Beto}})/(R_{\text{Pedro}}) = (f_{\text{Pedro}})/(f_{\text{Beto}}) = 2/3$$

como $R_{\text{Beto}} = 30 \text{ cm} \rightarrow R_{\text{Pedro}} = 45 \text{ cm}$.

b) Velocidade num determinado instante do ponto de contato da roda com a pista e de um ponto diametralmente oposto.



O ponto A, no contato roda/pista, tem velocidade instantânea nula, pois considerando que não exista deslizamento. Instantaneamente, $V_A = 0$.

O centro da roda tem velocidade escalar V_0 e o ponto diametralmente oposto a A (ponto B), tem velocidade escalar $2V_0$. É como se, instantaneamente, todos os pontos girassem ao redor de A.

$$\omega = (2V_0)/2R = V_0/R = \text{vel. angular constante.}$$

Questão 09

a) Quantidade de esferas alojadas na caixa.

Como o diâmetro de cada esfera é $2 \text{ mm} = 0,2 \text{ cm}$, num comprimento $L = 10 \text{ cm}$, cabem 50 esferas. ($50 \times 0,2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$). Logo, na caixa, cujo volume é $V = L \times L \times L$ cabem:

$$N = 50 \times 50 \times 50 = 125.000 \text{ esferas.}$$

b) Peso da caixa cheia

Peso da caixa cheia = Número de esferas x peso de cada esfera + peso próprio da caixa.

Peso próprio da caixa = $M.g$

Peso de cada esfera = $m.g = dV.g = d[(4/3)\pi R^3].g$

$\therefore$ Peso da caixa cheia = $N.d[(4/3)\pi R^3].g + Mg$

Sendo: $M = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$; $R = 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$; $d = 5\,000 \text{ kg/m}^3$, $N = 125.000$, tem-se:

Peso da caixa cheia $\cong 26,7 \text{ N}$

(Considerando-se $\pi = 3$, Peso da caixa cheia $\cong 25,5 \text{ N}$)

Questão 10

a) densidade do ar final.

I) Para $P_1 = 800 \text{ mmHg}$ e $V_1 = 20 \text{ litros}$, a densidade do ar é $d_1 = m/V_1$. (1)

II) Isotermicamente, o ar é levado para uma pressão $P_2 = 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$ e um volume V_2 . Como o processo é isotérmico, $P_1V_1 = P_2V_2$. (2).

III) A nova densidade é $d_2 = m/V_2$ (3). Das relações (1), (2) e (3) tem-se que: $d_2 = (P_2/P_1).d_1 = (760/800) \times 1 \text{ grama/litro} = 0,95 \text{ grama/litro}$.

b) Qual foi a variação de volume e o sentido da força responsável.

I.- De (2) tem-se que $V_2 = P_1V_1/P_2$. Logo, $\Delta V = V_2 - V_1 = V_1(P_1 - P_2)/P_2$. Substituindo-se os valores:

$$\Delta V = 20 \text{ litros}(800-760)/760 = 1,053 \text{ litros}.$$

II.- Ocorreu um aumento de volume e uma diminuição da pressão. A força responsável pelo processo atuou no sentido da expansão do cilindro.

Questão 11

Preliminares

As bolas 1 e 2, transladam-se juntas e atingem a bola 3 com velocidade V_o . Então:

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Quant.Mov.} &= P_o = 2mV_o \\ \diamond \text{ Energ.Cinet.} &= E_{co} = (1/2)(2m)V_o^2 = mV_o^2 . \end{aligned}$$

a) A previsão de Mário é correta ?

Se, após a colisão, apenas a bola 5 emergisse com velocidade $V = 2V_o$, conforme prevê Mário,

$$\begin{aligned} \diamond \text{ Quant.Mov.} &\rightarrow P_5 = P_o \text{ ou } m(2V_o) = 2mV_o \\ \diamond \text{ Energ.Cinet.} &\rightarrow E_{C_5} \neq E_{co} \text{ pois } (1/2)m(2V_o)^2 = 2mV_o^2 > mV_o^2 . \end{aligned}$$

Nas colisões elásticas, além da quantidade de movimento, a energia cinética também deve ser conservada. A previsão de Mário é falsa, porque se a bola 5 emergisse com velocidade $v = 2V_o$, a quantidade de movimento seria conservada ($P_5 = P_o$), mas isto não ocorreria com a energia cinética, pois $E_{C_5} = 2mV_o^2 > E_{co} = mV_o^2$.

b) A previsão de Pedro é correta ?

A previsão de Pedro confirma a teoria que diz: nas colisões elásticas tanto a energia cinética como a quantidade de movimento devem ser conservadas. Veja a tabela abaixo:

	Antes da colisão	Depois da colisão
Quant.Movimento	$2mV_o$	$2mV_o$
Energia Cinética	$(1/2)(2m)V_o^2$	$(1/2)(2m)V_o^2$

Questão 12

Preliminares

O volume de uma esfera é $V = (4/3)\pi R_{\text{ext}}^3$ e o de uma "casca esférica" de raios R_{int} e R_{ext} é $V_{\text{casca}} = (4/3)\pi(R_{\text{ext}}^3 - R_{\text{int}}^3)$.

a) Qual o empuxo sobre a esfera ?

A esfera flutua com 2/3 de seu volume submerso. Então o empuxo será:

$$E = \rho g V_{\text{imerso}} = \rho g (2/3) [(4/3)\pi R_{\text{ext}}^3] = 10^4 \text{ N/m}^3 (2/3) (4 \times 3,14/3) (0,11 \text{ m})^3$$

$$E = 37,15 \text{ N}$$

b) Qual a densidade do material da esfera?

No equilíbrio $E = \text{peso} = (m_1 + m_2)g$ onde m_1 = massa do material de que é feita a esfera e $m_2 = 200$ gramas, massa do álcool colocado na parte oca da esfera. Portanto, m_1 é determinado por:

$$(m_1 + m_2)g = \rho g (2/3) [(4/3)\pi R_{\text{ext}}^3]$$

$$m_1 = \rho (2/3) [(4/3)\pi R_{\text{ext}}^3] - m_2.$$

$$m_1 = (1 \text{ grama/cm}^3) (8 \times 3,14/9) (11 \text{ cm})^3 - 200 \text{ gramas}$$

$$m_1 = 3715 - 200 = 3515 \text{ gramas.}$$

Logo, a densidade do material da esfera é $d = m_1/V_{\text{casca}}$. O volume da casca é :

$$V_{\text{casca}} = (4/3)\pi(R_{\text{ext}}^3 - R_{\text{int}}^3) = 4 \times 3,14/3 (11^3 - 10^3) = 1385,8 \text{ cm}^3$$

$$\text{Portanto, } d = 3515/1385,8 = 2,54 \text{ gramas/cm}^3.$$

Questão 13

a) Quantas toneladas de gelo poderiam ser derretidas com a energia consumida pelos 6×10^9 habitantes.

Dados: $H = 6 \times 10^9$ habitantes ; $C = 2000 \text{ kcal/hab}$; $L_{\text{gelo}} = 80 \text{ kcal/kg}$

$$Q = mL_{\text{gelo}}$$

$$6 \times 10^9 \times 2000 \text{ kcal} = m \cdot 80 \text{ kcal/kg}$$

$$m = 150 \times 10^6 \text{ toneladas de gelo.}$$

b) Quais seriam as dimensões do bloco de gelo derretido se tivesse forma cúbica ? Densidade do gelo = $0,9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

$$V = m/d = 150 \times 10^9 \text{ kg} / 0,9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = (1500/9) \cdot 10^6 \text{ m}^3 .$$

Se o bloco de gelo fosse um cubo de lado L, então:

$$L^3 = (1500/9) \cdot 10^6 \text{ m}^3 \rightarrow L = (1500/9)^{1/3} \times 10^2 \text{ m} \cong 555 \text{ m}$$

Questão 14

Preliminares

A força gravitacional $F = GMm/R^2$, que o planeta exerce sobre um satélite, é a força centrípeta necessária para que o satélite, de massa m, continue em órbita.

Então: $GMm/R^2 = mv^2/R \rightarrow v^2 = GM/R$ (1) é a velocidade orbital do satélite. Esta velocidade não depende da massa do satélite !

Respostas aos itens.

a) Qual a razão entre as velocidades orbitais de dois satélites orbitando a mesma distância R da Lua e da Terra. Massa Terra = 80 Massa da Lua.

Sejam V_1 = velocidade orbital ao redor da Terra e V_2 = velocidade orbital ao redor da Lua. Então, de (1) :

$$V_1^2 = GM_{\text{Terra}}/R$$

$$V_2^2 = G \cdot M_{\text{Lua}}/R$$

E a razão entre as velocidade será :

$$(V_1/V_2)^2 = (GM_{\text{Terra}}/R)/(G \cdot M_{\text{Lua}}/R) = M_{\text{Terra}}/M_{\text{Lua}}$$

Como $M_{\text{Terra}}/M_{\text{Lua}} = 80 \rightarrow (V_1/V_2)^2 = 80 \rightarrow V_1/V_2 \cong 9$, isto é, a **velocidade orbital do satélite ao redor da Terra é 9 vezes maior que ao redor da Lua, à mesma distância do centro de força.**

b) Qual a relação entre os seus respectivos períodos.

Admitindo-se movimento circular, tem-se que $V = \omega R = (2\pi/T)R$ onde T = período do movimento. Então :

$$V_1^2 = GM_{\text{Terra}}/R \rightarrow [(2\pi/T_1)R]^2 = GM_{\text{Terra}}/R \quad (2)$$

$$V_2^2 = G.M_{\text{Lua}}/R \rightarrow [(2\pi/T_2)R]^2 = G.M_{\text{Lua}}/R \quad (3)$$

Dividindo-se (2) por (3) $\rightarrow (T_2/T_1)^2 = 80$ donde se conclui que $T_2 \cong 9T_1$.

Questão 15

Preliminares

À distância R do centro da Terra a nave em órbita circular ,tem velocidade v de modo que : Força Gravitação = Força Centrípeta. Então:

$$GMm/R^2 = mv^2/R \rightarrow mv^2 = GMm/R \text{ ou } 1/2mv^2 = (1/2)[GMm/R] \quad (1)$$

a) A energia mecânica total da nave

$$(EM)_{\text{total}} = E_{\text{cinet}} + E_{\text{poten.}} = (1/2)mv^2 + (-GMm/R)$$

onde:

❖ m = massa da nave = 10×10^3 kg;

❖ M = massa da Terra = 6×10^{24} kg; ;

❖ R = distancia da nave ao centro da Terra = $6.400 \text{ km} + 2.600 \text{ km} = 9.000 \text{ km} = 9 \times 10^6 \text{ m}$;

❖ G = const.universal da Gravitação = $6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$.

De (1), nas considerações preliminares, tem-se que

$$1/2mv^2 = (1/2)[GMm/R]$$

logo, $EM_{\text{total}} = (1/2)GMm/R - GMm/r = - 1/2GMm/R$. Substituindo-se os dados correspondente tem-se

$$EM = -(1/2)[6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times 10 \times 10^3 \text{ kg}]/9 \times 10^6 \text{ m}$$

$$EM \cong -2,2 \times 10^{11} \text{ joules.}$$

b) Velocidade mínima de lançamento da nave.

A velocidade mínima, também denominada de velocidade de escape, $v_{\min}$, deve ser tal que “a energia cinética compense a energia potencial gravitacional que é negativa”, isto é, de modo que a soma da “energia cinética + energia potencial” resulte nula. Em outras palavras, a nave liberta-se do campo gravitacional terrestre.

Então: $(1/2)m(v_{\min})^2 - GMm/R = 0 \rightarrow v_{\min} = (2GM/R)^{1/2}$. Portanto, substituindo-se os valores:

$$V_{\min} = (2 \times 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2 \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}) / 9 \times 10^6 \text{ m} \cong 9,4 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$\mathbf{V_{\min} \cong 9,4 \times 10^3 \text{ m/s}}$$

Questão 16

a) Durante quanto tempo é possível manter acesa uma lâmpada de 40 W ?

$$Q = 6500 \text{ kcal.} = 6500 \times 4,18 \text{ kJ}$$

Se toda esta energia pudesse ser transformada em energia elétrica, uma lâmpada de $P_{\text{ot}} = 40 \text{ W}$ poderia ser alimentada por um intervalo de tempo Δt , conforme segue:

$$(P_{\text{ot}}) \cdot \Delta t = Q \rightarrow \Delta t = Q/P_{\text{ot}} = 6500 \times 4,18 \text{ kJ} / 40 \text{ J/s}$$

$$\mathbf{\Delta t = 679.250 \text{ s} \cong 11320,8 \text{ min} \cong 188, 68 \text{ horas}}$$

b) Qual a quantidade de gelo derretida

$$mL = Q \rightarrow m = Q/L = 6500 \text{ kcal} / 80 \text{ kcal/kg} = 81,25 \text{ kg.}$$

$$\mathbf{m = 81,25 \text{ kg}}$$