UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIAS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

VERIFICAÇÃO DA INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO EM FASES TRANSITÓRIAS

GRAZIELA BORGES BORGHI

GUILHERME DE PAULA LISBOA

GOIÂNIA
2017

GRAZIELA BORGES BORGHI

GUILHERME DE PAULA LISBOA

VERIFICAÇÃO DA INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE CONCRETO EM FASES TRANSITÓRIAS

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás para aprovação na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II.

Orientador: Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo

GOIÂNIA
2017

Graziela Borges Borhi
Guilherme de Paula Lisboa

Verificação da Instabilidade Lateral em Vigas Pré-Moldadas de Concreto em Fases Transitórias

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Engenheiro Civil

Aprovada em 29/06/2017.

Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo (Orientador)
Universidade Federal de Goiás

Prof. Dr. Janes Cleiton Alves de Oliveira (Examinador Interno)
Universidade Federal de Goiás

Prof. MSc. Alberto Vilela Chaer (Examinador Interno)
Universidade Federal de Goiás

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Fase de içamento. Fonte: (CESAR TRANSPORTES, 2015). 13
Figura 1.2 – Fase de transporte. Fonte: (PIQUERAS, 2016). 13
Figura 1.3 – Fase de armazenamento temporário. Fonte: (VOLVO TRUCKS, 2016). 13
Figura 1.4 – Representação de uma situação em que uma viga pode estar sujeita à instabilidade lateral [Modificado]. Fonte: (STRATFORD; BURGOYNE; TAYLOR, 1999). 14
Figura 2.1 – Dimensões para verificação da instabilidade lateral segundo a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985). 20
Figura 2.2 – Esquema de viga suspensa por cabos verticais. (a) perspectiva de uma viga livre para girar e fletir lateralmente; (b) vista em corte, à direita, e diagrama de equilíbrio [Modificado]. Fonte: (KRAHL, 2014)..... 26
Figura 2.3 – Visualização da variável x_0 28
Figura 2.4 – Redução de x_0 com a utilização de balanços. [Modificado]. Fonte: (MAST, 1989). 29
Figura 2.5 – Fatores de segurança contra fissuração [Modificado]. Fonte: (LIMA, 1995)..... 33
Figura 2.6 – Seção e esquema estático da viga PCI PT 72, com dimensões em cm. Fonte: (KRAHL, 2014)..... 34
Figura 2.7 – Relação entre inércia efetiva e o ângulo de inclinação. Fonte: (LIMA, 1995). 35
Figura 2.8 – Braços de alavanca plotados para uma situação anterior à fissuração. [Modificado]. Fonte: (MAST, 1993). 36
Figura 2.9 – Braços de alavanca plotados para uma situação posterior à fissuração para a viga PCI PT 72 [Modificado]. Fonte: (MAST, 1993). 36
Figura 2.10 – Esquema de equilíbrio estático de viga sobre apoio elástico. [Modificado]. Fonte: (KRAHL, 2014)..... 39
Figura 2.11 – Definição do raio de estabilidade. Fonte: Adaptado de Mast (1993)..... 40
Figura 2.12 – Máximo braço de momento resistente para uma viga em caminhão e reboque. Fonte: Adaptado de Mast (1993). 42
Figura 2.13 – Cargas críticas de flambagem para vigas em fase de içamento, para $\beta = 0°$ e diferentes valores de α : (a) $\alpha = 30°$; (b) $\alpha = 45°$; (c) $\alpha = 60°$; e (d) $\alpha = 90°$ (cabo vertical). [Modificado]. Fonte: (STRATFORD E BURGOYNE, 1999). 45
Figura 2.14 – Cargas críticas de flambagem para vigas em fase de içamento, para *a/L* < 0,1 e $\beta = 0°$ e diferentes α : (a) $\alpha = 30°$; (b) $\alpha = 45°$; (c) $\alpha = 60°$; e (d) $\alpha = 90°$ (cabo vertical). [Modificado]. Fonte: (STRATFORD E BURGOYNE, 1999). 46

Figura 3.1 – Dimensões da viga analisada (sem escala) – dimensões em cm. Os pontos na mesa inferior da seção transversal indicam as posições dos cabos de protensão (CP 190 RB). 52
Figura 3.2 – Deslocamento do centroide de um arco parabólico. [Modificado]. Fonte: (MAST, 1993). 61
Figura 3.3 – Modelo do caminhão utilizado no transporte e dimensões para verificar estabilidade. [Modificado]. Fonte: (KRAHL (2004)..... 65
Figura 3.4 – Representação da seção transversal em retângulos equivalentes para o cálculo do momento de inércia à torção, *J*..... 74
Figura 4.1 – Relação g_{lim}/g versus Esbeltez segundo o Eurocode 2 para o içamento 88
Figura 4.2 – Relação g_{lim}/g versus Esbeltez segundo NBR 6118 para o içamento 88
Figura 4.3 – Relação g_{lim}/g versus Esbeltez Eurocode 2 para o transporte. 90
Figura 4.4 – Relação g_{lim}/g *versus* Esbeltez NBR 6118 para o transporte. 91
Figura 4.5 – Fatores de segurança para o içamento..... 92
Figura 4.6 – Fatores de segurança para o transporte 92
Figura 4.7 – Fatores de Segurança versus Comprimento dos balanços..... 95
Figura 4.8 – Fatores de Segurança versus Tolerância de desvio construtivo. 96
Figura 4.9 – Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto. 97
Figura 4.10 – Fatores de Segurança versus Dimensão dos balanços..... 99
Figura 4.11 – Fatores de Segurança versus Tolerância de desvio construtivo. 101
Figura 4.12 – Fatores de Segurança versus Distância entre face inferior da viga e eixo de rolamento do veículo. 103
Figura 4.13 – Fatores de Segurança versus Resistência do concreto à tração na flexão. 104
Figura 4.14 – Fatores de Segurança versus Distância entre o eixo longitudinal do caminhão e o eixo entre as rodas duplas..... 105

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Flecha da peça girada de 90°Comprimento do balanço
a_{90}	Flecha da peça girada de 90°
A_c	Área da seção
b	Largura do flange comprimido
b_f	Largura da mesa comprimida
c_a	Braço de alavanca do momento atuante
c_r	Braço de alavanca do momento estabilizante
CG	Centro de gravidade
d	Altura efetiva da seção
e	Excentricidade da armadura ativa
E	Módulo de elasticidade do material
e_c	Desvio entre os pontos de içamento
E_{ci}	Módulo de deformação tangencial inicial do concreto
e_i	Excentricidade devida a imperfeições iniciais
E_i	Módulo de elasticidade tangente inicial à data de içamento
EI_y	Rigidez da viga em torno do eixo de menor inércia
E_t	Módulo de elasticidade tangente inicial à data de transporte
f_c'	Resistência à compressão do concreto
$f_{ck,i}$	Resistência característica à compressão à data de içamento
$f_{ck,t}$	Resistência característica à compressão à data de transporte
$f_{ctk,\inf}$	Resistência característica inferior do concreto à tração
f_{ct}	Resistência do concreto à tração direta
$f_{ct,m}$	Resistência média à tração do concreto
F_{prot}	Força máxima de protensão nas cordoalhas

f_r Módulo de ruptura

FS_{fiss} Fator de segurança contra fissuração

FS_{rup} Fator de segurança contra a ruptura

f_t Tensão devido ao peso próprio e à protensão em torno do eixo de maior inércia

g Carga uniformemente distribuída devida ao peso próprio

G Peso total da viga

g_{crit} Carregamento crítico

$g_{\lim}$ Carregamento limite

G_t Módulo de elasticidade transversal à idade de transporte

$G\,sen\theta$ Componente do peso próprio na direção do eixo de maior inércia

h Altura total da viga

h_{cg} Altura do centro de gravidade da viga até a via

h_m Menor dimensão entre h_i e h_s

h_{rot} Altura do eixo de giro do caminhão

I_{ef} Inércia efetiva

I_x Inércia em torno do eixo horizontal, maior inércia

I_y Inércia em torno do eixo vertical, menor inércia

J Momento de inércia à torção ou constante de St. Venant's

K_{ms} Curvatura da viga no meio do vão

K_θ Constante de mola

L Comprimento do vão

L_{0t} Distância entre os vínculos contra a torção

M_{atu} Momento atuante a favor da instabilidade

M_{est} Momento estabilizante

M_g Momento no meio do vão devido ao peso próprio

M_{lat} Momento lateral

r Raio de estabilidade

wc Massa específica do concreto

$w_D(l)$ Afastamento lateral para cada ponto ao longo da viga

x Deslocamento lateral do centroide da seção

x_0 Afastamento lateral

$x_{0,rup}$ Deflexão após a fissuração

$x_{\max}$ Máximo braço de momento resistente

y Distância da fibra analisada ao eixo de menor inércia

y_{cg} Distância do centroide à face inferior da seção

y_{rot} Distância entre o centro de gravidade e o eixo de giro

α Ângulo de superelevação da via

α' Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta

α_e Parâmetro em função da natureza do agregado

β_{fl} Coeficiente que depende da tipologia da viga

δ Deflexão lateral

δ_0 Deslocamento lateral devido às imperfeições iniciais

δ_T Deslocamento lateral total da viga

$\Delta\sigma$ Variação de tensão

θ Ângulo de afastamento lateral

θ_{fiss} Ângulo de fissuração

θ_i Ângulo devido às excentricidades iniciais

$\theta_{\lim}$ Ângulo de ruptura

θ_{rup} Ângulo de ruptura

ρ_c Massa específica

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas da viga analisada 51
Tabela 3.2 – Propriedades físicas do concreto utilizado 53
Tabela 3.3 – Dados complementares..... 53
Tabela 3.4 – Verificação da esbeltez segundo a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985) 55
Tabela 3.5 – Verificação quanto ao estado limite por instabilidade segundo a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985) 56
Tabela 3.6 – Cálculo da flecha na viga girada de 90° 57
Tabela 3.7 – Verificação da esbeltez segundo a norma ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)..... 57
Tabela 3.8 – Verificação da esbeltez segundo o Eurocode 2 (CEN, 2004)..... 58
Tabela 3.9 – Limites de esbeltez segundo o BS 8110 (BS, 1997)..... 58
Tabela 3.10 – Valores originais e adaptados para fase transitória de içamento 79
Tabela 3.11 – Valores originais e adaptados para fase transitória de transporte..... 82
Tabela 3.12 – Valores originais e adaptados para fase transitória de içamento por Stratford..... 83
Tabela 3.13– Valores originais e adaptados para fase de transitória de transporte por Stratford .. 85
Tabela 4.1 – g_{lim}/g para fase transitória de içamento variando os vãos..... 87
Tabela 4.2 – g_{lim}/g para fase transitória de transporte variando os vãos..... 90

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 12

1.1 JUSTIFICATIVA 15

1.2 PROBLEMA 17

1.3 OBJETIVO GERAL 17

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 17

1.5 METODOLOGIA 17

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 19

2.1 NORMATIZAÇÃO 19

2.1.1 ABNT NBR 9062:2006 E ABNT NBR 9062:1985 19

2.1.2 ABNT NBR 6118:2014 20

2.1.3 ACI 318 21

2.1.4 EUROCODE 2 22

2.1.5 BS 8110 22

2.2 PESQUISAS NACIONAIS 23

2.3 ESTUDO SIMPLIFICADO SEGUNDO MAST (1989) E MAST (1993) 24

2.3.1 Fase transitória de içamento 25

2.3.2 Fase transitória de transporte 38

2.3.3 Comentário a respeito dos efeitos de vento 43

2.4 ESTUDO SEGUNDO STRATFORD E BURGOYNE (1999) E STRATFORD, BURGOYNE E TAYLOR (1999) 43

2.4.1 Fase transitória de içamento 44

2.4.2 Fase transitória de transporte 48

3 EXEMPLO NUMÉRICO 51

3.1 VERIFICAÇÃO SEGUNDO AS NORMAS 54

3.1.1 ABNT NBR 9062:2006 55

3.1.2 ABNT NBR 9062:1985 55

3.1.3 ABNT NBR 6118:2014 57

3.1.4 ACI 318:2008 57

3.1.5 Eurocode 2:2004 58

3.1.6 BS 8110:1997 58
3.1.7 Consideração Final 59

3.2 VERIFICAÇÃO SEGUNDO MAST (1989) E MAST (1993) 59

3.2.1 Fase transitória de içamento 59
3.2.1.1 Módulo de elasticidade 60
3.2.1.2 Estimativa da excentricidade inicial 60
3.2.1.3 Estimativa da contraflecha devida à protensão 61
3.2.1.4 Cálculo de x_0 62
3.2.1.5 Cálculo de θ_i 62
3.2.1.6 Cálculo do ângulo de fissuração 62
3.2.1.7 Cálculo do fator de segurança contra fissuração 64
3.2.1.8 Cálculo do ângulo de ruptura 64
3.2.1.9 Cálculo do fator de segurança contra ruptura 64
3.2.2 Fase transitória de transporte 65
3.2.2.1 Estimativa da rigidez, K_θ, e cálculo do raio de estabilidade, r 66
3.2.2.2 Cálculo do ângulo de equilíbrio, θ 66
3.2.2.3 Verificação das tensões atuantes 67
3.2.2.4 Contribuição do M_{lat} na tensão de compressão e a resistência do concreto necessária 68
3.2.2.5 Cálculo do ângulo de fissuração 69
3.2.2.6 Cálculo do fator de segurança contra fissuração 70
3.2.2.7 Cálculo do ângulo de ruptura 70
3.2.2.8 Cálculo do deslocamento fictício para o ângulo de ruptura 70
3.2.2.9 Cálculo do fator de segurança contra ruptura 71

3.3 VERIFICAÇÃO SEGUNDO STRATFORD, BURGOYNE E TAYLOR (1999) 72

3.3.1 Fase transitória de içamento 72
3.3.1.1 Cálculo da carga crítica de flambagem 72
3.3.1.2 Cálculo das excentricidades iniciais 72
3.3.1.3 Cálculo da carga limite 73
3.3.1.4 Verificação da segurança 73
3.3.1.5 Cálculo do acréscimo de tensões 73
3.3.2 Fase transitória de transporte 73
3.3.2.1 Cálculo da carga crítica 73
3.3.2.2 Cálculo das excentricidades iniciais 75
3.3.2.3 Cálculo da carga limite 75

3.3.2.4 Verificação da segurança 76
3.3.2.5 Cálculo do acréscimo de tensões 76

3.4 ADAPTAÇÃO DOS MÉTODOS À NORMATIVA BRASILEIRA 76

3.4.1 Fase transitória de içamento por Mast, adaptada 77
3.4.2 Fase transitória de transporte por Mast, adaptada 79
3.4.3 Fase transitória de içamento por Stratford, Burgoyne e Taylor, adaptada 82
3.4.4 Fase transitória de transporte por Stratford, Burgoyne e Taylor, adaptada 83

4 ANÁLISE PARAMÉTRICA 86

4.1 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA ESBELTEZ 86

4.1.1 Fase de içamento 87
4.1.2 Fase de transporte 90

4.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE 93

4.2.1 Fase de içamento 93
4.2.1.1 Variação do comprimento do balanço 93
4.2.1.2 Variação da tolerância de desvio construtivo 95
4.2.1.3 Variação da resistência à tração na flexão do concreto 97
4.2.2 Fase de transporte 98
4.2.2.1 Variação do comprimento do balanço 98
4.2.2.2 Variação da tolerância de desvio construtivo 100
4.2.2.3 Variação da distância entre a face de apoio da viga e o eixo de rolamento 102
4.2.2.4 Variação da resistência do concreto à tração na flexão 104
4.2.2.5 Variação da distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas 105

5 CONCLUSÃO 107

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA 110

1 INTRODUÇÃO

As estruturas de concreto, em geral, não apresentam problemas de estabilidade lateral. Quando são analisados elementos estruturais em concreto pré-moldado, no entanto, a própria otimização de seções e a possibilidade de se vencerem maiores vãos, que lhes são inerentes, podem vir a mudar esta realidade. Assim, vigas longas, altas e com largura restrita podem estar sujeitas à instabilidade lateral (EL DEBS, 2000).

Nos últimos anos, a crescente necessidade por pontes que vençam vãos cada vez maiores e que ainda permitam uma facilidade executiva que esteja acompanhada de tempos de execução cada vez menores vem fazendo com que uma grande variedade de seções seja estudada e desenvolvida para vigas de concreto pré-moldado. Segundo Stratford e Burgoyne (1999), no entanto, o grande inconveniente de vãos cada vez mais longos está na implicação direta em aumento de peso próprio da estrutura. Como alternativa geral a isso, projetistas tentam manter o peso da estrutura em uma faixa mínima. Todavia, para conseguir se chegar a esse objetivo é necessário que a largura das vigas seja reduzida, resultando em diminuição da inércia em torno do eixo vertical e da rigidez torcional destes elementos.

Nos estudos de Stratford e Burgoyne (1999) são levantadas três situações transitórias principais nas quais as vigas estão sujeitas à instabilidade lateral. São elas as fases de: içamento (Figura 1.1); transporte em caminhão (Figura 1.2); e posicionamento definitivo na estrutura ou temporário em local de armazenamento (Figura 1.3). Segundo El Debs (2000), entretanto, é possível se reunir todos esses casos de análise da estabilidade lateral em duas situações principais: elemento sendo içado (Figura 1.1); e elemento sobre apoio elástico (Figura 1.2 e Figura 1.3).

Figura 1.1 – Fase de içamento. Fonte: (CESAR TRANSPORTES, 2015).

Figura 1.2 – Fase de transporte. Fonte: (PIQUERAS, 2016).

Figura 1.3 – Fase de armazenamento temporário. Fonte: (VOLVO TRUCKS, 2016).

Conforme Sousa e Lima (2009), as fases transitórias se tornam um estado crítico para as vigas pré-moldadas, uma vez que nesses casos os vínculos provisórios não restringem a rotação e a torção nos elementos, como acontece nas fases definitivas. Como consequência desse grau de liberdade, as peças podem perder o equilíbrio vertical e se deslocar lateralmente, fazendo com que o peso próprio da viga atue de tal forma que uma de suas componentes trabalhe lateralmente sobre a seção de concreto, perpendicularmente ao eixo de menor inércia. Na Figura 1.4 é mostrada uma representação deste efeito.

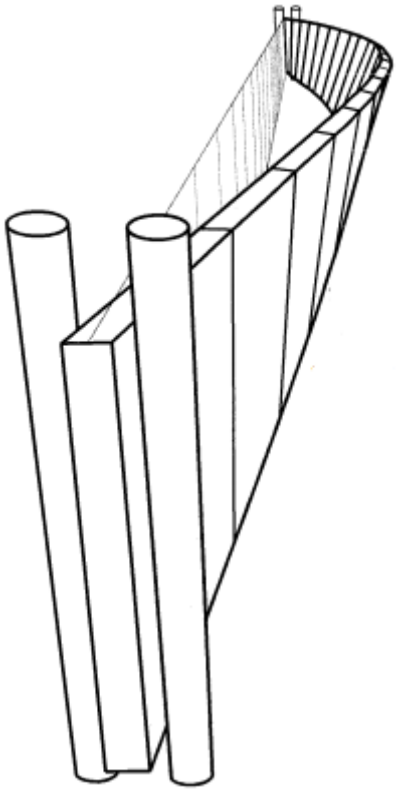


Figura 1.4 – Representação de uma situação em que uma viga pode estar sujeita à instabilidade lateral [Modificado]. Fonte: (STRATFORD; BURGOYNE; TAYLOR, 1999).

Além do comportamento dos vínculos, devem ser considerados os efeitos das imperfeições construtivas e dos possíveis desvios de montagem. Tais imprecisões provocam desvios no eixo longitudinal da viga, favorecendo a perda de equilíbrio. Os pontos de içamento e seus respectivos balanços, se realizados de maneira incorreta, podem provocar tensões de tração em seções nas quais não estavam previstos esses esforços, provocando fissuras e, consequentemente, alterando a rigidez da peça.

Apesar de ser de análise crucial nas fases transitórias, El Debs (2000) destaca que a perda de estabilidade lateral pode acontecer também nas situações definitivas, após a montagem dos elementos. Entretanto, como nestes casos as vigas geralmente têm apoios com vínculos que restringem a rotação, a instabilidade lateral não se mostra tão impactante quanto em situações transitórias, o que embora não signifique que uma adequada verificação para a fase definitiva possa ser negligenciada. Sobre as vigas moldadas no local, Krahl (2014) afirma que são geralmente dimensionadas com elevada rigidez à torção, bem como seus vínculos funcionam de forma a restringir os movimentos laterais. Dessa forma, dificilmente a instabilidade lateral será uma situação crítica nessas vigas.

Voltando ao que é tratado em Stratford e Burgoyne (1999), sobre a fase de transporte mais especificamente, o aumento de peso próprio é um fator bastante complicador. Isso porque as vigas são transportadas uma a cada vez, ao contrário do que era feito no passado, em que se fazia o transporte de duas ou mais vigas, o que terminava por ser mais favorável à segurança contra a instabilidade lateral, uma vez que as vigas eram amarradas entre si durante o transporte, garantindo maior rigidez lateral.

1.1 JUSTIFICATIVA

Segundo Stratford e Burgoyne (1999), vários acidentes já ocorreram em vigas esbeltas de concreto pré-moldado. Embora alguns desses acidentes não tenham ocorrido em função da instabilidade lateral, eles chamam a atenção para o tema e mostram a relevância de estudos que visem entender a estabilidade de uma forma geral.

A norma ABNT NBR 9062 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado (ABNT, 2006) orienta que a análise de elementos estruturais pré-moldados deve ser realizada para todas as fases pelas quais possam passar tais elementos, tanto com relação aos estados limites últimos, quanto aos estados limites de serviço previstos na ABNT NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento (ABNT, 2014). Ainda, as fases para as quais devem ser dimensionados e verificados esses elementos são:

a) de fabricação;

b) de manuseio;

c) de armazenamento;

d) de transporte;

e) de montagem;

f) de construção (preliminar e final).

Estudos que tenham por objetivo chegar a métodos mais exatos de avaliação da instabilidade lateral de vigas pré-moldadas de concreto se justificam uma vez que, principalmente no Brasil, as recomendações normativas se mostram bastante insuficientes. A ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006), por exemplo, não apresenta parâmetros de segurança para projeto destes elementos contra a instabilidade lateral. Em sua versão em vigor até a data do presente trabalho, esta norma indica, em seu item 6.1.1, *Estabilidade lateral de vigas*, que, na falta de cálculo rigoroso para as fases de saque, manuseio e montagem, pode-se adotar o prescrito na ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014). Apesar disso, esta última apresenta apenas uma única verificação quanto à largura da viga, que, à primeira vista, mostra-se bastante simplificada.

A ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) também indica que, quando necessária, uma análise teórica deve ser elaborada para a determinação da carga crítica de instabilidade, mas não apresenta nenhum parâmetro que mostre quando há essa necessidade ou não. Para as fases de manuseio, transporte e montagem, a norma permite que sejam adotadas as fôrmas das peças, acessórios de travamento ou protensão temporária para ajudar os elementos estruturais a terem rigidez lateral suficiente contra a deformação e fissuração excessivas, porém não indica meios ou parâmetros que permitam o dimensionamento desses elementos de travamento.

Ainda, segundo Mast (1989), grande parte dos métodos de verificação apresentados por normas e pela literatura corrente não são adequados para o tratamento de casos específicos como a suspensão por cabos ou sobre apoios elásticos. Neste sentido, Stratford e Burgoyne (1999) também colocam que as normas correntes apresentam verificações bastante simplificadas quanto à instabilidade lateral de elementos estruturais. Além disso, para vigas com vãos crescentes, chegando a superar os 40 m, e esbeltezes cada vez maiores, análises que considerem imperfeições geométricas iniciais, geradas durante a própria fase construtiva, por exemplo, passam a se tornar bastante importantes,

determinando que considerações quanto à instabilidade lateral devem, definitivamente, ser levantadas em projeto.

1.2 PROBLEMA

Os critérios de verificação da instabilidade lateral em vigas pré-moldadas de concreto em situações transitórias recomendados pelas normas brasileiras vigentes, ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) e ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), são satisfatórios ou muito conservadores?

1.3 OBJETIVO GERAL

Confrontar os critérios de verificação propostos pela ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) e pela ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) para evitar a instabilidade lateral em uma viga pré-moldada de ponte em concreto protendido, sem enrijecedores de alma e içada por cabos verticais, com resultados obtidos por métodos mais exatos.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Além do Objetivo Geral deste trabalho, são colocados também os seguintes objetivos específicos:

1) Analisar a sensibilidade dos métodos de verificação da segurança contra a instabilidade lateral aos seguintes parâmetros: comprimento do balanço, tolerância quanto aos desvios construtivos e propriedades do material, além da variação dimensional do veículo para a fase de transporte;

2) Realizar análise paramétrica a fim de se compararem os critérios de segurança apresentados pela ANBT NBR 6118 (ABNT, 2014) e pelo Eurocode 2 (CEN, 2004) aos fatores de segurança resultantes das avaliações pelos métodos mais exatos.

1.5 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho pode ser enumerada nas seguintes atividades:

1) Levantar os critérios de verificação apresentados pelas normas brasileiras vigentes à data deste trabalho, quais sejam a ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) e a ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), e também pela ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985), já não mais em vigor;

2) Levantar os critérios de verificação à instabilidade lateral de vigas apresentados por normas interacionais, em especial normas europeias e norte–americanas;

3) Verificar o nível de segurança à instabilidade lateral em uma viga pré-moldada de ponte em concreto protendido, sem enrijecedores de alma e içada por cabos verticais;

4) Realizar estudo quanto à sensibilidade dos métodos mais exatos a variações de características físicas do material e a alterações dimensionais tanto na viga quanto no veículo de transporte;

5) Realizar estudo paramétrico no sentido de comparar os critérios de verificação propostos pela ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) e pelo Eurocode 2 (CEN, 2014) aos resultantes de métodos mais exatos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 NORMATIZAÇÃO

Neste item são apresentadas as principais recomendações normativas brasileiras e internacionais.

Embora também seja uma indicação bastante relevante, vez que dedica sua seção 8.10, *Lateral stability of slender members*, à verificação de estabilidade lateral em vigas, o *PCI Bridge Design Manual* (PCI, 2003) também não será tratado aqui, já que suas recomendações e exemplos são identicamente os mesmos levantados por Mast (1989) e Mast (1993), que serão tratados com mais rigor adiante.

2.1.1 ABNT NBR 9062:2006 E ABNT NBR 9062:1985

A norma ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006), em sua versão vigente à data deste trabalho, não apresenta quaisquer recomendações válidas quanto à verificação da instabilidade lateral de vigas. Apesar de citá-las, chega a desconsiderar, de certa forma, fases transitórias que não a de içamento quando diz, em seu item 6.1.1.1, para adotar a verificação prescrita pela ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) considerando o vão compreendido entre os pontos de içamento.

A versão anterior da ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985), no entanto, trazia algumas recomendações. Primeiramente, era indicado que nas vigas de concreto armado, biapoiadas e com carregamentos sem excentricidades, o espaçamento entre travamentos transversais efetivos devesse obedecer a:

$$\frac{L}{b_f} \leq 50 \tag{2.1}$$

onde L é o comprimento do vão e b_f é a largura da mesa comprimida, devendo esse espaçamento ser reduzido no caso de carregamentos excêntricos.

Para vigas biapoiadas, a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985) recomendava também que poderia se considerar que o estado limite por instabilidade seria evitado antes do estado limite último se:

$$\frac{Lh}{b_f^{\,2}} \leq 500 \qquad \textbf{(2.2)}$$

onde h é a altura total da viga.

Adicionalmente, era recomendado que a seguinte inequação fosse obedecida:

$$\frac{h_m}{a_{90}} \geq 2 \qquad \textbf{(2.3)}$$

sendo h_m a menor dimensão entre h_i e h_s e a_{90} a flecha da peça girada de 90°, conforme Figura 2.1.

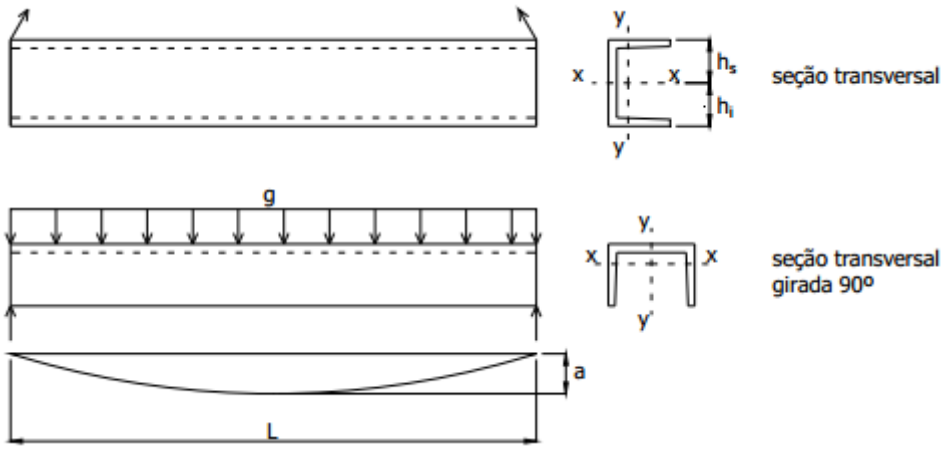


Figura 2.1 – Dimensões para verificação da instabilidade lateral segundo a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985).

2.1.2 ABNT NBR 6118:2014

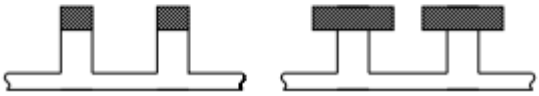
A norma ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), em seu item 15.10, *Instabilidade lateral de vigas*, diz que a segurança deve ser garantida por procedimentos apropriados, mas indica, como alternativas aproximadas, para vigas com armaduras passivas ou ativas, as seguintes condições:

$$b \geq L/50 \tag{2.4}$$

$$b \geq \beta_{fl} h \tag{2.5}$$

sendo b a largura da zona comprimida, h a altura da viga, L o comprimento da flange comprimida, medido entre suportes que garantam o contraventamento lateral, e β_{fl} um coeficiente que depende da forma da viga, conforme Quadro 2.1.

Quadro 2.1 – Valores de β_{fl} conforme tipologia da viga. Fonte: (ABNT, 2014).

Tipologia da viga	Valores de β_{fl}
	0,40
	0,20

2.1.3 ACI 318

Esta normatização coloca que o espaçamento entre suportes laterais para uma viga não deve exceder 50 vezes a menor dimensão de seu flange ou face comprimida. Acrescenta ainda que efeitos de excentricidades laterais dos carregamentos devem ser levados em conta quando da determinação deste espaçamento, mas, assim como fazem as normas brasileiras levantadas, não indica como fazê-lo.

O ACI 318 (ACI, 2008) recomenda que, na fase de projeto, devem ser consideradas distorções que podem vir a ocorrer durante a cura, saque e desforma, armazenamento, içamento, transporte e montagem, pois podem ocasionar esforços adicionais para os quais o elemento não tenha sido projetado. Além disso, diz que, durante as etapas que envolvam a montagem, as peças devem ser adequadamente vinculadas de forma a não comprometer seu alinhamento e sua integridade estrutural, mas, novamente, sem indicar maneiras para isso.

2.1.4 EUROCODE 2

O Eurocode 2 (CEN, 2004) recomenda que a instabilidade lateral deve ser considerada em vigas esbeltas, como as pré-moldadas nas fases de içamento e transporte, e naquelas que não tenham vínculos com impedimento adequado à rotação lateral em suas situações definitivas, por exemplo.

Esta norma sugere, também, que as imperfeições iniciais devem ser consideradas por meio de uma flecha inicial com valor de *L/300* para as vigas sem vínculos que impeçam a rotação lateral, como nas situações de içamento, por exemplo, sendo *L* o comprimento total da viga.

É recomendado que os efeitos de segunda ordem nestes elementos sejam desconsiderados se forem atendidas as seguintes verificações:

– para situações definitivas: $\frac{L_{0t}}{b} \leq \frac{50}{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{1}{3}}}$ e $\frac{h}{b} \leq 2{,}5$ **(2.6)**

– para situações transitórias: $\frac{L_{0t}}{b} \leq \frac{70}{\left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{1}{3}}}$ e $\frac{h}{b} \leq 3{,}5$ **(2.7)**

sendo L_{0t} a distância entre os vínculos contra a torção, *h* a altura total da viga na parte central de L_{0t} ; e *b* a largura do flange comprimido.

2.1.5 BS 8110

O BS 8110 (BS, 1997) faz recomendações para vigas esbeltas em seu item 4.3.2, no qual adverte que durante as fases de construção a viga esbelta estará sujeita a entrar em colapso caso se incline em torno de seu eixo longitudinal. A inclinação inicial, decorrente de imperfeições geométricas ou nos pontos de içamento, pode levar à flexão da viga e, dependendo de sua intensidade, levar à instabilidade lateral.

Para garantir a segurança, o BS 8110 (BS, 1997) indica os seguintes tópicos para serem avaliados com atenção:

a) As dimensões e o tipo de seção transversal, avaliando as relações vão/altura/largura;

b) Localização dos pontos de içamento;

c) Tipo de içamento e os dispositivos utilizados;

d) Tolerâncias.

Em seu item 3.4.1.2, a BS 8110 (BS, 1997) apresenta a relação entre limite de esbeltez e distância entre restrições laterais de acordo com a equação abaixo:

$$L \leq \begin{cases} 60b_f \\ \dfrac{250b_f^2}{d} \end{cases} \qquad \textbf{(2.8)}$$

onde b_f é a largura da mesa comprida, L a distância entre as restrições laterais e d a altura efetiva da seção.

2.2 PESQUISAS NACIONAIS

Lima (1995) traz, em seu item 4, *Procedimentos simplificados para determinação do fator de segurança durante a fase transitória*, um estudo baseado em Mast (1989) e Mast (1993) para avaliação da segurança nas fases de içamento e transporte.

Krahl (2014) utiliza a mesma viga analisada em Mast (1989), Mast (1993) e Lima (1995) para realizar verificações adicionais às recomendadas por aqueles trabalhos. Além de utilizar a metodologia proposta por Mast (1993), Krahl (2014), em seu item 3, *Exemplos numéricos*, também verifica segundo Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

Sousa e Lima (2009) apresentam um estudo comparativo entre as principais prescrições normativas nacionais e internacionais. Neste estudo, é possível observar que as normas não oferecem quaisquer considerações a respeito das excentricidades iniciais, muito embora sabe-se que podem ser ocasionadas em função de imperfeições construtivas

nas fôrmas de moldagem, de retrações diferenciais ao longo do elemento, de gradientes térmicos, de cura diferenciada e de desvios de posicionamento dos cabos de protensão, por exemplo. Por serem inerentes à fase construtiva de elementos pré-moldados em geral, portanto, é bastante importante sua consideração quando do estudo da instabilidade lateral em vigas, uma vez que podem vir a atuar contra a segurança, majorando os efeitos provocados pela solicitação do elemento em torno de seu eixo de menor inércia.

Além disso, Sousa e Lima (2009) mostram, por meio de estudos paramétricos para a fase de içamento, os efeitos que variações na altura da seção transversal e no comprimento total da viga provocam sobre a estabilidade lateral de vigas com e sem balanços (adotados com comprimentos iguais a ¼ do comprimento total para todos os casos analisados). Nesse estudo, Sousa e Lima (2009) concluem que, caso seja necessário o aumento de rigidez da viga, a variação de altura não é o procedimento mais econômico para as vigas que não apresentam balanços, uma vez que o aumento da altura incorre em acréscimos significativos nos valores de momento solicitante, o que se mostra menos expressivo para as vigas com balanços. Já com relação à variação de comprimento total das vigas, concluem que seu aumento é sempre prejudicial, de forma que seu efeito se sobressai ao de variações na altura da seção. Porém, a aplicação de balanços pode gerar efeitos estabilizantes desde que aplicados com comprimentos adequados. Para a viga analisada pelos autores, balanços fixados com ¼ do comprimento total da viga influenciaram positivamente para a estabilidade na fase de içamento.

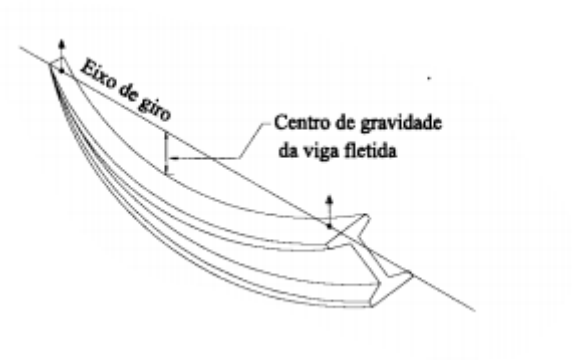
2.3 ESTUDO SIMPLIFICADO SEGUNDO MAST (1989) E MAST (1993)

Neste item são apresentadas as recomendações e metodologias adotadas pelo *PCI Bridge Design Manual* (PCI, 2003) para a análise da instabilidade lateral de vigas nas fases de içamento e transporte. Estes estudos são baseados em Mast (1989) e Mast (1993) e foram realizados utilizando-se equilíbrio de forças e momentos para se chegar a expressões para os fatores de segurança propostos.

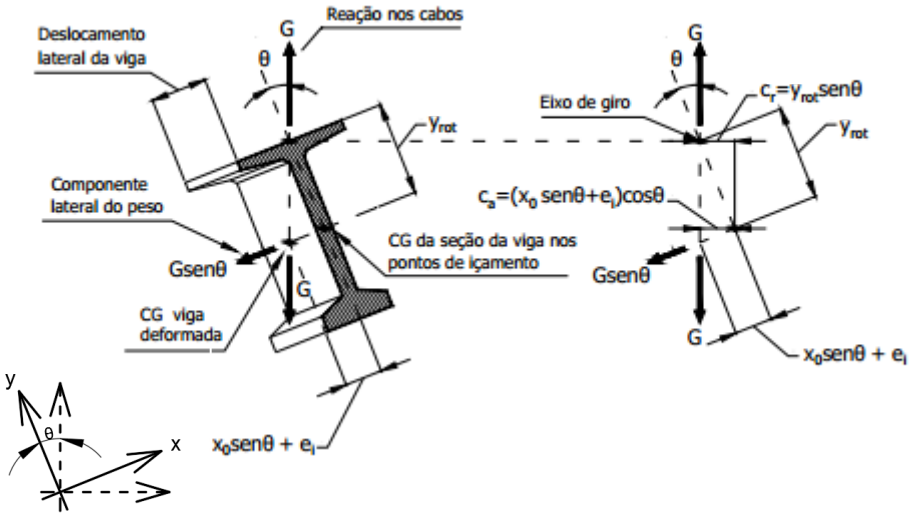
2.3.1 Fase transitória de içamento

Na situação em que a viga se encontra suspensa por cabos, caso em que os apoios são algo próximo a vínculos articulados, não há impedimento contra rotações, de forma que as seções nestes pontos apresentam deslocamentos laterais e giro. Assim, o eixo de giro da viga passa pela linha que une os pontos de ligação do cabo ao elemento estrutural, que geralmente coincide com a face superior do mesmo.

A Figura 2.2, seguinte, mostra o esquema de uma viga suspensa por cabos verticais e fletida em torno do seu eixo de menor inércia. Nessa figura, tem-se: θ é o ângulo de afastamento provocado pelos deslocamentos laterais; x_0 é o afastamento lateral para todo o peso próprio aplicado perpendicularmente ao eixo de menor inércia; $G\,sen\theta$ é a componente do peso próprio na direção do eixo de maior inércia; e_i é a excentricidade devida a imperfeições iniciais; y_{rot} é a distância da face superior da viga ao centro de gravidade da seção transversal no ponto de suspensão.



(a)



(b)

Figura 2.2 – Esquema de viga suspensa por cabos verticais. (a) perspectiva de uma viga livre para girar e fletir lateralmente; (b) vista em corte, à direita, e diagrama de equilíbrio [Modificado]. Fonte: (KRAHL, 2014).

Em uma primeira verificação do diagrama de equilíbrio, observa-se que o deslocamento x depende da componente $G\,sen\theta$, porém esta componente depende do deslocamento lateral ao longo da viga. Assim, há uma relação de dependência entre x e θ e, para que não se parta para um processo iterativo, visto que o objetivo é ter um procedimento simplificado, é plausível tomar-se o deslocamento teórico x_0, do centro de massa da viga, para todo o peso próprio aplicado na direção do eixo de maior inércia. Assim, pode-se escrever:

$$x_0 = \frac{\int_0^L w_D(l)\ dl}{L} \tag{2.9}$$

em que a integral é igual à área da linha elástica para uma carga uniformemente distribuída, L é a distância entre os apoios e w_D é o deslocamento lateral do centroide da seção, na direção do eixo de maior inércia.

Da equação diferencial da flexão (linha elástica como sendo a quarta derivada da equação de momento), tem-se:

$$EI_y w_D'''' - g = 0 \tag{2.10}$$

em que g é a carga uniformemente distribuída devida ao peso próprio, EI_y é a rigidez da viga em torno do eixo de menor inércia.

Resolvendo a Equação (2.10), tem-se:

$$w_D(x) = \frac{g}{24EI_y}(l^4 - 2Ll^3 + L^3 l) \tag{2.11}$$

Dessa forma, encontra-se x_0, isto é:

$$x_0 = \frac{\int_0^L \frac{g}{24EI_y}(l^4 - 2Ll^3 + L^3 l)\,dl}{L} \tag{2.12}$$

$$x_0 = \frac{gL^4}{120EI_y} \tag{2.13}$$

A variável x_0 pode ser melhor interpretada conforme se observa na Figura 2.3, na qual se tem a distância do centro de massa da viga deformada (linha tracejada) ao eixo

indeformado da viga (linha contínua), dada por $\frac{5\,g\,L^4}{384 EI_y}$. O CG da viga deformada, mostrado na Figura 2.2, também pode ser observado e se encontra a $\frac{g\,L^4}{120 EI_y}$.

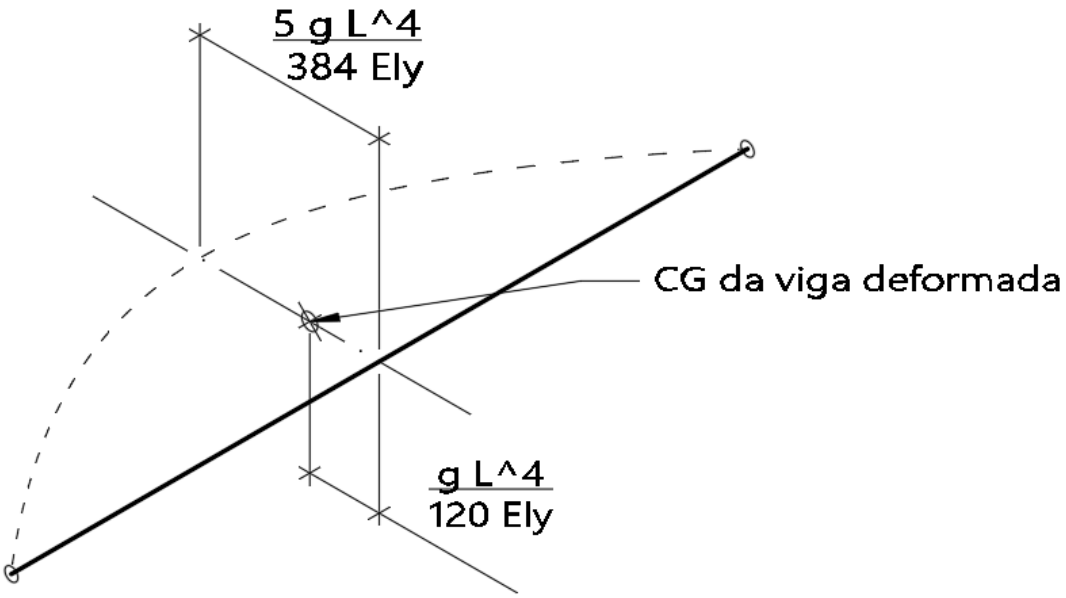


Figura 2.3 – Visualização da variável x_0.

El Debs (2000) coloca que, para içamento realizado por cabos verticais, a segurança contra a instabilidade lateral pode ser aumentada fazendo-se uso de balanços até que o posicionamento dos pontos de içamento atinja cerca de um quarto do comprimento da viga, medido a partir das extremidades. Para valores de balanços maiores que este, a segurança contra a instabilidade lateral passa a diminuir novamente até que os dois cabos coincidam, isto é, situação na qual o içamento seria realizado por apenas um cabo, no ponto central. Assim, segundo El Debs (2000), uma forma de aumentar a segurança contra a instabilidade lateral de vigas durante o içamento é posicionar os cabos de forma a se terem balanços. Essa ideia é a mesma de Mast (1989) e pode ser facilmente compreendida ao se observar o gráfico da Figura 2.4, no qual tem-se: no eixo das abscissas, a razão entre o comprimento dos balanços e o comprimento total da viga; e no eixo das ordenadas, a razão entre o deslocamento x_0, para a viga içada com balanços, e x_0', sem balanços.

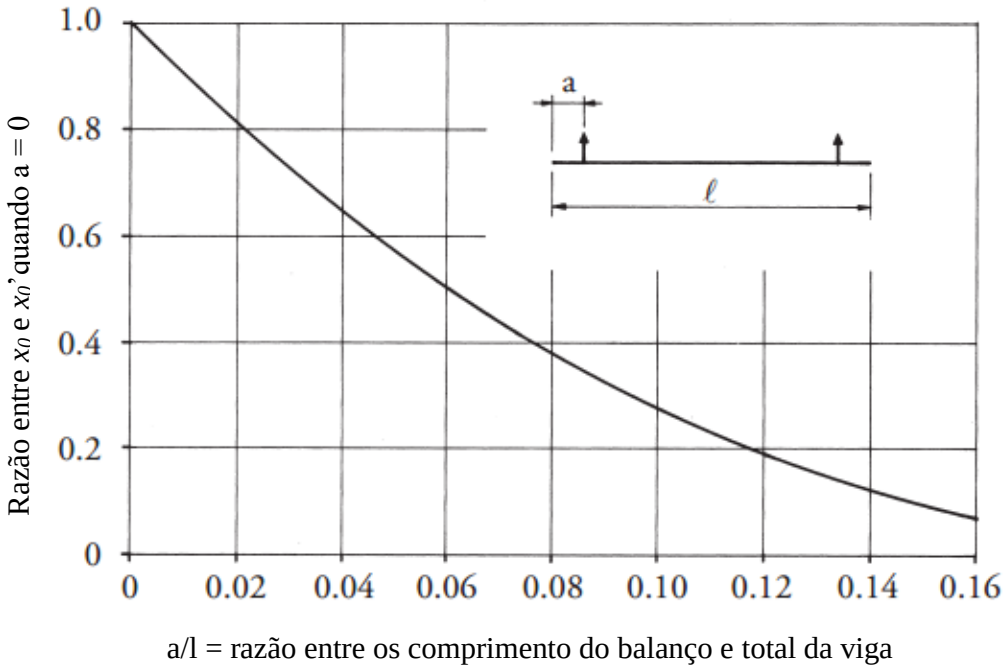


Figura 2.4 – Redução de x_0 com a utilização de balanços. [Modificado]. Fonte: (MAST, 1989).

Mast (1989) ainda apresenta uma equação mais geral que a (2.13) para determinação de x_0, sendo que esta pode ser aplicada para vigas com balanços de comprimentos iguais. Assim:

$$x_0 = \frac{g}{12\,EI_y\,L}\left(\frac{1}{10}(L-2a)^5 - a^2(L-2a)^3 + 3a^4(L-2a) + \frac{6}{5}a^5\right) \qquad \textbf{(2.14)}$$

em que g é o carregamento distribuído devido ao peso próprio, EI_y é a rigidez em torno do eixo de menor inércia, L é o comprimento total da viga e a é o comprimento do balanço.

Sendo x o deslocamento lateral do centroide da seção do meio do vão devido a $G\,sen\,\theta$ e x_0 esse deslocamento para todo o peso próprio aplicado, chega-se à relação:

$$x = x_0\,sen\,\theta \qquad \textbf{(2.15)}$$

Da Figura 2.2, tira-se:

$$tg\,\theta = \frac{x_0\, sen\,\theta + e_i}{y_{rot}} \qquad \textbf{(2.16)}$$

Como propõe Mast (1989), para ângulos de até 0,2 rad ou 11,5°, vale a aproximação $\theta \cong sen\,\theta \cong tg\,\theta$, que se encaixa na maioria das aplicações. Assim, sabendo que:

$$\theta_i = \frac{e_i}{y_{rot}} \qquad \textbf{(2.17)}$$

Tem-se que:

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \left(\frac{1}{1 - \frac{x_0}{y_{rot}}} \right) \qquad \textbf{(2.18)}$$

ou ainda, para a situação de fissuração:

$$\left(\frac{y_{rot}}{x_0} \right)_{fiss} = \frac{1}{1 - \frac{\theta_i}{\theta_{fiss}}} \qquad \textbf{(2.19)}$$

Pode-se adotar, então, o fator de segurança contra a fissuração como sendo:

$$FS_{fiss} = \frac{\frac{y_{rot}}{x_0}}{\left(\frac{y_{rot}}{x_0} \right)_{fiss}} \qquad \textbf{(2.20)}$$

Substituindo-se (2.19) em (2.20) resulta:

$$FS_{fiss} = \frac{y_{rot}}{x_0}\left(1 - \frac{\theta_i}{\theta_{fiss}}\right) \quad \textbf{(2.21)}$$

Analisando-se a Equação (2.21), percebe-se que o fator de segurança resultante tende a crescer em vigas que não tenham excentricidades iniciais tão expressivas. Neste raciocínio, essas vigas podem vir a romper por flexão lateral sem que haja influência efetiva dos desvios iniciais. Assim sendo, ao invés da Equação (2.20), prefere-se utilizar:

$$FS_{fiss} = \frac{\theta_{fiss}}{\theta} \quad \textbf{(2.22)}$$

Isolando o valor de θ na Equação (2.18) e substituindo–o em (2.22), resulta:

$$FS_{fiss} = \frac{\theta_{fiss}}{\theta_i}\left(1 - \frac{x_0}{y_{rot}}\right) \quad \textbf{(2.23)}$$

As Equações (2.21) e (2.23) são bastante semelhantes. No entanto, nesta última, $\frac{\theta_{fiss}}{\theta_i}$ é o parâmetro principal, enquanto $\left(1 - \frac{x_0}{y_{rot}}\right)$ é o modificador. Já na Equação (2.21), $\frac{y_{rot}}{x_0}$ é o parâmetro principal e $\left(1 - \frac{\theta_i}{\theta_{fiss}}\right)$ é o modificador. Ambas as equações são apresentadas na primeira parte do trabalho de Mast, publicado em 1989, no qual é indicado que se tome o menor dos fatores de segurança dados pelas equações.

A fim de se estabelecer uma única expressão para o cálculo do fator de segurança que leve em consideração tanto os efeitos das excentricidades iniciais quanto os deslocamentos laterais e tomando como base o esquema da imagem direita da Figura 2.2(b), percebe-se que há equilíbrio entre dois momentos: uma parcela que atua a favor da instabilidade, que aqui será chamada M_{atu}, e outra que atua no sentido de estabilizar o efeito provocado pela anterior, M_{est}. Ambas são causadas pelo carregamento de peso próprio.

Ainda da Figura 2.2, tira-se:

$$M_{est} = G\ c_r = G\, sen\ \theta (y_{rot}) \tag{2.24}$$

$$M_{atu} = G\ c_a = G\, cos\ \theta (x_0\ sen\ \theta + e_i) \tag{2.25}$$

onde c_r é o braço de alavanca do momento estabilizante e c_a é o braço de alavanca do momento atuante.

Então, a fim de se estabelecer um coeficiente de segurança genérico, FS, valendo-se da aproximação proposta, $\theta \cong sen\ \theta \cong tg\ \theta$, e trabalhando com as Equações (2.24) e (2.25), tem-se:

$$FS = \frac{M_{est}}{M_{atu}} = \frac{G\, c_r}{G\, c_a} = \frac{c_r}{c_a} = \frac{sen\ \theta (y_{rot})}{cos\ \theta (x_0\ sen\ \theta + e_i)} = \frac{\theta\, y_{rot}}{x_0\ \theta + e_i} \tag{2.26}$$

Ainda, já que, $\theta \cong sen\ \theta \cong tg\ \theta$, tem-se que $y_{rot} = \frac{e_i}{\theta_i}$. Então, o fator de segurança contra a fissuração é:

$$FS_{fiss} = \frac{1}{\frac{x_0}{y_{rot}} + \frac{\theta_i}{\theta_{fiss}}} \tag{2.27}$$

A Equação (2.27) é apresentada na segunda parte do trabalho de Mast, publicada em 1993 e, segundo Lima (1995), deve ser preferida às Equações (2.21) e (2.23), visto que considera o efeito combinado das relações $\frac{\theta_i}{\theta_{fiss}}$ e $\frac{x_0}{y_{rot}}$. A Figura 2.5 representa a Equação (2.27) graficamente.

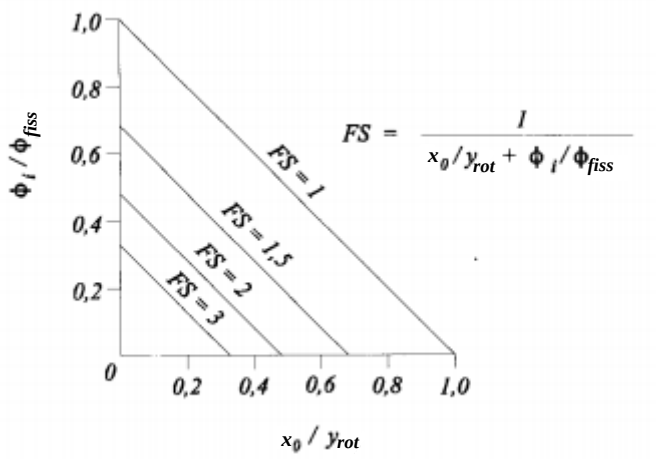


Figura 2.5 – Fatores de segurança contra fissuração [Modificado]. Fonte: (LIMA, 1995).

Inicialmente, os estudos desenvolvidos por Mast (1989) analisavam a viga apenas antes da fissuração, limitando o máximo ângulo de giro àquele que tensões de tração nas fibras superiores iguais às máximas resistentes pelo concreto. Naqueles estudos foram propostas apenas as Equações (2.21) e (2.23). Por meio de análises posteriores, apresentadas em Mast (1993), foi possível confirmar que as vigas ainda oferecem resistência em ângulos maiores que o ângulo correspondente à fissuração. Assim sendo, conclui-se que devam ser calculados dois fatores de segurança: um relativo à fissuração e outro relativo à ruptura. Lima (1995), entretanto, ressalta que a "ruptura" definida em Mast (1993) não corresponde àquela definida pelo estado limite último tomado na norma brasileira.

Resultados de ensaios computacionais e experimentais em escala real para nove diferentes vigas levaram Mast (1993) a propor uma expressão simplificada para o cálculo da rigidez efetiva de vigas longas em seção I de concreto protendido de dimensões semelhantes a PCI PT 72, esquematizada na Figura 2.6. Todas as vigas avaliadas apresentavam o menor momento de inércia igual a, pelo menos, 4% do maior momento de inércia e tensão de protensão média igual a, no mínimo, 8,30 MPa.

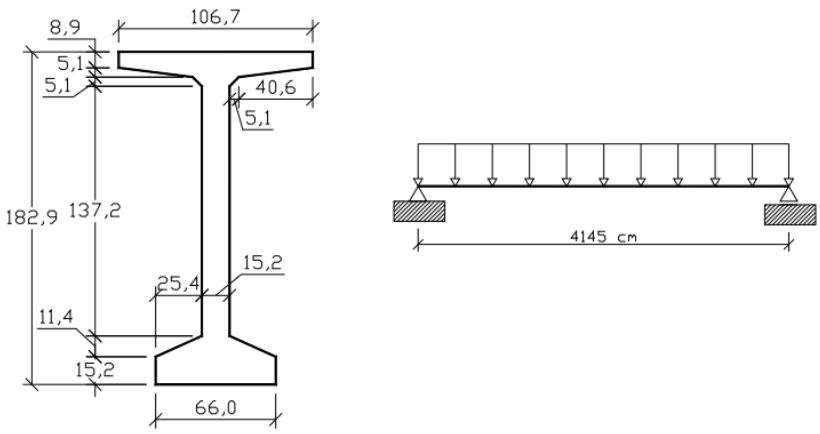


Figura 2.6 – Seção e esquema estático da viga PCI PT 72, com dimensões em cm. Fonte: (KRAHL, 2014).

Baseando-se nos esforços de tração nas fibras extremas da mesa superior, Mast (1993) sugere que para ângulos de inclinação que produzam tensões menores que $7{,}5\sqrt{f_c'}$, utilize-se a inércia da seção bruta. Já para ângulos que resultem em tensões maiores que $7{,}5\sqrt{f_c'}$, ou seja, quando houver fissuração do concreto, utilize-se a inércia efetiva, dada por:

$$I_{ef} = \frac{I_y}{1 + 2{,}5\theta} \qquad \textbf{(2.28)}$$

A expressão $7{,}5\sqrt{f_c'}$ corresponde à recomendação do ACI 318 (2008) para se encontrar o módulo de ruptura do concreto, que corresponde à sua resistência à tração quando submetido a flexão, sendo f_c' dado em psi. Essa recomendação corresponde a $0{,}62\sqrt{f_c'}$, com f_c' dado em MPa (ACI, 2008). O parâmetro f_c'é a resistência à compressão do concreto à data de içamento ou de transporte.

Na Figura 2.7 são mostradas, em linhas contínuas, previsões computacionais para as vigas analisadas por Mast (1993). A linha tracejada representa a evolução da inércia efetiva, dada pela Equação (2.28). As linhas terminam no ponto referente à ruptura prevista. Mast (1993) considera plausível, então, assumir um ângulo máximo de ruptura igual a 0,4 radianos, ou 23°.

Embora a curva tracejada indique perda repentina de rigidez, essa consideração se mostra conservadora, uma vez que, apesar de serem mais difíceis as previsões de deflexão pós–fissuração, não foi observada nenhuma perda instantânea nos ensaios experimentais realizados por Mast (1993).

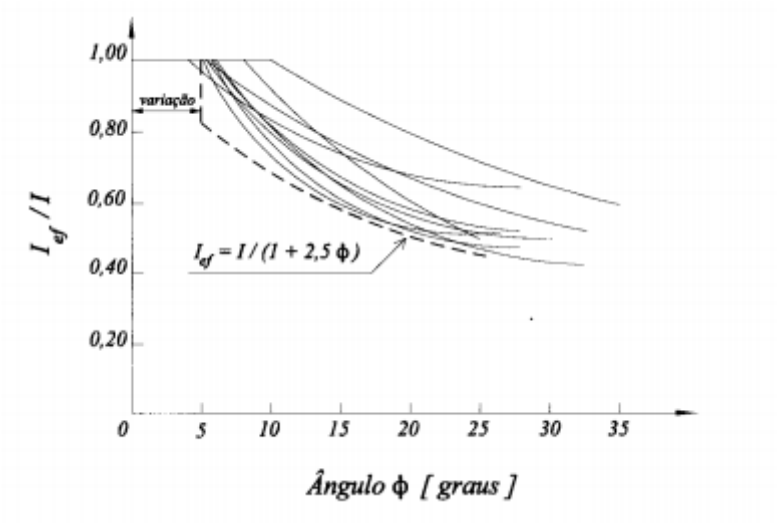


Figura 2.7 – Relação entre inércia efetiva e o ângulo de inclinação. Fonte: (LIMA, 1995).

Previsões para a fase fissurada podem, à primeira vista, parecer algo bastante trabalhoso, uma vez que se tem uma relação de interdependência entre o ângulo de inclinação θ e a deflexão x_0. Mast (1993), no entanto, no intuito de contornar este problema, propõe que sejam plotadas as curvas dos braços de alavanca para os momentos resistente e atuante, c_r e c_a, respectivamente, mostrados nas Equações (2.24) e (2.25). A utilização dos braços de alavanca ao invés dos próprios valores de momento é preferida, vez que a interpretação e a confrontação dos resultados se torna mais palpável. Utilizando as aproximações de que $\theta = sen\ \theta$ e $cos\,\theta = 1$, a Figura 2.8 mostra c_r e c_a plotados para uma situação antes da fissuração, na qual o equilíbrio da viga (equilíbrio dos momentos) é representado pelo ponto de intersecção entre as curvas.

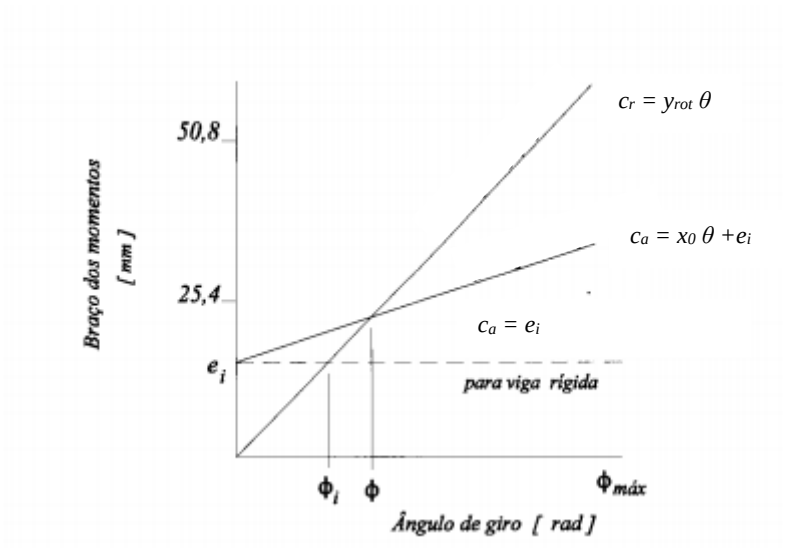


Figura 2.8 – Braços de alavanca plotados para uma situação anterior à fissuração. [Modificado]. Fonte: (MAST, 1993).

Já para ângulos maiores que o de fissuração, Mast (1993) considera que c_a sofre um incremento devido à perda de inércia e consequente aumento de x_0, conforme se pode ver na Figura 2.9, que mostra agora a plotagem de c_a e c_r para situações pós–fissuração.

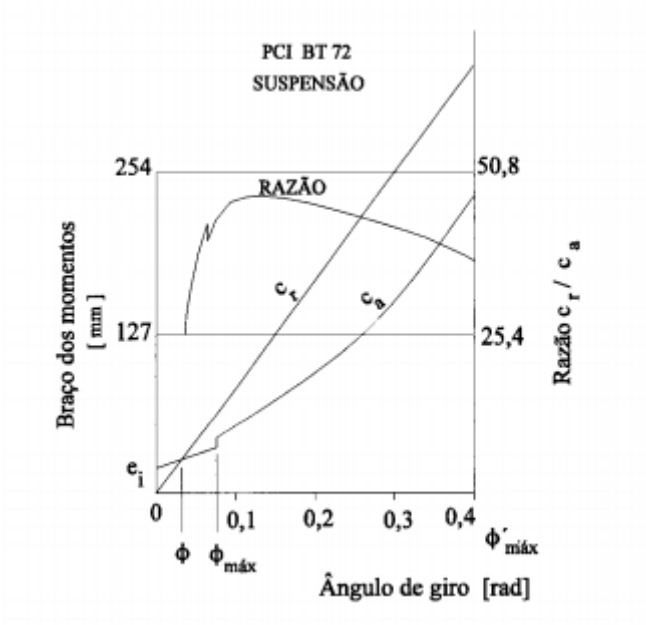


Figura 2.9 – Braços de alavanca plotados para uma situação posterior à fissuração para a viga PCI PT 72 [Modificado]. Fonte: (MAST, 1993).

Destaca-se que, de acordo com a Figura 2.9, a situação pré–fissuração é representada na parte inferior esquerda do gráfico. O braço de alavanca c_r é praticamente uma reta para ângulos de até 0,4 radianos (ou 23°) e o braço de alavanca c_a aumenta com incrementos em θ. Observa-se, também, que o máximo valor da razão c_r/c_a (fator de segurança) é atingido para inclinações em torno de 0,16 radianos.

Neste sentido, e chamando a deflexão após a fissuração de $x_{0,rup}$, tem-se:

$$x_{0,rup} = x_0 \left(1 + 2{,}5\,\theta\right) \tag{2.29}$$

Incluindo a Equação (2.29) na Equação (2.26), chega-se a:

$$FS = \frac{c_r}{c_a} = \frac{\theta\, y_{rot}}{x_0\, \theta\,(1 + 2{,}5\,\theta) + e_i} \tag{2.30}$$

A fim de se encontrar o ângulo correspondente ao máximo fator de segurança contra a ruptura, deriva-se a expressão (2.30) com relação a θ, obtendo-se $\theta_{máx}$, admitido como o ângulo de ruptura, θ_{rup}. Assim, fazendo-se:

$$\frac{dFS}{d\theta} = 0 \tag{2.31}$$

chega-se a:

$$\theta_{rup} = \sqrt{\frac{e_i}{2{,}5\, x_0}} \tag{2.32}$$

Calculados $x_{0,rup}$ e θ_{rup}, chega-se ao fator de segurança contra a ruptura, FS_{rup}, igual a:

$$FS_{rup} = \frac{\theta_{rup}\, y_{rot}}{x_{0,rup}\, \theta_{rup} + e_i} \tag{2.33}$$

Mast (1993) recomenda ainda que, para a fase de içamento, se adote o menor dos fatores de segurança dados pelas expressões (2.27) e (2.33). Ainda, se FS_{fiss} for maior que FS_{rup}, isso indica que a máxima segurança ocorre antes da fissuração, devendo-se fazer $FS_{rup} = FS_{fiss}$, neste caso. Mast indica que valores para fatores de segurança corretos não podem ser determinados cientificamente, o que deve ser feito experimentalmente. Com base em observações anteriores a seu trabalho, então, Mast recomenda que o fator de segurança contra a fissuração seja superior a 1,0, enquanto contra a ruptura seja maior que 1,5.

2.3.2 Fase transitória de transporte

Na situação de transporte os elementos de concreto pré-moldado são suscetíveis a tombamentos, uma vez que os apoios não oferecem grandes restrições a rotação. Além disso, segundo Krahl (2014), as análises devem considerar as imperfeições geométricas das vigas, os desvios de posicionamento e as superelevações das vias.

Em seu trabalho *"Lateral Stability of Long Prestressed Concrete Beams – Part 2"*, apresentado no ano de 1993, Mast trata dos apoios elásticos e sua importância na fase de transporte de vigas de concreto. A análise dessa situação transitória deve envolver as propriedades dos apoios visto que, geralmente, as vigas de concreto resistem a ângulos de inclinação maiores do que os suportados pelos apoios. Esse estudo envolve tanto a rigidez dos apoios quanto o comportamento do concreto fissurado e pode ser simplificado admitindo que as vigas de concreto (com espessura maior ou igual a 150 mm) apresentam rigidez à torção maior que a rigidez dos apoios, transformando um problema de flambagem em um caso de flexão simples e equilíbrio.

De acordo com a Figura 2.10, e sabendo que o eixo de giro da peça se encontra abaixo do centro de gravidade C.G., tem-se: c_a é o braço de alavanca do momento atuante, θ é o ângulo de tombamento do eixo principal da viga em relação à vertical, x_0 é o deslocamento lateral fictício devido à atuação do peso próprio lateralmente, e_i é a excentricidade inicial da viga, y_{rot} é a distância entre o centro de gravidade e o eixo de giro, α é o ângulo de superelevação da via ou ângulo de inclinação do apoio e G é o peso próprio da viga.

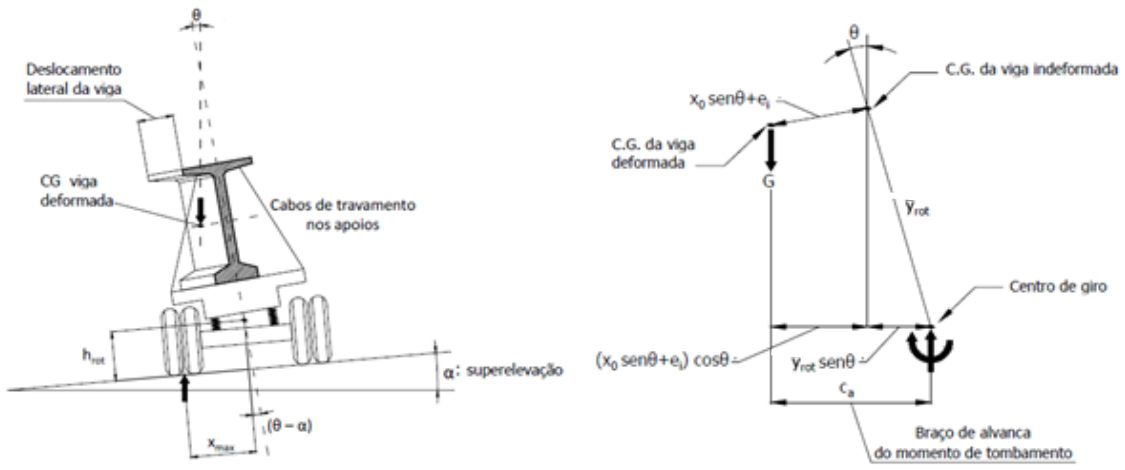


Figura 2.10 – Esquema de equilíbrio estático de viga sobre apoio elástico. [Modificado]. Fonte: (KRAHL, 2014).

Quando uma viga é posta sobre apoios flexíveis, tais como reboque e caminhão, existe a tendência de o apoio girar em torno de um eixo. Nesse caso, o eixo está abaixo da viga e distância do eixo até o centro de gravidade y_{rot} seria negativa, mas por convenção será adotado seu valor positivo, como mostrado na Figura 2.10. Essa configuração sugere que o suporte deve ser capaz de resistir à rotação, resistência essa expressada pela constante de mola K_θ.

A partir do eixo do apoio e das equações de momento, substituindo x por $x_0\, sen\theta$, tem-se:

$$G\left(x_0\, sen\,\theta cos\,\theta + e_i\, cos\,\theta + y_{rot}\, sen\,\theta\right) = K_\theta\,(\theta - \alpha)$$

Partindo da hipótese dos pequenos ângulos e utilizando as aproximações $\theta = sen\,\theta$ e $cos\,\theta = 1$:

$$G\left(x_0\,\theta + e_i + y_{rot}\,\theta\right) = K_\theta\,(\theta - \alpha) \qquad \textbf{(2.34)}$$

É comum usar $r = \dfrac{K_\theta}{G}$, sendo r o raio de estabilidade para o qual a viga atinge o equilíbrio neutro e o momento atuante se iguala ao momento resistente, como mostra a Figura 2.11:

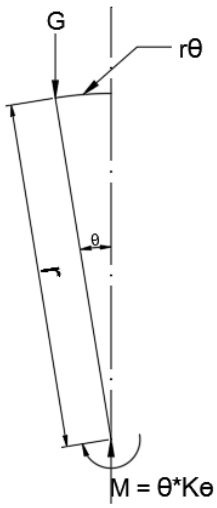


Figura 2.11 – Definição do raio de estabilidade. Fonte: Adaptado de Mast (1993).

Voltando à Equação (2.34), isolando o ângulo de inclinação θ e inserindo o raio de estabilidade r no lugar de K_θ / G, tem-se:

$$\theta = \frac{\alpha r + e_i}{r - x_0 - y_{rot}} \qquad \textbf{(2.35)}$$

Aplicando o equilíbrio de forças na viga mostrada na Figura 2.10, Mast (1993) determinou o braço de alavanca do momento atuante:

$$c_a = (x_0 \, sen\theta + e_i) cos\theta + y_{rot} \, sen\theta \qquad \textbf{(2.36)}$$

Já o braço do momento resistente c_r é dado pelo momento resistente do apoio dividido pelo peso próprio da viga G, sendo K_θ a constante de mola:

$$c_r = r(\theta - \alpha) \qquad \textbf{(2.37)}$$

Admitindo regime elástico–linear, o valor de x pode ser aproximado por $x_0 \, sen\theta$ e nesse caso a inércia lateral bruta da seção é utilizada nos cálculos. Para casos gerais, o valor de x deve ser calculado usando a rigidez da peça fissurada, que varia com

o ângulo θ quando este excede o valor θ_{fiss}. É esse valor de θ_{fiss} que determina o início da fissuração da peça, como descrito em Mast (1993).

A fissuração da seção de concreto leva à redução da inércia das vigas de concreto armado, afetando a resistência real das vigas. Para encontrar a rigidez efetiva, Mast (1933) propõe, assim como para a situação de içamento (ver item 2.3.1, página 34), as seguintes condições: para ângulos de inclinação que produzem tensões de tração na extremidade da mesa superior inferiores a $7{,}5\sqrt{f'c}$ usar a inércia bruta da seção I_y; e para ângulos de inclinação que produzem tensões de tração na extremidade da mesa superior superiores a $7{,}5\sqrt{f'c}$, usar a rigidez efetiva dada pela Equação (2.28).

O fator de segurança será dado pela razão entre o momento resistente $G\ c_r$ pelo momento atuante $G\ c_a$. Aplicando as aproximações para pequenos ângulos, tem-se:

$$FS = \frac{c_r}{c_a} = \frac{r\,(\theta - \alpha)}{x_0\,\theta + e_i + y_{rot}\,\theta} \qquad \textbf{(2.38)}$$

Substituindo θ pelo ângulo de fissuração θ_{fiss}, tem-se o fator de segurança contra fissuração dado pela Equação (2.39):

$$FS_{fiss} = \frac{r\,(\theta_{fiss} - \alpha)}{x_0\,\theta_{fiss} + e_i + y_{rot}\,\theta_{fiss}} \qquad \textbf{(2.39)}$$

O braço de alavanca do momento resistente é limitado pela geometria da plataforma do reboque ou do caminhão. Mast (1993) recomenda que a altura do eixo de rolamento seja de 600 mm ou 610 mm e que $x_{\max}$, distância da linha central ao centro dos pneus duplos, seja de 915 mm. Dessa forma, o braço de alavanca do momento resistente pode ser obtido como mostrado na Figura 2.12.

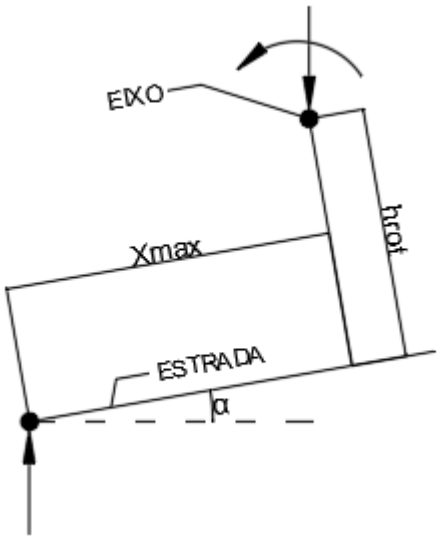


Figura 2.12 – Máximo braço de momento resistente para uma viga em caminhão e reboque. Fonte: Adaptado de Mast (1993).

$$c_{r\max} = x_{\max} \cos\alpha - h_{rot} \, sen\,\alpha \qquad \textbf{(2.40)}$$

Substituindo a Equação (2.37) na Equação (2.40), e resolvendo para o ângulo de ruptura / tombamento θ_{rup} em que o braço do momento resistente é máximo, com a simplificação para pequenos ângulos, tem-se:

$$\theta_{rup} = \frac{x_{\max} - h_{rot}\,\alpha}{r} + \alpha \qquad \textbf{(2.41)}$$

Para encontrar o fator de segurança para situação de falha ou ruptura, basta substituir θ_{fiss} por θ_{rup} e x_0 por $x_{0,rup}$ encontrando a Equação (2.42):

$$FS_{rup} = \frac{r\,(\theta_{rup} - \alpha)}{x_{0,rup}\,\theta_{rup} + e_i + y_{rot}\,\theta_{rup}} \qquad \textbf{(2.42)}$$

Mast (1993) recomenda ainda que, para a fase de transporte, se adote o menor dos fatores de segurança dados pelas expressões (2.39) e (2.42). Ainda, se FS_{fiss} for maior que FS_{rup}, isso indica que a máxima segurança ocorre antes da fissuração, devendo-se adotar o fator correspondente à fissuração, neste caso.

2.3.3 Comentário a respeito dos efeitos de vento

Com relação aos efeitos de vento, Mast (1989) e Mast (1993) não trazem nenhuma verificação. Mast (1993), no entanto, faz uma breve indicação quanto ao esforço adicional causado por carregamento de vento. Nessa verificação, toma a pressão do vento como dado base (em Pascals) e a aplica sobre a superfície lateral da viga analisada. Com o carregamento total gerado (em kN), é calculado o deslocamento horizontal adicional do centro de massa da viga, $x_{0,vento}$.

Segundo Mast (1993), os carregamentos de vento têm duas implicações diretas: 1) a deflexão causada representa um incremento de excentricidade inicial, que deve ser considerada, uma vez que atua reduzindo os fatores de segurança, como visto anteriormente; e 2) para as situações de transporte, por exemplo, o próprio carregamento de vento atua causando um momento adicional em torno dos apoios sob a viga. Esse momento, dividido pelo peso total da peça, produz um braço adicional de momento atuante. Assim, a excentricidade inicial total passa a ser o valor obtido inicialmente adicionado do deslocamento lateral e do braço de momento adicional causados pelo vento.

2.4 ESTUDO SEGUNDO STRATFORD E BURGOYNE (1999) E STRATFORD, BURGOYNE E TAYLOR (1999)

Um pouco diferente do que propõe Mast em seus trabalhos, Stratford, Burgoyne e Taylor apresentam três situações sob as quais as vigas devem ser analisadas: içamento, transporte em caminhão e viga simplesmente apoiada sem ligação definitiva com a estrutura. Apesar disso, mostram que nos dois últimos casos os comportamentos de deformação da viga se assemelham. Adicionalmente, como já levantado na introdução deste trabalho, é proposto por El Debs (2000) que se reúnam os casos de análise da estabilidade lateral em duas situações apenas: içamento e viga sobre apoio. Aqui, portanto, serão levantadas as abordagens de Stratford, Burgoyne e Taylor apenas para as fases de içamento e transporte.

Os trabalhos de Stratford, Burgoyne e Taylor buscam chegar a cargas críticas às quais as vigas analisadas podem ser submetidas nas fases transitórias. Desta forma, o

carregamento crítico encontrado é então comparado ao peso próprio da viga. Para se chegar a esses valores, é utilizada simulação numérica pelo método dos elementos finitos. Aliado a isso, as hipóteses de Southwell (1932) são incorporadas ao estudo a fim de se estabelecer uma melhor representação do comportamento de deformação da viga conforme se aproxima de sua carga de flambagem sob os carregamentos considerados.

Para se determinarem tais cargas críticas, os autores constataram que os efeitos de deslocamento dos apoios têm pouca influência, tendo em vista as seções típicas de concreto, e que desconsiderá-los se torna conservador. Além disso, foram também negligenciados os efeitos relacionados à diferença entre as posições do centroide da peça e o centro de cisalhamento, assim como aqueles advindos da deformação do maior eixo de inércia.

Conforme Stratford e Burgoyne (1999), apesar de a implementação em método dos elementos finitos ter possibilitado a consideração das não–linearidades geométricas, a falha da viga em qualquer das fases transitórias é assumida por flambagem em regime elástico da peça, o que ocorreria sob determinado peso próprio calculado, o qual deve ser comparado ao valor real de forma a então se avaliar a segurança desta viga à instabilidade lateral.

2.4.1 Fase transitória de içamento

Segundo Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), esta é a fase mais crítica dentre as transitórias e definitivas, uma vez que não há restrição lateral de apoio. Devido a isso, durante as operações de içamento, as vigas podem apresentar giro em torno de seu eixo longitudinal, fazendo com que parte de seu peso próprio atue lateralmente, perpendicularmente ao eixo de menor inércia. Neste sentido, e assumindo içamento por cabos verticais (sem esforços normais na peça), podem ocorrer grandes deformações por flexão simples lateral. Com relação aos efeitos provocados por torção, no içamento de vigas de concreto de seções comuns, a rigidez à torção é elevada, de forma que, ao contrário do que acontece para as vigas metálicas sob a mesma situação, as deformações totais e a carga crítica de flambagem da viga podem ser consideradas independentes de sua rigidez torcional. Assim sendo, o giro da peça em torno de seu eixo é tomado como giro de corpo rígido e a flexão lateral é considerada como flexão simples.

Por meio de análise numérica na qual foram variadas as dimensões da viga, Stratford e Burgoyne (1999) apresentam as curvas da Figura 2.13, sendo:

$\dfrac{g_{crit}\ L^3}{E_y I}$ o adimensional de carregamento;

y_{rot}/L o adimensional da altura de posicionamento dos suportes;

a/L o adimensional que indica o tamanho dos balanços, conforme esquema.

Chama-se atenção aqui para as diferenças de escala nos eixos verticais de cada um dos gráficos apresentados.

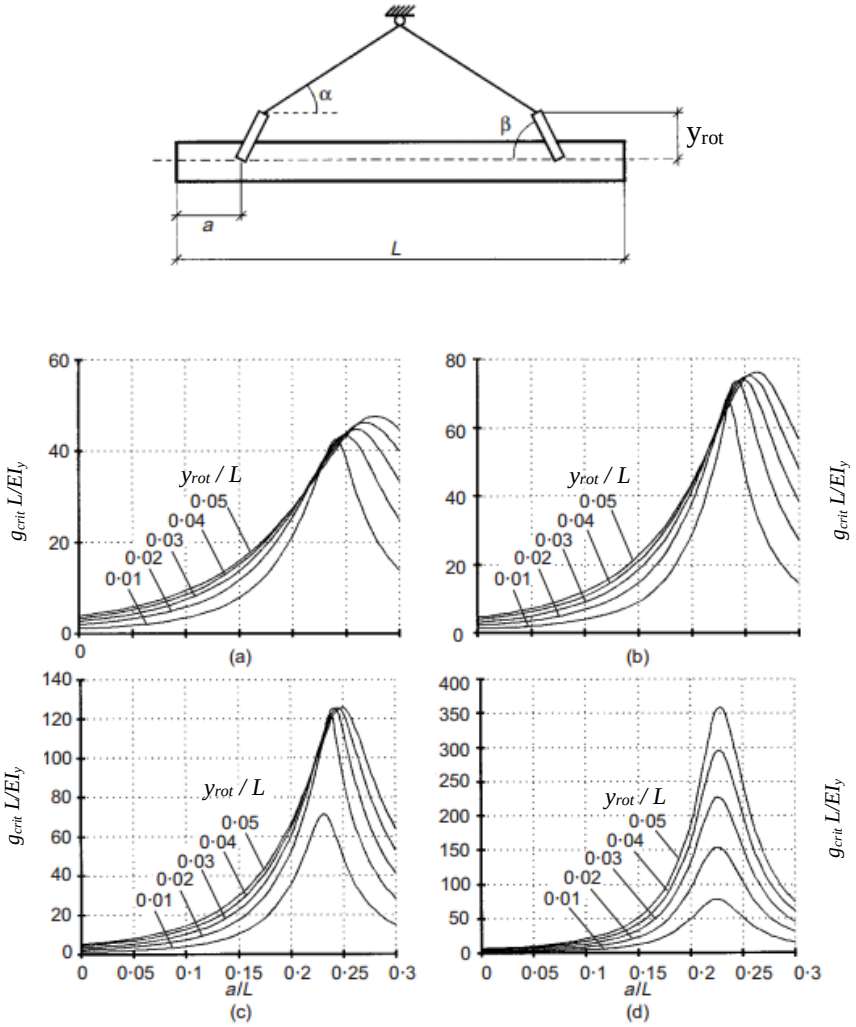


Figura 2.13 – Cargas críticas de flambagem para vigas em fase de içamento, para $\beta = 0°$ e diferentes valores de α : (a) $\alpha = 30°$; (b) $\alpha = 45°$; (c) $\alpha = 60°$; e (d) $\alpha = 90°$ (cabo vertical). [Modificado]. Fonte: (STRATFORD E BURGOYNE, 1999).

Percebe-se que, conforme se aumenta a altura de fixação dos cabos e a relação *a/L* se aproxima de 0,25, há um crescimento bastante significativo do carregamento suportado pela viga, ou carregamento crítico (g_{crit}). Esse carregamento também cresce à medida que se aumento o ângulo dos cabos de içamento, assumindo valor máximo para o cabo na vertical. Stratford e Burgoyne (1999) apresentam, ainda, essas curvas ampliadas na região onde *a/L* < 0,1, conforme Figura 2.14.

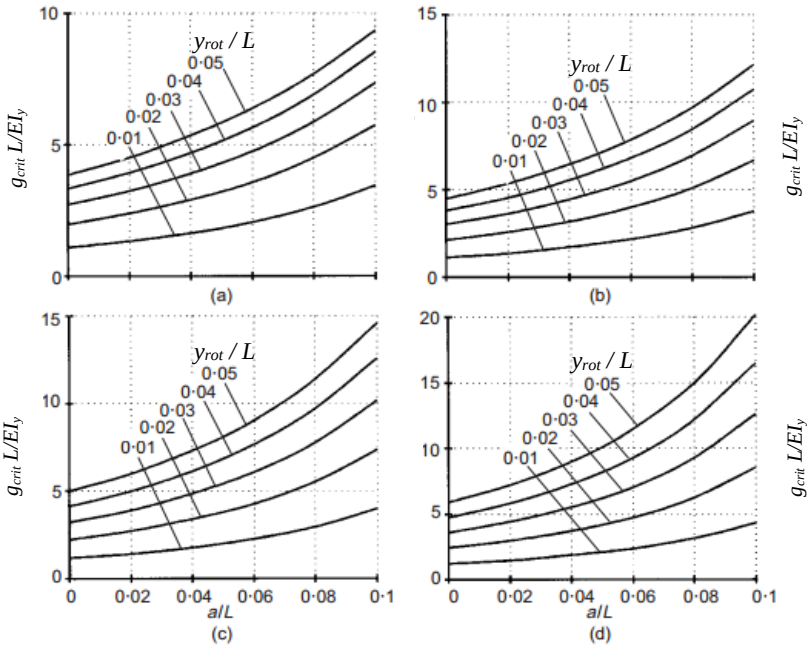


Figura 2.14 – Cargas críticas de flambagem para vigas em fase de içamento, para *a/L* < 0,1 e $\beta = 0°$ e diferentes α : (a) $\alpha = 30°$; (b) $\alpha = 45°$; (c) $\alpha = 60°$; e (d) $\alpha = 90°$ (cabo vertical). [Modificado]. Fonte: (STRATFORD E BURGOYNE, 1999).

Para o caso de içamento com cabo verticais, Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) recomendam a seguinte expressão para determinação do carregamento crítico, g_{crit}:

$$g_{crit} = \frac{12\, EI_y\, y_{rot}}{\frac{L^4}{10} - aL^3 + 3a^2L^2 - 2a^3L - a^4} \qquad \textbf{(2.43)}$$

Conforme Krahl (2014), no entanto, este carregamento se refere a uma viga perfeita, sem deformações iniciais. Se fosse este o caso, bastaria compará-lo ao peso próprio da viga. Para que sejam consideradas as imperfeições iniciais então, Stratford,

Burgoyne e Taylor (1999) utilizam a construção de Southwell (1932) e sugerem que seja tomada uma viga com deformações iniciais em formato senoidal. Ao levar em conta essas deformações na determinação do carregamento crítico, Krahl (2014) apresenta uma expressão ligeiramente diferente da proposta por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999). Na primeira, a variável g_{lim} é colocada em lugar de g, como inicialmente proposto por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), conforme segue:

$$\delta_T = \frac{\delta_0 \left(1 - sen\frac{\pi a}{L}\right) + e_c}{1 - \frac{g_{lim}}{g_{crit}}} \tag{2.44}$$

em que δ_T é o deslocamento lateral total no instante da instabilidade; δ_0 é o deslocamento lateral devido às imperfeições iniciais; a é o comprimento dos balanços; L é o comprimento total da viga; e_c é o desvio entre os pontos de içamento; g_{lim} é o carregamento limite e g_{crit} é o carregamento crítico calculado pela Equação (2.43). Ao se considerarem as imperfeições iniciais, diferentemente do que apresentam Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), o valor de g_{lim} deve ser comparado ao peso próprio da viga, g, ao invés de fazê-lo com g_{crit}.

Assumindo então que a viga apresenta rotação de corpo rígido e, consequentemente, uma parte de seu peso próprio atuando lateralmente, sua flecha total no instante da instabilidade será composta: pelas imperfeições iniciais, representadas por $\delta_0 \left(1 - sen\frac{\pi a}{L}\right)$; pelo desvio entre os pontos de içamento, e_c; e pela flecha devida ao peso próprio lateral. Assim sendo, tem-se:

$$\delta_T = \delta_0 \left(1 - sen\frac{\pi a}{L}\right) + e_c + \frac{g\ sen\ \theta_{lim}}{384 EI_y}\left(5L^2 - 20aL - 4a^2\right)\left(2a - L\right)^2 \tag{2.45}$$

em que g é o carregamento distribuído devido ao peso próprio e θ_{lim} é o ângulo de ruptura da viga analisada, que, segundo Krahl (2014), pode ser assumido igual a 23º, ou 0,401 rad, valor proposto por Mast (1993).

Utilizando as equações (2.44) e (2.45), chega-se a:

$$g_{lim} = g_{crit} - \frac{\delta_0 \left[1 - sen\left(\frac{\pi a}{L} \right) \right] + e_c}{\frac{g\ sen\ \theta_{lim}}{384 EI_y} \left(5L^2 - 20aL - 4a^2 \right) \left(2a - L \right)^2} \quad \textbf{(2.46)}$$

Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) apresentam, ainda, uma verificação da variação de tensões na seção, devida ao momento lateral, que podem acarretar em aumento de tensões de compressão ou de tração na seção. Neste sentido, para vigas em içamento, é estabelecido que:

$$\Delta\sigma = E\, k_{ms}\, y \quad \textbf{(2.47)}$$

sendo $\Delta\sigma$ a variação de tensão; E o módulo de elasticidade do material; k_{ms} a curvatura da viga no meio do vão; e y a distância, na seção transversal, da fibra analisada ao centroide do eixo de menor inércia. Adicionalmente, e para θ_{lim}, k_{ms} é dado por:

$$k_{ms} = \frac{g\, sen\theta_{lim}}{8 EI_y} \left(L^2 - 4aL \right) \quad \textbf{(2.48)}$$

2.4.2 Fase transitória de transporte

Diferentemente do que ocorre na fase de içamento, no transporte a viga tem o giro em torno de seu eixo parcialmente restrito nos apoios, dada a configuração usual de suporte no caminhão e no reboque. Sendo assim, neste caso a viga sofre flexo–torção, o que, consequentemente, implica que sua deformação depende da rigidez à torção. Para a situação de transporte, portanto, Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) recomendam a seguinte expressão para determinação da carga crítica de flambagem:

$$g_{crit} = 16{,}9 \frac{\sqrt{G_t J\, EI_y}}{L^3} \quad \textbf{(2.49)}$$

em que G_t é o módulo de elasticidade transversal à idade de transporte; J é o momento de inércia à torção, ou constante de *St Venant's*. A Equação (2.49) se refere a uma viga sem imperfeições iniciais.

Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) indicam que, para uma viga que tenha restrição à rotação nos apoios, sua deflexão lateral está relacionada ao seu ângulo de giro por meio da seguinte expressão:

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{1{,}68}{0{,}36L\sqrt{\frac{G_t J}{EI_y}} + y_{rot}} \qquad \textbf{(2.50)}$$

em que δ é a deflexão lateral, y_{rot} é a distância do centro de giro ao centroide da peça e θ é o ângulo de giro da viga. Esta relação vale, inclusive, para o instante de tombamento da viga. Neste caso, $\theta = \theta_{lim}$, em que θ_{lim} é o ângulo de tombamento da viga e que depende da geometria e da rigidez da suspensão do veículo e da declividade das pistas de rolamento, assim como em Mast (1993). O valor sugerido por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para este ângulo é de 6º, ou 0,105 rad, justificado por ser igual ao dobro do caimento usual das estradas do Reino Unido e por ser equivalente a se considerar uma aceleração lateral de $0{,}1g$ nas vigas durante o transporte em decorrência das movimentações.

Devido ao fato de que a viga sofre flexo–torção, a hipótese de Southwell (1932) estabelece que o deslocamento lateral da viga depende do quadrado da relação g / g_{crit}, diferentemente do que ocorre para a fase de içamento, em que essa razão tem expoente unitário, como mostrado na Equação (2.44). Além disso, para que sejam considerados os desvios iniciais, Krahl (2014) propõe que, assim como para o içamento, ao invés de comparar os valores de g_{crit} e g, como indicam os trabalhos de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), a segurança da viga deve ser avaliada tomando-se os valores de g_{lim} e g. Assim sendo, tem-se:

$$\delta_T = \frac{\delta_0\left(1 - sen\frac{\pi a}{L}\right) + e_c}{1 - \left(\frac{g_{lim}}{g_{crit}}\right)^2} \qquad \textbf{(2.51)}$$

em que δ_T é o deslocamento lateral total no instante da instabilidade; δ_0 é o deslocamento lateral devido às imperfeições iniciais; a é o comprimento dos balanços; L é o comprimento total da viga; e_c é o desvio de posicionamento da viga entre caminhão e reboque; g_{lim} é o carregamento limite e g_{crit} é o carregamento crítico calculado pela Equação (2.49). Ao se considerarem as imperfeições iniciais, diferentemente do que apresentam Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), o valor de g_{lim} deve ser comparado ao peso próprio da viga, ao invés de fazê-lo com g_{crit}. Reorganizando-se os termos da Equação (2.51), chega-se a:

$$g_{lim} = g_{crit}\sqrt{1 - \frac{\delta_0\left(1 - sen\frac{\pi a}{L}\right) + e_c}{\delta_T}} \qquad \textbf{(2.52)}$$

Analogamente ao que fazem para a situação de içamento, Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) apresentam, também para o transporte, uma verificação da variação de tensões na seção, dada pela Equação (2.47) já apresentada.

Para a situação de transporte, no entanto, e para o θ_{lim} considerado, a curvatura da viga no meio do vão ($k_{ms,}$) é dada por.

$$k_{ms} = \frac{g\,L^2\,sen\theta_{lim}}{8\,EI_y} \qquad \textbf{(2.53)}$$

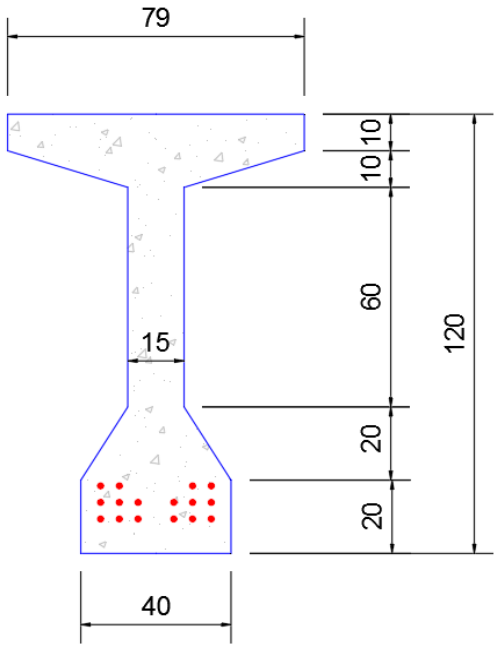
3 EXEMPLO NUMÉRICO

Neste capítulo é apresentado um exemplo de aplicação da verificação da segurança à instabilidade lateral em uma viga de ponte rodoviária. Para isso, as verificações segundo as normas ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985), ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006), ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), ACI 318 (ACI, 2008), Eurocode 2 (CEN, 2004) e BS 8110 (1997), além dos métodos de Mast (1989), Mast (1993), Stratford e Burgoyne (1999) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) expostos no Capítulo 2, são aplicados à viga mostrada na Figura 3.1.

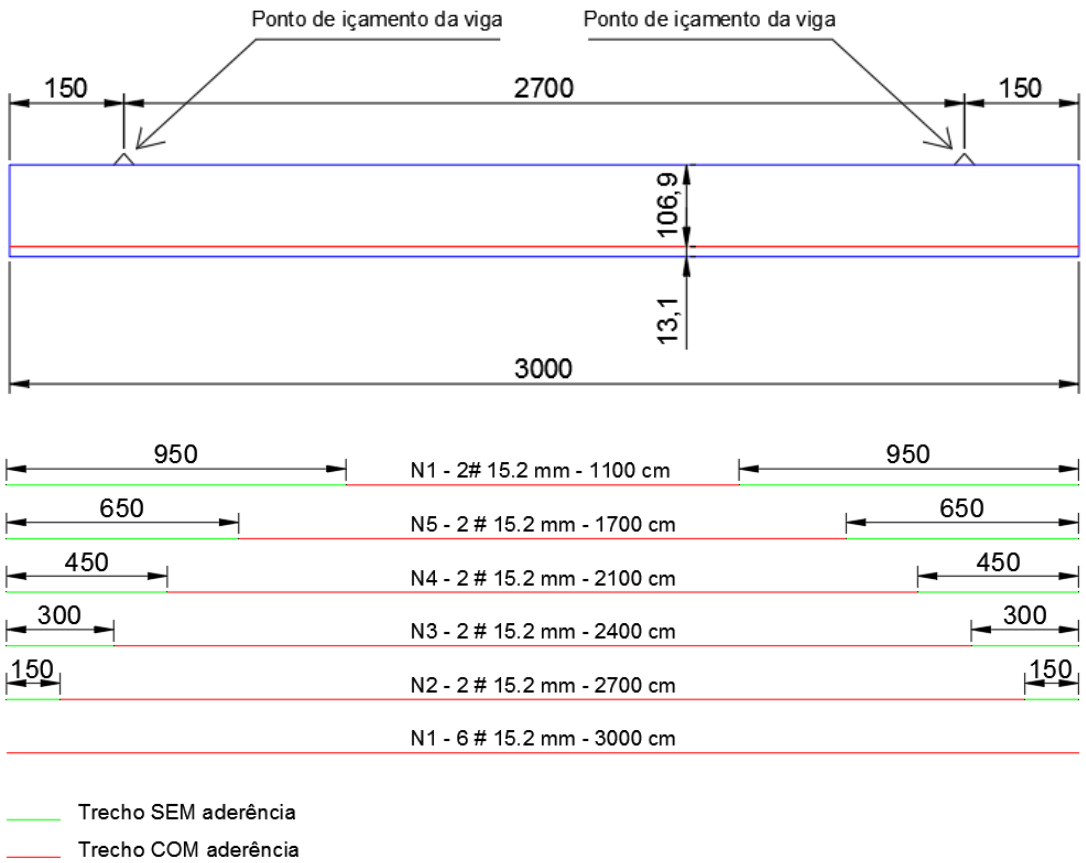
Tem-se, como dados iniciais, as propriedades geométricas, as propriedades dos materiais e os carregamentos indicados nas Tabelas 3.1 a 3.3 obtidas do projeto original dessa viga.

Tabela 3.1 – Propriedades geométricas da viga analisada

A_c, área da seção (cm²)	3510,03
L, vão da viga (m)	30
a, comprimento dos balanços (m)	1,5
h, altura da viga (cm)	120
y_{cg}, distância do centroide à face inferior da seção (cm)	64,79
I_x, inércia em torno do eixo horizontal (maior inércia, m^4)	0,062699
I_y, inércia em torno do eixo vertical (menor inércia, m^4)	0,007029
I_y/I_x (%)	11,21%
e, excentricidade da armadura ativa (cm)	51,43



(a) Seção transversal



(b) Vista longitudinal da viga e distribuição dos cabos de protensão

Figura 3.1 – Dimensões da viga analisada (sem escala) – dimensões em cm. Os pontos na mesa inferior da seção transversal indicam as posições dos cabos de protensão (CP 190 RB).

Tabela 3.2 – Propriedades físicas do concreto utilizado

$f_{ck,i}$, resistência característica à compressão à data de içamento (MPa)	28
$f_{ck,t}$, resistência característica à compressão à data de transporte (MPa)	40
ρ_c, massa específica (kN/m³)	25
E_i, módulo de elasticidade tangente inicial à data de içamento (MPa)*	28442
Gi, módulo de elasticidade transversal à data de içamento (MPa)*	11377
E_t, módulo de elasticidade tangente inicial à data de transporte (MPa)*	33994
Gt, módulo de elasticidade ao cisalhamento à data de transporte (MPa)*	13598

* Valor estimado segundo preconiza o ACI 318 (ACI, 2008).

Tabela 3.3 – Dados complementares

g, carregamento distribuído devido ao peso próprio (kN/m)	8,78
G, peso total da viga (kN)	263,25
Tensão instalada na cordoalha no ato da protensão (MPa)	1454
Tensão de protensão na cordoalha após as perdas iniciais (MPa)	1304,6
F_{prot}, força total de protensão após as perdas iniciais (kN)	2922,30
Tensão de compressão no concreto, no centro de gravidade da armadura, devida à força de protensão F_{prot} (MPa)	8,33
M_g, Momento no meio do vão devido ao peso próprio (kNm)	789,76
M_{prot}, momento no meio do vão devido à protensão (kNm)	-1502,92

Segundo os dados apresentados na Tabela 3.1, a viga analisada apresenta menor momento de inércia com valor maior que 4% do maior momento de inércia e tensão de compressão no concreto maior que 8,30 MPa, de forma que se encaixa nas recomendações para as análises de Mast (1989) e Mast (1993).

As verificações realizadas para a fase transitória de içamento consideram a utilização de cabos retos, de forma que não aplicam forças normais na viga. Acrescenta-se, ainda, que as análises realizadas neste trabalho têm o intuito de testar a aplicabilidade das metodologias propostas tanto pelas principais normatizações nacionais e internacionais como pelos trabalhos de Mast e também Stratford, Burgoyne e Taylor. Desta forma, tomou-se uma viga previamente projetada e que, por isso, já havia passado por todos os procedimentos de verificação inerentes a projetos de vigas de pontes em concreto protendido orientados conforme a normatização brasileira. Neste sentido, não será objetivo aqui realizar verificações quanto às tensões atuantes nas fibras mais solicitadas ou em relação à resistência característica à compressão necessária do concreto para todas as fases transitórias , diferentemente do que propõe o procedimento completo apresentado em Mast (1989) e Mast (1993), por exemplo, e que também é apresentado no *PCI Bridge Design Manual* (PCI, 2003), bem como em Lima (1995) e Krahl (2014) que se basearam também nos trabalhos de Mast.

3.1 VERIFICAÇÃO SEGUNDO AS NORMAS

A verificação segundo as normas é feita admitindo a configuração de içamento com cabos verticais para a viga da Figura 3.1, bem como com a viga sem içada pelas extremidades, sem a presença dos balanços.

A NBR 6118 define a esbeltez apenas pela relação *L/b*, a qual deve ser menor ou igual a 50. Nessas expressões, deve ser tomado para o parâmetro *b* a largura da seção transversal na fibra comprimida. Contudo, essa viga é protendida, com todas as fibras comprimidas de forma que a fibra mais comprimida é a do flange inferior (40 cm). Caso a peça se desloque lateralmente a combinação de carregamento que provocaria a instabilidade lateral da viga é a parcela o peso próprio. Dessa forma, acredita-se que a melhor definição seria tomar a largura da fibra mais comprimida devido ao carregamento do peso próprio, que comprime as fibras superiores e traciona as fibras inferiores. Por essa razão, nesta análise foi tomado *b* = 79 cm. Essa dúvida não existiria se a verificação

da instabilidade lateral fosse feita a partir da verificação das tensões de tração na seção transversal, conforme recomendado por Mast (1989), Mast (1993) e Stratford; Burgoyne e Taylor (1999).

Ressalta-se que os resultados apresentados em verde são aqueles que atenderam às exigências normativas, enquanto os valores em vermelho são aqueles que não passaram na verificação. Dito isso, segue-se com as verificações normativas:

3.1.1 ABNT NBR 9062:2006

Como descrito no item 2.1.1 deste trabalho, a ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) não apresenta recomendações quanto à verificação de instabilidade lateral de vigas. A recomendação é para que se adote a verificação presente na ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014).

3.1.2 ABNT NBR 9062:1985

A NBR 9062 na versão de 1985 trazia três recomendações que serão verificadas a seguir para b_f = 0,79 m e para L = 30 m (viga içada sem balanços) e L = 27 m (viga içada com balanços nas extremidades).

No item 6.1.1.1 dessa norma, para vigas biapoiadas e com carregamentos sem excentricidade, o espaçamento entre travamentos transversais efetivos deve obedecer à condição dada pela Equação (2.1). Na Tabela 3.4 são mostrados os valores de esbeltez para as duas condições analisadas, da qual se observa que a recomendação dessa norma é atendida.

Tabela 3.4 – Verificação da esbeltez segundo a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985)

$L/b_f \leq 50$	$L = 30m$	$L = 27m$
$b_f = 0{,}79m$	37,97	34,18

Contudo, ressalta-se que essa recomendação é quanto à presença de travamentos transversais, o que não é o caso da fase de içamento, já que nessa fase os cabos não impõem restrição ao movimento transversal da viga. Essa seria uma verificação mais adequada para a fase de transporte.

No item 6.1.1.2 dessa norma considera-se que o estado limite por instabilidade será atingido antes do estado limite por ruptura quando a Equação (2.2) for atendida. Os resultados são mostrados na Tabela 3.1, com h = 1,2 m representando a altura total da viga. Essa verificação é mais adequada para analisar a segurança da fase de içamento.

Tabela 3.5 – Verificação quanto ao estado limite por instabilidade segundo a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985)

$Lh/b_f^2 < 500$	$L = 30m$	$L = 27m$
$b_f = 0{,}79m$	57,68	51,91

Por fim, em seu item 6.1.1.5, a ABNT NBR 9062 (ABNT, 1985) trazia uma recomendação adicional, dada pela Equação (2.3). Analisando a seção da viga em estudo, tem-se que h_s = 55,21 cm e h_i = 64,79 cm, de tal forma que h_m = 55,21 cm, a menor entre as duas dimensões.

Girando a peça em 90°, somente o peso próprio da viga terá contribuição para o cálculo da flecha *a*. Aplicando equilíbrio de corpo livre sobre a viga girada de 90º são encontradas as reações de apoio. A equação do momento foi calculada para uma seção qualquer entre os pontos de apoio. Sabendo que a equação da linha elástica pode ser calculada pela equação $EI\dfrac{d^2v}{dx^2} = M$ e integrando a equação duas vezes, o resultado será a equação da linha elástica em função de *x* e de duas constantes, C_1 *e* C_2 . Sabendo que nos apoios o deslocamento é igual a zero, encontram-se os valores das duas constantes, chegando-se à equação que representa a linha elástica dessa viga. O valor de *a* para o meio do vão foi encontrado fazendo-se *x* = 15 m e utilizando o módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias (*E* = 33994 MPa) e o momento de inércia em torno do eixo *y*, de menor inércia (I_y = 0,007029 m^4). Na Tabela 3.6 são mostrados os resultados encontrados para a viga sem balanços e para a viga com os balanços de 1,5 m. Observa-se que a exigência da norma de h_m/a > 2,0 é atendida apenas para a viga com os balanços nas extremidades.

Tabela 3.6 – Cálculo da flecha na viga girada de 90°

	Sem balanço	*Com balanço*
Reação de apoio (kN)	131,7	131,7
Equacão de momento	$4.39X^2$-131.7X	$4.39X^2$-131.7X+197.55
Linha elástica	1/EI[0,366X^4-21,65 X^3+9877,5 X	1/EI[0,366X^4-21,65X^3+9877,5 X+6914,25X–10521,39]
a (cm)	39.18	25.05
h_m/a	1,41	2,20

3.1.3 ABNT NBR 6118:2014

A norma ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta, em seu item 15.10, duas equações para verificar a segurança das vigas quanto à instabilidade lateral. A partir das equações (2.4) e (2.5), do conhecimento da altura da viga (h = 1,2 m) e do coeficiente $\beta_{fl} = 0{,}40$ encontrado no Quadro 2.1 para vigas do tipo I, tem-se os resultados mostrados naTabela 3.7. Observa-se que a largura da mesa de compressão da viga (b_f =0,79 m) é maior que os valores indicados nessa tabela, o que mostra que a viga está segura quanto à instabilidade lateral por essa norma.

Tabela 3.7 – Verificação da esbeltez segundo a norma ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014)

	$L = 30m$	$L = 27m$
$L/50$	0,60	0,54
$\beta_{fl}\, h$	0,48	0,48

3.1.4 ACI 318:2008

O ACI 318 (ACI, 2008) recomenda que o espaçamento entre os suportes laterais não deva exceder 50 vezes a menor dimensão do flange ou face comprimida. Com b_f =0,79 m, o espaçamento máximo entre suportes para a viga deveria ser de 39,50 m, maior que o vão da viga. Assim, ela estaria segura quanto à instabilidade lateral. Novamente, cabe frisar que essa verificação é mais adequada para a fase de transporte, haja vista que na fase de içamento os apoios não apresentam restrição aos deslocamentos laterais da viga.

3.1.5 Eurocode 2:2004

O Eurocode 2 (CEN, 2004) fornece equações para que a instabilidade lateral seja verificada em vigas esbeltas em situações transitórias, como içamento e transporte (Equação (2.7)), e em vigas em situações definitivas, mas sem vínculos que restrinjam a rotação lateral. O resultado da aplicação dessa equação é mostrado naTabela 3.8, da qual se observa que a segurança contra a instabilidade lateral é atendida em ambas as configurações de içamento. Adicionalmente, o Eurocode 2 exige $h/b \leq 3{,}5$. Para a viga em estudo, essa relação é igual a 1,52, de modo que também fica atendido ao critério do Eurocode 2.

Tabela 3.8 – Verificação da esbeltez segundo o Eurocode 2 (CEN, 2004)

Critério	$L = 30m$		$L = 27m$	
$\frac{L_{ot}}{b} \leq \frac{70}{(h/b)^{1/3}}$	L_{ot}/b	$70/(h/b)^{1/3}$	L_{ot}/b	$70/(h/b)^{1/3}$
	37,97	60,89	34,18	60,89

O Eurocode 2 ainda considera que as excentricidades iniciais sejam consideradas por meio de uma flecha inicial igual a *L/300*, o que representa uma excentricidade de 0,10 m e 0,09 m para os vãos de 30 m e 27 m, respectivamente.

3.1.6 BS 8110:1997

Pela norma BS 8110 (1997) a esbeltez de uma viga pode ser verificada pela Equação (2.8), cujo resultado é mostrado na Tabela 3.9. Observa-se que o vão da viga é menor que esse limite, o que mostra que estaria atendida a segurança quanto à instabilidade lateral.

Tabela 3.9 – Limites de esbeltez segundo o BS 8110 (BS, 1997)

		$b_f = 0{,}79m$
(1)	$60b_f$	47,40 m
(2)	$250b_f^2/d$	130,02 m
$L \leq (1)\text{ e }(2)$		47,40

3.1.7 Consideração Final

A partir dos resultados obtidos segundo as indicações normativas, observou-se que a viga em estudo está segura quanto à possibilidade de instabilidade lateral em fases transitórias, tanto para a viga com balanços de 1,5 m quanto para a situação sem balanços. Apenas foi encontrada uma exceção para o caso de viga sem balanços, vão de 30 m: para a indicação $h_m/a \leq 2$, presente na NBR 9062 (ABNT, 1985), a viga não atende à verificação.

Além disso, a presença dos balanços se mostrou favorável à segurança, reduzindo a esbeltez da viga analisada. As verificações presentes na NBR 9062 (ABNT, 1985), NBR 6118 (ABNT, 2004) e ACI 318 (ACI, 2008), nas quais $L/b_f \leq 50$, se mostraram mais adequadas para a fase transitória de transporte, uma vez que consideram a presença de travamentos transversais, o que não acontece na fase de içamento.

3.2 VERIFICAÇÃO SEGUNDO MAST (1989) E MAST (1993)

Aqui a viga apresentada é verificada quanto à instabilidade lateral nas fases transitórias de içamento e de transporte segundo a metodologia apresentada em Mast (1989) e Mast (1993).

3.2.1 Fase transitória de içamento

A viga analisada por Mast (1989) e Mast (1993), PCI PT 72, apresenta uma configuração de cabos de protensão diferente da viga aqui analisada, uma vez que aquela viga apresenta cabos com inflexão, enquanto esta é formada apenas por cabos retos. Assim sendo, naqueles trabalhos foram feitas verificações para a seção em que ocorre a inflexão dos cabos de protensão por ser a seção mais crítica. Tal metodologia é também apresentada em Krahl (2014), que analisa a mesma PCI PT 72.

Conforme Figura 3.1, no entanto, os cabos da viga estudada neste trabalho apresentam configuração reta. Neste sentido, a seção avaliada aqui será a do meio do vão, por apresentar maiores solicitações.

3.2.1.1 Módulo de elasticidade

Foi determinado, durante a fase de projeto da viga, que a resistência à compressão mínima do concreto necessária para que se pudesse realizar o içamento da viga fosse de 28 MPa, independentemente da idade. Utilizando-se a Equação (3.1) recomendada pelo ACI 318 (2008), encontra-se, para o módulo de elasticidade tangente inicial, o valor de 28442 MPa.

$$E = w_c^{1,5} \text{ x } 0{,}043\sqrt{f_{ck}} \qquad \textbf{(3.1)}$$

$$E = 2500^{1,5} \text{ x } 0{,}043\sqrt{28} = 28442 MPa$$

sendo: w_c a massa específica do concreto, em kg/m³; e f_{ck} a resistência característica à compressão do concreto na idade considerada, em MPa.

3.2.1.2 Estimativa da excentricidade inicial

Para as situações de içamento, Mast (1993) recomenda que se assuma a curvatura da viga com formato de parábola, de maneira que se tome então a distância do eixo de giro até o centroide da curvatura como sendo a excentricidade inicial (e_i). Das propriedades da parábola, esse fator é dado pela Equação (3.2):

$$c = \left(\frac{L - 2a}{L}\right)^2 - \frac{1}{3} \qquad \textbf{(3.2)}$$

onde L é o comprimento total da viga, a é o comprimento de cada balanço e c é o fator pelo qual se deve multiplicar o deslocamento lateral total da parábola a fim de se ter o deslocamento de seu centroide com relação ao eixo de giro, conforme:

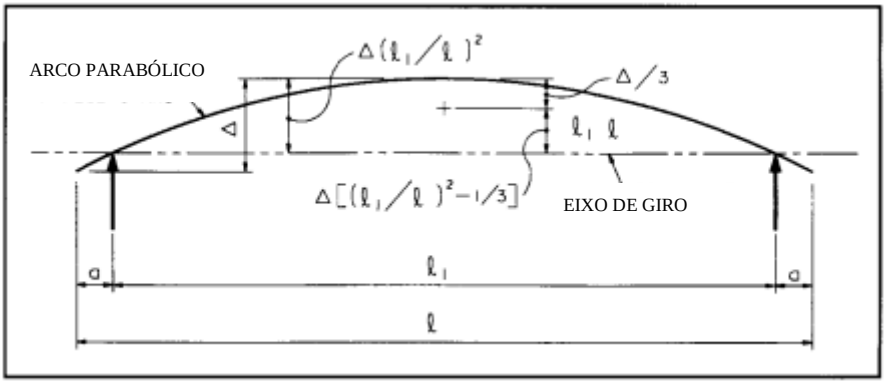


Figura 3.2 – Deslocamento do centroide de um arco parabólico. [Modificado]. Fonte: (MAST, 1993).

Dessa forma:

$$c = \left(\frac{30 - 2\,\text{x}\,1{,}5}{30}\right) - \frac{1}{3} = 0{,}477$$

Para se encontrar a excentricidade inicial, Mast (1993) recomenda considerar metade da indicação do *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010) para a fabricação de vigas pré-moldadas, resultando em 1,6 mm de deslocamento lateral para cada 3,05 m de viga. Portanto, para a viga de 30 m em questão, tem-se 15,74 mm de deslocamento (Δ). Mast (1993) ainda coloca que devem ser acrescidos 6 mm ao valor encontrado. Assim, a excentricidade inicial fica:

$$e_i = 15{,}74\ \text{x}\,0{,}476 + 6 = 13{,}50\,mm$$

3.2.1.3 Estimativa da contraflecha devida à protensão

A consideração da contraflecha devida à protensão é interessante uma vez que altera a distância entre o eixo de giro da viga e seu centro de gravidade, y_{rot}. Mast (1993) apresenta dois procedimentos nesta etapa. No primeiro, calcula y_{rot} utilizando o mesmo formato parabólico utilizado para a excentricidade inicial e a curvatura da viga na seção considerada, necessitando do valor de momento na seção para isso. No segundo, por considerar que os valores de y_{rot} são sempre muito pouco afetados pela contraflecha à protensão, admite considerar, ao invés do primeiro procedimento, uma redução entre 25 e 50 mm do y_{rot} calculado (centroide da seção transversal).

Conforme se pode observar nas equações (2.27) e (2.33), quanto menores os valores de y_{rot}, menores os fatores de segurança. Devido a isso, toma-se aqui a maior redução recomendada por Mast (1993), isto é, 50 mm. Assim:

$$y_{rot,corrigido} = 120 - (64{,}79 + 5) = 50{,}21cm$$

3.2.1.4 Cálculo de x_0

Da Equação (2.14) e com os dados iniciais, tem-se:

$$x_0 = \frac{8{,}78}{12\,\text{x}\,28442\text{x}10^3\,\text{x}\,0{,}007029\text{x}\,30}\left(\begin{array}{l}\frac{1}{10}(30-2\,\text{x}\,1{,}5)^5 - 1{,}5^2(30-2\,\text{x}\,1{,}5)^3 + \\ +3\,\text{x}\,1{,}5^4(30-2\,\text{x}\,1{,}5) + \frac{6}{5}\,\text{x}\,1{,}5^5\end{array}\right)$$

$$x_0 = 169{,}61mm$$

3.2.1.5 Cálculo de θ_i

Da Equação (2.17), tem-se:

$$\theta_i = \frac{e_i}{y_{rot,corrigido}} = \frac{1{,}350}{50{,}21} = 0{,}0269rad = 1{,}54°$$

3.2.1.6 Cálculo do ângulo de fissuração

Para o cálculo do módulo de ruptura, f_r, tem-se, conforme equação 9–10 do ACI 318 (ACI, 2008):

$$f_r = 0{,}62\lambda\sqrt{f_{ck}} \qquad \textbf{(3.3)}$$

onde λ assume o valor da unidade para concretos com peso específico normal. Portanto:

$$f_r = 0{,}62\,\text{x}\,1\,\text{x}\sqrt{28} = 3{,}28MPa$$

Para se encontrar o ângulo de fissuração, Mast (1993) considera que, após esse giro, o peso próprio e a protensão produzam uma parcela de momento lateral

suficiente para se chegar à máxima tensão de tração na fibra superior da seção considerada. Se essa fibra estiver inicialmente comprimida, esse momento deve anular a compressão e, ainda, produzir a tensão correspondente ao módulo de ruptura. Devido a isso, na Equação (3.4) entra-se com o valor do módulo da tensão inicial de compressão no concreto, f_t, para se calcular a tensão na fibra superior da viga.

$$\left(f_r + |f_t|\right) = \frac{M_{lat}}{I_y}\left(\frac{b}{2}\right) \qquad \textbf{(3.4)}$$

onde M_{lat} é a parcela do momento aplicada lateralmente, f_r é o módulo de ruptura, f_t é a tensão produzida devido ao peso próprio e à protensão em torno do eixo de maior inércia, I_y é o menor momento de inércia e b é a largura da mesa superior.

O momento no meio do vão devido ao peso próprio é igual a 789,76 kNm, conforme Tabela 3.3, de onde também se tiram os dados para calcular a tensão na fibra superior da seção, isto é:

$$f_t = -\frac{F_{prot}}{A_c} + \frac{F_{prot}\ e}{I_x}\left(h - y_{cg}\right) - \frac{M_g}{I_x}\left(h - y_{cg}\right) \qquad \textbf{(3.5)}$$

$$f_t = -\frac{2922{,}30}{0{,}351003} + \frac{2922{,}30 \text{ x } 0{,}5143}{0{,}062699} \text{ x } \left(1{,}20 - 0{,}6479\right) - \frac{789{,}76}{0{,}062699} \text{ x } \left(1{,}20 - 0{,}6479\right)$$

$$f_t = -2{,}05 MPa \ \ (compressãd)$$

Neste cálculo, foi admitido que as tensões de compressão possuem valores negativos. Voltando à Equação (3.4), tem-se:

$$\left(3{,}28 \text{ x } 10^3 + \left|-2{,}05 \text{ x } 10^3\right|\right) = \frac{M_{lat}}{0{,}007029} \text{ x } \left(\frac{0{,}79}{2}\right)$$

$$M_{lat} = 94{,}78 kNm$$

Sendo M_{lat} aplicado na direção do eixo de menor inércia com a viga girada, M_g o momento devido ao peso próprio e anterior ao giro e utilizando-se a aproximação para pequenos ângulos, chega-se a:

$$\theta_{fiss} = \frac{M_{lat}}{M_g} \qquad \textbf{(3.6)}$$

$$\theta_{fiss} = \frac{94{,}78}{789{,}76} = 0{,}1200 rad = 6{,}88°$$

3.2.1.7 Cálculo do fator de segurança contra fissuração

Da expressão (2.27), vem:

$$FS_{fiss} = \frac{1}{\frac{16{,}96}{50{,}21} + \frac{0{,}0269}{0{,}1200}}$$

$$\therefore \ \mathbf{FS_{fiss} = 1{,}78 > 1{,}0}$$

3.2.1.8 Cálculo do ângulo de ruptura

Da Equação (2.32), tem-se:

$$\theta_{rup} = \sqrt{\frac{1{,}35}{2{,}5 \text{ x } 16{,}96}} = 0{,}1784 rad = 10{,}22°$$

3.2.1.9 Cálculo do fator de segurança contra ruptura

Da Equação (2.29):

$$x_{0,rup} = 16{,}96 \text{ x } (1 + 2{,}5 \text{ x } 0{,}1784) = 24{,}53 cm$$

E, da Equação (2.33), tem-se:

$$FS_{rup} = \frac{0{,}1784 \text{ x } 50{,}51}{24{,}53 \text{ x } 0{,}1784 + 1{,}35}$$

$$\therefore \ \mathbf{FS_{rup} = 1{,}56 > 1{,}5}$$

Portanto, o fator de segurança final para esta viga, na fase de içamento, é **FS = 1,78**, de forma que está segura para esta situação transitória.

Pode-se, complementarmente, estabelecer um carregamento distribuído, g_{lim}, para o qual FS_{fiss} = 1,00, de forma a se comparar esse valor com o peso próprio da viga. A ideia é poder comparar posteriormente esse método com o de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999). Assim sendo, e com o auxílio da ferramenta *Solver* do Microsoft Excel®, obtém-se g_{lim} = 19,70 kN/m quando FS =1,0. Dividindo esse valor pelo peso próprio da viga, obtém-se g_{lim}/g = 2,24.

3.2.2 Fase transitória de transporte

Dando continuidade à verificação da viga da Figura 3.1 e seguindo as recomendações de Mast (1993), calculam-se neste item os fatores de segurança contra fissuração e falha por tombamento para a fase transitória de transporte.

Na Figura 3.3 é mostrado o esquema do caminhão e a situação de transporte para a qual a viga deve ter sua estabilidade verificada. A dimensão h_{rot} vem da recomendação de Mast a respeito das dimensões do veículo de transporte, e se trata da altura do eixo de giro do caminhão. Já h_{cg} é a altura do centro de gravidade da viga até a via.

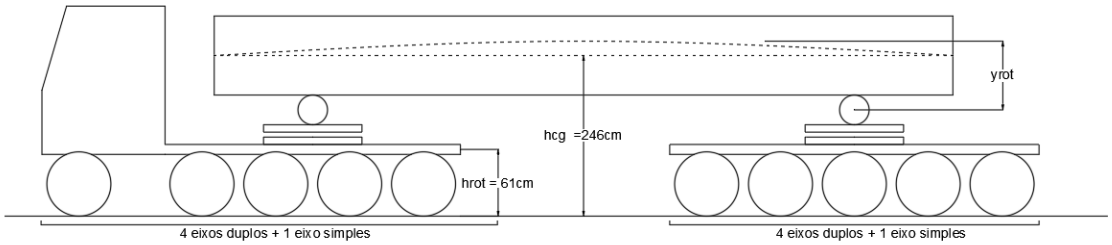


Figura 3.3 – Modelo do caminhão utilizado no transporte e dimensões para verificar estabilidade. [Modificado]. Fonte: (KRAHL (2004).

3.2.2.1 Estimativa da rigidez, K_θ, e cálculo do raio de estabilidade, r

Mast (1993) recomenda a aproximação de que cada eixo duplo seja equivalente a uma mola de rigidez igual a $K_\theta = 509\,\text{kNm/rad}$. No modelo de transporte, mostrado na Figura 3.3, foi considerada a existência de quatro eixos duplos e um eixo simples, tanto para o reboque quanto para o cavalo. Dessa forma, a rigidez total do caminhão será igual a:

$$K_\theta = 2\,\text{x}\,4{,}5\,\text{x}\,509 \rightarrow K_\theta = 4581\ kNm/rad$$

De posse da rigidez e do peso total da viga, fornecido pelo projeto, que é G = 263,25 kN, o raio de estabilidade pode ser determinado como:

$$r = \frac{K_\theta}{G} = \frac{4581}{263{,}25} \rightarrow r = 17{,}40\,m/rad$$

3.2.2.2 Cálculo do ângulo de equilíbrio, θ

As dimensões do caminhão e características do apoio devem ser levadas em conta durante a avaliação da estabilidade lateral na fase de transporte. Assim sendo, Mast (1993) recomenda que a distância da via até o eixo de rolagem do caminhão seja de $h_{rot} = 610\ \text{mm}$. A altura do centro de gravidade da viga até a pista será igual a $h_{cg} = 2460{,}9\ \text{mm}$. Esse valor foi encontrando somando-se o valor da altura do centro de gravidade y_{cg}, igual a 647,9 mm, a distância entre a face inferior da viga ao eixo de rolagem do caminhão, igual a 1203 mm segundo o que é indicado por Mast (1993), e o valor de h_{rot}. Partindo dessas duas alturas, referentes às dimensões do caminhão e a geometria da viga, a altura do centro de gravidade ao eixo de giro do apoio y_{rot} será dada por:

$$y_{rot} = h_{cg} - h_{rot} = 2460{,}9 - 610 \rightarrow y_{rot} = 1850{,}9\,mm$$

No entanto, se faz necessário considerar os efeitos da contraflecha, e para isso o valor de y_{rot} foi majorado em 2%:

$$y_{rot,corrigido} = 1{,}02\,\text{x}\,1850{,}9 \rightarrow y_{rot} = 1887{,}90\,mm$$

Para encontrar a excentricidade inicial, assume-se também aqui a curvatura da viga sob um formato parabólico, como feito no item 3.2.1.2. Para a situação de transporte, no entanto, o *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010) recomenda o valor de 3,2 mm de deslocamento lateral para cada 3,05 m de viga. Dessa forma, para a viga estudada de 30 m o deslocamento será de 31,48 mm. Além deste valor, outra recomendação do PCI é que seja considerada uma tolerância adicional de 25,4 mm nas situações de transporte, devido ao desalinhamento entre caminhão e reboque. Então, a excentricidade inicial será dada por:

$$e_i = 31{,}48 \text{x} \left[\left(\frac{L-2a}{L} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + 25{,}4 = 31{,}48 \text{x} \left[\left(\frac{30-2\text{x}1{,}5}{30} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] + 25{,}4$$

$$e_i = 40{,}40\, mm$$

O deslocamento fictício x_0 para a situação de transporte pode ser encontrado a partir de uma proporção conhecido o valor de x_0 encontrado para o caso de içamento e os valores de resistências características à compressão do concreto $f_{ck,i}$ e $f_{ck,t}$:

$$x_{0,t} = x_{0,i} \sqrt{\frac{f_{ck,i}}{f_{ck,t}}} = 169{,}61 \text{x} \sqrt{\frac{28}{40}} \rightarrow x_{0,t} = 141{,}90\, mm$$

Para uma superelevação da via igual a $\alpha = 0{,}06$ rad, o ângulo θ de equilíbrio será dado pela Equação (2.35):

$$\theta = \frac{\alpha\, r + e_i}{r - y_{rot} - x_{o,t}} = \frac{0{,}06 \text{x} 17{,}40 + 0{,}04041}{17{,}40 - 1{,}8879 - 0{,}1419} \rightarrow \theta = 0{,}0706 rad = 4{,}04°$$

3.2.2.3 Verificação das tensões atuantes

A força de protensão é um dado de projeto e, para a viga analisada, seu valor é igual a 2922,30 kN, já consideradas as perdas iniciais. Até a fase de transporte, que ocorrerá aos 28 dias, a força de protensão sofrerá perdas progressivas e, seguindo o que é exemplificado em Krahl (2014), seu valor será reduzido em 3%. Esse valor é proposto por Krahl para estimar as perdas totais que a força de protensão sofrerá até a data do

transporte. Desse modo, no momento de transporte, a força de protensão será igual a 2834,63 kN.

Sabendo que a área da seção, A_c, a maior inércia, I_x, a altura da viga, h, a altura do centro de gravidade, y_{cg}, e o momento devido ao peso próprio no meio do vão, M_g, são característicos da geometria da peça, e não variam da situação de içamento para o caso de transporte, seus valores serão os mesmos utilizados no item 3.2.1.6. A tensão na fibra superior, f_t, devida ao peso próprio será dada por:

$$f_t = -\frac{F_{prot}}{A_c} + \frac{F_{prot}\ e}{I_x}\left(h - y_{cg}\right) - \frac{M_g}{I_x}\left(h - y_{cg}\right)$$

$$f_t = -\frac{2834{,}63}{0{,}351003} + \frac{2834{,}63 \text{ x } 0{,}5143}{0{,}062699} \text{x}(1{,}2 - 0{,}6479) - \frac{789{,}76}{0{,}062699} \text{x}\,(1{,}2 - 0{,}6479)$$

$$f_t = -2{,}19\,MPa\ \ (compressãd)$$

E a tensão na fibra inferior, f_b, será:

$$f_b = -\frac{F_{prot}}{A_c} - \frac{F_{prot}\ e}{I_x}\ y_{cg} + \frac{M_g}{I_x}\ y_{cg}$$

$$f_b = -\frac{2834{,}63}{0{,}351003} - \frac{2834{,}63 \text{ x } 0{,}5193}{0{,}062699} \text{x } 0{,}6479 + \frac{789{,}76}{0{,}062699} \text{x } 0{,}6479$$

$$f_b = -14{,}98\,MPa\ \ (compressãd)$$

3.2.2.4 Contribuição do M_{lat} na tensão de compressão e a resistência do concreto necessária

O momento lateral, M_{lat}, é a contribuição do momento devido ao peso próprio que atua lateralmente na viga e pode ser calculado a partir do ângulo de equilíbrio, θ, e pelo momento, M_g, que atua no meio da viga como segue:

$$M_{lat} = \theta M_g = 0{,}0706 \text{x } 789{,}76 \rightarrow M_{lat} = 55{,}72\,kNm$$

O momento lateral irá contribuir para o aumento da compressão do concreto, dessa forma uma nova tensão de compressão deve ser calculada:

$$f_{b,maj} = |f_b| + \frac{M_{lat}}{I_y}\left(\frac{b_b}{2}\right)$$

$$f_{b,maj} = 15120 + \frac{55{,}76}{0{,}007029}\text{x}\left(\frac{0{,}40}{2}\right) \rightarrow f_{b,maj} = 16{,}56\,MPa$$

Segundo recomendação do ACI 318 (2008), a tensão de compressão calculada não deve ultrapassar 60% da sua resistência à compressão, logo:

$$f_{ck,\min} = \frac{16{,}7}{0{,}6} \rightarrow f_{ck,\min} = 27{,}8\,MPa$$

Por definição de projeto, o transporte só será feito após os 28 dias de concretagem da viga, idade em que o concreto deverá ter resistência característica superior a 40 MPa, de forma que a viga atenderá à resistência mínima à compressão de 27,8 MPa. Utilizando-se, então, a expressão recomendada pelo ACI 318 (ACI, 2008), o módulo de elasticidade do concreto será igual à 33994 MPa para a resistência de 40 MPa.

Fazendo uma proporção entre o módulo de elasticidade na fase de içamento, $E_{ci,i}$, e transporte, $E_{ci,t}$, e o valor do deslocamento lateral fictício calculado para o caso de içamento, $x_{0,i}$, tem-se o deslocamento fictício para o transporte:

$$x_{o,t} = x_{0,i}\frac{E_{ci,i}}{E_{ci,t}} = 169{,}91\text{x}\frac{28442}{33994} \rightarrow x_{0,t} = 141{,}90\,mm$$

3.2.2.5 Cálculo do ângulo de fissuração

O módulo de ruptura, *fr*, segundo Equação 9–10 do ACI 318 (ACI, 2008), vale:

$$fr = 0{,}62\sqrt{f_{ck}} = 0{,}62\,\text{x}\,\sqrt{40} = 3{,}92\,MPa$$

O momento lateral para a fissuração será dado por:

$$M_{lat,\,fiss} = \frac{\left(f_r + |f_t|\right) I_y}{(b/2)}$$

$$M_{lat,\,fiss} = \frac{(3920 + 2190)\,\text{x}\,0{,}007029}{(0{,}79/2)} \rightarrow M_{lat,\,fiss} = 108{,}79\,kNm$$

Então, o ângulo de fissuração, θ_{fiss}, será resultado da relação entre o momento lateral de fissuração, $M_{lat,fiss}$, e o momento atuante no meio da viga, M_g, devido ao peso próprio:

$$\theta_{fiss} = \frac{M_{lat,\,fiss}}{M_g} = \frac{108{,}79}{789{,}76} \rightarrow \theta_{fiss} = 0{,}1378\,rad\,ou\,7{,}89°$$

3.2.2.6 Cálculo do fator de segurança contra fissuração

Da Equação (2.39):

$$FS_{fiss} = \frac{17{,}40\,\text{x}\,(0{,}1378 - 0{,}06)}{0{,}1419\,\text{x}\,0{,}1378 + 0{,}04041 + 1{,}8879\,\text{x}\,0{,}1378}$$

$\therefore$ $\mathbf{FS_{fiss} = 4{,}23 > 1{,}0}$

3.2.2.7 Cálculo do ângulo de ruptura

A partir da Equação (2.41), onde x_{max} = 91,5 cm, de acordo com recomendação de Mast (1993):

$$\theta_{rup} = \frac{0{,}915 - 0{,}61\,\text{x}\,0{,}06}{17{,}40} + 0{,}06 \rightarrow \theta_{rup} = 0{,}1105\,rad = 6{,}33°$$

3.2.2.8 Cálculo do deslocamento fictício para o ângulo de ruptura

O deslocamento fictício para situação de ruptura é:

$$x_{0,rup} = x_0\,(1 + 2{,}5\,\theta_{rup}) = 142{,}23\,\text{x}\,(1 + 2{,}5\,\text{x}\,0{,}1105) \rightarrow x_{0,rup} = 181{,}10\,mm$$

3.2.2.9 Cálculo do fator de segurança contra ruptura

Da Equação (2.42), tem-se:

$$FS_{rup} = \frac{17{,}40 \text{ x } (0{,}1105 - 0{,}06)}{0{,}18152 \text{ x } 0{,}1105 + 0{,}0404 + 1{,}8879 \text{ x } 0{,}1105}$$

$$\therefore \ \mathbf{FS_{rup} = 3{,}27 > 1{,}5}$$

Portanto, o fator de segurança final para esta viga, na fase de transporte, é **FS = 3,27**, de forma que está segura para esta situação transitória.

Verifica-se que, para a fase de transporte, a viga apresenta um ângulo de fissuração maior que o de ruptura. Ao se verificar a Equação (2.41), percebe-se que o valor do ângulo de ruptura depende das dimensões do veículo de transporte, já que é determinado pelo máximo braço de momento resistente, que por sua vez depende de dimensões tais como a altura do eixo de rolamento e a distância do eixo vertical do veículo ao centro dos pneus duplos, ao passo que o valor do ângulo aumenta conforme se incrementa esta segunda medida. Neste trabalho, as dimensões do caminhão foram tomadas iguais às recomendadas em Mast (1993), podendo não se adequarem bem aos veículos utilizados no Brasil para este tipo de transporte. Destaca-se, no entanto, que uma viga que apresente ângulo de fissuração maior que o de ruptura se mostra rígida o bastante para tornar seu tombamento mais provável que sua fissuração.

Para o transporte, diferentemente do que ocorre na fase de içamento, a viga analisada tem seu fator de segurança final igual ao de ruptura (ou tombamento). Neste caso, e analogamente à verificação para a fase de içamento, pode-se, complementarmente, estabelecer um carregamento distribuído, g_{lim}, para o qual FS_{rup} = 1,00, de forma a comparar esse método com o de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999). Assim sendo, e com o auxílio da ferramenta *Solver* do Microsoft Excel®, obtém-se g_{lim} = 48,40 kN/m quando FS =1,0. Dividindo esse valor pelo peso próprio da viga, obtém-se g_{lim}/g = 5,52

3.3 VERIFICAÇÃO SEGUNDO STRATFORD, BURGOYNE E TAYLOR (1999)

Nesta seção, a viga apresentada na Figura 3.1 é verificada para as fases transitórias de içamento e de transporte segundo a metodologia apresentada em Stratford e Burgoyne (1999) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

3.3.1 Fase transitória de içamento

Segue, conforme item 2.4.1 deste trabalho, a verificação da viga para a fase de içamento.

3.3.1.1 Cálculo da carga crítica de flambagem

Conforme Equação (2.43), o valor da carga crítica depende do valor de y_{rot}, que, assim como na metodologia de Mast, aqui corresponde à distância entre o eixo de giro e o centroide da peça. Assim sendo, assume-se aqui o valor já calculado no item 3.2.1.3, no qual já se considera o efeito da contraflecha devida à protensão. Portanto, y_{rot} = 50,51 cm. Desta forma:

$$g_{crit} = \frac{12 \text{ x } 28442 \text{x} 10^3 \text{ x } 0{,}007029 \text{x } 0{,}5051}{\frac{30^4}{10} - 1{,}5 \text{ x } 30^3 + 3 \text{x} 1{,}5^2 \text{ x } 30^2 - 2 \text{ x} 1{,}5^3 \text{ x } 30 - 1{,}5^4}$$

$$g_{crit} = 25{,}98 kN/m$$

3.3.1.2 Cálculo das excentricidades iniciais

Seguindo o que é disposto em Krahl (2014), essas excentricidades são representadas pelo deslocamento lateral inicial (δ_0) e pelo desvio de posicionamento dos cabos (e_c), os quais podem ser tomados conforme indicações do *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010). Para o deslocamento lateral inicial, δ_0, recomenda-se adotar um desvio de 3,2 mm a cada 3,05 m de viga, o que corresponde a um desvio total de 31,48 mm para a viga analisada. Já para o desvio de posicionamento dos cabos, e_c, toma-se a recomendação de 6 mm.

3.3.1.3 Cálculo da carga limite

Segundo a Equação (2.46) e adotando-se $\theta_{lim} = 23^{o} = 0{,}401 \text{ rad}$, tem-se:

$$g_{lim} = 25{,}98 - \frac{0{,}03148 \text{ x} \left[1 - sen\left(\frac{\pi \text{ x } 1{,}5}{30}\right)\right] + 0{,}006}{\frac{8{,}78 \text{ x } sen\,(0{,}401)}{384 \text{ x } 28442 \text{ x } 10^{3} \text{ x } 0{,}007029} \text{ x } \left(5 \text{ x } 30^{2} - 20 \text{ x } 1{,}5 \text{ x } 30 - 4 \text{ x } 1{,}5^{2}\right)\left(2 \text{ x } 1{,}5 - 30\right)^{2}}$$

$$g_{lim} = 25{,}70\, kN/m$$

3.3.1.4 Verificação da segurança

Para a viga analisada:

$$\frac{g_{\lim}}{g} = \frac{25{,}70}{8{,}78}$$

$$\therefore \quad \frac{\mathbf{g}_{\lim}}{\mathbf{g}} = \mathbf{2{,}93}$$

3.3.1.5 Cálculo do acréscimo de tensões

Tomando-se as equações (2.47) e (2.48) e o ângulo limite de 23° para o cálculo a tensão de compressão na fibra mais distante do eixo de menor inércia, é de 25,15 MPa. Este valor é bem próximo ao encontrado através da metodologia de Mast, que considera o momento lateral igual ao produto do ângulo pelo momento total devido ao peso próprio, resultando em um valor de acréscimo de tensões igual a 25,63 MPa.

3.3.2 Fase transitória de transporte

Segue, conforme o item 2.4.2 deste trabalho, a verificação da viga para a fase de transporte.

3.3.2.1 Cálculo da carga crítica

Conforme Equação (2.49), o valor de carga crítica depende do momento de inércia à torção, ou constante de *St Venant's*, *J*. Para a viga PCI PT 72, Krahl (2014)

utiliza a metodologia apresentada pelo ACI 318 (ACI, 2008), que consiste em aproximar as mesas superior e inferior a áreas retangulares de forma a se poder utilizar as expressões conhecidas para essa geometria. Neste sentido, as mesas podem ser consideradas retângulos com mesma largura e área equivalente. Assim sendo, para a viga analisada neste trabalho, tem-se a geometria mostrada na Figura 3.4.

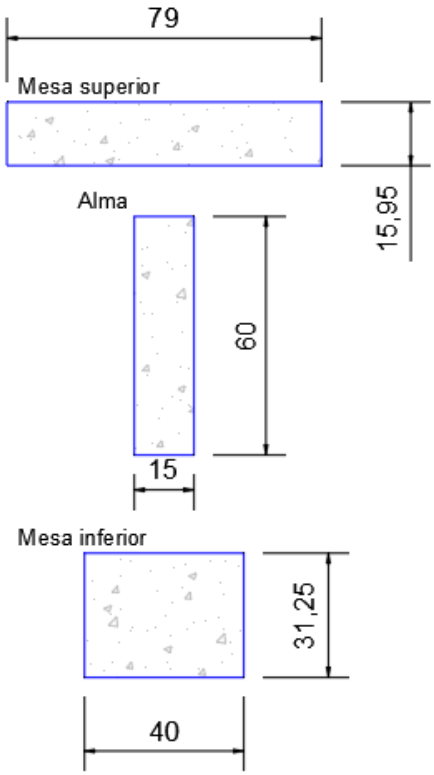


Figura 3.4 – Representação da seção transversal em retângulos equivalentes para o cálculo do momento de inércia à torção, *J*.

O momento de inércia à torção total da seção é tomado como a soma da inércia das três áreas mostradas na Figura 3.4. Pela expressão 13–6 do ACI 318 (ACI, 2008), tem-se:

$$J = \left(1 - 0{,}63\frac{x_1}{y_1}\right)\frac{x_1^{\,3} y_1}{3} + \left(1 - 0{,}63\frac{x_2}{y_2}\right)\frac{x_2^{\,3} y_2}{3} + \left(1 - 0{,}63\frac{x_3}{y_3}\right)\frac{x_3^{\,3} y_3}{3} \qquad \textbf{(3.7)}$$

sendo os valores de *x* sempre a menor dimensão de cada um dos retângulos. Dessa forma:

$$J = \left(1 - 0{,}63 \text{ x } \frac{15{,}95}{79}\right) \frac{15{,}95^3 \text{ x } 79}{3} + \left(1 - 0{,}63 \text{ x } \frac{15}{60}\right) \frac{15^3 \text{ x } 60}{3} + \left(1 - 0{,}63 \text{ x } \frac{31{,}25}{40}\right) \frac{31{,}25^3 \text{ x } 40}{3}$$

$$J = 0{,}003567\, m^4$$

De posse de todos os valores necessários, pode-se calcular a carga crítica por meio da Equação (2.49). Assim:

$$g_{crit} = 16{,}9 \text{ x } \frac{\sqrt{13598 \text{x} 10^3 \text{ x } 0{,}003567 \text{x} 33994 \text{x} 10^3 \text{ x } 0{,}007029}}{30^3}$$

$$g_{crit} = 67{,}39\, kN/m$$

3.3.2.2 Cálculo das excentricidades iniciais

Novamente seguindo o que é disposto em Krahl (2014), essas excentricidades são representadas pelo deslocamento lateral inicial (δ_0) e pelo desvio de posicionamento dos cabos (e_c) e podem ser tomadas conforme indicações do *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010). O deslocamento lateral inicial, δ_0 , é o mesmo para a situação de içamento, ou seja, igual a 31,48 mm para toda a viga. Já para o desvio de posicionamento entre caminhão e reboque, e_c, o *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010) recomenda adotar 25,40 mm.

3.3.2.3 Cálculo da carga limite

Segundo a Equação (2.52), para a determinação da carga limite ainda é necessário que se conheça o valor do deslocamento lateral total no momento da instabilidade, δ_T . Para determinação deste valor, no entanto, conforme Equação (2.50), tem de se conhecer o valor de y_{rot}. Dessa forma, também aqui se assume o valor já calculado durante a verificação por Mast, no item 3.2.2.2, em que também já se considera o efeito da contraflecha devida à protensão. Assim sendo, y_{rot} = 18,89 cm. Pela Equação (2.50):

$$\delta = \frac{0{,}105\,\text{x}\left(0{,}36\,\text{x}\,30\,\text{x}\sqrt{\frac{13598\text{x}10^3\ \text{x}\,0{,}003567}{33994\text{x}10^3\ \text{x}\,0{,}007029}} + \frac{18{,}89}{100}\right)}{1{,}68}\text{x}100$$

$$\delta = 42{,}10\,cm$$

Da Equação (2.52) vem:

$$g_{lim} = 67{,}39\,\text{x}\sqrt{1 - \frac{0{,}0315\text{x}\left(1 - sen\frac{\pi\,\text{x}1{,}5}{30}\right) + ,0254}{0{,}4210}}$$

$$g_{lim} = 63{,}09\,kN/m$$

3.3.2.4 Verificação da segurança

Para a viga analisada:

$$\frac{g_{\text{lim}}}{g} = \frac{67{,}39}{8{,}78}$$

$$\therefore\ \frac{\mathbf{g}_{\text{lim}}}{\mathbf{g}} = \mathbf{7{,}19}$$

3.3.2.5 Cálculo do acréscimo de tensões

Tomando-se as equações (2.47) e (2.53) e o ângulo limite igual a 6° para o cálculo de tensões na fibra mais distante do eixo de menor inércia, tem-se 20,45 MPa neste ponto devido ao carregamento que atua lateralmente. Comparativamente, pela metodologia de Mast, que considera o momento lateral igual ao produto do ângulo pelo momento total devido ao peso próprio, tem-se um aumento de 20,46 MPa.

3.4 ADAPTAÇÃO DOS MÉTODOS À NORMATIVA BRASILEIRA

Inicialmente, a viga foi verificada pelos métodos analíticos considerando os limites, tolerâncias e recomendações do *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010). Neste item, promove-se a adaptação desses métodos aos limites, tolerâncias e métodos de cálculos recomendados pela NBR 9062 (ABNT, 2006) e NBR 6118 (ABNT, 2014). Essa

adaptação foi realizada para viabilizar o confronto entre as exigências normativas brasileiras e internacionais no que se refere, principalmente, às tolerâncias construtivas e estimativa das propriedades mecânicas do concreto.

3.4.1 Fase transitória de içamento por Mast, adaptada

O módulo de elasticidade, segundo a ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) em seu item 8.2.8, foi calculado pela Equação (3.8), válida para concretos cuja resistência característica à compressão se encontre entre 20 e 50 MPa.

$$E_{ci} = \alpha_E \text{ x } 5600\sqrt{fck} \qquad \textbf{(3.8)}$$

Sendo $\alpha_E = 0{,}9$, para agregado calcário, e o f_{cj} igual a 28 MPa no momento do içamento, o valor calculado para E_{ci}, na idade de içamento, foi de 26669,17 MPa.

A excentricidade inicial pode ser calculada considerando uma tolerância de fabricação de ± *L/1000*, indicada pela NBR 9062, *Tabela 1 – Tolerâncias de fabricação para elementos pré-moldados*, resultando em 30 mm de deslocamento lateral (Δ). Além disso, a NBR 9062 recomenda que a tolerância de locação de incertos seja de ± 15 mm, devendo esse valor ser acrescido ao valor encontrado. Dessa forma, a excentricidade inicial fica igual a 29,30 mm.

A distância entre o eixo de giro da viga e o seu centro de gravidade, y_{rot}., será então de 52,21 cm, considerando a tolerância de ± *L/1000*, recomendada pela NBR 9062.

Da Equação (2.14), inserindo os valores iniciais e o módulo de elasticidade adaptado, tem-se para o afastamento lateral x_0 = 180,88 mm. Substituindo os valores recalculados na Equação (2.17) , encontrou-se o valor para o ângulo de equilíbrio igual a 0,0561 rad ou 3,22°.

Já para o módulo de ruptura, f_r, não há indicação explícita na NBR 6118 para esse valor. Assim, recorreu-se à recomendação sobre a tensão de tração relativa ao momento de fissuração, colocada em seus itens 17.3.1 e 8.2.5, para concretos de classe até C50. A expressão é mostrada a seguir, onde α' assume o valor de 1,3 para seções I.

$$f_{ct,m} = 0{,}3 f_{ck}^{\ 2/3} \rightarrow f_{ctk,\inf} = 0{,}7 f_{ct,m} \rightarrow f_r = \alpha^{'}.fct$$
$$\therefore\ f_r = 0{,}273.f_{ck}^{\ 2/3} \qquad \textbf{(3.9)}$$

Dessa forma, o valor do módulo de ruptura para f_{cj} = 28 MPa na data de içamento vale 2,52 MPa.

A tensão na fibra superior, f_t, é calculada pela Equação (2.5). Os valores de cada variável não sofreram modificações para a situação transitória de içamento e o valor de f_t é o mesmo calculado por Mast (1993). Assim, a tensão na fibra superior vale - 2,05 MPa (compressão!). Substituindo esses valores na Equação (2.4), o valor de M_{lat} para o içamento no método adaptado é igual a 81,19 kNm.

O valor encontrado para o ângulo de fissuração, para o caso de adaptação no método de içamento, é igual a 0,1028 rad ou 5,89°. Assim, o fator de segurança contra fissuração reduziu de 1,78 para 1,12. Esse fator, sendo maior que 1,0, ainda é suficiente para garantir a segurança da viga.

O ângulo de ruptura ou tombamento encontrado foi de 0,2545 rad ou 14,58°. Enquanto a deflexão após a ruptura (ou tombamento) é igual a 29,60 cm. O novo fator de segurança contra ruptura foi reduzido de 1,56 para 1,27. Neste caso, o fator de segurança deveria ser pelo menos 1,5, de tal forma que a viga não se encontra segura.

A Tabela 3.10 apresenta um resumo dos valores originais por Mast, para fase transitória de içamento, comparado com os resultados do método adaptado.

Tabela 3.10 – Valores originais e adaptados para fase transitória de içamento

	Içamento	
Variáveis	Mast	Adaptação
E_{ci} (MPa)	28442	26669
fator c	0,467	0,4767
e_i (m)	0,01	0,0293
yrot,cor (m)	0,5021	0,5221
$X_{0,i}$ (m)	0,1696	0,181
θ_i (rad)	0,0269	0,0561
f_r (MPa)	3,28	2,52
f_t (MPa)	-2,05	-2,05
M_{lat} (kN.m)	94,78	81,19
θ_{fiss} (rad)	0,1200	0,1028
FS_{fiss}	1,78	1,12
θ_{rup} (rad)	0,17845	0,2545
$X_{0,rup}$ (m)	0,2453	0,296
FS_{rup}	1,56	1,27

3.4.2 Fase transitória de transporte por Mast, adaptada

A adaptação da fase transitória de transporte foi realizada mantendo-se as propriedades e dimensões do caminhão e do reboque. Dessa forma, a dimensão h_{rot} continua sendo 610 mm, a altura do centro de gravidade, h_{cg}, é mantida em 2460,9 mm e o máximo braço de momento resistente, $X_{máx}$, permanece igual a 91,5 cm. Da mesma forma, a rigidez total do caminhão, K_θ, continua igual a 4581 kNm/rad e, consequentemente, o raio de estabilidade igual a 17,40 m/rad.

A partir das dimensões da viga e do caminhão, tem-se que a altura do centro de gravidade ao eixo do giro de apoio, y_{rot}, acrescida de ± *L/300* devido à contraflecha da protensão indicada pela NBR 9062 (Tabela 4, para fecha diferida no tempo), resulta em $y_{rot,corrigido}$ = 1950,9 mm.

Para o cálculo da excentricidade inicial foi considerada a indicação da NBR 9062 de ± *L/1000* para o limite de linearidade, multiplicado pelo fator *c* e acrescido de 25,4 mm, de acordo com Mast (1993). Foi mantida a recomendação original porque as normas brasileiras não apresentam valores limites de desvio de colocação dos apoios para a situação transitória de transporte. Dessa forma, a excentricidade inicial passou a ser 39,7 mm.

O deslocamento fictício, x_0, obedecendo à mesma proporção entre as resistências características recomendada anteriormente, passa a ser de 151,34 mm. O ângulo de equilíbrio, para a superelevação considerada igual $\alpha = 0{,}06\ \text{rad}$, calculado pela Equação (2.35), é de 0,0708 rad ou 4,06°.

A força de protensão de projeto para a idade de içamento é de 2922,30 kN, já considerando as perdas iniciais. Pelo que é proposto por Krahl (2014), as perdas progressivas são estimadas em 3%. Considerando as verificações de projeto para a viga em questão, no entanto, essas perdas são indicadas em 10%. Esse valor foi estimado considerando perdas por ancoragem, por relaxação do aço e por encurtamento do concreto. Desse modo, no momento do transporte, a força de protensão será igual a 2630 kN.

A tensão na fibra superior, f_t, calculada pela Equação (3.5) para a nova força de protensão será de -2, 67MPa (compressão!). Enquanto a tensão na fibra inferior, f_b, calculada pela Equação (3.6), será de -12,67 MPa.

O momento lateral M_{lat} calculado a partir do ângulo de equilíbrio θ e pelo momento M_g que atua no meio do vão resulta em um valor de 55,95 kNm, ligeiramente maior que o calculado originalmente que era de 55,72 kNm. A nova tensão de compressão majorada, $f_{b,maj}$, devido à contribuição do momento lateral, será de - 4,90 MPa. Essa tensão, por recomendação da NBR 6118, não pode ser maior que 70% da sua resistência à compressão. O f_{cj} mínimo para realizar o transporte deverá, então, ser de 21,3 MPa. Por definição de projeto, o transporte só será feito após os 28 dias de concretagem da viga, idade em que o concreto deverá ter resistência característica superior a 40 MPa, de forma que a viga atenderá à resistência mínima à compressão de 21,30 MPa.

Para a idade de transporte aos 28 dias, com f_{ck} = 40 MPa, o módulo de elasticidade calculado pela Equação (3.8) é de 31875,8 MPa. Fazendo uma proporção entre o módulo de elasticidade na fase de içamento e o módulo de elasticidade calculado para fase de transporte, e multiplicando-se esse resultado pelo deslocamento lateral fictício calculado para o caso de içamento, tem-se que o deslocamento fictício para o transporte $x_{0,t}$ é de 151,34 mm.

O módulo de ruptura, calculado pela Equação (3.9), segundo recomendação da NBR 6118, resulta num valor de 3,19 MPa. Assim, de acordo com a Equação (3.4) proposta por Mast (1993), o momento lateral para a fissuração, $M_{lat,fiss}$, será igual a 104,31 kNm. O resultado da relação entre o momento lateral de fissuração e o momento atuante no meio da viga, devido ao peso próprio, é o ângulo de fissuração, θ_{fiss}, com o valor de 0,1321 rad ou 7,57°.

A partir da Equação (2.39), tem-se que o FS_{fiss} é 3,95, um pouco menor que o valor original de 4,23, mas ainda assim suficiente (maior que 1,0), estando a viga segura contra fissuração.

Para o cálculo do ângulo de ruptura, θ_{rup}, optou-se por manter a dimensão do máximo braço de momento resistente, $x_{máx}$, igual a 91,5 cm. Dessa forma, o ângulo de ruptura para o caso de transporte adaptado é 0,1105 rad ou 6,33°, o mesmo valor encontrado originalmente. O novo deslocamento fictício para situação de ruptura, $x_{0,rup}$, é 193,14 mm.

Então, o fator de segurança contra ruptura, pela Equação (2.42), será de 3,18, maior que 1,5 e, portanto, suficiente.

A Tabela 3.11 apresenta um comparativo entre os valores originais de Mast (1993) e os valores adaptados, segundo as normas brasileiras, para a fase transitória de transporte.

Tabela 3.11 – Valores originais e adaptados para fase transitória de transporte

	Transporte	
Variáveis	Mast	Adaptação
K_θ (kNm/rad)	4581	4581
r (m/rad)	17,40	17,40
fator c	0,4767	0,4767
$y_{rot,cor}$ (m)	1,8879	1,9509
e_i (m)	0,0404	0,0,397
$X_{0,t}$ (m)	0,1419	0,1513
θ_{eq} (rad)	0,0706	0,0708
$F_{prot,t}$ (kN)	2834,63	2630
f_t (MPa)	-2,19	-2,54
f_b (MPa)	-14,98	-13,31
M_{lat} (kN.m)	55,72	55,95
E_{ci} (MPa)	33994	31876
f_r (MPa)	3,92	3,19
$M_{lat,fiss}$ (kNm)	108,79	101,95
θ_{fiss} (rad)	0,1378	0,1291
FS_{fiss}	4,23	3,86
θ_{rup} (rad)	0,2206	0,1105
$X_{o,rup}$ (m)	0,1811	0,1931
FS_{rup}	3,27	3,18

3.4.3 Fase transitória de içamento por Stratford, Burgoyne e Taylor, adaptada

A adaptação da metodologia de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para a fase transitória de içamento inicia com o cálculo da carga crítica de flambagem, g_{crit}. Seguiu-se utilizando a Equação (2.43) e buscando o valor de y_{rot} calculado em Mast. O módulo de elasticidade foi calculado segundo recomendação da NBR 6118, conforme a Equação (3.8), resultando em um g_{crit} igual a 25,33 kN/m.

Para o deslocamento lateral inicial, δ_0, foi adotada a recomendação da NBR 9062 para a tolerância de fabricação de ± *L/1000*, resultando em 30 mm para a viga de 30 m de comprimento. Já para o desvio de posicionamento de cabos, e_c, foi utilizado a recomendação de 15 mm para locação de insertos concretados na peça.

A partir da Equação (2.46) e adotando $\theta_{lim} = 23^{o} = 0{,}401 \text{ rad}$, tem-se g_{lim} igual a 25,01 kN/m. Dessa forma o fator de segurança para a viga analisada será:

$$\frac{g_{\lim}}{g} = \frac{25{,}01}{8{,}78}$$

$$\therefore \quad \frac{\mathbf{g}_{\lim}}{\mathbf{g}} = \mathbf{2{,}85}$$

A Tabela 3.12 exibe um resumo comparativo entre os valores originais e adaptados do método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

Tabela 3.12 – Valores originais e adaptados para fase transitória de içamento por Stratford

	Içamento	
Variáveis	Stratford	Adaptação
g_{crit} (kN/m)	25,98	25,33
δ0 (m)	0,0315	0,0300
e_c (m)	0,006	0,015
g_{lim} (kN/m)	25,70	25,01
g_{lim}/g	2,93	2,85

3.4.4 Fase transitória de transporte por Stratford, Burgoyne e Taylor, adaptada

Na adaptação da metodologia de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para a fase transitória de transporte foi mantido o cálculo do momento de inércia à torção, *J*. Da Equação (3.7) e da geometria da seção, tem-se que *J* é 0,0036567 m^4. O módulo de elasticidade secante passa a ser calculado pela Equação (3.10) de acordo com a NBR 6118:

$$E_{cs} = \alpha_i \, E_{ci} \qquad \textbf{(3.10)}$$

onde, f_{ck} 40 MPa na idade do transporte e α_i é dado por:

$$\alpha_i = 0{,}8 + 0{,}2\frac{fck}{80} \leq 1{,}0 \qquad \textbf{(3.11)}$$

Então:

$$E_{cs} = 0{,}9 \text{ x } 31875{,}76 \rightarrow E_{cs} = 28688 \ MPa$$

O módulo de elasticidade transversal na data de transporte será, segundo a NBR 6118, igual a E_{cs}/2,4. Dessa forma, G_c será igual a 11953 MPa. Substituindo os valores na Equação (2.49), tem-se que g_{crit} vale 61,18 kN/m.

O deslocamento lateral inicial é dado pela recomendação da NBR 9062 que indica ± L/1000. Para a viga analisada, δ_0 vale 30 mm. Para o desvio de posicionamento entre caminhão e reboque adotou-se a recomendação original do *PCI Tolerance Manual* (PCI, 2010) de 25,40 mm, uma vez que nas normativas brasileiras não existem recomendações especificas para a fase de transporte.

O deslocamento lateral total no momento da instabilidade é dado pela Equação (2.50). Adotando, então, o valor de y_{rot} já calculado em Mast, tem-se um δ_T igual a 41,53 cm. A partir da Equação (2.52) obtém-se o valor do g_{lim} a 57,33 kN/m.

Assim, a verificação de segurança fica:

$$\frac{g_{\lim}}{g} = \frac{57{,}33}{8{,}78}$$

$$\therefore \quad \frac{\mathbf{g}_{\lim}}{\mathbf{g}} = \mathbf{6{,}53}$$

A Tabela 3.13 apresenta o resultado da adaptação do método de Stratford, Burgoyne e Taylor para as tolerâncias normativas brasileiras, comparando-o com o método original.

Tabela 3.13– Valores originais e adaptados para fase de transitória de transporte por Stratford

	Transporte	
Variáveis	Stratford	Adaptação
J (m^4)	0,003568	0,003568
G_t (MPa)	13598	11953
g_{crit} (kN/m)	67,39	61,18
δ_0 (m)	0,0315	0,0300
e_c (m)	0,0254	0,0254
δ_t (m)	0,421	0,4153
g_{lim} (kN/m)	63,09	57,33
g_{lim}/g	7,19	6,53

4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Neste tópico os métodos estudados são aplicados à viga em tela variando-se dimensões e características físicas do concreto empregado de forma a se avaliar a influência da esbeltez da viga na segurança quanto à instabilidade lateral nas fases de içamento e transporte de vigas pré-moldadas. Para tanto, são realizadas *Análise da Influência da Esbeltez*, em que a esbeltez é variada ao se variar o vão; e *Análise de Sensibilidade*, na qual é avaliada a sensibilidade dos fatores de segurança a determinados parâmetros de projeto da viga e do veículo de transporte a ser utilizado.

4.1 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA ESBELTEZ

O principal objetivo dessa análise é o de se avaliar a influência da esbeltez da viga sobre a carga limite de instabilidade lateral obtida pelos métodos de Mast (1993) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para valores originais e adaptados. Os valores obtidos são comparados com os limites de esbeltez definidos no Eurocode 2 (CEN, 2004) e na ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo que a primeira normatização é a única das levantadas neste trabalho que traz limites específicos para fases transitórias.

A esbeltez da viga foi alterada variando-se o seu comprimento de 5 em 5 m, mantendo-se constante sua seção transversal. Optou-se por trabalhar com os vãos de 40 m, 35 m, 30 m e 25 m de modo a analisar situações próximas do limite de esbeltez das normas. No caso original, os pontos de içamento da viga foram posicionados a 1,5 m das extremidades e os cabos de içamento eram posicionados na vertical. Para a análise paramétrica, foi mantida a mesma relação balanço/vão ao se reduzir o comprimento da viga, bem como foi mantido o cabo vertical na fase de içamento.

Com relação à força de protensão, esta é influenciada pela variação do vão, uma vez que a redução do vão leva à redução dos momentos devidos ao peso próprio e ao carregamento acidental, que dependem diretamente do comprimento do vão. Assim, faz-se necessário encontrar para a análise paramétrica vigas equivalentes que considerem a variação da força de protensão com a variação do vão. Para isso, a força de protensão

em cada novo caso foi determinada de forma a atender o Estado Limite de Descompressão, no qual a fibra menos comprimida apresenta tensão de compressão nula.

4.1.1 Fase de içamento

Segundo o Eurocode 2, a esbeltez é definida por $L_{0t}\, h^{1/3} / b^{4/3}$, sendo L_{ot} o vão da viga e h a sua altura, e deve ser menor ou igual a 70. Já a NBR 6118 define a esbeltez apenas pela relação L/b, a qual deve ser menor ou igual a 50. Como explicado no item 3.1 do presente trabalho, será adotado $b = 79\ cm$. Na Tabela 4.1, na Figura 4.1 e na Figura 4.2 são apresentadas as relações g_{lim}/g para cada vão da viga, bem como a esbeltez calculada segundo o Eurocode 2 e segundo a NBR 6118, para a fase de içamento.

Tabela 4.1 – g_{lim}/g para fase transitória de içamento variando os vãos

FASE TRANSITÓRIA DE IÇAMENTO						
	Eurocode 2	NBR 6118	g_{lim}/g			
L (m)	$L_{0t}\, h^{1/3} / b^{4/3}$	L/b	Mast	Stratford	Mast Adaptado	Stratford Adaptado
40,00	52,38	45,57	0,67	0,92	0,32	0,88
35,00	45,84	39,87	1,18	1,58	0,65	1,52
30,00	39,29	34,18	2,25	2,93	1,32	2,85
25,00	32,74	28,48	4,78	6,08	3,10	5,97

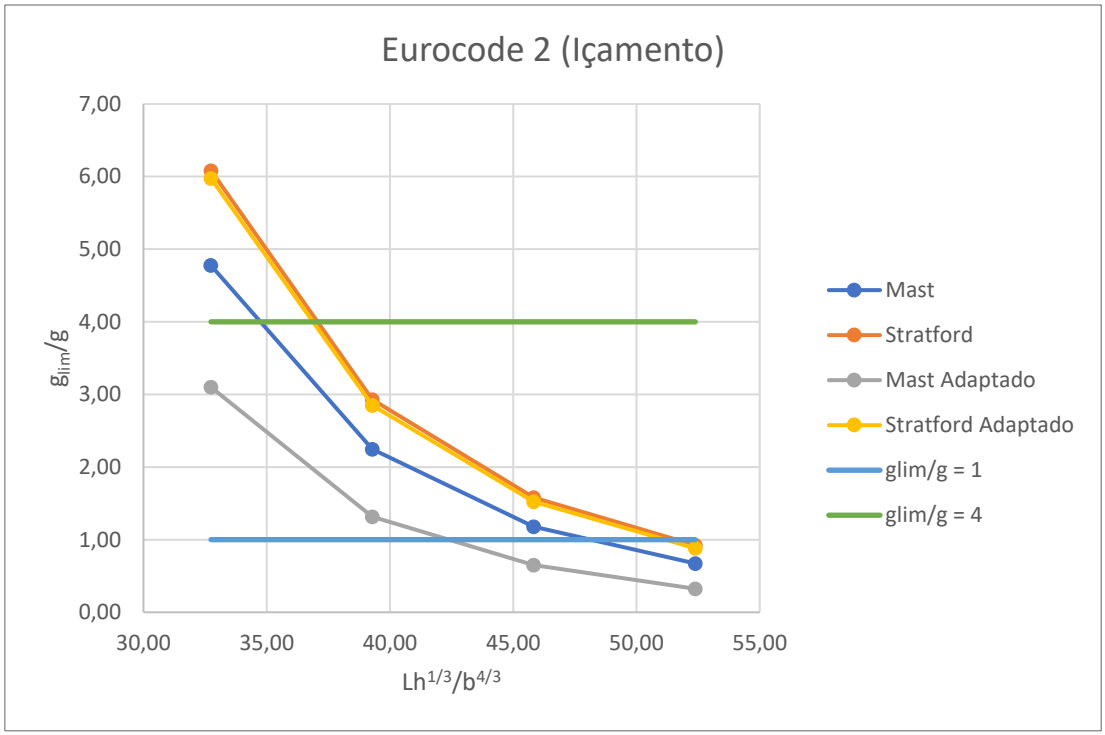


Figura 4.1 – Relação g_{lim}/g versus Esbeltez segundo o Eurocode 2 para o içamento

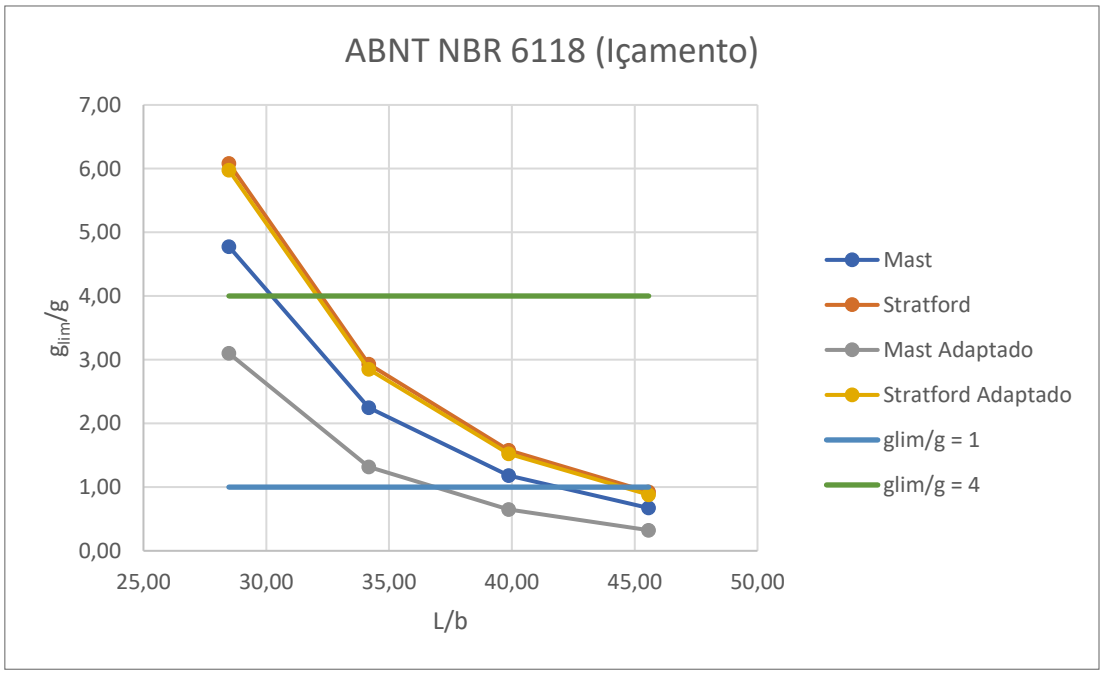


Figura 4.2 – Relação g_{lim}/g versus Esbeltez segundo NBR 6118 para o içamento

Observa-se da Tabela 4.1 que a viga original apresenta esbeltez igual a 39,29 segundo o Eurocode 2, estando abaixo do limite superior recomendado por essa norma. Também, com relação à esbeltez definida pela NBR 6118, o valor obtido é igual a 34,18, estando abaixo do limite superior recomendado por essa norma. Portanto, essa viga atenderia à verificação da segurança contra a instabilidade lateral. Vale ressaltar que as normas definem para o valor de L_{ot} e de L a distância entre apoios que restringem o deslocamento lateral das vigas. No caso da fase de içamento, foi adotado para esse parâmetro a distância entre os pontos de içamento, mesmo que eles não impeçam o movimento lateral da viga.

Quando a viga original é avaliada pelos métodos de Mast (1993) e Stratford; Burgoyne e Taylor (1999), observa-se que a relação g_{lim}/g é maior que a unidade para ambos os métodos, tanto no método original quando no modificado para atender às exigências normativas brasileiras. Isso comprova que de fato a viga não deverá apresentar instabilidade lateral. Apesar disso, deve-se garantir um nível de segurança adequado contra a instabilidade lateral da viga, já que esse fenômeno pode implicar em uma ruptura brusca do elemento durante as fases de montagem, gerando acidentes graves. Por essa razão, e seguindo o recomendado em Krahl; Lima e El Debs (2015), toma-se como um nível adequado de segurança quando a relação g_{lim}/g é maior ou igual quatro. Isso representa o mesmo nível de segurança esperado para os dispositivos de içamento. Ao se definir esse limite para a relação g_{lim}/g, nota-se, da Tabela 4.1, que apenas para vãos menores que 25 m a segurança seria atendia pelo método de Mast (1993). Já para o método de Stratford; Burgoyne e Taylor (1999), esse nível de segurança seria atendido, inclusive, para vãos pouco maiores que 25 m. Ao se analisarem a Figura 4.1 e a Figura 4.2 e tomando-se este último método, conclui-se que o limite de quatro para a relação g_{lim}/g é atendido para a viga em estudo quando a sua esbeltez é menor que 36,35 segundo o Eurocode 2 e menor que 31,62 segundo a NBR 6118. Esses valores são menores que os limites estabelecidos por essas normas, o que indica que o nível de segurança das mesmas é inferior ao valor quatro aqui recomendado. Para a viga em estudo, os limites de 70 e 50 estabelecidos pelo Eurocode 2 e pela NBR 6118 representam, respectivamente, relações g_{lim}/g iguais a 0,20 e 0,45 pelo método de Mast (1993). Quando adaptados, esses valores são reduzidos para 0,14 e 0,25. Já pelo método de Stratford; Burgoyne e Taylor (1999), a relação g_{lim}/g fica em 0,29 e 0,64 para as indicações originais e 0,27 e 0,60 quando da

adaptação. Isso mostra que os limites recomendados por essas normas condizem a situações inseguras quanto à instabilidade lateral na fase de içamento.

4.1.2 Fase de transporte

A Tabela 4.2, a Figura 4.3 e a Figura 4.4 apresentam as relações g_{lim}/g resultantes da variação dos comprimentos da viga e a comparação com os limites de esbeltez do Eurocode 2 e da NBR 6118 para a fase de transporte. Aqui, foi considerado que os veículos de transporte recebem a viga mantendo a mesma relação vão/balanço utilizada para a fase de içamento. Dessa forma, mantidos os vãos entre os apoios que restringem o deslocamento lateral das vigas, as esbeltezes também se mantém iguais às daquela situação.

Tabela 4.2 – g_{lim}/g para fase transitória de transporte variando os vãos

FASE TRANSITÓRIA DE TRANSPORTE						
	Eurocode 2	NBR 6118	g_{lim}/g			
L (m)	$L_{0t}\, h^{1/3} / b^{4/3}$	L/b	Mast	Stratford	Mast Adaptado	Stratford Adaptado
40,00	52,38	45,57	2,50	3,05	2,40	2,77
35,00	45,84	39,87	3,28	4,54	3,23	4,12
30,00	39,29	34,18	4,42	7,19	4,35	6,53
25,00	32,74	28,48	6,14	12,39	6,05	11,26

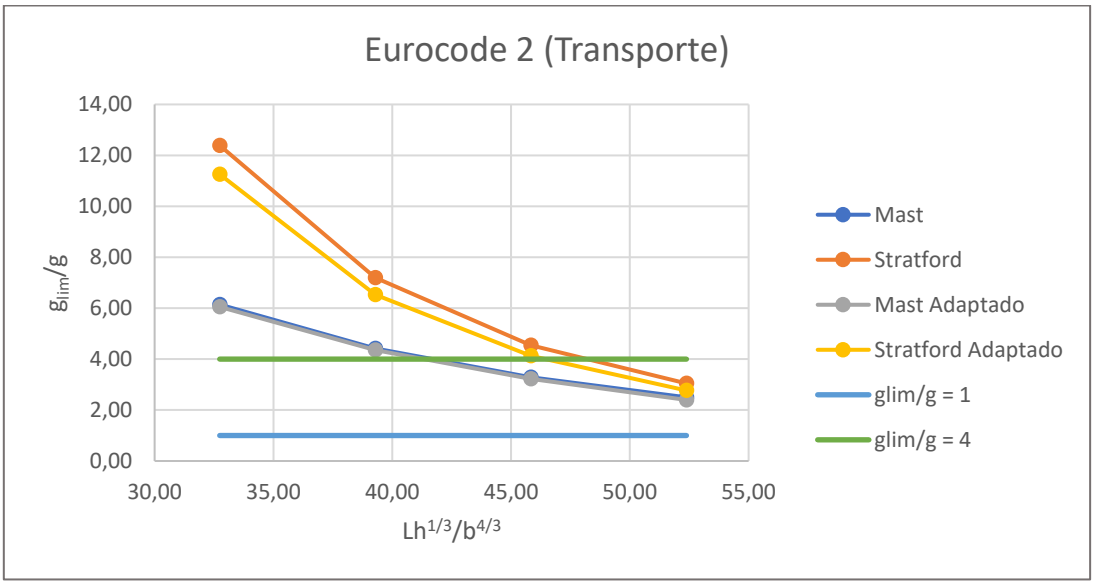


Figura 4.3 – Relação g_{lim}/g versus Esbeltez Eurocode 2 para o transporte.

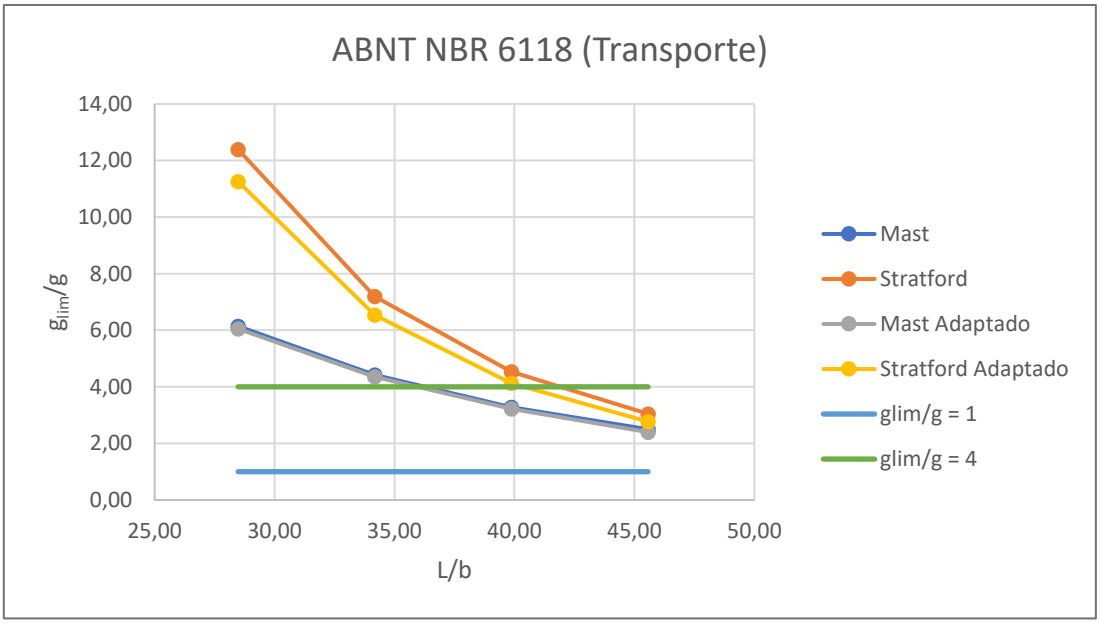


Figura 4.4 – Relação g_{lim}/g *versus* Esbeltez NBR 6118 para o transporte.

Ao se analisar a Figura 4.3 e a Figura 4.4 e tomando-se o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), conclui-se que o limite de quatro para a relação g_{lim}/g é atendido para a viga em estudo quando a sua esbeltez é menor que 47,81 segundo o Eurocode 2 e 41,59 segundo a NBR 6118. A exemplo do que foi verificado para a fase de içamento, pelo fato de esses valores serem também inferiores aos limites máximos estipulados pelas respectivas normativas, caso esses últimos valores fossem tomados, a viga estaria em nível de segurança inferior ao valor quatro indicado. Para os limites de 70 e 50 estabelecidos pelo Eurocode 2 e pela NBR 6118, respectivamente, as relações g_{lim}/g seriam de 1,32 e 2,05 pelos métodos de Mast (1993). Adaptando-se os fatores de segurança às indicações brasileiras, essas relações seriam reduzidas para 1,29 e 2,01, respectivamente. Já pelo método de Stratford; Burgoyne e Taylor (1999), a relação g_{lim}/g fica em 1,28 e 2,31 para as indicações originais e em 1,16 e 2,10 quando da adaptação. Isso mostra que no caso do transporte, os limites estabelecidos pelas normas conduzem a uma situação segura ($g_{lim}/g \geq 1{,}0$), mesmo que com baixo nível de segurança. Vale ressaltar, novamente, que essa conclusão é válida para a situação da viga sendo transportada com a relação balanço/vão igual a 0,05.

A fim de se compararem diretamente os índices de segurança resultantes dos métodos propostos por Mast (1993) e por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), são apresentados os gráficos da Figura 4.5 e da Figura 4.6. Justifica-se a não consideração dos métodos adaptados para essa análise pelo fato de que a ordem de grandeza da

diferença entre os métodos seria a mesma. Destaca-se que, em geral, o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) resulta em níveis de segurança sempre superiores àqueles encontrados pelo método de Mast (1993).

Destaca-se, ainda, que os fatores de segurança adaptados se mostram ligeiramente menores do que os encontrados para os métodos originais. Essas diferenças serão melhor consideradas no tópico seguinte, *Análise de Sensibilidade*.

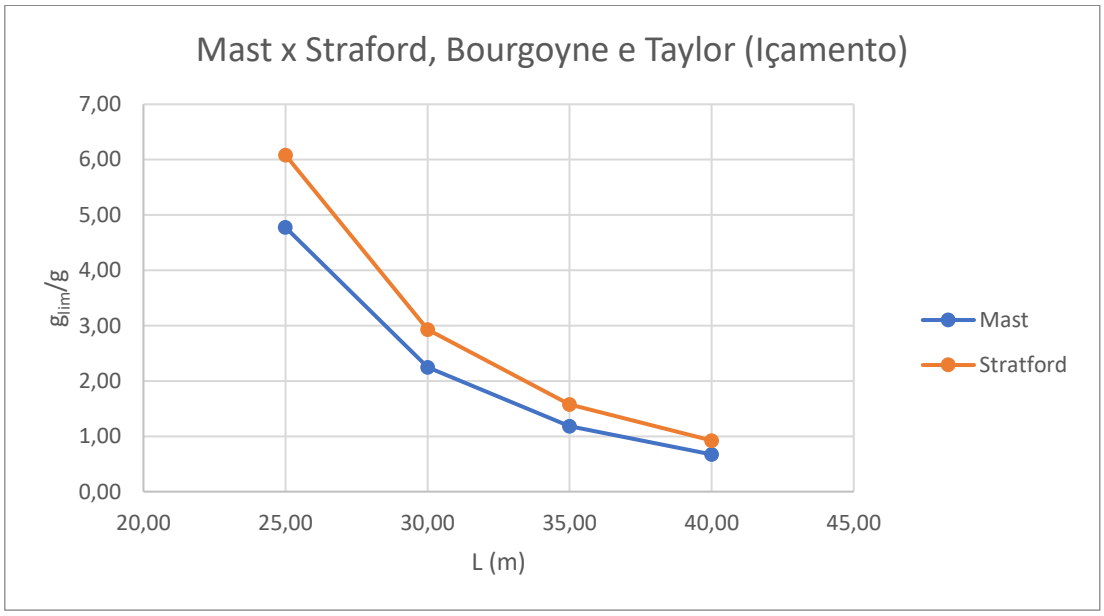


Figura 4.5 – Fatores de segurança para o içamento

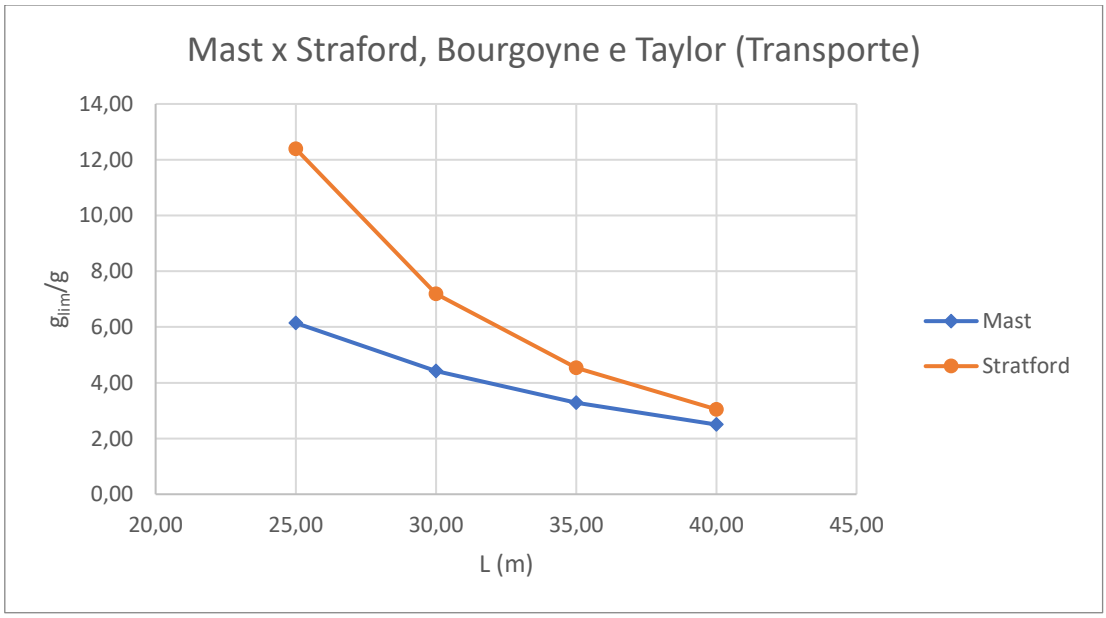


Figura 4.6 – Fatores de segurança para o transporte

4.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A fim de se conhecerem quais as variáveis têm maior influência sobre os fatores de segurança propostos pelos métodos apresentados, nesta seção são realizadas análises tanto para a fase de içamento quanto para a fase de transporte. Essas análises levam em conta tanto os valores originais de tolerâncias construtivas e de módulo de elasticidade do concreto propostos pelos métodos, por exemplo, como a interferência decorrente da adaptação desses valores aos que são propostos pelas normas brasileiras ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014) e ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006).

4.2.1 Fase de içamento

As análises seguintes avaliam, para os métodos propostos por Mast (1993) e Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), para a fase de içamento, a sensibilidade do fator de segurança da viga às seguintes variações: dimensão do balanço; tolerância de desvios construtivos; e resistência à tração na flexão do concreto.

Acrescenta-se que, devido ao fato de a segurança para esta viga na fase de içamento ser determinada pelo fator de segurança contra a fissuração, conforme verificação por Mast (1993), as análises seguintes são realizadas apenas para a verificação da segurança contra a fissuração. Além disso, a segurança por este método é apresentada em sua forma original, FS, e não pela razão g_{lim}/g (encontrada fazendo-se FS = 1,00, como já apresentado). A segurança pela relação g_{lim}/g foi adotada apenas para avaliar a sensibilidade pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

Os parâmetros foram variados em ± 5% e ± 10% em torno do valor original de projeto da viga ou de recomendações dos métodos de forma a se gerarem novos valores do fator de segurança. Além disso, na análise foi considerada apenas a viga original, com 30 m de comprimento.

4.2.1.1 Variação do comprimento do balanço

Segundo El Debs (2000), a utilização de balanços para se aumentar a segurança à instabilidade lateral de vigas durante o içamento tem alcance limitado em elementos de concreto protendido, uma vez que nos balanços são necessários momentos fletores positivos para que haja equilíbrio com os esforços de momento gerados pela força

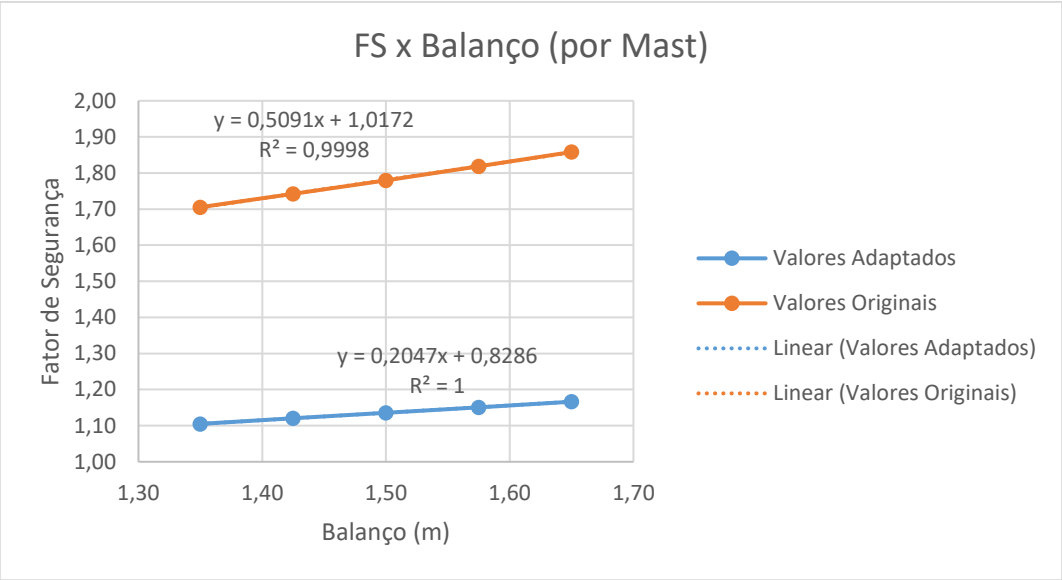
de protensão. Assim, e adicionalmente ao que é proposto pelos métodos apresentados e pelos trabalhos referenciados neste texto, é realizada uma análise complementar quanto às tensões de tração que surgem nas seções dos apoios, verificando se esses esforços ultrapassam ou não o valor que pode ser resistido pelo concreto sem fissuração. Dessa forma, a variação do comprimento do balanço é restrita às situações em que não ocorra a fissuração das fibras superiores da seção transversal sobre os apoios.

A aplicação dos métodos apresentados continua se dando em relação à seção mais crítica, que, para o caso apresentado, é a do meio do vão. Ainda com relação às seções de apoio, ao se variar o comprimento dos balanços foi considerada, também, a alteração da força de protensão dados os trechos sem aderência dos cabos de protensão, conforme projeto da viga mostrado na Figura 3.1, e a tensão máxima aplicada nas cordoalhas, conforme mostrado na Tabela 3.3.

Na Figura 4.7 são mostrados os gráficos que demonstram a relação *Fatores de Segurança versus Comprimento do Balanço*, tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras. Nota-se um aumento linear da segurança da viga contra a instabilidade lateral com o aumento do comprimento do balanço, apesar de esse aumento ser limitado pelo máximo comprimento possível para não ocorrer a fissuração da viga sobre os apoios.

Acrescenta-se aqui que, exclusivamente para os valores adaptados e para os dois maiores balanços (1,575 e 1,650 m), apesar de se ter chegado a fatores de segurança superiores aos recomendados pelos métodos, as tensões de tração na fibra superior da viga nas seções sobre os apoios são maiores que o valor admitido pelo concreto. Pelo que propõem os métodos, esse valor corresponde ao “módulo de ruptura” do ACI 318 (ACI, 2008). Levando em consideração os valores adaptados, no entanto, esse valor se refere à tensão correspondente ao momento de fissuração, calculado pelo item 17.3.1 da ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014). Neste sentido, apesar de a verificação através dos métodos garantir a segurança da viga, a norma brasileira admite valores significativamente menores para a tração na flexão quando comparada à proposta internacional, fazendo com que, teoricamente, a viga não esteja segura contra a fissuração.

Por fim, destaca-se aqui que a principal causa da redução dos fatores de segurança para os valores adaptados é o limite de desvio construtivo. Se fossem tomadas apenas as indicações dos métodos para este parâmetro, as avaliações de segurança originais e adaptadas seriam bem próximas.



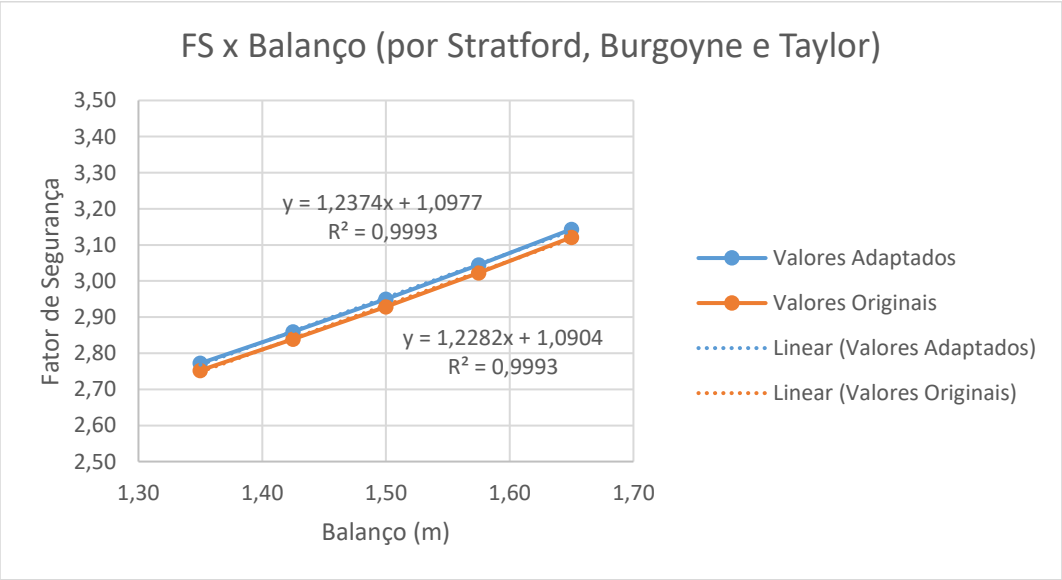
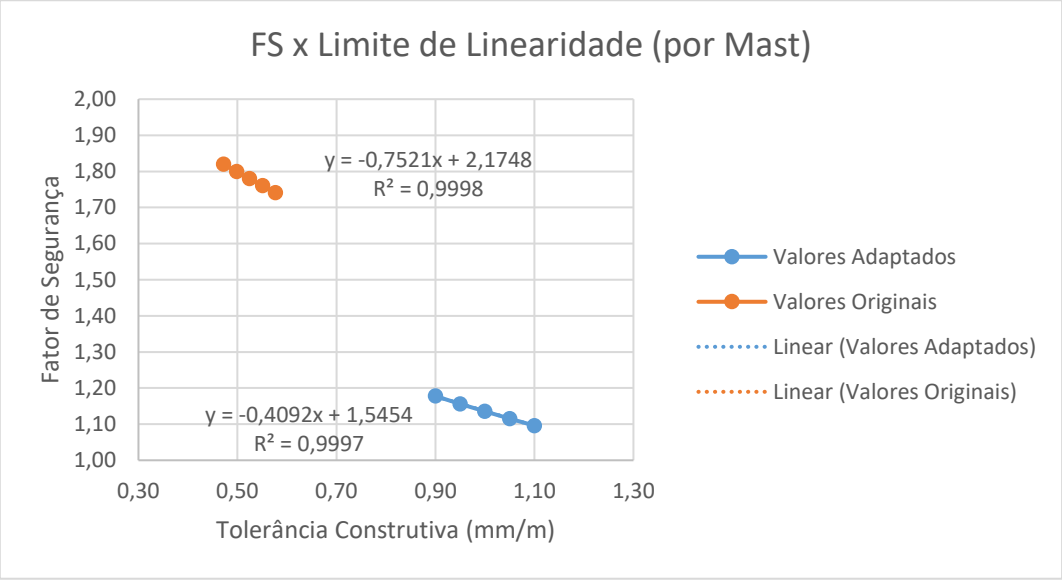


Figura 4.7 – Fatores de Segurança versus Comprimento dos balanços.

4.2.1.2 Variação da tolerância de desvio construtivo

Na Figura 4.8 são mostrados os gráficos que demonstram a relação *Fatores de Segurança versus Tolerância quanto ao desvio construtivo*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.



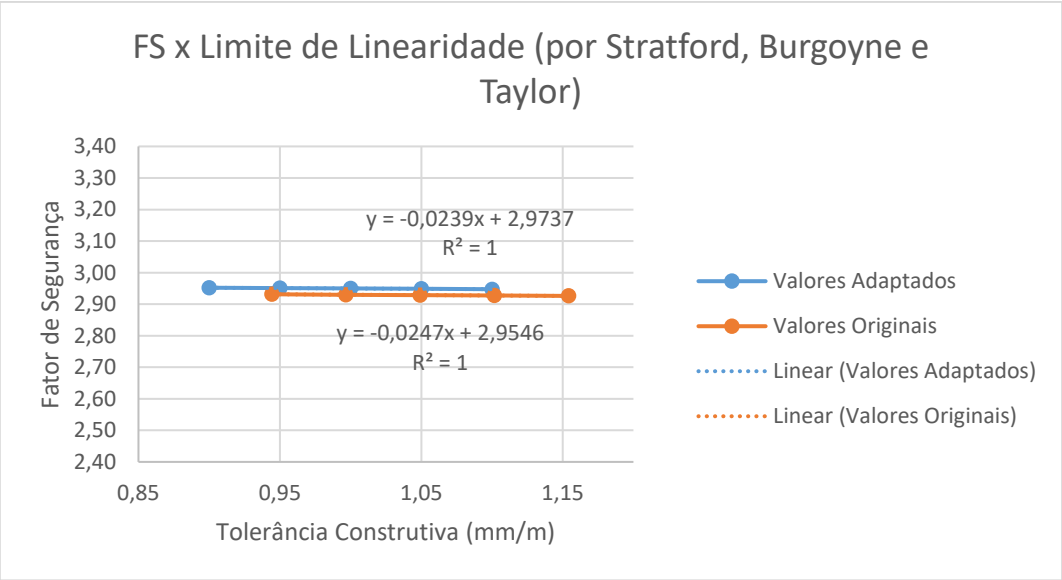


Figura 4.8 – Fatores de Segurança versus Tolerância de desvio construtivo.

Observa-se uma redução linear do fator de segurança com o aumento das tolerâncias para os desvios construtivos, sendo essa redução pequena em função da variação adotada para as tolerâncias. Além disso, parece que o fator de segurança neste caso é menos influenciado que a variação do comprimento do balanço.

4.2.1.3 Variação da resistência à tração na flexão do concreto

Na Figura 4.9 são apresentados os gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras. Aqui, no entanto, a avaliação é feita apenas para o método proposto por Mast (1993), uma vez que a alteração deste parâmetro não afeta os resultados pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999).

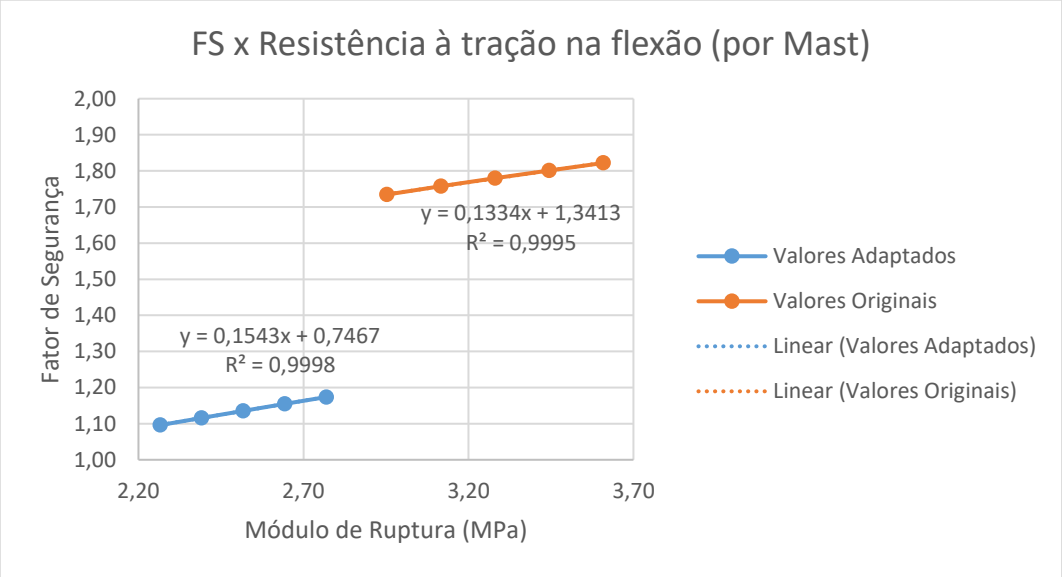


Figura 4.9 – Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto.

Nota-se um aumento do fator de segurança com o aumento da resistência à tração na flexão do concreto. Neste caso, o fator de segurança sofre menor influência que o observado tanto para a variação do comprimento do balanço quanto para a variação das tolerâncias construtivas, sendo essa influência dada pelo coeficiente angular das linhas de tendência traçadas. Neste sentido, observa-se que a segurança por Mast (1993) é mais afetada pelos desvios iniciais, enquanto por Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) a variação nos balanços tem maior relevância.

Exceto pelos valores centrais de 3,28 MPa, conforme ACI 318 (ACI, 2008), e de 2,52 MPa, segundo a ABNT NBR 6118 (ABNT, 2014), obtidos para um concreto com f_{ck} =28 MPa, os demais valores, que foram variados em ± 5% e ± 10% em torno dos valores originais, não seguem nenhuma indicação normativa. Ainda assim, a viga se mostrou segura nas avaliações pelos métodos, tanto pelas recomendações internacionais

quanto pelas nacionais (isto é, FS > 1,0). Adicionalmente, destaca-se que para os balanços de 1,575 e 1,650 m, casos em que a viga não se mostra segura para os valores adaptados, como apresentado no item 4.2.1.1, esse inconveniente seria contornado caso os limites admitidos pela norma brasileira para a resistência à tração na flexão fossem 5 e 10% maiores, respectivamente.

4.2.2 Fase de transporte

A exemplo do que foi feito para a fase de içamento, aqui é avaliada a sensibilidade da segurança da viga pelos métodos de Mast (1993) e de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para as seguintes variações: comprimento do balanço; tolerância de desvio construtivo; resistência à tração na flexão do concreto; e dimensões do veículo de transporte referentes tanto à distância entre a face de apoio da viga e o eixo de rolamento quanto à distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas.

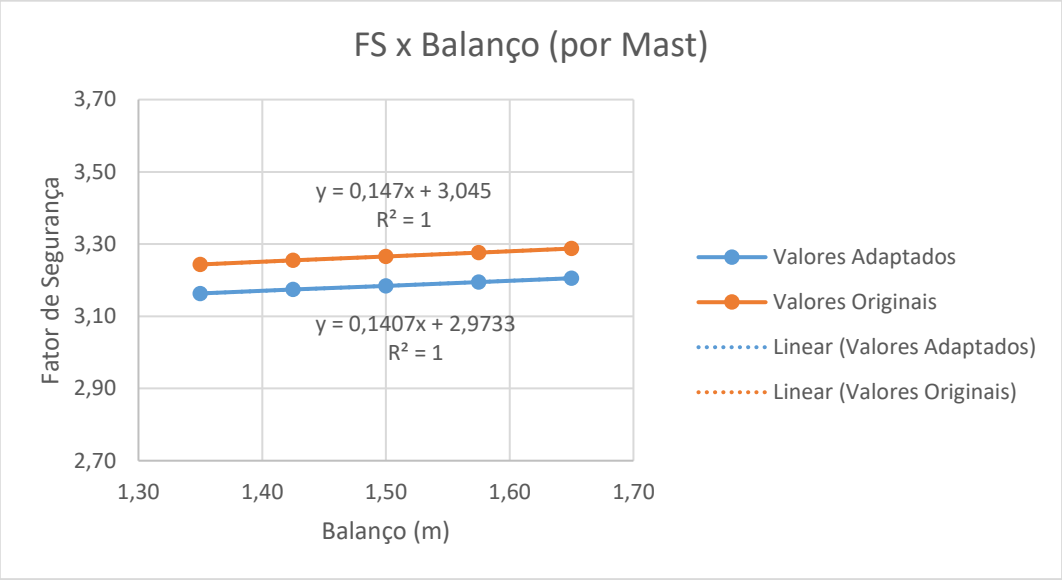
Uma vez que, diferentemente do percebido para a fase de içamento pelo método de Mast (1993) esta viga tem sua segurança determinada pelo fator de segurança à ruptura/tombamento, as análises são realizadas considerando a segurança na ruptura. Acrescenta-se, ainda, que os fatores de segurança segundo Mast (1993) são apresentados em sua forma original, FS, e não pela razão g_{lim}/g (encontrada fazendo-se FS = 1,00, como mostrado anteriormente).

Os parâmetros foram variados em ± 5% e ± 10% em torno do valor original de projeto da viga ou de recomendações dos métodos, de forma a serem obtidas novas verificações de segurança.

4.2.2.1 Variação do comprimento do balanço

Da mesma forma que feito para a fase de içamento, aqui também é acrescentada uma verificação adicional quanto à capacidade de o concreto resistir, sem fissurar, aos esforços de tração gerados nos pontos de apoio. Além disso, foi considerada também a alteração da força de protensão dados os trechos sem aderência dos cabos de protensão, conforme mostrado na Figura 3.1, e a tensão máxima aplicada nas cordoalhas, conforme mostrado na Tabela 3.3.

Na Figura 4.10 seguem gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Dimensão do Balanço*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.



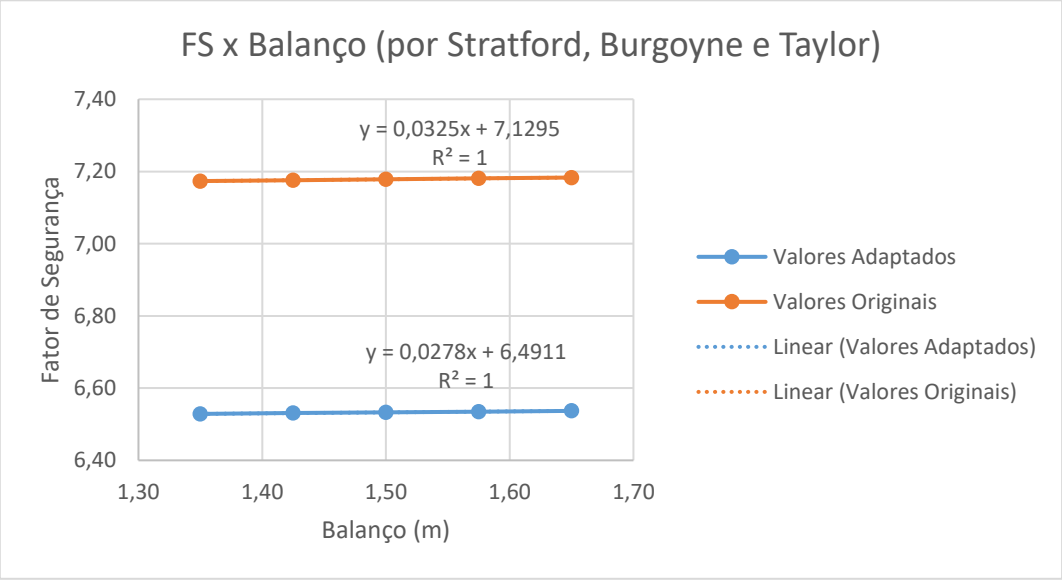


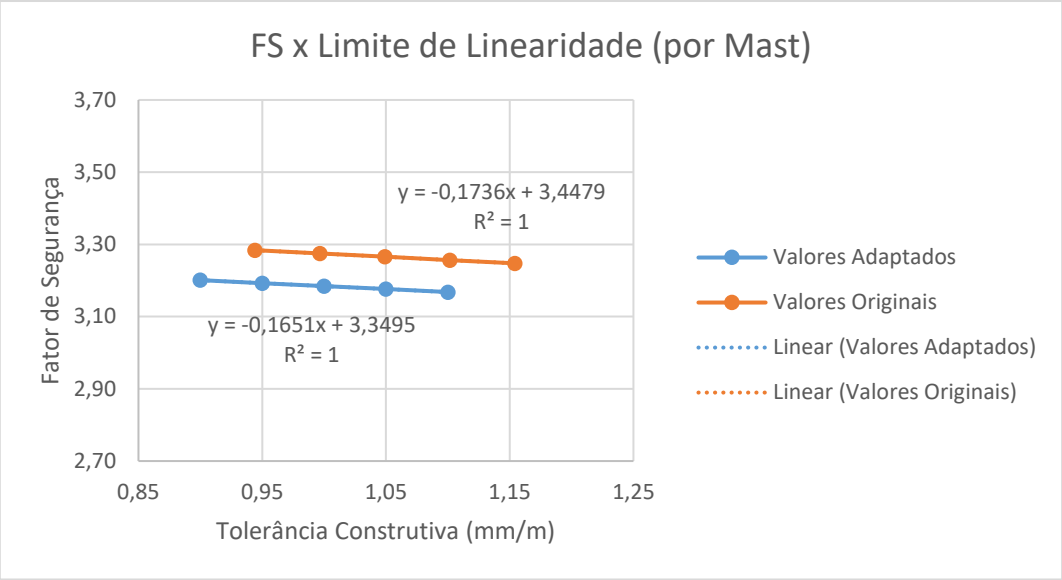
Figura 4.10 – Fatores de Segurança versus Dimensão dos balanços.

Assim como para a situação de içamento, a variação da força de protensão não interfere nos fatores de segurança calculados pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor. Também, pelo método de Mast (1993), o fator de segurança aumenta com o aumento do comprimento do balanço.

Com relação aos parâmetros responsáveis pelas variações nos fatores de segurança originais e adaptados, acrescenta-se aqui que são diferentes para cada método. Por Mast (1993), a diminuição dos fatores de segurança se deve principalmente à consideração de correção do y_{rot}, distância do centro de gravidade da viga ao eixo de giro. Enquanto o método original propõe que $y_{rot,corrigido}$ seja igual a y_{rot} acrescido de 2%, a ABNT NBR 9062 (ABNT, 2006) prevê uma contraflecha devida à protensão igual a *L/300*, valor este adotado na correção adaptada. Já por Stratford Burgoyne e Taylor (1999), a diferenciação se deve principalmente aos módulos de elasticidade, E e G_t, menores pela normatização brasileira, o que aumenta os deslocamentos iniciais considerados.

4.2.2.2 Variação da tolerância de desvio construtivo

Na Figura 4.11 seguem gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Tolerância quanto ao desvio construtivo* obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.



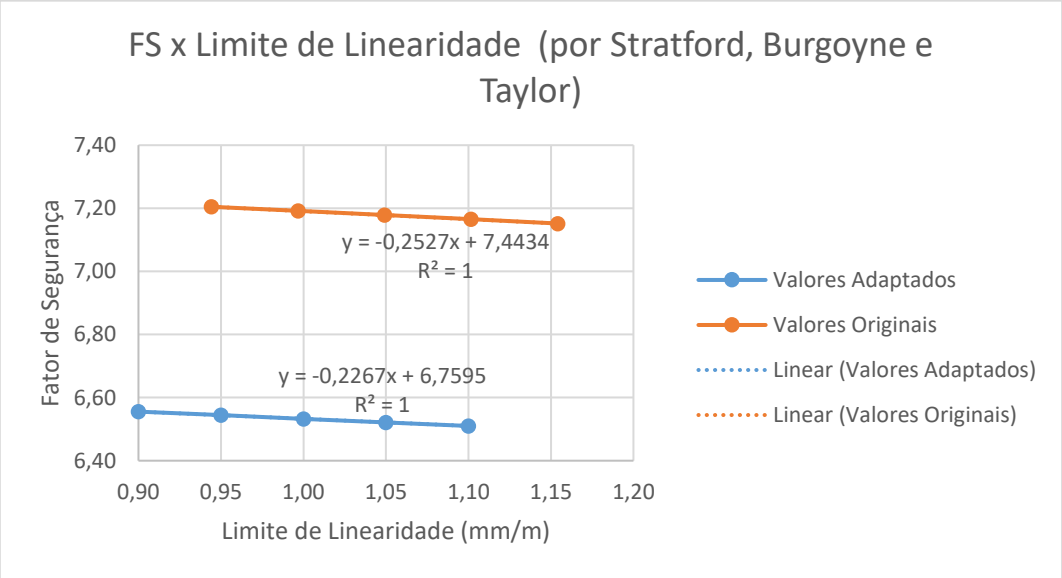


Figura 4.11 – Fatores de Segurança versus Tolerância de desvio construtivo.

Observa-se a redução do fator de segurança com o aumento das tolerâncias construtivas. Neste caso, entretanto, essa variável tem uma influência semelhante ao observado na variação do comprimento do balanço. Assim, diferentemente da fase de içamento, as tolerâncias construtivas afetam mais a segurança na fase de transporte que na situação de içamento da viga.

Destaca-se aqui, no entanto, que as excentricidades iniciais dadas pelos métodos originais acabam que por serem ligeiramente maiores que aquelas obtidas utilizando-se as indicações brasileiras, uma vez que os valores obtidos pela relação *L/1000* são menores que os 3,2 mm para cada 3,05 m de viga recomendados por ambos

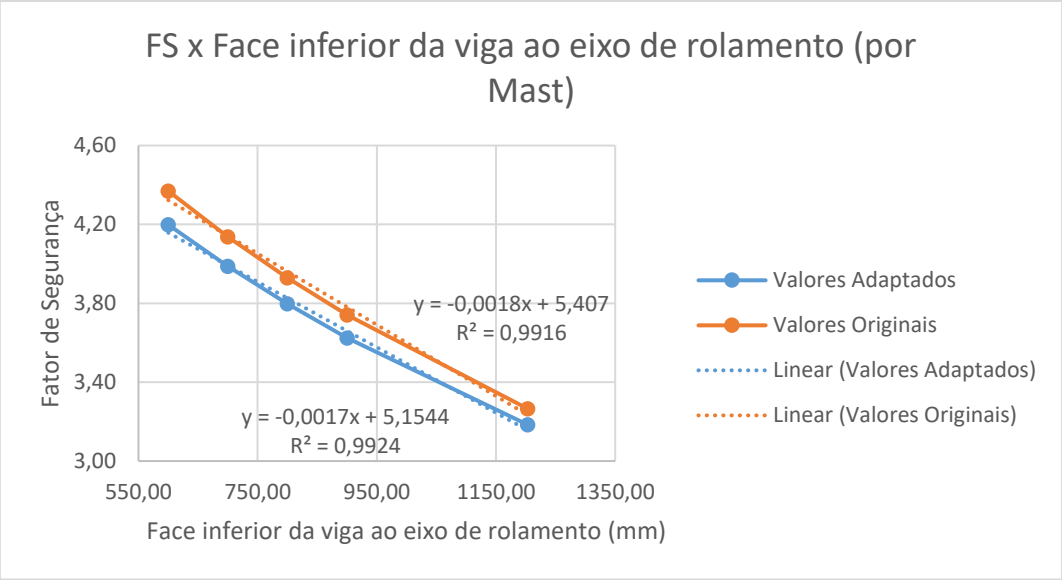
os métodos internacionais. Mesmo assim, os métodos adaptados fornecem fatores de segurança menores, o que indica que ouras variáveis afetam a redução do fator de segurança nos métodos adaptados às normativas brasileiras.

4.2.2.3 Variação da distância entre a face de apoio da viga e o eixo de rolamento

Para a fase de transporte torna-se interessante a análise quanto a algumas dimensões dos veículos que podem ser utilizados, principalmente ao se considerar que os resultados obtidos nos *Exemplos Numéricos* deste trabalho levam em conta indicações dos métodos para valores de veículos diferentes dos utilizados em nosso país.

Neste item, a segurança da viga é avaliada ao se variar a distância entre a face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo. Na Figura 4.12 seguem gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Distância entre face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo* obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

Adianta-se aqui, no entanto, que diferentemente do que foi realizado para os demais parâmetros, que foram variados em ± 5% e ± 10%, optou-se por se utilizarem, além do valor indicado pelo método de Mast (1993), isto é, 1203 mm, as dimensões de 600, 700, 800 e 900 mm, por se julgar a indicação original fora dos padrões mais comumente encontrados na realidade brasileira.



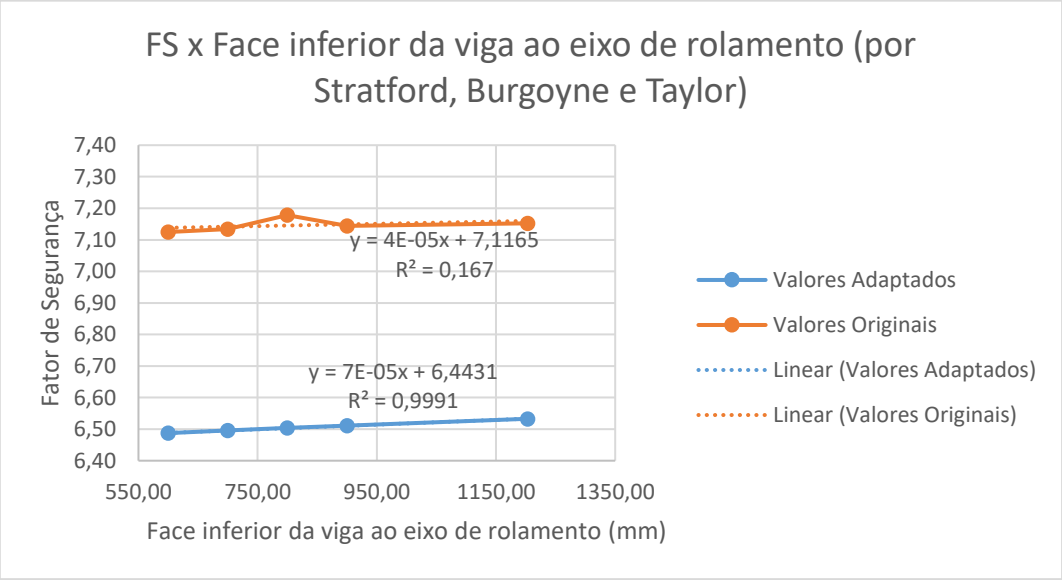


Figura 4.12 – Fatores de Segurança versus Distância entre face inferior da viga e eixo de rolamento do veículo.

Nota-se que o método de Mast (1993) apresenta maiores valores para o fator de segurança com a redução da distância entre face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo. Por outro lado, o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) praticamente não é influenciado por essa variável, apresentando ligeiro aumento do fator de segurança com o aumento do valor dessa variável. Esse não seria um comportamento esperado para a situação real de transporte.

4.2.2.4 Variação da resistência do concreto à tração na flexão

A seguir, na Figura 4.13, são apresentados os gráficos que mostram a relação *Fatores de Segurança versus Resistência à tração na flexão do concreto* obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras. Por não alterar os resultados obtidos pelo método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) este parâmetro tem sua influência avaliada apenas para o método de Mast (1993).

Além disso, apesar de a segurança desta viga ser determinada pela situação de ruptura/tombamento, a relevância deste parâmetro só pode ser avaliada quanto à segurança contra a fissuração. Assim sendo, exclusivamente aqui, altera-se o fator de segurança para a situação de fissuração.

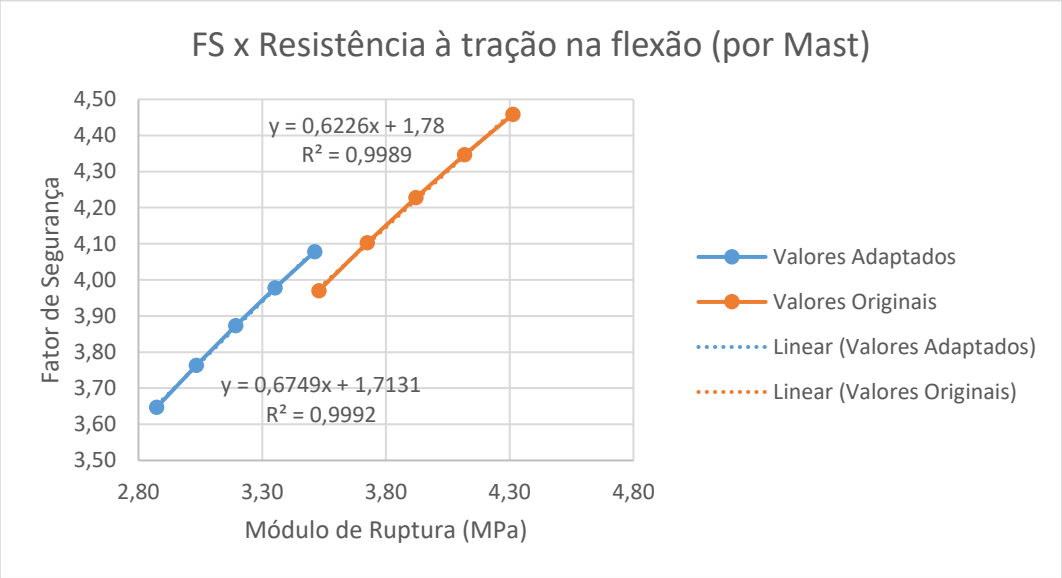


Figura 4.13 – Fatores de Segurança versus Resistência do concreto à tração na flexão.

Nota-se que este é o único caso em que o método adaptado apresenta fatores de segurança maiores que o método original. Isso mostra que essa variável não tem influência na segurança da viga, uma vez que a sua segurança é definida pela situação de tombamento da viga.

4.2.2.5 Variação da distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas

Aqui a segurança da viga tem sua sensibilidade avaliada admitindo o transporte realizado em veículos com diferentes dimensões entre o eixo longitudinal e o eixo entre suas rodas duplas.

Diferentemente do que foi feito quando da variação da distância entre a face inferior da viga e o eixo de rolamento do veículo, aqui optou-se por se variar o valor indicado pelo método de Mast (1993) em ± 5% e ± 10%, já que os valores encontrados se adequam também aos valores mais comumente encontrados nos veículos do tipo no Brasil. Neste sentido, e sabendo-se que essa variação somente interfere na segurança à ruptura avaliada através do método de Mast (1993), apresenta-se na Figura 4.14 o gráfico que relaciona os *Fatores de Segurança versus Distância entre o eixo longitudinal do reboque e o eixo entre as rodas duplas*, obtidos tanto para os métodos originais quanto para os métodos adaptados às normativas brasileiras.

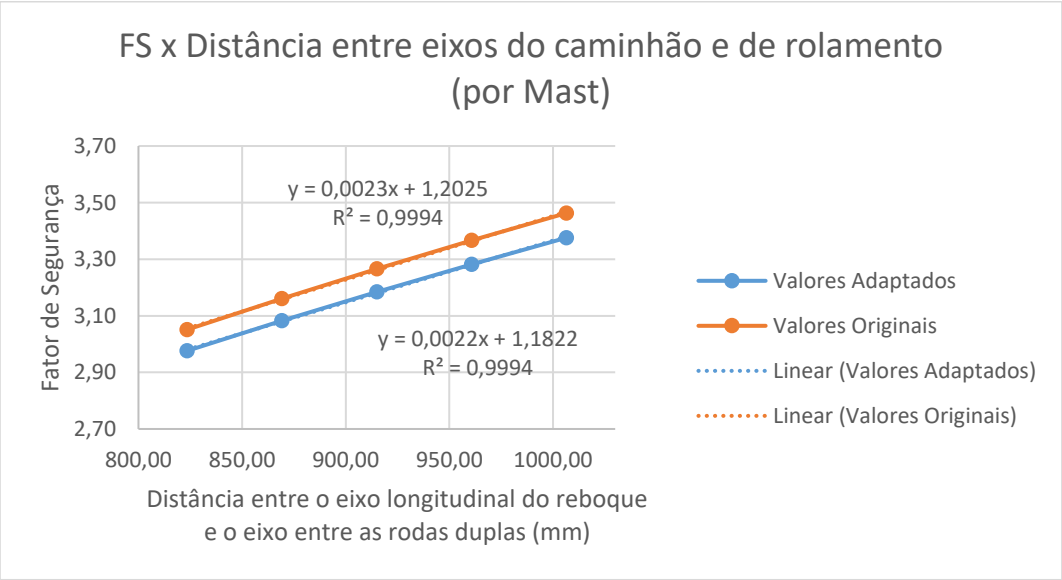


Figura 4.14 – Fatores de Segurança versus Distância entre o eixo longitudinal do caminhão e o eixo entre as rodas duplas.

Nota-se que o fator de segurança aumenta com o aumento da distância entre o eixo longitudinal do caminhão e o eixo entre as rodas duplas, indicando uma maior dificuldade para o tombamento da viga. Entretanto, esse aumento do fator de segurança é pequeno. A maior influência nos fatores de segurança na fase de transporte (ruína por

tombamento) parece ser devida às tolerâncias de desvio construtivo, seguida da variação do comprimento do balanço. A exemplo do que foi feito para a fase de içamento, essa influência é avaliada através do coeficiente angular das linhas de tendência traçadas. Assim, acredita-se que a principal variável a ser controlada na fase de transporte deve ser a tolerância dos desvios construtivos durante a fabricação da viga.

5 CONCLUSÃO

Destaca-se aqui que neste trabalho foram utilizados dois métodos bastante distintos. Enquanto Mast (1989) e Mast (1993) propõem verificações mais simplificadas por meio de equilíbrio de forças e momentos, Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) apresentam uma metodologia baseada em verificação de instabilidade por flambagem lateral, implementada computacionalmente por análise em elementos finitos. O primeiro, no entanto, traz algumas considerações não levantadas pelo segundo, como quanto às dimensões laterais do veículo de transporte e da superelevação das vias, por exemplo, enquanto o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) não sofre considera a força de protensão, que, em um caso real, vem a influenciar negativamente na carga crítica de flambagem dado o aumento da força normal de compressão, similarmente ao que é colocado por El Debs (2000) com relação ao efeito de cabos inclinados em situações de içamento. Além disso, a verificação realizada neste trabalho com relação às tensões de tração que surgem nas seções dos balanços não é considerada por nenhum dos dois métodos apresentados.

Ao final deste trabalho chega-se à conclusão de que os limites normativos resultam em níveis de segurança reduzidos para as fases de içamento e transporte de vigas pré-moldadas, ainda que apresentem limites específicos para as fases transitórias, como no caso do Eurocode 2. Conclusão semelhante foi obtida por Krahl, Lima e El Debs (2015) para vigas com seção I. Ressalta-se que as conclusões deste trabalho são baseadas na análise de uma viga protendida com seção I e com relação vão/balanço igual a 0,05.

Conforme apresentado na *Análise de Influência da Esbeltez* deste trabalho, ao se considerar a relação g_{lim}/g = 4,0, a viga estudada apresenta esbeltezes iguais a 36,35, segundo o Eurocode 2, e a 31,62, segundo a NBR 6118, para a fase de içamento. Para a fase de transporte, esses valores são de 47,81 e de 41,59 para as mesmas normas, respectivamente. Neste sentido, e tomando-se a esbeltez na forma como é calculada pelo Eurocode 2, os valores aqui encontrados sugerem que o limite de 50 proposto por Krahl, Lima e El Debs (2015) deve ser ainda menor, podendo ser de 35 para a fase de içamento e de 45 para a fase de transporte. Para a NBR 6118, as esbeltezes-limite podem ser de 30 para a fase de içamento e de 40 para a fase de transporte.

Ainda se tomando o método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999), mas considerando-se, no entanto, uma relação g_{lim}/g = 1,0, as esbeltezes valem: 51,36, segundo o Eurocode 2, e 44,68, segundo a NBR 6118, para a fase de içamento; e 76,04 e 66,15 para as mesmas normas, respectivamente, para a fase de transporte. Para o caso de se adotar o nível de segurança como sendo g_{lim}/g = 1,0, tem-se que os limites de esbeltez postos pelas normas estão adequados para a fase de transporte, mas ainda não representam uma situação segura para a fase de içamento.

Tomando como base o que foi apresentado na *Análise de Sensibilidade* deste texto e com relação à diminuição dos fatores de segurança verificados quando de suas adaptações às normativas brasileiras, percebe-se que, para a situação de içamento, fatores de segurança maiores seriam conseguidos caso as tolerâncias quanto aos desvios construtivos fossem mais restritivas, uma vez que os limites propostos pelos métodos e tomados em indicações internacionais, como o *PCI Bridge Design Manual* (PCI, 2003), por exemplo, melhoram bastante os fatores de segurança adaptados, ainda que se mantenham todos os demais parâmetros das normativas brasileiras.

Ainda com base na *Análise de Sensibilidade*, mas com relação à consideração brasileira de limite de resistência à tração na flexão, constatou-se que os menores valores das normas brasileiras prejudicam bastante as verificações de segurança à instabilidade lateral quando comparados aos propostos por normas internacionais, sendo essa diferença suficiente para reduzir os fatores de segurança a valores inferiores aos mínimos indicados.

Já com relação à fase de transporte, e novamente como visto na *Análise de Sensibilidade* realizada, a indicação brasileira mais prejudicial à verificação de segurança é o limite de deformação por contraflecha permitido. Para que se garanta a segurança na fase transitória de transporte indica-se reduzir a contraflecha permitida nas vigas, o que pode ser conseguido, por exemplo, com a realização de protensão nas fibras superiores.

Caso uma eventual avaliação de uma viga para fases transitórias indique o não atendimento à segurança quanto à estabilidade lateral, recomenda-se a adoção de balanços como uma alternativa mais simples de ser executada a fim de se contornar esse problema, desde que seja realizada também a verificação quanto às tensões de tração no concreto na seção do ponto de içamento.

Na tentativa de se avaliar qual o método mais indicado para a análise da instabilidade lateral, recorreu-se aqui ao artifício de utilizar também para o método de Mast (1993) a relação g_{lim}/g. Neste sentido, por resultar em valores maiores da relação g_{lim}/g que aqueles apresentados pelo método de Mast (1993), traz-se como sugestão a adoção do método de Stratford, Burgoyne e Taylor (1999) para a verificação de segurança à instabilidade lateral nas fases transitórias de içamento e transporte. Isso permitiria menores ajustes no projeto da viga para a fase em serviço caso ela não atenda à verificação nas fases transitórias. Além disso, essa mesma conclusão é apresentada por Krahl, Lima e El Debs (2015), que apontam ser esse método mais coerente na avaliação da segurança de vigas quando comparado com processos mais exatos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014, 238 p.

ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré–moldado. Rio de Janeiro, 1985, 36 p.

ABNT: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e execução de estruturas de concreto pré–moldado. Rio de Janeiro, 2006, 59 p.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION, **BS 8110**. Structural use of concrete. Part I: Code of practice for design and construction, London, 1997.

CESAR TRANSPORTES. Ponte sobre o Rio Turvo. 2015. Disponível em: < http://cesartransportes.com.br/portfolio–type/ponte–sobre–o–rio–turvo/#prettyPhoto/0/ >. Acesso em: 29 de outubro de 2016.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré–moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.

EUROPEAN COMMITTEE OF STANDARDIZATION (2004). **Eurocode 2:** Design of Concrete Structures: Part 1–1: General Rules and Rules for Buildings. British Standards Institution, 2004.

KRAHL, P. A. **Instabilidade lateral de vigas pré–moldadas em situações transitórias.** 2014. 209 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Carlos, SP, 2014.

KRAHL, P. A.; LIMA, M. C. V.; EL DEBS, M. K. Recomendações para verificação da estabilidade lateral de vigas pré–moldadas em fases transitórias. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**. p. 763 – 786, v. 8, n. 6, 2015.

LIMA, M. C. V. **Instabilidade lateral das vigas pré–moldadas em regime de serviço e durante a fase transitória**. 1995. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia de São Carlos – USP, São Carlos, SP, 1995.

MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 1. **PCI JOURNAL**, p. 34 – 53, 1989.

MAST, R. F. Lateral stability of long prestressed concrete beams – Part 2. **PCI JOURNAL**, p. 70 – 88, 1993.

PCI: PRECAST, PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. Bridge Design: **Precast, Prestressed Concrete Bridges – The High Performance Solution.** Chicago, IL: Precast, Prestressed Concrete Institute, 2003.

PCI**:** PRECAST, PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **Tolerance Manual for Precast and Prestressed Concrete Construction**. 7th ed. Chicago, IL: Precast, Prestressed Concrete Institute, 2010.

PIQUERAS, V.Y. **Un problema de cinemática y el transporte de vigas por carreteras**. 2016. Disponível em: < http://victoryepes.blogs.upv.es/2016/01/14/un–problema–de–cinematica–y–el–transporte–de–vigas–por–carreteras/ >. Acesso em: 29 de outubro de 2016.

SOUSA, É. A.; LIMA, M. C. V. **Instabilidade lateral de vigas pré–moldadas durante a fase de içamento**. 2009. 10 f. Artigo de iniciação científica. Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2009.

SOUTHWELL, R. V. **On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability**. In: Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society, 1932. p. 601–616.

STANDARD, A. C. I. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M–08) and Commentary. **Reported by ACI Committee**, v. 318, 2008.

STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J. Lateral stability of long precast concrete beams. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 124, n. 2, p. 169–80, 1999.

STRATFORD, T. J.; BURGOYNE, C. J; TAYLOR, H. P. J. Stability design of long precast concrete beams. **Proceedings of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v 134, n. 2, p. 159–168, 1999.

VOLVO TRUCKS. Image and film gallery. Disponível em: < http://mag.volvotrucks.com/PageFiles/30299/2.jpg?w=488&ch=325&up=true >. Acesso em: 29 de outubro de 2016.